Universität der Bundeswehr München

Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen Professur Konstruktive Gestaltung und Holzbau



Alexander Jakobs

Zur Berechnung von Brettlagenholz mit starrem und nachgiebigem Verbund unter plattenartiger Belastung mit besonderer Berücksichtigung des Rollschubes und der Drillweichheit

© 2005 Alexander Jakobs Werner-Heisenberg-Weg 39 85579 Neubiberg

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.

Die vorliegende Arbeit ist eine von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der Bundeswehr München genehmigte Dissertation.

Danksagung

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen an der Universität der Bundeswehr München.

Die Anregung zu dieser Arbeit erhielt ich von Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. G. Ewald, dem ich für seine wissenschaftliche und persönliche Unterstützung und die Übernahme des Hauptreferates ganz herzlich danke. Die Diskussionen und seine wertvollen Ratschläge haben ganz wesentlich zum Gelingen der Arbeit beigetragen.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. A. H. Heinen und Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. H. Kreuzinger, TU München, danke ich für die Übernahme des Koreferates, für das fachliche Interesse und die angeregten wissenschaftlichen Gespräche.

Herrn Univ.-Prof. Dr.-Ing. M. Keuser danke ich für die Übernahme des Vorsitzes des Promotionsausschusses.

Ferner gilt mein Dank allen Kollegen und Mitarbeitern am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, insbesondere auch den Mitarbeitern des Labors für die Unterstützung bei der Durchführung der experimentellen Untersuchungen.

München, 2005

Alexander Jakobs

Tag der mündlichen Prüfung:	10.06.2005
Vorsitzender:	UnivProf. DrIng. M. Keuser
1. Berichterstatter:	UnivProf. DrIng. G. Ewald
2. Berichterstatter:	UnivProf. DrIng. A. H. Heinen
3. Berichterstatter:	UnivProf. DrIng. H. Kreuzinger, TU München

Zusammenfassung

Lischke führt grundlegende Überlegungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz durch und gewinnt dadurch Erkenntnisse über Brettlagenholz, die bis heute die Grundlage für viele ingenieurmäßige Betrachtungen von Brettlagenholz sind. Aufbauend auf den Erkenntnissen von Lischke gelingt es Bosl für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter überwiegender scheibenartiger Beanspruchung einen Zusammenhang zwischen den Erkenntnissen von Lischke und der Mehrschichtentheorie herzustellen. In der vorliegenden Arbeit wird das Tragund Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem und nachgiebigem Verbund unter plattenartiger Belastung mit besonderer Berücksichtigung des Rollschubes und der Drillweichheit untersucht. Es werden ingenieurmäßige Näherungslösungen zur Berechnung vorgestellt bzw. erarbeitet. Die Untersuchung umfasst bislang nicht veröffentlichte Überlegungen zum Rollschubmodul des Holzes, zum Rollschubmodul der Brettlage, zum nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel in Brettlagenholz. Zu den Überlegungen werden experimentelle Untersuchungen entworfen, durchgeführt und ausgewertet. Die ingenieurmäßigen Näherungslösungen zur Berechnung sind das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation "MSV", das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalenund Federelementen "Feder" und das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen "Kneidl" aufbauend auf Kneidl.

Inhaltsverzeichnis

1.	Einführung	
1.1	Vorbemerkung	1
1.2	Zielsetzung der vorliegenden Arbeit	3
2.	Holz und Verbindungen	
2.1.	Holz aus Sicht der Holzforschung	10
2.2.	Holz aus Sicht des Ingenieurholzbaues	14
2.3.	Starrer Verbund aus Sicht des Ingenieurholzbaues	24
2.4.	Nachgiebiger Verbund aus Sicht des Ingenieurholzbaues	25
2.5.	Nachgiebiger Verbund zwischen Brettlagen bei orthogonalem Brettlagenholz	32
3.	Experimentelle Untersuchungen an Brettlagenholz	
3.1.	Zielsetzung der experimentellen Untersuchungen	40
3.2.	Versuchsaufbau	50
3.3.	Versuchskörper	58
3.4.	Versuchsergebnisse bei starrem Verbund	61
3.5.	Versuchsergebnisse bei nachgiebigem Verbund	68
4.	Werkstoffkennwerte für Brettlagenholz	
4.1.	Anzuwendende Werkstoffkennwerte des "Brettes" der Brettlage	74
4.2.	Anzuwendende Werkstoffkennwerte der Brettlage	85
5.	Berechnungsmodelle für Brettlagenholz	
5.1	Anforderungen an die Berechnungsmodelle	98
5.2.	Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf der Theorie	
	des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation	104
5.3.	Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung	
	von Schalen- und Federelementen	110
5.4	Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von	
	Schalen- und Federelementen aufbauend auf Kneidl [39]	113
5.5	Berechnungsmodell für Flächentragwerke nach DIN 1052: 2004-08 [N5]	117
6.	Überprüfung der Berechnungsmodelle an stabförmigen Bauteilen	
6.1	Überprüfung der Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit starrem Verbund	123
6.2.	Überprüfung der Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit starrem Verbund	
	auf der Grundlage der experimentellen Untersuchungen	131
6.3.	Überprüfung des Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund	141
6.4.	Überprüfung des Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund	
	auf der Grundlage der experimentellen Untersuchungen	147

7.	Anwendung der Berechnungsmodelle auf Flächentragwerke aus Brettlagenholz
7.1.	Vorstellung der Flächentragwerke aus Brettlagenholz
7.2.	Brettlagenholz mit starrem Verbund
7.3.	Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund
7.4.	Sonderfall Brettlagenholz ohne Verbund
8	
0.	Zusammentassung und Ausblick
0.	
0.	Literaturverzeichnis

Skizzenverzeichnis	190
Tabellenverzeichnis	194

Anhang

- A1 Werkstoffkennwerte des Holzes bei den experimentellen Untersuchungen
- A2 Einfluss Schwinden auf die Festlegung der Brettbreite

Diagrammverzeichnis

- A3 Verteilung des Rollschubes über den Stammquerschnitt
- A4 Geometrischer Einfluss des Brettes auf den Rollschubmodul der Brettlage

In der vorliegenden Arbeit wird für die Bezeichnung der Fotos die Abkürzung F, für die Diagramme die Abkürzung D, für die Skizzen die Abkürzung S, für die Tabellen die Abkürzung T und für die Gleichungen die Abkürzung Gl. verwendet. Jeweils hinter der Abkürzung ist der Abschnitt angegeben, daran anschließend die Fotos, Diagramme, Skizzen, Tabellen und Gleichungen fortlaufend nummeriert.

173

175 185 186

1. Einführung

1.1. Vorbemerkung

Bis in die Mitte des 19. Jahrhunderts war Vollholz, im Folgenden als Holz bezeichnet, in Europa zusammen mit Natursteinen der meist verwendete Werkstoff [10]. Aus Holz wurden Häuser und Brücken, aber auch Werkzeuge des täglichen Lebens, Möbel, Musikinstrumente und Transportmittel wie Kutschen und Schiffe hergestellt [75]. Diese Situation war dadurch begründet, dass Holz ein natürlich nachwachsender Werkstoff war und ist, der in Europa in ausreichender Menge verfügbar war und ist. Mit der Industrialisierung verdrängte seit dem 19. Jahrhundert der Stahl und seit der Wende des 20. Jahrhunderts der Stahlbeton den Werkstoff Holz. Ein wesentliches Kennzeichen der Massenproduktion in der Industrialisierung sind die Forderungen an einen Werkstoff immer in gleicher Qualität, mit einem hohen Maß an Formstabilität und mit einem optimierten Querschnitt für die Tragfähigkeit unter Berücksichtigung ökonomischer Gesichtspunkte [87]. Diese Anforderungen an den Werkstoff konnten und können von Holz nur bedingt erfüllt werden, weil Holz ein natürlicher Werkstoff ist, dessen Qualität stark schwankt und nur in bestimmten geometrischen Abmessungen verfügbar ist. Holz entsteht durch das natürliche Wachstum des Baumes, d.h. die biologischen, chemischen und physikalischen Eigenschaften variieren je nach Baumart und schwanken selbst innerhalb einer Baumart und innerhalb eines Baumes bei verschiedenen Wachstums- und Standortbedingungen stark. Zudem sind bei Holz das durch die Anisotropie bedingte unterschiedliche Quell- und Schwindverhalten sowie auch das Kriechverhalten im Besonderem zu berücksichtigen.

Bis in die 90iger Jahre des 20. Jahrhunderts hat Holz im Bauwesen an Marktanteil verloren. Mit dem Beginn einer umfassenderen und differenzierteren Betrachtung der Werkstoffe, d.h. nicht nur mit den Anforderungen der Industrialisierung sondern auch einer ökologischen Betrachtung und mit einer zunehmenden Entwicklung neuer konstruktiver Holzwerkstoffe ist der Marktanteil von Holz im Bauwesen wieder leicht steigend. Der steigende Marktanteil wird im Arbeitsbericht zum Thema Holzbilanzen der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft [66] festgestellt. Diese Entwicklung ist nicht zuletzt darauf zurückzuführen, dass im Bereich der Holzwerkstoffe durch neue Ideen und Entwicklungen immer stärker ein Werkstoff zur Verfügung steht, der die mechanischen, ökonomischen und ökologischen Vorteile des Holzes mit den Anforderungen der Industrialisierung an einen Werkstoff in Einklang bringt.

Holzwerkstoffe zeichnen sich gegenüber Holz dadurch aus, dass durch verschiedene Verfahrensschritte eine Homogenisierung des Werkstoffes Holz erreicht wird, zudem die Holzwerkstoffe in einer größeren Vielfalt von Abmessungen verfügbar sind und eine erhöhte Formstabilität im Gegensatz zu Holz haben. Die Anforderungen an die Formstabilität können mit denen in F1.1.-01 fotografierten Querschnitten von Biegeträgern verdeutlicht werden [10]. In F1.1.-01 ist auf der rechten Seite ein Querschnitt eines Biegeträgers zu sehen, der aus Holz besteht und aufgrund der Anisotropie nach einem Schwindvorgang eine unzureichende Formstabilität hat. Der Biegeträger ist stark verformt und im Bereich der Markröhre sind große und kleine Risse zusehen, was insgesamt zu einem deutlichen Tragfähigkeitsverlust führt. In F1.1.-01 ist auf der linken Seite ein Querschnitt zu sehen, der im Stegbereich aus Holzwerkstoffen hergestellt wurde und sowohl eine deutlich größere Formstabilität aufweist als auch grundsätzlich in gewünschten Abmessungen herstellbar ist.



F1.1.-01: Querschnitte von Biegeträgern, links aus Holzwerkstoffen, rechts aus Holz, und deren Formstabilität nach Schwinden, aus [10]

Aus ökonomischer Betrachtung kommt hinzu, dass durch die Herstellung von Holzwerkstoffen eine Veredelung von Holz aus Schwachholz durchgeführt wird. Schwachholz fällt als Produkt bei notwendigen Durchforstungen im Rahmen der nachhaltigen Forstwirtschaft an und ist als Holz auf Grund der geringen Abmessungen im Bereich des Bauwesens nur bedingt einsetzbar. Der Begriff Schwachholz könnte dahingehend missverstanden werden, dass eine geringere Tragfähigkeit vorliegt, jedoch sind die Festigkeiten und Steifigkeiten von Holz und Holzwerkstoffen aus Schwachholz in der Regel höher als die von Holz aus Starkholz [17, 73, 85]. Grundlegend gleich bei der Herstellung von Holzwerkstoffen ist die Reihenfolge der Verfahrensschritte: Zuerst findet eine Auswahl und Sortierung des Holzes nach der Qualität statt, danach eine Zerkleinerung und schließlich ein erneutes Zusammenfügen zu einem Holzwerkstoff. Durch das Maß der Zerkleinerung und die Art des Zusammenfügens ergeben sich die wesentlichen Unterschiede zwischen den verschiedenen Holzwerkstoffen. Die Einteilung der Holzwerkstoffe in unterschiedliche Gruppen ist in den Ländern nicht einheitlich, wie im "Arbeitsbericht Eigenschaften und Einsatzpotenziale neuer Holzwerkstoffe im Bauwesen" von der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwerkstoffe festgestellt wird [51]. Eine gute, aktuelle und umfassende Übersicht gibt Niemz [64] für überwiegend starr verbundene Holzwerkstoffe. Aus [64] ist die grafische Übersicht D1.1.-01 über eine Möglichkeit der Einteilung der Holzwerkstoffe entnommen. Niemz trifft eine klare und konsequente Einteilung der Holzwerkstoffe nach dem Maß der Zerkleinerung des Holzes. Niemz bezeichnet Holzwerkstoffe als Werkstoffe aus Holz. Im D1.1.-01 nimmt das Maß der Zerkleinerung von links nach rechts zu. Niemz unterscheidet Werkstoffe auf Vollholzbasis, bei denen einzelne Bretter bzw. Balken innerhalb des Werkstoffes zu erkennen sind, bis hin zu Werkstoffen auf Faserbasis. Werden verschiedene Werkstoffe aus Holz kombiniert, so fast Niemz diese unter Verbundwerkstoffe zusammen.



D1.1.-01: Einteilung von Werkstoffen aus Holz nach Niemz [64]

1.2. Zielsetzung der vorliegenden Arbeit

Definition Brettlagenholz: Brettlagenholz ist ein Holzwerkstoff auf Vollholzbasis und/oder Holzwerkstoffbasis mit einem flächigen Trag- und Verformungsverhalten, der aus mindestens 3 Brettlagen besteht, die breitseitig starr oder nachgiebig und schmalseitig nicht verbunden sind, deren Ausrichtung von nahezu deckungsgleich bis orthogonal variieren kann und die einzelne Brettlage aus Vollholz durch schmalseitiges Anordnen von gleich hohen "Brettern", Mindesthöhe 6 mm, erzeugt wird, die knirsch oder mit Abstand verlegt sein können.

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit Brettlagenholz unter plattenartiger Belastung. Für plattenartige Belastung wird untersucht: starr verbundenes Brettlagenholz - Brettlagenholz mit starrem Verbund – und mit stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmitteln verbundenes Brettlagenholz – Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund. Grundlage der vorliegenden Arbeit ist die Dissertation Lischke [55], der sich 1985 mit grundlegenden Überlegungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund beschäftigte, und die Dissertation Bosl [7], der 2001 die Erkenntnisse von Lischke für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter scheibenartiger Beanspruchung auf die Theorie des Mehrschichtenverbundes übertrug. Die Theorie des Mehrschichtenverbundes ist in gängige FE-Programme implementiert und damit wurde von Bosl erstmals Brettlagenholz einer ingenieurmäßigen, baupraktischen Berechnung zugänglich gemacht. Mit der Arbeit von Bosl wurden Scheiben aus Brettlagenholz mit starrem Verbund mit beliebigen Abmessungen und Öffnungen erstmals in ihrem Tragund Verformungsverhalten nachweisbar.

Der Begriff "Brett" von Brettlagenholz ist nicht nach DIN 68252 [N3] zu verstehen, wie bereits die Festlegung der Mindesthöhe für Vollholz kennzeichnet, sondern beinhaltet neben dem Brett auch die Begriffe Latte, Bohle, Kantholz und Balken nach DIN 68252. Kanthölzer und Balken sollten bei Brettlagenholz mit starrem Verbund aus verleimten Holzwerkstoffen bestehen, um die Probleme aus Quellen und Schwinden zu verringern. Zur Unterscheidung wird im Folgenden der Begriff "Brett" entsprechend der Definition von Brettlagenholz in Anführungszeichen gesetzt. Eine einzelne Brettlage aus Vollholz wird durch das schmalseitige aneinander Legen mit überwiegender gleicher Orientierung von "Brettern" und mit gleicher Bretthöhe erzeugt. Der schmalseitige Abstand der "Bretter" kann dabei von knirsch aneinander gelegt bis zum Mehrfachen einer Brettbreite betragen. Kennzeichnend ist jedoch für eine Brettlage, dass die "Bretter" schmalseitig keine kraftschlüssige Verbindung haben. Die so erzeugten Brettlagen werden nur breitseitig miteinander verbunden. Die breitseitige Verbindung kann starr oder nachgiebig sein. Wenn die "Bretter" der Brettlage den Auswahlkriterien, Sortierkriterien und Herstellungsanforderungen von Brettschichtholz unterliegen, können Stöße der "Bretter" in Längsrichtung mit einer Keilzinkenverbindung oder Schäftung [N4,N14] ausgeführt werden. Aus der hier gegebenen Definition des Begriffes "Brett", können aber "Bretter" auch Abmessungen eines Balkens sowie größere schmalseitige Abstände haben, sodass rippenverstärkte flächige Holzstrukturen ebenfalls Brettlagenholz sind. Für rippenverstärktes Brettlagenholz wird anstatt des Begriffes Brettlage auch der Begriff Rippe verwendet.

Die Werkstoffkennwerte können sowohl auf das globale Koordinatensystem des Bauteiles oder auf das lokale Koordinatensystem der Brettlage angegeben werden. Zur klaren und eindeutigen Unterscheidung wird das globale Koordinatensystem des Bauteiles mit X', Y', Z' bezeichnet und in den Skizzen rot dargestellt, hingegen das lokale Koordinatensystem der Brettlage mit x, y, z bezeichnet und in den Skizzen schwarz dargestellt. Die Ausrichtung von Brettlagen in Bauteilen aus Brettlagenholz wird bezogen auf das globale Koordinatensystem des Bauteiles in Kurzschreibweise mit Zahlen zwischen 0 und 180 angegeben. Dabei gibt die Zahl in Grad den Winkel zwischen der Längsachse der Fasern der jeweiligen Brettlage und der X' Richtung des globalen Koordinatensystems des Bauteiles an. So bedeutet z.B. 0, dass die "Bretter" in dieser Brettlage gemäß globales Koordinatensystem in Richtung X' orientiert sind, z.B. 90 bedeutet, dass die "Bretter" in dieser Brettlage gemäß globales Koordinatensystem in 90° zur Richtung X´ orientiert sind. Der Aufbau von Brettlagenholz wird von der obersten Brettlage beginnend nummeriert. Daraus folgt z.B., dass dreilagiges, orthogonales Brettlagenholz in Kurzschreibweise (0,90,0) oder (90,0,90) geschrieben wird. Viele Beispiele in dieser Arbeit haben zur Verdeutlichung bestimmter Effekte einen orthogonalen Aufbau. Aus diesen Beispielen kann nicht abgeleitet werden, dass ein orthogonaler Aufbau für Brettlagenholz unter plattenartiger Belastung sinnvoll ist. Hierzu wird auf Bosl [7] verwiesen, der für Brettlagenholz einen diagonalen Aufbau empfiehlt, weil zum einem, bei Flächentragwerken häufig gleichzeitig scheibenartige und plattenartige Belastungen auftreten und zum anderen, bei Scheiben mit Öffnungen in den Unterzügen über den Öffnungen bei orthogonalen Strukturen eine unzureichende Schubtragfähigkeit gegeben ist.

Brettlagenholz wurde und wird im Bauwesen bereits verwendet. Die Firma Merk in Aichach bei Augsburg stellt Brettlagenholz mit starrem Verbund mit orthogonaler Ausrichtung der Brettlagen her, das unter dem Produktnamen Merk-Dickholz[®] [56,57] und als Holzbausystem [60,61] unter dem Namen LenoTec[®] bzw. LenoPlan[®] erhältlich ist. Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist nach Kenntnis des Verfassers nicht als Holzbausystem auf dem Markt vorhanden [12]. Aber Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund wurde und wird z.B. für Dachtragwerke verwendet. Ein Beispiel für diesen Einsatz ist die Hängeschale in Dortmund, die für die Gartenschau 1969 gebaut wurde. Die Hängeschale in Dortmund ist zweiachsig gekrümmt und hat mit zwei Hochpunkten und zwei Tiefpunkten die Form eines Sattels. Im Grundriss hat die Hängeschale in Dortmund die Form eines Karos. F1.2.-01 zeigt ein Foto der Hängeschale in Dortmund [21]. Die Hängeschale besteht aus Randgliedern, die aus Brettschichtholz hergestellt sind, aus Brettschichtholz Hängerippen, die von Randglied zu Randglied in Richtung von Hochpunkt zu Hochpunkt verlaufen und parallel orientiert sind, und aus drei im Winkel von 45° zueinander orientierten Brettlagen. Die drei Brettlagen sind untereinander mit Nägeln als auch mit den Hängerippen mit Nägeln verbunden. In S1.2.-01 ist der Grundriss der Hängeschale und 2 Schnitte dargestellt, nach [21]. Die Bezeichnung einzelner Elemente in S1.2.-01 ist im Folgenden angegeben.



F1.2.-01: Ansicht der Hängeschale in Dortmund [21]



- 1. Brettlagen 24 [mm] und 16 [mm]
- 2. Stützen
- 3. Abspannung
- 4. Hängerippe 20/24 [cm]
- 5. Randglieder 36/140 [cm].

S1.2.-01: Grundriss und 2 Schnitte der Hängeschale in Dortmund nach [21]

Zur Berechnung des Trag- und Verformungsverhaltens von Brettlagenholz unter einer plattenartigen Belastung ist für eine hinreichend genaue Berechnung ein vollständiges dreidimensionales Modell notwendig.

Das dreidimensionale Modell müsste erfassen:

- Die Anisotropie des Flächentragwerkes aus dem Aufbau des Brettlagenholzes (Aufbau: Ausrichtung der Brettlagen, Anzahl und Abmessungen der "Bretter" in einer Brettlage)
- Für die "Bretter" ein dreidimensionales anisotropes Werkstoffgesetz, unter Berücksichtigung eines zylindrischen Koordinatensystems
- Die einzelnen "Bretter" in Ihren Abmessungen
- Die Abstände der "Bretter" untereinander, in Richtung Y` und Z´
- Den breitseitigen Verbund der Brettlagen, starr oder nachgiebig
- Bei nachgiebigem Verbund ein nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel

Dieser theoretisch und wissenschaftlich interessanten Lösung steht der Aufwand der Datenerfassung, des Speicherbedarfes, der Rechenzeit und bis heute fehlender, gesicherter Werkstoffkennwerte entgegen, sodass in der vorliegenden Arbeit ingenieurmäßige Näherungslösungen gezeigt und deren Vor- und Nachteile diskutiert und dargestellt werden. Ziel der Arbeit sind zudem solche ingenieurmäßigen Näherungslösungen zu zeigen, die auf numerische Lösungen zurückgreifen, die bereits in gängigen FE-Programmen implementiert sind, um somit unmittelbar die Möglichkeit der Anwendung der vorgestellten ingenieurmäßigen Näherungslösungen zu ermöglichen. Daraus folgernd wurde der Gedanke nicht verfolgt, eine spezifische numerische Lösung für das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz zu erarbeiten, d.h. ein neues FE-Element.

Einen entscheidenden Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz hat die Steifigkeit- und Festigkeit der Hirnfläche des einzelnen "Brettes". Bei Brettlagenholz mit starrem Verbund, aber auch bei Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund, sind vor allem die durch die plattenartige Beanspruchung hervorgerufenen Schubbeanspruchungen entscheidend für das gesamte Tragund Verformungsverhalten des Brettlagenholzes. Die Schubbeanspruchung der Hirnfläche wird mit Rollschub bezeichnet. Untersuchungen zu diesem Thema wurden von Kreuzinger [46, 47], Kreuzinger/Scholz [49], Blass/Görlacher [6] und Aicher/Dill-Langer [1] durchgeführt, veröffentlicht und auf deren Erkenntnisse wird in der vorliegenden Arbeit aufgebaut. In Verbindung mit der Schubbeanspruchung der Hirnfläche ist durch die Anisotropie des Werkstoffes eine sehr niedrige Torsionssteifigkeit in Längsrichtung des einzelnen "Brettes" vorhanden, wie Ewald/Lischke [15] zeigt und dies führt zusammen mit der schmalseitig fehlenden Verbindung der "Bretter" zu einer insgesamt drillweichen Brettlage. Der Rollschub der "Bretter" und die niedrige Torsionssteifigkeit der Brettlage sind bezüglich des Trag- und Verformungsverhaltens von Brettlagenholz in den ingenieurmäßigen Näherungslösungen zu berücksichtigen. Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel in den ingenieurmäßigen Näherungslösungen zu berücksichtigen.

Neben denen in der vorliegenden Arbeit aufgezeigten ingenieurmäßigen Näherungslösungen wird mit dem Schubanalogieverfahren nach Kreuzinger [46,47,48,49], das in DIN 1052: 2004-08 [N5] Eingang gefunden hat, ein weiteres Berechnungsmodell angesprochen, das bei ebenen Flächentragwerken mit starr oder nachgiebig verbundenen Schichten anwendbar ist. Dieses Berechnungsmodell gilt jedoch nur für den Sonderfall von Brettlagenholz mit einer ebenen Fläche, mit symmetrischem Aufbau zur Mittelfläche bei orthogonaler Ausrichtung der Brettlagen. Ob Platten und Scheiben aus Brettlagenholz mit Öffnungen mit diesem Berechnungsmodell berechnet werden können, ist bislang nicht nachgewiesen worden. Auch wird in diesem Verfahren nicht erfasst, dass für die "Bretter" ein dreidimensionales anisotropes Werkstoffgesetz, unter Berücksichtigung eines zylindrischen Koordinatensystems, die einzelnen "Bretter" in Ihren Abmessungen, die Abstände der "Bretter" untereinander in Richtung Y`, und bei nachgiebigem Verbund ein nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel anzusetzen ist.

Für plattenartige Beanspruchungen kann ein zur Mittelfläche unsymmetrischer Aufbau zweckmäßig sein. Dies gilt für Brettlagenholz unabhängig vom breitseitigen Verbund, wie an folgendem Beispiel eines Plattenstreifens verdeutlicht wird. In S1.2.-02 sind zwei Fälle eines möglichen Aufbaues eines Plattenstreifen, Fall A (0,90,0) und Fall B (90,0,0), aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz abgebildet.



S1.2.-02: Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz, Fall A (0,90,0) und Fall B (90,0,0)

Durch die Gleichflächenlast q wird im Fall A im Plattenstreifen in der Brettlage 2 eine Schubbeanspruchung hervorgerufen, zuzüglich zu den Verschiebungen der Brettlagen zueinander bei nachgiebigem Verbund. Durch die Anisotropie des Holzes ist die durch die Schubbeanspruchung verursachte Schubdeformation der Brettlage 2 besonders groß. Grund für die große Schubdeformation ist die geringe Schubsteifigkeit der Hirnfläche des Holzes, d.h. der geringe Rollschubmodul. Die Schubdeformationen sind bei baupraktisch üblichen Belastungen so erheblich, das stark vereinfacht ausgedrückt die Brettlage 1 und Brettlage 3 annähernd, wie zwei Brettlagen ohne Verbund tragen. Nur die Eigenträgheitsmomente tragen zur Biegesteifigkeit des Plattenstreifens bei, während die Steineranteile annähernd gleich Null sind, wie Berechnungen unter Variation der Annahmen zum Rollschub und der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel gezeigt haben. Dieses Ergebnis der Voruntersuchung wird in der vorliegenden Arbeit für Brettlagenholz mit starrem Verbund und für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund durch experimentelle Untersuchungen bestätigt. Für Brettlagenholz mit starrem Verbund wird zudem gezeigt, dass auch das Verhältnis Höhe h zur Breite b der "Bretter" der Brettlage 2 einen Einfluss auf die Schubdeformation hat. Im Fall B hingegen sind die Schubdeformationen kleiner, weil die Schubsteifigkeit in der Brettlage 2 deutlich größer ist als in Fall A in Brettlage 2. Im Fall B sind für den nachgiebigen Verbund die Verschiebungen der nachgiebigen stiftförmigen Verbindungsmittel für das Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens entscheidend. Im Fall B beeinflussen neben den Eigenträgheitsmomenten auch die Steineranteile die Biegesteifigkeit des Plattenstreifens. Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist als weitere Möglichkeit der Fall B interessant, weil die Brettlage 2 und Brettlage 3 bereits im Werk miteinander verleimt werden können und somit eine noch deutlich größere Biegesteifigkeit erreicht wird. Dies zeigt die Einschränkung des Berechnungsmodells gemäß DIN 1052: 2004-08 [N5], bezogen auf Brettlagenholz, den bei diesem Berechnungsmodell könnte Fall B nicht berechnet werden.

Unter Anwendung der in der vorliegenden Arbeit aufgezeigten ingenieurmäßigen Näherungslösungen für Brettlagenholz mit starrem Verbund und für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter plattenartiger Belastung ergeben sich aus Sicht der Holz- und Holzwerkstoffindustrie neue Anwendungsmöglichkeiten im Wohnhausbau für Deckenkonstruktionen, im Hallenbau für schalenförmige Holzdächer und im Holzbrückenbau für den Gehweg und die Fahrbahn. Denkbar wäre auch die Weiterentwicklung von Holzbausystemen aus Brettlagenholz, z.B. im Werk vorgefertigte Elemente wie Wandscheiben mit Öffnungen, Deckenscheiben mit Öffnungen, rippenverstärkte Flächentragwerke und Schalenelemente. Damit wird mit den hier gezeigten ingenieurmäßigen Näherungslösungen ein neuer, zukunftsorientierter Markt im Bauwesen erschlossen.

Ziel der ingenieurmäßigen Näherungslösungen ist zum Ersten die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter plattenartiger Belastung. Zum Zweiten ein Berechnungsmodell unter Verwendung von Schalen- und Federelementen, das auf Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter plattenartiger Belastung anwendbar ist. Mit beiden ingenieurmäßigen Näherungslösungen ist das Trag- und Verformungsverhalten sowohl für Brettlagenholz mit zur Mittelfläche symmetrischen als auch unsymmetrischen Aufbau erfaßbar, unter Berücksichtigung frei wählbarer Abmessungen der "Bretter" und Ausrichtung der Brettlagen. Öffnungen können ebenfalls berücksichtigt werden wie auch beliebige Krümmungen der Flächentragwerke. Die ingenieurmäßige Näherungslösung für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund erfasst das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel, ausreichender Speicherbedarf vorausgesetzt. Die Spannungen und Verformungen für beide ingenieurmäßigen Näherungslösungen werden mit dem FE-Programm MSC/NASTRAN 2001 [38, 52, 53] berechnet. Die Ergebnisse werden mit Konvergenz- und Plausibilitätskontrollen überprüft.

2. Holz und Verbindungen

2.1. Holz aus Sicht der Holzforschung

Abschnitt 2.1. dient einer kritischen Sichtung der in der Literatur angegebenen Werkstoffkennwerte für Holz und soll verdeutlichen, dass alle Berechnungsergebnisse mit diesen Werkstoffkennwerten nur eine vereinfachte Näherungslösung sein können. Um überhaupt Berechnungen durchführen zu können, müssen Werkstoffkennwerte eingeführt werden, wenngleich große Streuungen und örtliche Abweichungen auftreten können.

Zur Beschreibung und Beurteilung des Werkstoffes Holz ist eine systematische Untersuchung der Struktur des Holzes und der daraus resultierenden Werkstoffkennwerte notwendig. Dies wird durch die Holzforschung gewährleistet, die sich in Anlehnung an die klassischen Naturwissenschaften nach König [42] stark vereinfacht in die drei Teilbereiche Holzbiologie, Holzchemie und Holzphysik gliedert. Heute ist zu diesen Forschungsgebieten die Ökonomie und Ökologie hinzugekommen [81]. Im Folgenden wird der Bereich der Holzphysik betrachtet. In der Holzphysik werden die physikalischen Werkstoffkennwerte des Holzes analysiert und beschrieben. Die physikalischen Werkstoffkennwerte von Holz sind durch die Makrostruktur des Holzes bedingt. Holz ist ein anisotroper Werkstoff, zu dessen Beschreibung für die physikalischen Werkstoffkennwerte verschiedene Koordinatensysteme in Abhängigkeit der betrachteten Abmessungen des Holzes zu verwenden sind, wie in S2.1.-01 verdeutlicht wird.



S2.1.-01: verschiedene Koordinatensysteme zur Beschreibung der physikalischen Werkstoffkennwerte in Abhängigkeit der betrachteten Abmessungen des Holzes ("x", "y", "z" nach Hörig [33,34])

Holz ist der elementare Bestandteil des Baumes. Der Baum ist eine Pflanze, die dem Lebenszyklus des Entstehens, Wachstums und Verfallens unterliegt. Während des Wachstums des Baumes wird das Holz gebildet. Zur Beschreibung der physikalischen Werkstoffkennwerte unter Berücksichtigung des gesamten Baumes ist ein kegelförmiges Koordinatensystem notwendig. Die Längsachse L des kegelförmigen Koordinatensystems stimmt mit der Längsachse L des Baumes überein. Der Ursprung des kegelförmigen Koordinatensystems wird als Markröhre bezeichnet. Senkrecht zur Längsachse L ist die radiale Richtung R. Während des Wachstums des Baumes wird innerhalb eines Jahres in radialer Richtung R ein Jahrring gebildet. Ein Jahrring besteht aus Früh- und Spätholz. Senkrecht zur radialen Richtung ist die tangentiale Richtung T. Das ältere und überwiegend abgestorbene Holz wird im Zentralbereich des Baumes als Kernholz bezeichnet, im Gegensatz zum lebendigen Splintholz im äußeren Bereich des Baumes. Der Anteil von Kern- und Splintholz über den Querschnitt betrachtet ist je nach Baumart sehr unterschiedlich. Die Oberfläche des Baumes wird gebildet durch das Kambium und die Rinde. Das Kambium ist die Lebensschicht, in der alle Wachstumsprozesse ablaufen, und wird durch die Rinde geschützt. Die Rinde besteht aus dem lebendigen Bast und der abgestorbenen Borke. Das kegelförmige Koordinatensystem des Baumes ist aber bezüglich der Änderung des Durchmessers des Baumstammes in Längsachse L unterschiedlich stark ausgeprägt und kann mit den Begriffen Baumstamm und Baumkrone in zwei Bereiche unterteilt werden. Über die Längsachse L betrachtet ist in der Baumkrone die Änderung des Durchmessers des Baumstammes stärker als im Baumstamm. In der Baumkrone sind zudem viele Äste und Verzweigungen vorhanden, sodass für den baupraktischen Bereich vorrangig nur der Baumstamm von Bedeutung ist. Die Änderung des Durchmessers des Baumstammes über die Längsachse L wird als "Abholzigkeit" bezeichnet. Der Baumstamm hat meist deutlich kleinere Änderungen des Durchmessers, wodurch unter vereinfachenden Annahmen das kegelförmige Koordinatensystem in ein zylindrisches Koordinatensystem überführt werden kann. Für den Baumstamm können die physikalischen Werkstoffkennwerte in einem zylindrischen Koordinatensystem beschrieben werden. Alle Achsen des zylindrischen Koordinatensystems stimmen mit den Achsen des kegelförmigen Koordinatensystems überein, ebenfalls stimmt der Ursprung überein. Für die Herstellung von Brettlagenholz werden aus dem Baumstamm "Bretter" gesägt.

Zur vollständigen Beschreibung der physikalischen Werkstoffkennwerte wäre für die "Bretter" die Verwendung eines zylindrischen Koordinatensystems unter Festlegung des Ursprungs notwendig, was aus baupraktischen Erwägungen als "unmöglich" bezeichnet werden muss. Stattdessen wird im Ingenieurholzbau durch eine vereinfachende Annahme ein kartesisches Koordinatensystem zur Beschreibung der physikalischen Werkstoffkennwerte angewendet. Die vereinfachende Annahme betrifft die physikalischen Werkstoffkennwerte in radialer Richtung R und tangentialer Richtung T, die als miteinander vertauschbar angesehen werden. Durch diese vereinfachende Annahme ist die Bestimmung des Ursprungs des zylindrischen Koordinatensystems nicht mehr notwendig. Dennoch ist das Gleichsetzen der physikalischen Werkstoffkennwerte bei bestimmten Beanspruchungen bedenklich – Quellen und Schwinden in radialer und tangentialer Richtung, aber vor allem bei Schubbeanspruchung. Nach Hörig wird die Längsachse L mit "y" bezeichnet, nach DIN 1080 [N1] mit x, DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] mit II (parallel zur Faserrichtung) und nach DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] mit 0. Unter Berücksichtigung der rechten Handregel des kartesischen Koordinatensystems sind die Bezeichnungen der weiteren Achsen nach Hörig [33,34] und DIN 1080 [N1] zuzuordnen. Als Besonderheit werden in der DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] die weiteren Achsen mit ± (senkrecht zur Faserrichtung) bezeichnet. Anzumerken bleibt, dass die unterschiedliche Bezeichnungsweise der Koordinatenachsen zwischen Hörig und DIN 1080 z.T. nicht unmittelbar nachvollziehbar ist, wie bereits Kollmann [41] feststellt, und zu Verwechselungen führen kann. Auf Grund der physikalischen Werkstoffkennwerte von Holz ist die Festlegung von "z" in radialer Richtung R eine sinnvolle Annahme, aber die daraus resultierende Festlegung von "y" in Längsachse L ein Widerspruch zur Festlegung der x-Achse für stabförmige Bauteile nach DIN 1080 [N1]. Dieser Widerspruch kann eine mögliche Fehlerquelle sein. Im Folgenden wird bei Verwendung der Bezeichnung der Koordinatenachsen von Hörig [33,34] diese Bezeichnung in Anführungszeichen gesetzt im Gegensatz zur Bezeichnung nach DIN 1080 [N1]. Weitere Erläuterungen siehe [33,34,41]. Wird nur ein kleiner Abschnitt des Baumstammes, z.B. ein kleiner Würfel, betrachtet, so kann die Vereinfachung getroffen werden, dass die physikalischen Werkstoffkennwerte mit einem kartesischen Koordinatensystem zutreffend zu beschreiben sind. Die Definition der Makrostruktur – L, R, T - steht im Einklang mit der im Holzbau üblichen Definition nach Kollmann [41], die auf Strasburger [80] zurück zuführen ist. Neben den Achsen des Koordinatensystems werden die von je zwei Achsen aufgespannten Ebenen in der Holzphysik wie folgt bezeichnet: Die Ebene, die durch die Achsen R und T aufgespannt wird, heißt Hirnfläche (im Ingenieurholzbau Querschnitt), durch die Achsen R und L heißt Radialfläche bzw. Riftschnitt (im Ingenieurholzbau Radialschnitt) und durch die Achsen L und T heißt Tangentialfläche bzw. Fladerschnitt (im Ingenieurholzbau Tangentialschnitt).

Der Baum reagiert auf veränderte Umweltbedingungen durch verändertes Wachstum des Holzes, d.h. Holz mit veränderten physikalischen Werkstoffkennwerten. Unter Umweltbedingungen wird z.B. die Versorgung mit Nährstoffen und Wasser verstanden, aber auch die Belastung durch Wind, Blitzschlag, Verletzung der Rinde und des Kambiums usw. Nach Knuchel [40] entstehen durch die veränderten Umweltbedingungen so genannte Holzfehler. Holzfehler sind alle Abweichungen von der normalen Struktur, Textur und Farbe von Holz, die den Gebrauchswert des Holzes beeinträchtigen. Für den Ingenieurholzbau ergeben sich somit folgende typische Holzfehler: Gabelwuchs, unregelmäßig breite Jahrringe, exzentrischer Wuchs, Drehwuchs, Frostrisse, Blitzschäden, Äste usw. Der häufigste Holzfehler im Ingenieurholzbau sind Äste, sodass die Anzahl, die Durchmesser und die Lage von Ästen in einem Holzkörper zur Klassifizierung von Bauschnittholz nach DIN 4074 [N7] und für Schnittholz allgemein nach DIN 68256 [N8] mit herangezogen wird.

Durch das ständig veränderte Wachstum des Baumes entsteht zudem ein Werkstoff, der selbst innerhalb eines Holzkörpers unterschiedliche physikalische Werkstoffkennwerte hat. Diese unterschiedlichen physikalischen Werkstoffkennwerte in einem Holzkörper können am Beispiel der Dichte für Holz verdeutlicht werden. Die Dichte ρ bestimmt sich nach Gl.2.1.-01.

$$\rho = \frac{m}{V} \tag{GI.2.1.-01}$$

-> ρ ist die Dichte
-> m ist die Masse

-> V ist das Volumen

Holz ist ein poriger Werkstoff, sodass zwischen der Rohdichte (früher Raumgewicht) und der Reindichte (früher spezifisches Gewicht) unterschieden wird. Die Rohdichte beinhaltet bei der Bestimmung des Volumens die Holzfasern, bestehend aus den Zellwänden, als auch den Porenraum, bestehend aus den Hohlräumen. Die Reindichte beinhaltet bei der Bestimmung des Volumens die Zellwände und ist baupraktisch von untergeordneter Bedeutung. Die Rohdichte ist abhängig von der Holzart und zeigt je nach Lage innerhalb eines Holzkörpers große Unterschiede. In S2.1.-02 ist die Rohdichte eines Holzkörpers aus Rotbuche aus Kollmann [41] dargestellt und die daraus folgende Inhomogenität des Werkstoffes Holz unmittelbar ersichtlich.



S2.1.-02: Rohdichte in einem Holzkörper aus Rotbuche, aus Kollmann [41]

In S2.1.-02 ist mit dunkler Farbe eine Rohdichte von 0,79 [g/cm³] abgebildet und mit heller Farbe eine Rohdichte von 0,51 [g/cm³]. Diese Streuung hat zur Folge, dass eine höhere Anzahl von Versuchen zur Bestimmung von gesicherten physikalischen Werkstoffkennwerten notwendig ist, um quantitative Aussagen tätigen zu können. Nach DIN EN 384 [N10] sind zur Bestimmung von charakteristischen Werkstoffkennwerten aus Holz eine Anzahl von 40 Versuchen notwendig. Als Folge daraus ist sofort verständlich, dass die Werkstoffkennwerte in der Literatur nur als eine Näherung verstanden werden können und somit die Berechnungsergebnisse mit diesen Werkstoffkennwerten nur eine vereinfachende Näherungslösung sein können. Diese große Streuung der Werkstoffkennwerte kann mit zwei unterschiedlichen Ansätzen in einem Berechnungsmodell berücksichtigt werden. Zum Ersten kann durch eine strengere und mit kleinerer Güteklassenbreite neue Klassifizierung des Holzes, als bisher üblich, erfolgen. Die DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] und DIN V ENV 1995 [N6] un-

terscheiden für Nadelholz aus Vollholz 5 Festigkeitsklassen. Die DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] unterscheidet zwar ebenfalls nur 5 Festigkeitsklassen, aber die Einteilung der Festigkeitsklassen wird nach DIN EN 338 [N9] durchgeführt, die bereits 12 Festigkeitsklassen auf europäischer Ebene für Nadelholz aus Vollholz kennt. Diese Erhöhung der Anzahl der Festigkeitsklassen könnte jedoch dazu führen, dass ein größerer Teil des Holzes, der mittleren und unteren Festigkeitsklassen, ungünstigere Absatzbedingungen auf dem Baustoffmarkt hätte. Zum Zweiten kann die bisherige Einteilung der Festigkeitsklassen beibehalten werden, doch muss daraus resultierend das Sicherheitsniveau mit dem jetzigen globalen Sicherheitsbeiwert im Ingenieurholzbau beibehalten werden.

2.2. Holz aus Sicht des Ingenieurholzbaues

Holz ist ein anisotroper Werkstoff. Zu dieser Feststellung kommt bereits Hörig [33,34], der aufbauend auf der Kristallphysik nach Voigt [86] die rhombische anisotrope Elastizität von Kristallen auf den Werkstoff Holz überträgt und dies als hinreichend genau beschreibt. Kennzeichnend für die rhombische Anisotropie sind drei senkrecht aufeinander stehende Hauptachsen. Die heute immer noch übliche Bezeichnung der drei Hauptachsen im Ingenieurholzbau geht auf Hörig [33,34] zurück. Kollmann stellt in [41] fest, dass der Werkstoff Holz sowohl ein elastisches als auch visko-plastisches Formänderungsverhalten hat. In Abhängigkeit der Belastungsrichtung sind die unterschiedlichen Bestandteile des Holzes Zellulose und Lignin dafür verantwortlich. Abschließend kommt Kollmann zu dem Schluss, dass das linear elastische Werkstoffverhalten von Holz unter der Bedingung hinreichend kleiner Beanspruchungen gerechtfertigt ist. Diese Vereinfachung bestätigt Neuhaus [63] und wird in Deutschland wie auch in anderen Ländern, z.B. in den Vereinigten Staaten von Amerika [90], angewendet. Im Folgenden wird für Holz die Annahme getroffen, dass nur hinreichend kleine Beanspruchungen vorhanden sind, die zu einem linear elastischen Werkstoffverhalten von Holz führen. Eine längerfristige und/ oder größere Beanspruchung führt zu unzulässigen Verformungen einer Konstruktion. Eine Zusammenfassung neuerer Erkenntnisse über den Werkstoff Holz für den Bereich des Ingenieurholzbaues gibt Neuhaus [63], Niemz [65], Halász/Scheer [25] und Eberhardsteiner [13], die jedoch alle auf Kollmann [41] verweisen. Weitere Angaben zu Arbeiten können auch aus den Dissertationen von Lischke [55] und Bosl [7] entnommen werden.

Im allgemeinen Falle einer Anisotropie für linear elastisches Werkstoffverhalten gilt das verallgemeinerte Hookesche Gesetz, auch als Elastizitätsgesetz bezeichnet, das besagt, dass der Verzerrungsvektor [ε] gleich dem Produkt der Nachgiebigkeitsmatrix [s] mit dem Spannungsvektor [σ] ist, gemäß Gl.2.2.-01:

$$[\varepsilon] = [s] * [\sigma]$$
 (GI.2.2.-01)

-> [ɛ] ist der Verzerrungsvektor

-> [s] ist die Nachgiebigkeitsmatrix

-> [σ] ist der Spannungsvektor

In GI.2.2.-01 besteht der Verzerrungsvektor [ϵ] aus 6 Verzerrungen ($\epsilon_{i,\gamma_{ij}}$), der Spannungsvektor [σ] aus 6 Spannungen ($\sigma_{i,\tau_{ij}}$) und die Nachgiebigkeitsmatrix [s] für die allgemeine Anisotropie aus 36 Elastizitätszahlen (s_{ij}). Die Nachgiebigkeitsmatrix [s] besteht in der rhombischen Anisotropie aus 12 Elastizitätszahlen, die durch die Symmetriebedingung aus 9 verschiedenen Elastizitätszahlen besteht. Durch die Annahme der rhombischen Anisotropie kann das Elastizitätsgesetz gemäß GI.2.2.-01 zum Elastizitätsgesetz gemäß GI.2.2.-02 vereinfacht werden:

$$\begin{vmatrix} \boldsymbol{\mathcal{E}}_{x} \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{y} \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{z} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xx} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} & 0 & 0 & 0 \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} & 0 & 0 & 0 \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & s_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & s_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & s_{56} \end{bmatrix} \ast \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\sigma}_{z} \\ \boldsymbol{\tau}_{yz} \\ \boldsymbol{\tau}_{zx} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{bmatrix}$$
 (GI.2.2.-02)

-> ε_x , ε_y , ε_z sind Dehnungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx, yxy sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> s₁₁, s₁₂, s₁₃, s₂₁, s₂₂, s₂₃, s₃₁, s₃₂, s₃₃, s₄₄, s₅₅, s₆₆ sind Elastizitätszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

 $-> \sigma_x$, σ_y , σ_z sind Normalspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> tyz, tzx, txy sind Schubspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Kollmann gibt in [41] einen umfassenden Überblick über die Ergebnisse einer Vielzahl von Arbeiten zur Bestimmung der Elastizitätszahlen von Holz, die bis heute im Bereich des Ingenieurholzbaues als Grundlage zu betrachten sind. Unter Beachtung der bisher gewonnenen Erkenntnisse und getroffenen Annahmen kann somit mit GI.2.2.-02 das linear elastische Werkstoffverhalten von Holz beschrieben werden. Ob diese Annahme hinreichend genau für den Werkstoff Holz ist, kann in eingehenden Diskussionen in den Arbeiten von Heimeshoff [30], Keylwerth [37], Krabbe [44], Neuhaus [63] und Wommelsdorf [89] nachgelesen werden.

Nach Neuhaus [63] ist im Ingenieurholzbau die Verwendung der Elastizitätszahlen in der Nachgiebigkeitsmatrix [s] unüblich, stattdessen wird mit den reziproken Werten der Elastizitätszahlen gearbeitet. In Gl.2.2.-03 ist die Nachgiebigkeitsmatrix [s] des Elastizitätsgesetzes gemäß Gl.2.2.-02 mit den im Ingenieurholzbau üblichen Elastizitätsmoduln, Schubmoduln und Querkontraktionszahlen dargestellt. Weitere Ausführungen siehe Lischke [55] und Bosl [7].

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{y} \\ \varepsilon_{z} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{xx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{x}} - \frac{V_{xy}}{E_{y}} - \frac{V_{xz}}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{V_{yx}}{E_{x}} - \frac{1}{E_{y}} - \frac{V_{yz}}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{V_{zx}}{E_{x}} - \frac{V_{zy}}{E_{y}} & \frac{1}{E_{z}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{yz}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{zx}} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \sigma_{z} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}$$
(GI.2.2.-03)

-> $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ sind Dehnungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx, yxy sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> Ex, Ey, Ez sind Elastizitätsmoduln mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> Gyz, Gzx, Gxy sind Schubmoduln mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> σ_x , σ_y , σ_z sind Normalspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{xy} sind Schubspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> v_{xy}, v_{xz}, v_{yx}, v_{yz}, v_{zx}, v_{zy} sind Querkontraktionszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Die Elastizitätsmoduln, Schubmoduln und Querkontraktionszahlen sind im Ingenieurholzbau unterschiedlich gut erforscht. Bisher wird im Ingenieurholzbau überwiegend mit stabförmigen Bauteilen konstruiert. Für statisch bestimmt gelagerte stabförmige Bauteile mit der Annahme, dass Torsion durch Holz nicht aufgenommen werden kann und darf (siehe Ewald/Lischke [15]), sind die Elastizitätsmoduln E_x, E_y, E_z und die Schubmoduln G_{zx} und G_{xy} wichtig für das Trag- und Verformungsverhalten des stabförmigen Bauteiles und somit gut erforscht, wie z.B. in [29,41,63,65] beschrieben. Für flächige Bauteile sind im Ingenieurholzbau jedoch zudem der Schubmodul G_{yz} sowie die Querkontraktionszahlen v_{zx}, v_{yx}, v_{xy}, v_{zy}, v_{yz}, v_{xz} wichtig für das Trag- und Verformungsverhalten. Für Schubbeanspruchungen, die den Schubmodul G_{yz} aktivieren, wird der Begriff Rollschub verwendet. Im Folgenden wird der Schubmodul G_{yz} als Rollschubmodul bezeichnet. Die Notwendigkeit der Kenntnis über den Rollschubmodul G_{yz} findet sich auch in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] wieder. In [N5] wird neben dem Schubmodul G_{mean} auch der Rollschubmodul G_{R,mean} (Index R steht für Rollschub) erstmalig in einer Bemessungsnorm [N5] angegeben. Dabei ist nach [N5] für Nadelholz G_{R,mean} gemäß Gl.2.2.-04 zu ermitteln.

$$G_{R,mean} = 0,1*G_{mean}$$
 (GI.2.2.-04)

-> G_{R,mean} ist der Rollschubmodul nach [N5]

-> G_{mean} ist der Schubmodul nach [N5,N6]

GI.2.2.-04 zwischen G_{mean} und G_{R,mean} steht im Einklang mit der von Niemz in [65] zitierten Beziehung zwischen dem Rollschubmodul G_{yz} und Schubmodul G_{zx} für Nadelholz. Nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] ergeben sich somit folgende Rollschubmoduln G_{R,mean} für Nadelholz in Abhängigkeit der Festigkeitsklassen:

Festigkeitsklasse	S 7/MS 7	S 10/MS 10	S 13	MS 13	MS 17
G _{R,mean}	50 [N/mm²]	69 [N/mm²]	75 [N/mm²]	81 [N/mm²]	88 [N/mm²]

T2.2.-01: G_{R,mean} in Abhängigkeit der Festigkeitsklasse nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]

Durch die Notwendigkeit der Kenntnis über den Rollschubmodul für flächige Bauteile sind in jüngerer Vergangenheit verschiedene Arbeiten zum Thema Rollschubmodul erschienen. Kreuzinger/Scholz [49] empfiehlt für Nadelholz einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]. Görlacher [20] stellt auf Grund von 160 durchgeführten Versuchen an Nadelhölzern eine Beziehung zwischen Rohdichte und Rollschubmodul gemäß Gl.2.2.-05 auf:

-> y ist der Rollschubmodul in [N/mm²] nach [20]

-> x ist die Rohdichte in [g/cm³] nach [20]

GI.2.2.-05 ist die Ausgleichsgerade aus 160 aus Versuchen ermittelten Rollschubmoduln. Zusammenfassend kommt Görlacher zum Ergebnis, dass der Rollschubmodul zwischen 40 [N/mm²] und 80 [N/mm²] liegt. Schickhofer [73] empfiehlt einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]. Differenzierter stellt Neuhaus [63] einen mittleren Rollschubmodul für Fichte von 40 [N/mm²] und für Kiefer von 70 [N/mm²] fest. Diese differenzierte Betrachtung der Rollschubmoduln von Neuhaus in Abhängigkeit von der Holzart bestätigt Niemz [65].

Bei den bisherigen angegebenen Rollschubmoduln fehlt die Angabe über die Jahrringneigung. Der Rollschubmodul ist für den Werkstoff Holz nur unter Berücksichtigung eines zylindrischen Koordinatensystems ein konstanter Wert. Bezogen auf rechteckige Querschnittsformen von "Brettern" und der Vereinfachung des zylindrischen Koordinatensystems auf ein kartesisches Koordinatensystem, was im Ingenieurholzbau üblich ist, ist der Rollschubmodul des "Brettes" von der Jahrringneigung innerhalb des "Brettes" abhängig, wie in einer ersten rechnerischen Untersuchung von Aicher/Dill-Langer [1] festgestellt wurde. Zum Einfluss der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul eines einzelnen "Brettes" wurde von Aicher/Dill-Langer [1] eine Untersuchung mit dem in S2.2.-01 abgebildeten FE Modell durchgeführt. Aicher/Dill-Langer [1] verwenden zur Untersuchung ein zylindrisches Koordinatensystem zur Beschreibung der Jahrringneigung. Aicher/Dill-Langer [1] bestimmen für 6 unterschiedliche Jahrringneigungen den Rollschubmodul des "Brettes".



S2.2.-01: FE Modell von Aicher/Dill-Langer [1] zur Untersuchung des Einflusses der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul, nach [N1]

Diese Untersuchung ist auf das "Brett" von Brettlagenholz nicht anwendbar, weil das FE Modell von Aicher/Dill-Langer [1] an der oberen Seite nur einen Teil der benachbarten Brettlage abgebildet hat und dieser Teil der benachbarten Brettlage eine freie Verdrehung zulässt. Für Brettlagenholz wird die freie Verdrehung durch die Biegesteifigkeit der benachbarten Brettlage verhindert. Somit wird im Folgenden der Einfluss der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul mit einem neuen FE Modell untersucht. Das neue FE Modell ist in S2.2.-02 abgebildet.



der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul

Mit dem neuen FE Modell in S2.2.-02 wird der Rollschubmodul unter Berücksichtigung verschiedener Jahrringneigungen für ein "Brett" mit dem Verhältnis h/b = 0,20, ermittelt. Die Annahmen sind in Anlage A3 dargestellt. Durch eine systematische Veränderung der Jahrringneigungen kann der Rollschubmodul für das "Brett" bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm] für jede Stelle innerhalb des Baumstammes angegeben werden. Die auf diese Weise ermittelten Rollschubmoduln sind in D2.2.-01 verteilt über den Baumstamm dargestellt. Der Bereich, indem die Markröhre im "Brett" liegt, wurde nicht untersucht und ist deshalb in D2.2.-01 weiß dargestellt. Die Querkontraktionszahlen sind für diese Untersuchung zu Null gesetzt worden, weil bisher keine befriedigenden Erkenntnisse über Querkontraktionszahlen vorliegen.



D2.2.-01: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,20 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]

Aus D2.2.-01 ist erkennbar, dass die Jahrringneigung einen entscheidenden Einfluss auf den Rollschubmodul des "Brettes" hat. Am geringsten ist der Rollschubmodul in horizontaler und vertikaler Richtung innerhalb des Baumstammes in den Schwerachsen, d.h. bei einer parallelen Orientierung der Jahrringe bezüglich der Brettkanten des "Brettes". Hier liegen die Rollschubmoduln zwischen 45 [N/mm²] und 80 [N/mm²]. Am Größten ist der Rollschubmodul bei einer diagonalen Orientierung der Jahrringe bezüglich der Brettkanten des "Brettes". Hier liegen die Rollschubmoduln zwischen 80 [N/mm²] und 345 [N/mm²]. Zudem wird der Rollschubmodul in vertikaler und horizontaler Richtung vom Mark des Baumes nach außen hin kleiner, hingegen der Rollschubmodul in diagonaler Richtung vom Mark des Baumes nach außen hin größer. Diese Untersuchung zeigt deutlich den Einfluss der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul des "Brettes". Diese Untersuchung mit einem FE Modell gemäß S2.2.-02 ist bisher nicht durch Experimente überprüft worden. Diese experimentelle Uberprüfung scheint notwendig. Die Ergebnisse der vorliegenden FE Untersuchung stimmen qualitativ mit den Ergebnissen von Aicher/Dill-Langer [1] überein.

Des weiteren sind bezogen auf den Rollschubmodul die Abmessungen der "Bretter" bei der Ermittlung von physikalischen Werkstoffkennwerten für die Brettlagen zu berücksichtigen. Weitere Erläuterungen zu diesem Einfluss siehe Abschnitt 4. Zusammenfassend ist feststellbar, dass zum Thema Rollschubmodul noch Forschungsbedarf besteht, weil zwischen den in verschiedenen Arbeiten und den in DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] angegebenen Rollschubmoduln beachtliche Unterschiede vorhanden sind. Zudem fehlen weitere durch experimentelle Untersuchungen gewonnene und bestätigte Erkenntnisse zum Einfluss der Rohdichte bzw. der Holzfeuchte und der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul unter Berücksichtigung weiterer Holzarten.

Zur Querkontraktionszahl sind in der DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] keine Angaben enthalten. Bisher üblich ist im Ingenieurholzbau die Vernachlässigung der Querkontraktionszahl, d.h. in den Berechnungen werden die Querkontraktionszahlen zu Null gesetzt. Die Schwierigkeit bezüglich der Bestimmung und damit der Festlegung der Querkontraktionszahlen für Holz ist in vielen Arbeiten wie z.B. in [8,33,76,29,89,62] bereits beschrieben worden, sodass auf diese Arbeiten verwiesen wird. Zur Verdeutlichung dieser Schwierigkeit wird aus den Arbeiten von Carrington/Hörig [8,33], Stamer [76], Hearman [29], Wommelsdorf [89], Neuhaus [62], deren Untersuchung sich auf Fichte beschränken, die ermittelte Querkontraktionszahl v_{zx} hier neu bezüglich der Holzfeuchte ausgewertet. Für diese Auswertung wird die Annahme getroffen, dass die Dichte des Holzes Fichte in allen Arbeiten gleich ist. Die Querkontraktionszahlen und die Zusammenhänge zwischen den Elastizitätszahlen und den Querkontraktionszahlen sind von Lischke [55] und Bosl [7] erläutert worden und werden hier in GI.2.2.-06 bis GI.2.2.-11 zusammenfassend wiedergegeben.

$v_{TL} = v_{xy'} = v_{zx} = -s_{12'} / s_{22'} = -s_{31} / s_{11}$	(Gl.2.206)
$v_{RL} = v_{zy'} = v_{yx} = -s_{32''} / s_{22''} = -s_{21} / s_{11}$	(Gl.2.207)
$v_{LR} = v_{yz'} = v_{xy} = -s_{23'} / s_{33'} = -s_{12} / s_{22}$	(Gl.2.208)
$v_{\text{TR}} = v_{xx^{"}} = v_{zy} = -s_{"13"} / s_{"33"} = -s_{32} / s_{22}$	(Gl.2.209)
$v_{\text{RT}} = v_{zx^{*}} = v_{yz} = -s_{31^{*}} / s_{11^{*}} = -s_{23} / s_{33}$	(Gl.2.210)
$v_{LT} = v_{yx} = v_{xz} = -S_{21} / S_{11} = -S_{13} / S_{33}$	(GI.2.211)

-> v_{xy} , v_{xz} , v_{yx} , v_{yz} , v_{zx} , v_{zy} sind Querkontraktionszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> v_{TL}, v_{RL}, v_{LR}, v_{TR}, v_{RT}, v_{LT} sind Querkontraktionszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach Kollmann [41]

-> v_{*xy}, v_{*xz}, v_{*yx}, v_{*yx}, v_{*yx}, v_{*zx}, v_{*zy} sind Querkontraktionszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach Hörig [33,34]

-> s₁₁, s₁₂, s₁₃, s₂₁, s₂₂, s₂₃, s₃₁, s₃₂, s₃₃, s₄₄, s₅₅, s₆₆ sind Elastizitätszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> s^{*}11^{*}, s^{*}12^{*}, s^{*}21^{*}, s^{*}22^{*}, s^{*}23^{*}, s^{*}31^{*}, s^{*}32^{*}, s^{*}33^{*}, s^{*}44^{*}, s^{*}55^{*}, s^{*}66^{*} sind Elastizitätszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach Hörig [33,34]

In D2.2.-02 ist die Querkontraktionszahl $v_{zx} = -s_{*12^{*}} / s_{*22^{*}}$ aus den verschiedenen Arbeiten in Abhängigkeit der Holzfeuchte dargestellt. Wommelsdorf [89] und Neuhaus [62] haben sich speziell mit dem Einfluss der Holzfeuchte auf die Querkontraktionszahl beschäftigt, sodass aus deren Arbeiten die Querkontraktionszahl jeweils als Funktionsverlauf bezogen auf die Holzfeuchte dargestellt ist.



D2.2.-02: Querkontraktionszahl v_{zx} = - s^{-12^a} / s^{-22^a} in Abhängigkeit der Holzfeuchte für Fichte aus den Arbeiten von Carrington/Hörig [8,33], Stamer [76], Hearman [29], Wommelsdorf [89], Neuhaus [62]

Aus D2.2.-02 ist erkennbar, dass die in verschiedenen Arbeiten ermittelte Querkontraktionszahl v_{ZX} nicht übereinstimmt. Besonders auffällig ist, dass die Untersuchungen der Querkontraktionszahl v_{ZX} von Wommelsdorf [89] und Neuhaus [62], die sich speziell mit dem Einfluss der Holzfeuchte auf die Querkontraktionszahl beschäftigt haben, zu sehr unterschiedlichen Ergebnissen kommen. Somit zeigt D2.2.-02 deutlich die bis heute vorhandene Schwierigkeit bei der Bestimmung und Festlegung der Querkontraktionszahlen auf. Aus wissenschaftlicher Sicht ist dieses Ergebnis unbefriedigend und in Zukunft muss es durch weitere Forschung dem Ingenieurholzbau gelingen, die bisher vorhandenen Schwierigkeiten diesbezüglich zu überwinden und die zur Berechnung notwendigen Querkontraktionszahlen für den Ingenieurholzbau festlegen zu können.

Die Berücksichtigung der Querkontraktionszahlen v_{zx}, v_{yx}, v_{zy}, v_{zy}, v_{yz}, v_{xz} ist bei der Transformation von Werkstoffkennwerten wichtig, wie an folgendem einfachen Beispiel gezeigt werden kann. Für flächige Bauteile ist die Transformation von Werkstoffkennwerten häufiger notwendig als für stabförmige Bau-

teile, sodass bezogen auf Brettlagenholz die Transformation von Werkstoffkennwerten wichtig ist, siehe Lischke [55]. Untersucht wird im Folgenden der Einfluss der Querkontraktionszahlen auf die Transformation des Rollschubmoduls G_{yz} um den Winkel γ. Die Definition des Winkels γ entspricht der Definition nach Lischke [55]. Um die zuvor beschriebene Schwierigkeit bezüglich der Festlegung von allgemein anerkannten Querkontraktionszahlen zu umgehen, werden für dieses Beispiel alle Werkstoffkennwerte (Elastizitätsmoduln, Schubmoduln, Querkontraktionszahlen) nur aus einer Arbeit entnommen und verwendet. Grundlage für dieses Beispiel ist die Arbeit von Carrington /Hörig [8,33]. Die Festlegung für das Beispiel auf die Arbeit von Carrington/Hörig ist zufällig. Die Elastizitätsmoduln und die Schubmoduln sind in T2.2.-02 und die Querkontraktionszahlen in T2.2.-03 wiedergegeben. Carrington /Hörig [8,33] untersuchen die Holzart Fichte, die Holzfeuchte ist 12 %, die Rohdichte beträgt 0,41 [g/cm³].

	Ex	Ey	Ez	G _{xy}	Gyz	Gzx
Carrington/Hörig [8,33]	17040	826	645	637	35,8	870
	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]

T2.202: Elastizitätsmoduln und Schubmoduln nach	Carrington/Hörig	[8,33] in [N/I	mm²]
---	------------------	----------------	------

	ν_{zx}	ν_{yx}	ν_{xy}	Vzy	ν_{yz}	ν_{xz}
Carrington/Hörig [8,33]	0,57	0,37	0,02	0,43	0,33	0,02

T2.2.-03: Querkontraktionszahlen nach Carrington/Hörig [8,33]

Altenbach gibt in [3] die allgemeine Transformationsvorschrift für die Nachgiebigkeitsmatrix [s] an. Diese Transformationsvorschrift ist in Gl.2.2.-12 dargestellt. Sie entspricht der Transformationsvorschrift in Gleichung 2.22, auf Seite 30 in Lischke [55]. Die transformierten Steifigkeitsmatrix [s'] bestimmt sich gemäß Gl.2.2.-12 wie folgt:

$$[s] = [T^{\varepsilon}] * [s] * [(T^{\varepsilon})^{T}] = [T^{\varepsilon}] * [s] * [(T^{\sigma})^{-1}]$$
(GI.2.2.-12)

- -> [s'] ist die transformierte Nachgiebigkeitsmatrix
- -> $[T^{\varepsilon}]$, $[(T^{\varepsilon})^{T}] = [(T^{\sigma})^{-1}]$ sind Transformationsmatrizen gemäß [3,55] unter Berücksichtigung des Winkels γ
- -> [s] ist die Nachgiebigkeitsmatrix

Nach Auswertung von Gl.2.2.-12 ist in D2.2.-03 die Transformation des Rollschubmoduls G_{yz} um den Winkel γ zwischen 0° und 90° dargestellt. Die Transformation des Rollschubmoduls G_{yz} wird einmal mit den Werkstoffkennwerten nach T2.2.-02 und T2.2.-03 durchgeführt (blau) und einmal mit T2.2.-02 und der Festlegung aller Querkontraktionszahlen zu Null (grün). Die Transformation des Rollschubmoduls G_{yz} mit der Festlegung aller Querkontraktionszahlen zu Null ist bis heute im Ingenieurholzbau üblich.



D2.2.-03: Transformation des Rollschubmoduln G_{yz} um den Winkel γ (α =0, β =0) mit Querkontraktionszahlen gemäß T2.2.-03 (blau) und mit Querkontraktionszahlen = Null (grün)

Aus D2.2.-03 ist erkennbar, dass die Querkontraktionszahlen auf die Transformation des Rollschubmoduls G_{yz} um den Winkel γ einen deutlichen Einfluss haben. Am deutlichsten ist der Einfluss für den Bereich des Winkels γ zwischen 30° und 60° zu erkennen. Die Abweichung zwischen den Rollschubmoduln G_{yz} mit den Querkontraktionszahlen gemäß T2.2.-03 und den Rollschubmodul mit den Querkontraktionszahlen gleich Null beträgt für den Winkel $\gamma = 45^{\circ}$ ca. 39 %. Dies zeigt deutlich, dass die bisherige Vernachlässigung der Querkontraktionszahl im Ingenieurholzbau und die damit verbundene Festlegung zu Null zu Fehlern bezüglich der Transformation von Werkstoffkennwerten, wie hier dem Rollschubmodul G_{yz} führt. Somit zeigt dieses einfache Beispiel, dass diesbezüglich noch erheblicher Forschungsbedarf besteht, auch bezogen auf Brettlagenholz. Dem Verfasser war es trotz Auswertung verschiedener Arbeiten nicht möglich für Fichte zweckmäßige Querkontraktionszahlen zu bestimmen, sodass in dieser Arbeit ebenfalls die Querkontraktionszahlen zu Null gesetzt werden mussten. Dies bedeutet, dass die in der vorliegenden Arbeit eingesetzten Rollschubmoduln eher zu hoch als zu niedrig sind. Zusammenfassend besteht für die Querkontraktionszahlen noch Forschungsbedarf, wie z.B. bezüglich der Holzart, der Rohdichte und der Holzfeuchte. Diese Feststellung ist unbefriedigend, aber aus Sicht des Verfassers auf Grund fehlender Informationen nicht zu vermeiden.

Im Ingenieurholzbau werden zur vollständigen Beschreibung des Werkstoffes Holz 12 Werkstoffkennwerte E_x, E_y, E_z, G_{yz}, G_{zx}, G_{xy}, v_{zx}, v_{yx}, v_{zy}, v_{zy}, v_{yz}, v_{xz} benötigt. In den Bemessungsnormen für den Holzbau [N4,N5,N6] werden weitere Vereinfachungen vorgenommen, weil zum Ersten nicht alle Werkstoffkennwerte ausreichend gut erforscht sind und damit bekannt sind, wie zuvor gezeigt, und zum Zweiten die Unterscheidung zwischen tangentialer und radialer Richtung im baupraktischen Bereich als unmöglich bezeichnet werden muss. In den Bemessungsnormen für den Holzbau [N4,N5,N6] werden die Elastizitätsmoduln E_x, E_y, E_z auf die Elastizitätsmodul E_{II} und E_⊥ bzw. E₀ und E₉₀ reduziert. Hierbei stellt Neuhaus [63] fest, dass E_{II} = E_x und E_⊥ = E_z ist. Die drei Schubmoduln G_{yz}, G_{zx}, G_{xy} wurden bisher [N4,N6] auf einen Schubmodul G bzw. G_{mean} reduziert. Die Querkontraktionszahlen werden nicht berücksichtigt und zu Null gesetzt. Als Neuerung zu dieser bisherigen Vereinfachung bezüglich der Schubmoduln werden in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] die Schubmoduln G_{yz}, G_{zx}, G_{xy} auf zwei Schubmoduln G_{mean} und G_{R,mean} vereinfacht. Der Rollschubmodul G_{R,mean} nach [N5] ist jedoch für Fichte kritisch zu bewerten, weil in [N5] dieser größer als in anderen Arbeiten angegeben ist, wie gezeigt werden konnte. Darüber hinaus ist die unzureichende Torsions- bzw. Drillsteifigkeit von Holz, wie Ewald/Lischke in [15] feststellen, zu berücksichtigen.

2.3. Starrer Verbund aus Sicht des Ingenieurholzbaues

Aus Sicht des Ingenieurholzbaues ist Leim die einzige Möglichkeit für einen starren Verbund zwischen zwei Holzkörpern [63,70,69,25], d.h. auch zwischen zwei Brettlagen für Brettlagenholz. Leim wird im Ingenieurholzbau flächig angewendet und muss folgende Anforderungen erfüllen: zum Ersten muss der Leim in den Fugen zwischen den Hölzern eine Adhäsionsbindung herstellen und zum Zweiten muss der Leim die gleiche Festigkeit und Dauerhaftigkeit wie das Holz aufweisen, damit der Leim über die erwartete Lebensdauer des Bauteiles hinweg unverändert seine Werkstoffkennwerte behält. Die DIN EN 301 [N15] ist die eingeführte europäische Norm, die eine Klassifizierung von Leimen für die Verbindung von Holzkörpern vornimmt. Die Qualitätssicherung der Leimverbindungen erfolgt mit der Prüfnorm DIN EN 302 [N16]. Die DIN EN 301 ist nur auf Leime der Phenoplaste und Aminoplaste anwendbar und unterscheidet zwischen Leimen des Leimtyps I und Leimtyp II. Zum Leimtyp I zählen alle Leime, die bei uneingeschränkter Bewitterung und bei Temperaturen über 50°C für den Einsatz zugelassen sind. Zum Leimtyp II werden alle Leime gezählt, die in beheizten und durchlüfteten Gebäuden verwendet werden dürfen, die vor der Außenwitterung geschützt sind oder nur kurzfristig der Bewitterung ausgesetzt sind und höchstens mit Temperaturen von 50°C beansprucht werden. Unter Phenoplasten sind Leime zu verstehen, die als Phenoplastharz aus dem Phenoplast (z.B. Resorcin oder Phenol) und einem Aldehyd (z.B. Formaldehyd) bestehen. Zu den Aminoplasten zählen alle Leime, die als Aminoplastharz aus einer aminogruppenhaltigen Verbindung (z.B. Harnstoff oder Melamin) und ebenfalls einem Aldehyd (z.B. Formaldehyd) bestehen. Neben der DIN EN 301 ist für Deutschland die DIN 68141 [N17] für Leime zu berücksichtigen. Von der Forschungs- und Werkstoffprüfungsanstalt für das Bauwesen (FMPA) wird jedes Jahr für Deutschland die Liste der geprüften Klebstoffe [72] für den Ingenieurholzbau bekannt gegeben. Diese Liste unterscheidet vom Stand 27.01.2003 drei verschiedene Arten von Klebstoffe: Resorcinharzleime, Melaminharzleime, Einkomponenten Polyurethanleime. Ein Bestandteil des Leimes ist Formaldehyd, das bei Lufttemperaturen, wie Sie in Wohnungen vorhanden sind, gasförmig und farblos ist und innerhalb gewisser Konzentrationsgrenzen geruchslos. In der Natur entsteht Formaldehyd während der unvollständigen Verbrennung von kohlenstoffhaltigen Werkstoffen. In der chemischen Industrie wird Formaldehyd in großen Mengen produziert und in vielen Produkten verwendet, wie z.B. in Holzleimen, in Kosmetika zur Konservierung, in der Textilindustrie zur Knitterfestigkeit und in vielen weiteren Produkten. Formaldehyd hat die besondere Eigenschaft Moleküle gut miteinander zu vernetzen und ist in der Herstellung preiswert [10]. Während in den 80iger Jahren Formaldehyd unbedenklich in großen Mengen in Produkten und Werkstoffen eingesetzt wurde, ist nach dem Erkennen der toxikologischen Wirkung von Formaldehyd in den 90iger Jahren, heute Formaldehyd ein umfassend untersuchter Stoff [82,83]. Die Wirkung von Formaldehyd ist in Untersuchungen dokumentiert [32]. Holzwerkstoffe mit Leim können in Verbren-

nungsanlagen, die den Bestimmungen des Bundes-Immissionsschutzgesetzes [18] genügen, thermisch verwertet werden. Eine weitere Diskussion über Umweltverträglichkeit siehe [7].

2.4. Nachgiebiger Verbund aus Sicht des Ingenieurholzbaues

Wie in Abschnitt 2.5. gezeigt wird, gilt Abschnitt 2.4. nur für den nachgiebigen Verbund zwischen den Brettlagen und der Rippe. Im Ingenieurholzbau kann ein nachgiebiger Verbund von zwei Holzkörpern mit nachgiebigen Verbindungsmitteln oder zimmermannsmäßigen Verbindungen hergestellt werden. Verbindungen mit nachgiebigen Verbindungsmitteln sind nachgiebige Verbindungen und werden nach Steck [77] auch mechanische Verbindungen genannt. Nachgiebige Verbindungsmittel werden auf Grund ihrer Form in flächige Verbindungsmittel und stiftförmige Verbindungsmittel unterschieden. Zu den flächigen Verbindungsmitteln zählen z.B. Nagelplatten oder Dübel besonderer Bauart, die zur Herstellung der Verbindung einen erhöhten technischen Aufwand benötigen und somit im Folgenden nicht untersucht werden. Die zimmermannsmäßigen Verbindungen haben einen erhöhten Arbeitsaufwand, sodass diese ebenfalls im Folgenden nicht untersucht werden. Für Brettlagenholz werden nur die nach der DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] für tragende Verbindungen zugelassenen stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel Stabdübel, Nägel und Schrauben untersucht. Bolzen sind auf Grund des Schlupfes nicht für tragende Holzverbindungen zugelassen und Klammern werden auf Grund der geringen Tragfähigkeit des Verbindungsmittels nicht untersucht. Weitere Erkenntnisse siehe z.B. [63,88].

Stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel, im Folgenden vereinfacht als Verbindungsmittel bezeichnet, können senkrecht zur Stabachse Schubkräfte und teilweise auch in Stabachse Normalkräfte übertragen. Die Verbindungsmittel können aus Metall, Holz, Holzwerkstoff oder Kunststoff sein. Der größte Anteil am Markt im Bauwesen befindlichen Verbindungsmitteln ist aus Metall. Im Folgenden werden nur Verbindungsmittel aus Metall untersucht. Die Verbindungsmittel Stabdübel, Nägel und Schrauben können in Abhängigkeit des Durchmessers sowie der Rohdichte der Holzkörper sowohl eingeschossen, als auch eingepresst oder eingeschraubt werden, wobei Vorbohren möglich und teilweise notwendig ist. Verbindungsmittel können eine Schubkraft nur übertragen, wenn die zwei verbundenen Holzkörper sich gegeneinander Verschieben. Das Verschiebungsgesetz der zwei verbundenen Holzkörper kann mit einer Wegfeder beschrieben werden und ist in einem Schubkraft-Verschiebungsdiagramm als Gerade darzustellen. Erstmals wurde das Verschiebungsgesetz im Ingenieurholzbau 1922 von Engesser [14] und 1930 von Graf [22] beschrieben und erläutert. Die Schubkraft-Verschiebungsdiagramme werden in Versuchen mit verschiedenen Laststufen, mit verschiedenen Lastschritten und verschiedenen Lastzyklen für die verschiedenen Verbindungsmitteln nach DIN EN 26891 [N18] ermittelt. Die Versuche nach DIN EN 26891 [N18] sind bis zum Erreichen des Bruchzustandes durchzuführen. Verschiedene Verbindungsmittel können nur bei einem ähnlichen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm miteinander kombiniert werden. Für Verbindungsmittel aus Metall und für zu verbindende Holzkörper ist das aus Versuchen nach DIN EN 26891 [N18] gemessene Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der Verbindung eine Kombination aus den elastischen und plastischen Werkstoffkennwerten des Verbindungsmittels aus Metall, den elastischen und plastischen Werkstoffkennwerten des Holzkörpers und der Reibung zwischen den Holzkörpern. Die gegenseitige Verschiebung der Holzkörper wird Nachgiebigkeit genannt und ist von vielen Parametern abhängig. Die wichtigsten Parameter für die Nachgiebigkeit sind die Schlankheit des Verbindungsmittels, die Lochleibungsfestigkeit des Holzes, die Abstände der Verbindungsmittel und die Verhältnisse der Abmessungen der miteinander verbundenen Holzkörper. Diese vier wichtigsten Parameter wurden bereits von Johansen 1949 [35] in einer Theorie zusammengefasst, die als Johansen-Theorie in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] übernommen wurde. Steck [77] stellt dazu fest: "Dies bedeutet wesentliche Änderungen gegenüber den bisherigen Gleichungen für zulässige Belastungen stiftförmiger VM." (Zitat aus [77], Seite 45, VM steht für Verbindungsmittel). Nach der Johansen-Theorie ist für eine Verbindung mit Verbindungsmitteln die maximale Tragfähigkeit erreicht, d.h. die maximal mögliche übertragbare Schubkraft, wenn entweder die Lochleibungsfestigkeit in mindestens einem oder beiden Holzkörpern erreicht ist (Versagensursache 1), im Verbindungsmittel ein Fließgelenk entsteht und gleichzeitig die Lochleibungsfestigkeit des Holzkörpers erreicht ist (Versagensursache 2) oder im Verbindungsmittel zwei Fließgelenke entstehen (Versagensursache 3). Die Johansen-Theorie unterscheidet zudem zwischen einschnittigen und zweischnittigen Verbindungen. Eine einschnittige Verbindung hat eine Scherfuge im Verbindungsmittel, eine zweischnittige Verbindung hat zwei Scherfugen im Verbindungsmittel. Als weitere Möglichkeit bietet die Johansen-Theorie auch Lösungsmöglichkeiten für die Verbindung zwischen Holz bzw. Holzwerkstoffen und Stahl an, was im Folgenden nicht untersucht wird. Die Tragfähigkeit einer mehrschnittigen Verbindung wird aus der Summe der Tragfähigkeiten der einzelnen Scherfugen berechnet, wobei jede Scherfuge so bewertet wird als wäre sie ein Teil einer zweischnittigen Verbindung. Die Johansen-Theorie beruht auf der Annahme eines idealplastischen Werkstoffverhaltens sowohl für das Verbindungsmittel, als auch für das Holz bzw. den Holzwerkstoff. Hilson [31] bewertet diese Vereinfachung als zulässig. Zu beachten ist, dass die Johansen-Theorie nur gilt, wenn das Verbindungsmittel unmittelbar die Schubkraft zwischen zwei benachbarten Holzkörpern überträgt. Die Johansen-Theorie ist für den nachgiebigen Verbund zwischen Brettlagen und Rippen bei rippenverstärktem Brettlagenholz anwendbar. Die maximale Tragfähigkeit Rd als Bemessungswert einer nachgiebigen Verbindung, d.h. die maximale Schubkraft, bestehend aus mehreren Holzkörpern und Verbindungsmitteln, wird nach der Johansen-Theorie, wie in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] beschrieben, ermittelt:

Einschnittige Verbindung, Versagensursache 1

$$R_{d} = f_{h,l,d} * t_{1} * d$$
(GI.2.4.-01)
(GI.2.4.-02)

$$R_{d} = f_{h,1,d} * t_{2} * d * \beta$$
(GI.2.4.-02)

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = \frac{f_{h,1,d} * t_1 * d}{1 + \beta} * \left[\sqrt{\beta + 2 * \beta^2 * \left[1 + \frac{t_2}{t_1} + \left[\frac{t_2}{t_1} \right]^2 \right] + \beta^3 * \left[\frac{t_2}{t_1} \right]^2} - \beta * \left[1 + \frac{t_2}{t_1} \right] \right]$$
(GI.2.4.-03)

Einschnittige Verbindung, Versagensursache 2

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = 1, 1 * \frac{f_{h,1,d} * t_1 * d}{2 + \beta} * \left[\sqrt{2 * \beta * [1 + \beta] + \frac{4 * \beta * [2 + \beta] * M_{y,d}}{f_{h,1,d} * t_1^2 * d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-04)

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = 1, 1 * \frac{f_{h,1,d} * t_1 * d}{1 + 2 * \beta} * \left[\sqrt{2 * \beta^2 * [1 + \beta] + \frac{4 * \beta * [1 + 2 * \beta] * M_{y,d}}{f_{h,1,d} * t_2^2 * d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-05)

Einschnittige Verbindung, Versagensursache 3

$$R_{d} = 1.1* \sqrt{\frac{2*\beta}{1+\beta}} * \sqrt{2*M_{y,d}*f_{h,1,d}*d}$$
(GI.2.4.-06)

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 1

$$R_{d} = f_{h,1,d} * t_{1} * d$$
(GI.2.4.-07)

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = 0.5^* f_{h,1,d} * t_2 * d^* \beta \tag{GI.2.4.-08}$$

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 2

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = 1, 1 * \frac{f_{h,1,d} * t_1 * d}{2 + \beta} * \left[\sqrt{2 * \beta * [1 + \beta] + \frac{4 * \beta * [2 + \beta] * M_{y,d}}{f_{h,1,d} * t_1^2 * d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-09)

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 3

$$\mathsf{R}_{\mathsf{d}} = 1, 1 * \sqrt{\frac{2 * \beta}{1 + \beta}} * \sqrt{2 * M_{y,d} * f_{h,1,d} * d}$$
(GI.2.4.-10)

-> Rd ist die Tragfähigkeit eines nachgiebigen Verbindungsmittels als Bemessungswert nach [N6]

-> t1 und t2 ist die Holzdicke oder Eindringtiefe des Verbindungsmittels nach [N5,N6]

- -> fh,1,d ist die Lochleibungsfestigkeit des Holzes des Holzkörpers 1 als Bemessungswert nach [N6]
- -> fh,2,d ist die Lochleibungsfestigkeit des Holzes des Holzkörpers 2 als Bemessungswert nach [N6]
- $->\beta = f_{h,2,d}/f_{h,1,d}$ das Verhältnis der Bemessungswerte der Lochleibungsfestigkeiten nach [N6]
- -> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels nach [N5,N6]
- -> M_{y,d} ist das Fließmoment des Verbindungsmittels als Bemessungswert nach [N6]

Die Herleitung von Gl.2.4.-01 bis Gl.2.4.-10 ist in [31,35] beschrieben. Das Verschiebungsgesetz mit der Wegfeder wird über den Verschiebungsmodul beschrieben. Der Verschiebungsmodul wird nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] mit K_{ser} bezeichnet und berechnet sich für Stabdübel und Schrauben nach Gl.2.4.-11:

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1.5}}{20} * d \tag{GI.2.4.-11}$$

-> Kser ist der Verschiebungsmodul für Verbindungsmittel nach [N5,N6] für Stabdübel und Schrauben

-> pk ist die charakteristische Rohdichte der Holzkörper nach [N5,N6]

-> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels nach [N5,N6]

Der Verschiebungsmodul Kser berechnet sich für Nägel nach GL.2.4.-12:

$$K_{ser} = \frac{\rho_k^{1.5}}{25} * d^{0.8} \tag{GI.2.4.-12}$$

-> Kser ist der Verschiebungsmodul für Verbindungsmittel nach [N5,N6] für Nägel

-> ρ_k ist die charakteristische Rohdichte der Holzkörper nach [N5,N6]

-> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels nach [N5,N6]

Für den Tragfähigkeitsnachweis ist nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] der abgeminderte Verschiebungsmodul K_u zu verwenden und nicht der Verschiebungsmodul K_{ser}. Der Faktor 2/3 zur Abminderung berücksichtigt wahrscheinlich die werkstoffbedingten Streuungen bei dem nach DIN EN 26891 [N18] ermittelten mittleren Schubkraft-Verschiebungsdiagramm und dem daraus ermittelten Verschiebungsmodul K_{ser}. Unter Beibehaltung dieses Sicherheitsniveaus nach der DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] wird der abgeminderte Verschiebungsmodul K_u gemäß Gl.2.4.-13 berechnet:

$$K_u = \frac{2}{3} * K_{ser}$$
(GI.2.4.-13)

-> K_u ist der abgeminderte Verschiebungsmodul für Verbindungsmittel nach [N5,N6] für den Tragfähigkeitsnachweis

-> Kser ist der Verschiebungsmodul für Verbindungsmittel nach [N5,N6]

Für den Biegeträger und für Druckstäbe mit nachgiebigen Verbindungen im Ingenieurholzbau sind von Möhler [58] Bemessungsregeln entwickelt worden. Kreuzinger stellt in [45] die Bemessungsregeln für nachgiebig verbundene Träger und Stützen vor, die in [N5, N6] enthalten sind. Grundlage ist hierbei ebenfalls die Johansen-Theorie.

Nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und der DIN V ENV 1995 [N6] wird das Verschiebungsgesetz für das Verbindungsmittel bis zum Erreichen der maximalen Tragfähigkeit R_d als Bemessungswert mit einer Wegfeder beschrieben, d.h. das Schubkraft-Verschiebungsdiagramm ist linear. Die Wegfeder in diesem Bereich wird mit einem Verschiebungsmodul beschrieben. Die Beschreibung der Bewegungsgleichung für das Verbindungsmittel mit nur einem Verschiebungsmodul, d.h. mit einem linearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm, ist eine stark vereinfachende Betrachtung, wie Hartmann [28] feststellt. Hartmann [28] stellt deshalb für nachgiebige Verbindungen mit Verbindungsmitteln im Ingenieurholzbau ein nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm auf, dass in drei Bereiche eingeteilt werden kann. Hartmann bezeichnet die Schubkraft mit F, die Verschiebung mit v, die maximale Tragfähigkeit des Verbindungsmittels als Bemessungswert mit F_d anstatt nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] mit R_d. Innerhalb der drei Bereiche ist jeweils eine lineare Beziehung zwischen Schubkraft und Verschiebung vorhanden, d.h. innerhalb der Bereiche gelten konstante Verschiebungsmoduln. Dargestellt ist das Schubkraft-Verschiebungsdiagramm nach Hartmann in D2.4.-01 mit grün. Der Bereich 1 geht von Punkt 0 bis Punkt 1, Bereich 2 von Punkt 1 bis Punkt 2, Bereich 3 von Punkt 2 bis Punkt 3. Zur Berechnung des Punktes 3 ist zuvor Punkt 4 zu bestimmen und ein Duktilitätsfaktor festzulegen. Hartmann bezeichnet den Duktilitätsfaktor mit δ und die Definition des Duktilitätsfaktors δ nach Hartmann [28] entspricht der Definition des Duktilitätsfaktors D_s nach Racher [68]. Hartmann gibt den Duktilitätsfaktor δ in Beziehung zu der Versagensursache der Verbindung nach der Johansen-Theorie [35] gemäß T2.4.-01 an:

Versagensursache nach der Johansen-Theorie [35]	δ
Versagensursache 1 (Versagen durch Lochleibungsfestigkeit)	δ ≤ 3
Versagensursache 2 (Versagen durch Ausbildung eines Fließgelenkes	$3 < \delta \leq 6$
im Verbindungsmittel und Versagen durch Lochleibungsfestigkeit)	
Versagensursache 3 (Versagen durch Ausbildung zweier Fließgelenke	6 < δ
im Verbindungsmittel)	

T2.4.-01: Duktilitätsfaktor δ nach Hartmann [28] in Beziehung zur Johansen-Theorie

Die Verschiebung v_u des Punktes 3 wird durch Multiplikation der Verschiebung v_{el} im Punkt 4 mit dem Duktilitätsfaktor δ gemäß T2.4.-01 berechnet.

Hierbei ist zu beachten, dass das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm nach Hartmann [28] durch Anwendung von zwei unterschiedlichen Sicherheitstheorien zustande kommt. Punkt 1, Punkt 3 und Punkt 4 werden nach der alten Sicherheitstheorie unter Verwendung des globalen Sicherheitsbeiwerts nach der DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] bestimmt. Kennwerte nach [N4] sind in D2.4.-01 rot dargestellt. Punkt 2 wird nach der neuen Sicherheitstheorie unter Verwendung von Teilsicherheitsbeiwerten nach DIN V ENV 1995 [N6] und DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] bestimmt. Kennwerte nach [N5,N6] sind in D2.4.-01 mit Gelb dargestellt. Dies ist eine Mischung von unterschiedlichen Sicherheitstheorien, die unzweckmäßig ist, zumal die neue Sicherheitstheorie mit Teilsicherheitsbeiwerten in allen Bemessungsnormen des Bauingenieurswesens in Zukunft integriert ist. Des Weiteren sind bei konsequenter Anwendung der neuen Sicherheitstheorie mit Teilsicherheitsbeiwerten nicht die Mittelwerte der Schubkraft Fu und der Verschiebung vu nach DIN EN 26891 [N18] zu verwenden, sondern die Werte entsprechend der 5 % Fraktile, d.h. z.B. die charakteristische Schubkraft Fk. Dies ist zweckmäßig, weil die Streuung der Schubkraft-Verschiebungsdiagramme nach DIN EN 26891 aus Sicht des Verfassers wahrscheinlich zu einem großen Teil aus der Streuung der Werkstoffkennwerte des Holzes und nicht der Verbindungsmittel aus Metall kommt. Die Streuung der Werkstoffkennwerte des Holzes ist größer als die Streuung der Werkstoffkennwerte der Verbindungsmittel aus Metall. Für eine detailliertere Beschreibung besteht hier noch Forschungsbedarf, um eine konsequente Anwendung der neuen Sicherheitstheorie mit Teilsicherheitsbeiwerten für Verbindungsmittel nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] anwenden zu können. Zudem ist für den Tragfähigkeitsnachweis nach [N5,N6] nur der abgeminderte Verschiebungsmodul K_u und nicht der Verschiebungsmodul K_{ser} zu verwenden.



D2.4.-01: nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Verbindungsmittel zwischen Brettlage und Rippe unter Verwendung der Johansen-Theorie

Unter Berücksichtigung der zuvor beschriebenen Erkenntnisse wird das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Verbindungsmittel, die Brettlagen und Rippen für rippenverstärktes Brettlagenholz verbinden, neu definiert. Das neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm ist in zwei Bereiche eingeteilt und in D2.4.-01 mit blau dargestellt. Bereich 1 geht von Punkt A bis zum Punkt B, Bereich 2 von Punkt B bis Punkt C. Punkt C wird durch Multiplikation der Verschiebung v_k des Punktes D mit dem Duktilitätsfaktor δ gemäß T2.4.-02 berechnet. Die maximale Tragfähigkeit als charakteristischer Wert F_k, in DIN 1052: Ausgabe: 2004-08 [N5] mit R_k bezeichnet, wird auf der Grundlage der Johansen-Theorie durch Anwendung der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] wie folgt berechnet:

Einschnittige Verbindung, Versagensursache 1

$$R_{k} = f_{h,1,k} * t_{1} * d \qquad (Gl.2.4.-14)$$

$$R_{k} = f_{h,1,k} * t_{2} * d * \beta \qquad (Gl.2.4.-15)$$

$$R_{k} = \frac{f_{h,1,k} * t_{1} * d}{1 + \beta} * \left[\sqrt{\beta + 2 * \beta^{2} * \left[1 + \frac{t_{2}}{t_{1}} + \left[\frac{t_{2}}{t_{1}} \right]^{2} \right] + \beta^{3} * \left[\frac{t_{2}}{t_{1}} \right]^{2}} - \beta * \left[1 + \frac{t_{2}}{t_{1}} \right] \right] \qquad (Gl.2.4.-16)$$
Einschnittige Verbindung, Versagensursache 2

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = 1, 1 * \frac{f_{h,1,k} * t_1 * d}{2 + \beta} * \left[\sqrt{2 * \beta * [1 + \beta] + \frac{4 * \beta * [2 + \beta] * M_{y,k}}{f_{h,1,k} * t_1^2 * d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-17)

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = 1, 1 * \frac{f_{h,1,k} * t_1 * d}{1 + 2 * \beta} * \left[\sqrt{2 * \beta^2 * [1 + \beta] + \frac{4 * \beta * [1 + 2 * \beta] * M_{y,k}}{f_{h,1,k} * t_2^2 * d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-18)

Einschnittige Verbindung, Versagensursache 3

$$R_{k} = 1,1*\sqrt{\frac{2*\beta}{1+\beta}}*\sqrt{2*M_{y,k}*f_{h,1,k}*d}$$
(GI.2.4.-19)

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 1

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = f_{h,1,k} * t_1 * d \tag{GI.2.4.-20}$$

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = 0.5^* f_{h,1,k}^* t_2^* d^* \beta \tag{GI.2.4.-21}$$

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 2

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = 1,1 * \frac{f_{h,1,k} * t_1 * d}{2+\beta} * \left[\sqrt{2*\beta*[1+\beta] + \frac{4*\beta*[2+\beta]*M_{y,k}}{f_{h,1,k}*t_1^2*d}} - \beta \right]$$
(GI.2.4.-22)

Zweischnittige Verbindung, Versagensursache 3

$$\mathsf{R}_{\mathsf{k}} = 1,1*\sqrt{\frac{2*\beta}{1+\beta}}*\sqrt{2*M_{y,k}*f_{h,1,k}*d}$$
(GI.2.4.-23)

-> Rk ist die Tragfähigkeit eines nachgiebigen Verbindungsmittels als charakteristischer Wert nach [N5]

-> t1 und t2 ist die Holzdicke oder Eindringtiefe des Verbindungsmittels nach [N5,N6]

-> f_{h,1,k} ist die Lochleibungsfestigkeit des Holzes des Holzkörpers 1 als charakteristischer Wert nach [N5]

-> f_{h,2,k} ist die Lochleibungsfestigkeit des Holzes des Holzkörpers 2 als charakteristischer Wert nach [N5]

 $-> \beta = f_{h,2,k}/f_{h,1,k}$ das Verhältnis der charakteristischen Werte der Lochleibungsfestigkeiten nach [N5]

-> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels nach [N5,N6]

-> My,k ist das Fließmoment des Verbindungsmittels als charakteristischer Wert nach [N5]

Dieses neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm wird durch konsequente Anwendung der neuen Sicherheitstheorie mit Teilsicherheitsbeiwerten nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] ermittelt und gilt für den nachgiebigen Verbund von rippenverstärktem Brettlagenholz zwischen Brettlage und Rippe.

2.5. Nachgiebiger Verbund zwischen Brettlagen bei orthogonalem Brettlagenholz

Die Johansen-Theorie ist nur auf den Verbund zwischen Holzkörpern anwendbar, wenn die Schubkraft direkt von benachbarten Holzkörpern übertragen wird. Bezogen auf Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund mit z.B. orthogonaler Ausrichtung der Brettlagen ist die Johansen-Theorie nicht anwendbar. Nur für den Fall rippenverstärktes Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund zwischen Brettlage und Rippe ist die Johansen-Theorie anwendbar, wie in Abschnitt 2.4. gezeigt. Für Brettlagenholz mit orthogonaler Ausrichtung der Brettlagen ist ein neues nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm zu entwickeln.

Warum die Johansen-Theorie nicht auf Brettlagenholz mit z.B. orthogonaler Ausrichtung anwendbar ist und ein neues nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm entwickelt werden muss, wird zuvor an folgendem Beispiel eines Plattenstreifens aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz (0,90,0) mit nachgiebigen Verbund erläutert. In S2.5.-01 ist ein Plattenstreifen aus dreilagigem Brettlagenholz mit orthogonaler Ausrichtung dargestellt. Der Plattenstreifen ist statisch bestimmt gelagert und wird mit einer Gleichflächenlast q belastet. Das Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens resultiert aus dem Trag- und Verformungsverhalten der Brettlage 1 und Brettlage 3 und einer Schubkraft, die zwischen Brettlage 1 und Brettlage 3 durch die stiftförmigen Verbindungsmittel übertragen wird. Brettlage 2 dient im Plattenstreifen der Querverteilung der Lasten, ist aber bezogen auf dieses Beispiel unter Vernachlässigung der Reibung nicht am Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens beteiligt.



S2.5.-01: Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz (0,90,0) mit nachgiebigem Verbund

Für baupraktisch übliche Durchmesser der Verbindungsmittel im Verhältnis zur Länge des Verbindungsmittels, über die die Schubkraft übertragen werden muss, ist die Schlankheit des Verbindungsmittels im Plattenstreifen aus Brettlagenholz größer als im Vergleich zur Johansen-Theorie, weil die Schubkraft von Brettlage 1 zu Brettlage 3 nur durch die Biegesteifigkeit des Verbindungsmittels über die Höhe der Brettlage 2 hinweg übertragen werden muss. Diese veränderte Schlankheit und das daraus resultierende veränderte Tragverhalten des Verbindungsmittels berücksichtigt die Johansen-Theorie nicht. Die größere Schlankheit des Verbindungsmittels führt dazu, dass für baupraktisch übliche Abmessungen von Verbindungsmitteln und "Brettern" die maximale Tragfähigkeit des Verbindungsmittels nicht von der Lochleibungsfestigkeit des Holzes, sondern nur von der Ausbildung von Fließgelenken des Verbindungsmittels abhängig ist. Dies bedeutet unter Verwendung der Einteilung der Versagensursachen nach der Johansen-Theorie, dass die Versagensursache 1 und Versagensursache 2 unmaßgeblich ist und nur die Versagensursache 3 entscheidend für das Trag- und Verformungsverhalten des Verbindungsmittels. Bezogen auf das Beispiel des Plattenstreifens in S2.5.-01 ist die gleichzeitige Ausbildung von zwei Fließgelenken im Verbindungsmittel gleichbedeutend mit dem Erreichen der maximalen Tragfähigkeit des Verbindungsmittels.

Zur Verdeutlichung des Trag- und Verformungsverhaltens des Verbindungsmittels wird ein Ausschnitt des vorherigen Beispiels des Plattenstreifens aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz detaillierter untersucht. In S2.5.-02 ist dazu ein Ausschnitt des Plattenstreifens in dem Zustand I und Zustand II vergrößert dargestellt. Unter Zustand I wird hier in diesem Beispiel in S2.5.-02 das linear elastische Verhalten der Verbindung verstanden und unter Zustand II das plastische Verhalten der Verbindung mit der Ausbildung von zwei Fließgelenken.



S2.5.-02: Ausschnitt des Plattenstreifens aus S2.5.-01 im Zustand I und Zustand II

Durch die Auflager- und Belastungssituation sind am Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens die Brettlage 1 und Brettlage 3 mit Ihren Eigenträgheitsmomenten sowie mit einem Anteil die Steineranteile der Brettlage 1 und Brettlage 3 beteiligt. Die Größe des Anteiles der Steineranteile ist abhängig von der Biegesteifigkeit des Verbindungsmittels. Dabei gilt, je größer die Biegesteifigkeit des Verbindungsmittels ist, desto größer ist der Anteil des Steineranteiles, der am Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens beteiligt ist. Zur deutlichen Unterscheidung zum Abschnitt 2.4. wird die Schubkraft im Folgenden mit T und die Verschiebung mit u bezeichnet. Für das neu zu entwickelnde nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gilt, dass zur Übertragung der Schubkraft T für das Verbindungsmittel immer eine Verschiebung der Brettlage 1 zur Brettlage 2 sowie Brettlage 2 zu Brettlage 3 notwendig ist. Die gesamte Verschiebung u wird bis zur Ausbildung von Fließgelenken im Verbindungsmittel mit der Bewegungsgleichung einer Wegfeder beschrieben. Das für die Entstehung von Fließgelenken notwendige Moment ist das Fließmoment M_{y,k} des Verbindungsmittels. Auf Grund von Symmetriebedingungen werden im Beispiel des Plattenstreifens gemäß S2.5.-01 gleichzeitig zwei Fließgelenke entstehen, wie in S2.5.-02 dargestellt. Wenn im Verbindungsmittel somit beide Fließgelenke entstehen, ist die maximale Tragfähigkeit des Verbindungsmittels erreicht. Aus der maximalen Tragfähigkeit des Verbindungsmittels kann die maximale Schubkraft T_k, die vom Verbindungsmittel übertragen werden kann, berechnet werden. Ab dem Zustand II gilt, dass keine höhere Schubkraft als die maximale Schubkraft T_k vom Verbindungsmittel übertragen werden kann, und dass das Verbindungsmittel bis zur Verschiebung u_{max} fließt. Bei Überschreiten der Verschiebung u_{max} versagt die Verbindung.

Im Gegensatz zur Johansen-Theorie ist der Hebelarm der Schubkraft T deutlich größer und beträgt mindestens die Höhe h der Brettlage 2. Zur Bestimmung der maximalen Schubkraft Tk wird nicht die Reibung zwischen den Brettlagen und nicht die Steifigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 berücksichtigt. Die Reibung zwischen den Brettlagen darf im Ingenieurholzbau nicht angesetzt werden, weil durch Quell- und Schwindvorgänge die Reibung nicht genau bestimmbar ist und sich während der Zeit verändert, im ungünstigsten Fall zu Null wird. Der Rollschubmodul als Steifigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 ist gering. In Kombination mit dem möglichen Aufkippen der "Bretter" der Brettlage 2 verringert sich die wirksame Steifigkeit zudem, sodass die Steifigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 nicht berücksichtigt wird. Somit wird die Schubkraft T nur durch die Biegesteifigkeit des Verbindungsmittels übertragen und nur die Biegesteifigkeit des Verbindungsmittels ist das entscheidende Kriterium für das Trag- und Verformungsverhalten der nachgiebigen Verbindung. Für die Ermittlung des neuen nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms werden folgende Annahmen getroffen: Erstens wird das plastische Verhalten des Holzes nicht berücksichtigt (Lochleibungspressung); zweitens wird die Reibung zwischen den Brettlagen nicht berücksichtigt; drittens wird zwischen dem Verbindungsmittel aus Metall und dem "Brett" aus Holz keine Reibung berücksichtigt; viertens wird für das Fließgelenk die Annahme getroffen, dass das Fließgelenk oberhalb bzw. unterhalb der Berührungsschicht zwischen den Brettlagen vorhanden ist, d.h. nicht ein größerer Bereich des Fließgelenkes. Ebenfalls wird eine vorhandene elastische Bettung des stiftförmigen Verbindungsmittels innerhalb der Brettlage vernachlässigt. Unter Beachtung dieser Annahmen wird das Trag- und Verformungsverhalten des Verbindungsmittels wie in S2.5.-03 dargestellt vereinfachend angenommen.

Das neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm wird in zwei Bereiche, wie in D2.5.-02 dargestellt, eingeteilt. Zur Ermittlung des neuen nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm ist als Erstes die Spannung q in der Brettlage nach GI.2.5.-01 und q_L am Verbindungsmittel nach GI.2.5.-02 zu berechnen.



S2.5.-03: Trag- und Verformungsverhalten für orthogonales Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Die gleichförmige Spannungsverteilung q in der Brettlage und die linear veränderliche Spannungsverteilung q_L am Verbindungsmittel ist wie folgt zu berechnen:

$$q = \frac{T_k}{d * h}$$
(GI.2.5.-01)

$$q_{L} = \frac{T_{k}}{d * h} * (1 \pm 6)$$
(GI.2.5.-02)

-> q ist die Spannung in der Brettlage

-> qL ist die Spannung am Verbindungsmittel

-> Tk ist die maximale Schubkraft

-> h ist die Höhe der Brettlage

-> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels

Auf Grund der linear veränderlichen Spannungsverteilung q_L am Verbindungsmittel ist die Stelle des maximalen Momentes $M_{y,k}$ im Verhältnis 1/6 der Höhe h der Brettlage von der Berührungsschicht zwischen Brettlage 1 und 2 bzw. Brettlage 3 und 2 entfernt. Darausfolgt, dass das maximale Moment $M_{y,k}$ des Verbindungsmittels sich gemäß Gl.2.5.-03 berechnet:

$$M_{\max} = M_{y,k} \cong T_k * h * \frac{7}{12}$$
(GI.2.5.-03)

- -> Mmax ist das maximale Moment des Momentenverlaufes des Verbindungsmittels
- -> My,k ist das Fließmoment, bei dem ein Fließgelenk im Verbindungsmittel entsteht
- -> Tk ist die maximale Schubkraft
- -> h ist die Höhe der Brettlage

Gl.2.5.-03 kann nach Gl.2.5.-04 umgeformt werden, so dass die maximale Schubkraft T_k berechnet werden kann, die zum Entstehen des Fließgelenkes führt:

$$T_{k} = \frac{12^{*}M_{y,k}}{7^{*}h} \tag{GI.2.5.-04}$$

-> Tk ist die maximale Schubkraft

-> My,k ist das Fließmoment, bei dem ein Fließgelenk im Verbindungsmittel entsteht

-> h ist die Höhe der Brettlage

Als Zweites ist das Fließmoment $M_{y,k}$ für das Verbindungsmittel zu berechnen. Das Fließmoment $M_{y,k}$ des Verbindungsmittels aus Metall ist nur von der Streckgrenze $f_{y,k}$ des Metalls und dem Durchmesser bzw. Radius r des Verbindungsmittels abhängig:

$$M_{y,k} = 2*S_y*f_{y,k} = \frac{d^3}{6}*f_{y,k}$$
(GI.2.5.-05)

-> My,k ist das Fließmoment, bei dem ein Fließgelenk im Verbindungsmittel entsteht

-> Sy ist das Flächenmoment 1.Grades des Verbindungsmittels

-> f_{y,k} ist die Streckgrenze des Metalls des Verbindungsmittels

-> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels

Hierbei gilt, dass aus mechanischer Sicht das Fließmoment M_{y,k} nach Gl.2.5.-05 im Einklang mit den Bemessungsregeln für das Fließmoment M_{y,k} nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] sein muss. Dies ist jedoch nicht unmittelbar zu erkennen. Somit wird das Fließmoment M_{y,k} nach Gl.2.5.-05 mit dem Fließmoment M_{y,k} nach den Bemessungsregeln nach [N5,N6] verglichen. Verglichen werden in D2.5.-01 die Fließmomente M_{y,k} nach Gl.2.5.-05 für f_{y,k} von 170 [N/mm²], 340 [N/mm²] und 510 [N/mm²] mit den Fließmomenten M_{y,k} nach [N5,N6] für Nägel, Schrauben und Stabdübeln. Die unterschiedlichen Streckgrenzen für Gl.2.5.-05 geben dabei vereinfacht den Bereich der Werkstoffgüte der Verbindungsmittel Nägel, Schrauben und Stabdübel wieder.



D2.5.-01: Das Fließmoment M_{y,k} nach [N5,N6] für Nägel, Schrauben und Stabdübel sowie nach GI.2.5.-05 für unterschiedliche Streckgrenzen f_{y,k}

Aus D2.5.-01 ist erkennbar, dass zwischen dem Fließmoment M_{y,k} nach [N5,N6] und nach Gl.2.5.-05 teilweise Unterschiede vorhanden sind, die durch eine veränderte Streckgrenze f_{y,k} durch den Herstellungsprozess des Verbindungsmittels entstanden sein könnten. Nägel aus Metall werden z.B. kalt gezogen, sodass sich die Streckgrenze der Oberfläche des Nagels im Vergleich zum ursprünglichen Metall, wie z.B. im Kern des Nagels verändert. Der Einfluss der Oberfläche bezüglich des Kerns nimmt mit größer werdendem Durchmesser ab. Gleiches gilt für das Aufwalzen des Gewindes auf die Schrauben. Für Stabdübel ist hingegen eine gute Übereinstimmung zu erkennen, was vorherige Vermutung bezüglich der Veränderung der Streckgrenze f_{y,k} unterstützt.

Nach Umformungen von GI.2.5.-05 und GI.2.5.-04 kann unmittelbar die maximale Schubkraft T_k mit GI.2.5.-06 berechnet werden, die mit einem Verbindungsmittel in Brettlagenholz mit orthogonalen Aufbau mit nachgiebigen Verbund übertragen werden kann.

$$T_{k} = \frac{24*S_{y}*f_{y,k}}{7*h} = \frac{2*d^{3}*f_{y,k}}{7*h}$$
(GI.2.5.-06)

- -> T_k ist die maximale Schubkraft des stiftförmigen Verbindungsmittels
- -> Sy ist das Flächenmoment 1.Grades
- -> f_{y,k} ist die Streckgrenze des Metalls des Verbindungsmittels
- -> h ist die Höhe der Brettlage
- -> d ist der Durchmesser des Verbindungsmittels

Nach Berechnung der maximalen Schubkraft T_k ist als Drittes die dazu gehörige Verschiebung u_k der Verbindung zu berechnen. Die Verschiebung u_k wird aus dem Momentenverlauf gemäß S2.5.-03 mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte gemäß GI.2.5.-07 berechnet.

$$u_k = \int \frac{M^* \overline{M}}{E^* I} dx \tag{GI.2.5.-07}$$

 \rightarrow uk ist die Verformung des Verbindungsmittels bezogen auf die Systemachsen

- der Brettlage 1 und Brettlage 3
- -> M ist der Momentenverlauf auf Grund der Schubkraft T des Verbindungsmittels
- -> M ist der Momentenverlauf auf Grund des Prinzips der virtuellen Kräfte
- -> E ist der Elastizitätsmodul des Verbindungsmittels
- -> I ist das Flächenträgheitsmoment des Verbindungsmittels

Die Verformung u_k gemäß Gl.2.5.-07 wird unter Anwendung der Integraltafeln berechnet. Die reale Verformung des Verbindungsmittels ist wie in S2.5.-03 dargestellt eine doppelt gekrümmte Verformungsfigur. Die doppelt gekrümmte Verformungsfigur des Verbindungsmittels wird jedoch nur von der Mittelebene der Brettlage 1 bis zur Mittelebene der Brettlage 3 berücksichtigt und berechnet, weil die Verformungen nur von Systemachse zu Systemachse der Brettlage ermittelt wird. Nach mehreren Umformungen kann die Verformung u_k gemäß Gl.2.5.-08 unmittelbar aus der maximalen Schubkraft T_k, der Höhe h der Brettlage, dem Elastizitätsmodul E des Verbindungsmittels und dem Flächenträgheitsmoment I des Verbindungsmittels berechnet werden.

$$u_{k} = (0,451388*T_{k}*h^{3})*\frac{1}{E*I}$$
(Gl.2.5-08)

-> uk ist die Verformung des Verbindungsmittels bezogen auf die Systemachsen

- der Brettlage 1 und Brettlage 3
- -> Tk ist die maximale Schubkraft
- -> h ist die Höhe der Brettlage
- -> E ist der Elastizitätsmodul des Verbindungsmittels
- -> I ist das Flächenträgheitsmoment des Verbindungsmittels

Aus der maximalen Schubkraft T_k und der Verschiebung u_k kann der für die Bewegungsgleichung der Wegfeder der Verbindung notwendige Verschiebungsmodul K_{ser} für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis nach Gl.2.5.-09 berechnet werden.

$$K_{ser} = \frac{T_k}{u_k} \tag{GI.2.5-09}$$

-> Kser ist der Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels

- für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis
- -> Tk ist die maximale Schubkraft nach GI.2.5.-06
- -> uk ist die maximale Verformung nach GI.2.5.-08

Für den Tragfähigkeitsnachweis ist nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und der DIN V ENV 1995 [N6] der abgeminderte Verschiebungsmodul K_u zu verwenden und nicht der Verschiebungsmodul K_{ser}. Das Sicherheitsniveaus nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und der DIN V ENV 1995 [N6] wird beibehalten und somit der abgeminderte Verschiebungsmodul K_u gemäß Gl.2.5.-10 berechnet:

$$K_{u} = \frac{2}{3} * K_{ser}$$
(Gl.2.5-10)

-> K_u ist der abgeminderte Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels für den Tragfähigkeitsnachweis

-> Kser ist der Verschiebungsmodul des Verbindungsmittels

für den Gebrauchstauglichkeitsnachweis

Daraus ergibt sich zusammenfassend das neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm aufbauend auf der neuen Theorie. Das neue Schubkraft-Verschiebungsdiagramm besteht aus zwei Bereichen und ist in D2.5.-02 mit blau dargestellt. Bereich 1 geht von Punkt A bis zum Punkt B, Bereich 2 von Punkt B bis Punkt C. Punkt C mit der Verschiebung u_{max} wird durch Multiplikation der Verschiebung u_k des Punktes D mit dem Duktilitätsfaktor δ berechnet. Der Duktilitätsfaktor δ wird für die neue Theorie aufbauend auf Hartmann [28] mit 6 begrenzt.



D2.5.-02: neues nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für orthogonales Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

3. Experimentelle Untersuchungen an Brettlagenholz

3.1. Zielsetzung der experimentellen Untersuchungen

Vor Entwicklung eines Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit starrem Verbund und mit nachgiebigem Verbund unter einer plattenartigen Belastung wird das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund und mit nachgiebigem Verbund durch experimentelle Untersuchung überprüft. Die experimentellen Untersuchungen wurden im Labor für Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München durchgeführt. Für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter einer plattenartigen Belastung ist dabei von Interesse, ob die Kirchhoffsche Plattentheorie anwendbar ist. Wäre die Kirchhoffsche Plattentheorie auf Brettlagenholz mit starrem Verbund unter einer plattenartigen Belastung anwendbar, so könnte für das Berechnungsmodell das Trag- und Verformungsverhalten auf eine Idealisierte Mittelfläche reduziert werden, in Analogie zur klassischen Theorie des Mehrschichtenverbundes [9,27,36,59,84,3,16]. Die Kirchhoffsche Plattentheorie ist häufig Grundlage von Berechnungsmodellen für das Trag- und Verformungsverhalten von flächigen Bauteilen aus Stahl oder Stahlbeton unter einer plattenartigen Belastung. Hierbei ist zu beachten, dass die Kirchhoffsche Plattentheorie den Einfluss der Querkraft, die Schubdeformation, vernachlässigt. Eine Abschätzung, ob für das Bauteil die Kirchhoffsche Plattentheorie im Berechnungsmodell verwendet werden kann, gibt Altenbach für isotrope Werkstoffe in [2,3]. Holz ist hingegen ein anisotroper Werkstoff, sodass die Abschätzung von Altenbach [2,3] nicht auf Holz angewendet werden darf.

Die Zulässigkeit der Anwendung der Kirchhoffschen Plattentheorie ist für Brettlagenholz mit starrem Verbund nicht durch einfache Überlegungen zu bestätigen oder abzulehnen. Ziel der Versuchsreihe ist deshalb, das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund am Beispiel eines Plattenstreifens aus Brettlagenholz zu untersuchen und dabei die Zulässigkeit der Anwendung der Kirchhoffschen Plattentheorie auf Brettlagenholz mit starrem Verbund zu überprüfen. Die Überprüfung der Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie für Brettlagenholz mit starrem Verbund ist von besonderem Interesse und wird deshalb mit einer Versuchsreihe durchgeführt. Bedingt durch die große Streuung der Werkstoffeigenschaften des Holzes ist auf Grund der geringen Anzahl von nur 4 Versuchskörpern, mit jeweils unterschiedlichen Eigenschaften bezüglich der Brettlage 2, nur eine qualitative Aussage zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund möglich. Eine quantitative Aussage zum Trag- und Verformungsverhalten kann aus der Versuchsreihe allenfalls für Sonderfälle abgeleitet werden.

Vor Durchführung der experimentellen Untersuchung von Brettlagenholz mit starrem Verbund wird durch die im Folgenden dargestellten Überlegungen die Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie für Brettlagenholz mit starrem Verbund in Frage gestellt. Ausgangspunkt dieser Überlegungen ist ein Plattenstreifen aus drei verleimten Brettschichten, der nicht der Definition von Brettlagenholz entspricht. Die Gleichflächenlast q des Plattenstreifens, die Bezeichnung der Brettschichten, die Richtun-

gen der Fasern in den Brettschichten, die Auflager A und B sowie die im Weiteren zu untersuchenden Stellen Mitte und Stelle C sind in S3.1.-01 dargestellt und bezeichnet.



S3.1.-01: Plattenstreifen aus drei verleimten Brettschichten

Im Ingenieurholzbau ist bekannt und gefordert, dass zur Berechnung der Durchbiegung win der Mitte des Plattenstreifens mit dem Prinzip der virtuellen Kräfte gemäß Gl.3.1.-01 der Momentenverlauf und der Querkraftverlauf zu berücksichtigen ist.

$$w = \int \frac{M^* \overline{M}}{E^* I} dx + \int \frac{Q^* \overline{Q}}{G^* A_0} dx$$
(GI.3.1.-01)

-> w ist die Durchbiegung in der Mitte des Plattenstreifens

-> M ist der Momentenverlauf auf Grund der Belastung q des Plattenstreifens

-> \overline{M} ist der Momentenverlauf auf Grund des Prinzips der virtuellen Kräfte

-> E ist der Elastizitätsmodul des Werkstoffes des Plattenstreifens

-> I ist das Flächenträgheitsmoment des Plattenstreifens

-> Q ist der Querkraftverlauf auf Grund der Belastung q des Plattenstreifens

-> Q ist der Querkraftverlauf auf Grund des Prinzips der virtuellen Kräfte

-> G ist der Schubmodul des Werkstoffes des Plattenstreifens

-> Ag ist die wirksame Querschnittsfläche des Plattenstreifens bezüglich der Querkraft

Der Anteil an der Durchbiegung w, verursacht durch den Biegemomentenverlauf, wird in der Mechanik [43] als Verkrümmung, der Anteil an der Durchbiegung w, verursacht durch den Querkraftverlauf, als Gleitung bezeichnet. Der prozentuale Anteil der Verkrümmung und der Gleitung an der Durchbiegung w ist abhängig vom Verhältnis der Höhe h zur Länge I des Plattenstreifens. Je gedrungener das Bauteil ist, d.h. je größer das Verhältnis h/l ist, desto größer ist der prozentuale Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w. Zudem ist auch der Werkstoff diesbezüglich zu berücksichtigen, wie am Beispiel durch Vergleich zwischen einem anisotropen Werkstoff und einem isotropen Werkstoff verdeutlicht werden kann. In D3.1.-01 ist für verschiedene h/l Verhältnisse und für verschiedene Werkstoffe der prozentuale Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w in der Mitte des Plattenstreifens dargestellt. Verglichen wird der isotrope Werkstoff Stahl der Güte S235, in D3.1.-01 bezeichnet als Stahl, mit dem anisotropen Werkstoff Brettschichtholz der Festigkeitsklasse BS14, bezeichnet als Holz.



D3.1.-01: Prozentualer Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w des Plattenstreifens für verschiedene h/l Verhältnisse und verschiedene Werkstoffe

In D3.1.-01 ist erkennbar, dass neben dem Verhältnis h/l auch der Werkstoff einen deutlichen Einfluss auf den prozentualen Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w des Plattenstreifens hat. Holz hat einen deutlich größeren prozentualen Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w als im Vergleich zu Stahl. Für dieses Beispiel hat für das Verhältnis h/l = 1/20 Holz einen Anteil von ca. 10 % Gleitung an der Durchbiegung w, während Stahl für das gleiche Verhältnis h/l = 1/20 nur einen Anteil von ca. 1 % an der Durchbiegung w hat. Dies zeigt bereits deutlich, dass die Erkenntnisse für isotrope Werkstoffe, wie z.B. die Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie nicht auf anisotrope Werkstoffe, wie z.B. Brettlagenholz, übertragbar sind. Bei diesem Ergebnis ist zu beachten, dass der Aufbau des Plattenstreifens aus drei verleimten Brettschichten im Hinblick auf die Schubdeformation der Brettschicht 2 außergewöhnlich günstig ist.

Der Unterschied zwischen isotropem Werkstoff und anisotropem Werkstoff kann noch wie folgt verdeutlicht werden. Für einen isotropen Werkstoff gilt GI.3.1.-02 bezüglich des Verhältnisses von Schubmodul G zu Elastizitätsmodul E.

$$G = \frac{E}{2^*(1+\nu)}$$
(GI.3.1.-02)

-> G ist der Schubmodul

-> E ist der Elastizitätsmodul

-> v ist die Querkontraktionszahl

Gl.3.1.-02 gilt für anisotropen Werkstoff nicht. Für einen anisotropen Werkstoff sind innerhalb des Werkstoffes mehrere Schubmoduln und mehrere Elastizitätsmoduln vorhanden, die richtungsabhängig sind. Ein anisotroper Werkstoff kann durch das Verhältnis von richtungsabhängigen Werkstoffkennwerten beschrieben werden. Für Nadelholz ist nach Neuhaus [63] das Verhältniss der Elastizitätsmoduln E_x:E_y:E_z zueinander 22:1,8:1 und das Verhältnisse der Schubmoduln G_{xy}:G_{yz}:G_{zx} zueinander 10:1:10. Zu diesem Verhältnis von Werkstoffkennwerten in einem anisotropen Werkstoff ist bei Brettlagenholz der anisotrope Aufbau des Bauteiles zu berücksichtigen.

Ebenfalls gilt für Verbundwerkstoffe, dass anisotrope Werkstoffe verwendet werden können und ein anisotroper Aufbau aus verschiedenen Schichten möglich ist. Bei vielen Verbundwerkstoffen sind jedoch die Schichten starr miteinander verbunden, d.h. an den Grenzschichten zweier benachbarter Schichten gelten gleiche Durchbiegungen und gleiche Verschiebungen, sodass die Überlegungen bezüglich Verbundwerkstoffe nur auf Brettlagenholz mit starrem Verbund übertragbar sind. Eine ausführliche und umfassende Darstellung zum Thema Verbundwerkstoffe gibt Gebbeken [16]. Nach Gebbeken [16] können Verbundwerkstoffe durch das Verhältnis von Elastizitätsmoduln benachbarter Schichten klassifiziert werden. Gebbeken bezeichnet diesen Verhältniswert mit n und gibt zur Berechnung Gl.3.1.-03 an:

$$n = \frac{E_1}{E_2}$$
(GI.3.1.-03)

-> n ist der Verhältniswert von Elastizitätsmoduln benachbarter Schichten bzw. Brettlagen nach Gebbeken [16]

-> E1, E2 sind Elastizitätsmoduln benachbarter Schichten bzw. Brettlagen

Für den theoretischen Fall, dass die "Bretter" von Brettlagenholz breit- und schmalseitig verleimt wären, würde für zwei Brettlagen mit gleicher Anordnung der Brettlagen, d.h. mit gleicher Ausrichtung der Fasern, der Verhältniswert n = 1 betragen und für zwei Brettlagen mit orthogonaler Ausrichtung der Fasern der Verhältniswert n = 22 betragen. Darüber hinaus ist in Abhängigkeit der Transformation auch ein Verhältniswert n = 68 möglich. In Abhängigkeit von dem Verhältniswert n können nach Gebbeken Verbundwerkstoffe klassifiziert werden und kann auf ein verändertes Biegetragverhalten geschlossen werden. Für die von Gebbeken untersuchten Verbundwerkstoffe stellt er für den Bereich n < 40 ein gekoppeltes Biegetragverhalten und für den Bereich n > 100 ein entkoppeltes Biegetragverhalten fest. Übertragen auf den theoretischen Fall von breit- und schmalseitig verleimten Brettlagenholz wäre somit für n = 22 ein gekoppeltes, für n = 68 der Übergang zum entkoppelten Biegetragverhalten vorhanden. Für Brettlagenholz entsprechend der Definition mit nur breitseitiger Verleimung und möglicherweise schmalseitigem Abstand der Bretter und orthogonalem Aufbau ist der Verhältniswert n = ∞ , d.h. das Biegetragverhalten ist nach Gebbeken entkoppelt. Weitere Erläuterungen siehe Gebbeken[16]. Diese Erkenntnis zeigt ebenfalls deutlich, dass die Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie auf Brettlagenholz mit starrem Verbund kritisch zu hinterfragen ist.

Neben dem Verhältniswert n gibt Gebbeken [16] den Hinweis für Verbundwerkstoffe, dass das Verhältnis der Schubmoduln benachbarter Schichten zu berücksichtigen ist. Gebbeken stellt fest, dass es durch schubweiche Schichten zur Entkoppelung des Biegetragverhaltens kommen kann. Bezogen auf Brettlagenholz wird hierzu dies mit folgender Untersuchung mit einem FE Modell nachvollzogen. Das FE Modell entspricht dem Plattenstreifen in S3.1.-02 und besteht aus dreidimensionalen Volumenelementen. Das Verhältnis Höhe / Länge ist 1/10. Die Elastizitätsmoduln in X' Richtung werden für alle drei Brettlagen gleich gelassen und es wird schrittweise der Schubmodul der Brettlage 2 verringert, während die Schubmoduln der Brettlage 1 bzw. Brettlage 3 gleich bleiben. In Analogie zu Gl.3.1.-03 nach Gebbeken wird ein Verhältniswert g neu definiert, der das Verhältnis der Schubmoduln zweier benachbarter Brettlagen beschreibt. Der Verhältniswert g ist gemäß Gl.3.1.-04 zu berechnen:

$$g = \frac{G_1}{G_2}$$
 (GI.3.1.-04)

-> g ist der Verhältniswert von Schubmoduln benachbarter Brettlagen

-> G1, G2 sind Schubmoduln benachbarter Schichten bzw. Brettlagen

Das Verhältnis der Schubmoduln der Brettlagen 1 bzw. Brettlage 3 zu Brettlage 2 beträgt in der Untersuchung g = 1, 2, 5, 10, 20 und 30. In D3.1.-02 ist die mit dem FE Modell ermittelte absolute Verschiebung u in X' Richtung an der Stelle C für verschiedene Verhältniswerte g dargestellt.



D3.1.-02: Verschiebung u in X' Richtung an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g



In D3.1.-03 ist die mit dem FE Modell ermittelten Spannung σ an der Stelle C für verschiedene Verhältniswerte g dargestellt.

D3.1.-03: Spannung σ an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g

In D3.1.-04 ist die mit dem FE Modell ermittelten Spannung τ an der Stelle C für verschiedene Verhältniswerte g dargestellt.



D3.1.-04: Spannung τ an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g

Der Verhältniswert g benachbarter Brettlagen kann bei Brettlagenholz zwischen g = 1 und g = 10 unter Berücksichtigung des Rollschubes liegen, jedoch ist auch g = 27 in Abhängigkeit der Transformation möglich. Die Untersuchung zeigt, das bereits ab einem Verhältniswert g = 5 sich die Brettlage 1 und Brettlage 3 gegeneinander verschieben, wie D3.1.-02 zeigt. Bei einem Verhältniswert von g = 5 ist hingegen das Biegetragverhalten weiterhin miteinander gekoppelt, wie die Spannung σ in D3.1.-03 zeigt. Ab einem Verhältniswert von g = 10 ist diese Koppelung bezüglich der Spannung σ nur noch eingeschränkt vorhanden. Spannung σ hat bereits innerhalb der Brettlage 1 und Brettlage 3 einen Vorzeichenwechsel, was ein deutliches Zeichen für eine beginnende Entkopplung des Biegetragverhaltens ist. Zudem ist die Erkenntnis wichtig, dass die Spannung τ trotz des Anfangs der Entkoppelung des Biegetragverhaltens bei einem Verhältniswert von g = 10 eine geringe Veränderung erfährt. Dies bedeutet für das Beispiel, das die Brettlage 2 mit dem geringen Schubmodul, wie z.B. dem Rollschubmodul, eine deutlich größere Schubverformung erfährt als die Brettlage 1 und Brettlage 3.

Aus diesen Überlegungen am Beispiel des Plattenstreifens gemäß S3.1.-01 ist bezüglich Brettlagenholz mit starrem Verbund die Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie kritisch zu hinterfragen und darf aus Sicht des Verfassers trotz des breitseitigen starren Verbundes der Brettlagen nicht angewendet werden. Grund hierfür ist die Anisotropie des Werkstoffes Holz und die Überlagerung mit einem anisotropen Aufbau. Für Brettlagenholz mit starrem Verbund und orthogonalem Aufbau ist aus Sicht des Verfassers zu erwarten, dass der Effekt des Entkoppelns der Biegetragfähigkeit noch ausgeprägter ist, weil der Verhältniswert n= ∞ ist und der Verhältniswert g noch größer sein kann als zuvor angenommen, wenn die "Bretter" schmalseitig einen Abstand haben. Die Feststellung und Überprüfung der Zulässigkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie für Brettlagenholz mit starrem Verbund ist für das weitere Vorgehen bezüglich der Entwicklung eines Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit starrem Verbund von grundlegender Bedeutung. Auf Grund der vorangestellten Erkenntnisse ist es unzulässig, bei Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund aber auch mit starrem Verbund die Schnittgrößen des Flächentragwerkes nach der einfachen Platten- oder Schalentheorie zu ermitteln und dann lediglich eine Bemessung durchzuführen, wie dies z.B. beim Stahlbetonbau üblich ist [11,19,23,50,67,79].

Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter einer plattenartigen Belastung sind die Annahmen für die in Abschnitt 2.5. vorgestellte neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm durch experimentelle Untersuchungen zu überprüfen. Entscheidend ist dabei die Überprüfung der Annahmen bezüglich der Verformungsfigur und dem Versagensfall des stiftförmigen Verbindungsmittels, d.h. die Ausbildung von Fließgelenken in Abhängigkeit der maximal übertragbaren Schubkraft T_k. Von besonderem Interesse ist, ob die Annahme bezüglich der Ausbildung von zwei Fließgelenken an der Stelle zwischen den Brettlagen bei Brettlagenholz mit orthogonaler Ausrichtung und gleicher Höhe der Brettlagen nach der neuen Theorie zutreffend ist. Des Weiteren sind die Annahmen bezüglich der Vernachlässigung der Reibung zwischen den Brettlagen als auch der Vernachlässigung der Steifigkeit und Festigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 experimentell zu überprüfen. Die Annahme der Vernachlässigung der Reibung zwischen den Brettlagen ist unter Berücksichtigung baupraktischer Einflüsse zwingend notwendig, weil die Reibung zwischen den Brettlagen durch Quellen und Schwinden sich

während der Zeit stark verändert und im ungünstigsten Fall zu Null wird. Andererseits ist gerade kurz nach der Herstellung des Brettlagenholzes eine deutliche Reibung zwischen den Brettlagen vorhanden, die im Rahmen der experimentellen Untersuchung in den Messergebnissen zu berücksichtigen ist. Die Annahme der Vernachlässigung der Steifigkeit und Festigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 ist ebenfalls unter Berücksichtigung baupraktischer Einflüsse zwingend notwendig, weil die "Bretter" der Brettlage 2 schmalseitig entweder mit Abstand oder knirsch aber ohne kraftschlüssige schmalseitige Verbindung angeordnet werden und damit das stiftförmige Verbindungsmittel im ungünstigsten Fall zwischen zwei "Bretter" der Brettlage 2 die Schubkraft T ohne Berücksichtigung der Steifigkeit und Festigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 übertragen muss. Andererseits ist unter Berücksichtigung statistischer Einflüsse auch eine nicht näher bestimmbare Anzahl von stiftförmigen Verbindungsmitteln durch die "Bretter" der Brettlage 2 gestützt, sodass dieser Einfluss im Rahmen der experimentellen Untersuchung in den Messergebnissen zu berücksichtigen ist.

Durch folgende Überlegungen kann der Einfluss der Reibung zwischen den Brettlagen und der Einfluss der Steifigkeit und Festigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 während der experimentellen Untersuchungen auf die Messergebnisse abgeschätzt werden. Dazu wird ein Ausschnitt eines Brettlagenholzes mit orthogonalen Aufbau (0,90,0) untersucht. In S3.1.-02 ist der Ausschnitt zweimal dargestellt, einmal die Beanspruchung durch die Schubkraft T auf das stiftförmige Verbindungsmittel und einmal die aus der Schubkraft T verursachten Kräfte und Spannungen zwischen der Brettlage 1 und Brettlage 3 sowie in dem "Brett" der Brettlage 2.

Schubkraft T





S3.1.-02: Beanspruchung des stiftförmigen Verbindungsmittels und durch das stiftförmige Verbindungsmittel zwischen den Brettlagen und in der Brettlage verursachte Spannung/ Kräfte

Die Reibungskraft R zwischen den Brettlagen ist in S3.1.-02 dargestellt und entsteht aus der Druckkraft D unter Berücksichtigung des Reibungsbeiwertes μ . Der Zusammenhang zwischen R, D und μ ist in Gl.3.1.-05 beschrieben:

$$R = D^* \mu$$
 (GI.3.1.-05)

-> R ist die Reibungskraft zwischen benachbarten Brettlagen

-> D ist die Druckkraft zwischen benachbarten Brettlagen

-> μ ist der Reibungsbeiwert zwischen benachbarten Brettlagen

Nach Neuhaus [63] ist der Reibungsbeiwert zwischen zwei Brettlagen von der Orientierung der Brettlagen abhängig und liegt zwischen 0,4 und 1,0. Die Druckkraft D ist die Integration der Druckspannung σ_c . Die Druckspannung σ_c ist jeweils über die Hälfte der Breite b des "Brettes" der Brettlage vorhanden und hat einen dreieckförmigen Verlauf. Die Druckspannung σ_c entstehen aus dem Aufkippen der "Bretter" der Brettlage 2. Die Druckspannung σ_c kann durch Integration durch eine Druckkraft D ersetzt werden. Die Druckkraft D greift bezogen auf die Breite b des "Brettes" im Abstand 1/6 von den äußeren Kanten an. Nach Auswertung der Integration berechnet sich die Druckkraft D gemäß Gl.3.1.-06:

$$D = \frac{1}{4} * b * \sigma_c \tag{GI.3.1.-06}$$

-> D ist die Druckkraft zwischen benachbarten Brettlagen

-> b ist die Breite des "Brettes" der Brettlage 2

-> $\sigma_{c}\,$ ist die Druckspannung zwischen benachbarten Brettlagen

Im "Brett" der Brettlage 2 entsteht durch das stiftförmige Verbindungsmittel eine Zugspannung σ_t , die in S3.1.-02 dargestellt ist. Die Zugspannungen σ_t haben einen dreieckförmigen Verlauf. Die Zugspannung σ_t kann durch Integration durch eine Zugkraft Z ersetzt werden, die bezogen auf die Höhe h des "Brettes" im Abstand von 1/6 von den äußeren Kanten angreift. Nach Auswertung der Integration berechnet sich die Zugkraft Z gemäß GI.3.1.-07:

$$Z = \frac{1}{4} * h * \sigma_t \tag{GI.3.1.-07}$$

-> Z ist die Zugkraft im "Brett" der Brettlage 2

-> h ist die Höhe der Brettlage 2

-> σ_t ist die Zugspannung im "Brett" der Brettlage 2

Die in der experimentellen Untersuchung zu messende Schubkraft T_{gesamt}, die von der nachgiebigen Verbindung übertragen wird, setzt sich somit gemäß GI.3.1.-08 aus T, R und Z zusammen.

$$T_{gesamt} = T + R + Z \tag{GI.3.1.-08}$$

-> T_{gesamt} ist die während der experimentellen Untersuchung gemessene Schubkraft, die übertragen wird

-> T ist die Schubkraft, die durch das Verbindungsmittel übertragen wird, gemäß neuem nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm

- -> R ist die Reibungskraft zwischen benachbarten Brettlagen
- -> Z ist die Zugkraft im "Brett" der Brettlage 2

Nicht bekannt ist jedoch die Größe der Anteile von T, R und Z in Gl.3.1.-08. Durch folgende Überlegungen kann dazu die Größe der Anteile abgeschätzt werden. Die maximale Zugkraft Z_{max} im "Brett" der Brettlage 2 ist erreicht, wenn die Zugspannung σ_t im "Brett" der Brettlage 2 gleich der Zugfestigkeit f_{t,90,k} des "Brettes" der Brettlage 2 ist. Somit kann gemäß Gl.3.1.-09 die maximale Zugkraft Z_{max} berechnet werden:

$$Z_{\max} = \frac{1}{2} * h * t * f_{t,90,k}$$
(GI.3.1.-09)

-> Z_{max} ist die maximale Zugkraft im "Brett" der Brettlage 2

-> h ist die Höhe der Brettlage 2

- -> t ist die Tiefe des "Brettes" der Brettlage 2
- -> ft,90,k ist die Zugfestigkeit des "Brettes" der Brettlage 2

Unter der Annahme, dass die Größe des Anteiles von der Zugkraft Z in Gl.3.1.-08 während der experimentellen Untersuchung prozentual immer gleich groß ist und beim Versagen der Verbindung die maximale Zugkraft Z_{max} erreicht ist, kann die Zugkraft Z gemäß Gl.3.1.-10 berechnet werden:

$$Z = \frac{T_{gemessen}}{T_{gemessen,\max}} * \frac{1}{2} * h * t * f_{t,90,k}$$
(GI.3.1.-10)

-> Z ist die Zugkraft im "Brett" der Brettlage 2

-> T_{gemessen} ist die während der experimentellen Untersuchung gemessene Schubkraft, die übertragen wird

-> T_{gemessen,max} ist die während der experimentellen Untersuchung maximal gemessene Schubkraft, die übertragen wird

-> h ist die Höhe des "Brettes" der Brettlage 2

-> t ist die Tiefe des "Brettes" der Brettlage 2

-> ft,90,k ist die Zugfestigkeit des "Brettes" der Brettlage 2

Zur Berechnung des Anteiles der Reibung R wird eine Gleichgewichtsbetrachtung durchgeführt. Unter Beachtung des Momentengleichgewichtes für das "Brett" der Brettlage 2 gilt gemäß Gl.3.1.-11:

$$T_{gemessen} * 2 * h = D * \frac{2}{3} * b$$
 (GI.3.1.-11)

-> T_{gemessen} ist die während der experimentellen Untersuchung gemessene Schubkraft, die übertragen wird

-> h ist die Höhe der Brettlage 2

-> b ist die Breite des "Brettes" der Brettlage 2

-> D ist die Druckkraft zwischen benachbarten Brettlagen

Nach mehreren Umformungen, Einsetzen von GI.3.1.-05 und Umstellen nach R ergibt sich aus GI.3.1.-11 nun GI.3.1.-12:

$$R = T_{gemessen} * \mu * \left(\frac{3h}{b}\right)$$
(GI.3.1.-12)

-> T_{gemessen} ist die während der experimentellen Untersuchung gemessene Schubkraft, die übertragen wird

-> h ist die Höhe des "Brettes" der Brettlage 2

-> b ist die Breite des "Brettes" der Brettlage 2

-> µ ist der Reibungsbeiwert zwischen den Brettlagen

Der Reibungsbeiwert µ liegt zwischen zwei Brettlagen zwischen 0,4 und 1,0. Dabei ist die Neigung der Fasern zwischen den beiden Brettlagen zu berücksichtigen ebenso wie die Oberflächenbeschaffenheit der Brettlagen. Die Zugfestigkeit ft,90,k des "Brettes" liegt bei Nadelholz nach [N5,N6] zwischen 0,20 [N/mm²] und 0,40 [N/mm²]. Durch Variation des Reibungsbeiwertes µ und der Zugfestigkeit ft,90,k kann gemäß GI.3.1.-10 der Anteil für Z und gemäß GI.3.1.-12 der Anteil für R berechnet werden. Der Anteil für T ist gemäß GI.3.1.-08 der Unterschied zu T_{gemessen}. Dabei kann der Anteil für T nicht größer als die maximale Schubkraft T_{max} werden. Die maximale Schubkraft T_{max} wird gemäß Abschnitt 2.5. berechnet. Für alle Gleichungen ist bezogen auf die experimentelle Untersuchung die Anzahl der "Bretter" in der Brettlage 2 sowie die Anzahl der Verbindungsmittel zu berücksichtigen.

Durch diese Überlegungen kann somit der Einfluss der Reibung zwischen den Brettlagen und der Steifigkeit und Festigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 bezogen auf die gemessene Schubkraft während der experimentellen Untersuchung abgeschätzt werden. Diese Überlegungen bezüglich GI.3.1.-08 sind durch die experimentelle Untersuchung zu kontrollieren.

3.2. Versuchsaufbau

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund wird die Zulässigkeit der Annahme der Kirchhoffschen Plattentheorie mit Probekörpern am Beispiel eines Plattenstreifens unter plattenartiger Belastung untersucht. Die experimentelle Untersuchung umfasst eine Versuchsreihe von 4 Plattenstreifen, die bezüglich der äußeren Abmessungen, der Auflagerbedingungen (A und B) und der Kraft (F/2) gleich sind. Die Definition der Versuchsreihe ist in S3.2.-01 dargestellt. Die Plattenstreifen haben die äußeren Abmessungen in X´ Richtung von 1161 [mm], in Y´ Richtung von 126 [mm] und in Z´ Richtung von 108 [mm]. Alle Plattenstreifen bestehen zudem aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz (0,90,0), mit einer Höhe der Brettlagen von je 36 [mm] und breitseitiger Verleimung. Die Unterschiede zwischen den Plattenstreifen bestehen in der Brettlage 2 bezüglich der Abmessungen der einzelnen "Bretter" in Brettlage 2 in X´ Richtung und der Orientierung der Jahrringe der "Bretter" in Brettlage 2.



S3.2.-01: Definitionen der Versuchsreihe für Brettlagenholz mit starrem Verbund

Zur Wahl der Form der Plattenstreifen und des Versuchaufbaues in der Versuchsreihe haben mehrere Überlegungen geführt. Zum Ersten ist der Einsatz von Brettlagenholz als stabförmiges Bauteil möglich. Das Trag- und Verformungsverhalten von stabförmigen Bauteilen aus Brettlagenholz kann mit dieser Versuchsreihe untersucht werden. Zum Zweiten kann Brettlagenholz als flächiges Tragwerk, als Platte, verwendet werden. Das Trag- und Verformungsverhalten einer zweiseitig gelagerten Platte kann vereinfacht und näherungsweise an einem Plattenstreifen untersucht werden. Die Probekörper entsprechen einem repräsentativen Ausschnitt eines Plattenstreifens einer drillweichen Platte. Das Trag- und Verformungsverhalten von einem Plattenstreifen aus Brettlagenholz kann mit dieser Versuchsreihe untersucht werden. Der Plattenstreifen aus Brettlagenholz bietet zudem im Gegensatz zu einer vierseitig gelagerten Platte aus Brettlagenholz den Vorteil, dass das entscheidende Trag- und Verformungsverhalten auf 2 Dimensionen, X' und Z', beschränkt wird und somit einzelne Ereignisse während der experimentellen Untersuchung eindeutiger bestimmt und beschrieben werden können. Der Einfluss des Unterschiedes in der Brettlage 2 ist bezüglich der Analyse und Auswertung der Versuchsergebnisse klarer und deutlicher zu erkennen. Aus den Versuchsergebnissen darf nur auf das qualitative Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund zurück geschlossen werden.

Der Versuchsaufbau ist in S3.2.-02 schematisch für Brettlagenholz mit starrem Verbund mit eingebauten Plattenstreifen, von der Seite AB betrachtet, dargestellt. Der Versuchsaufbau besteht von oben nach unten aus folgenden Komponenten: von oben nach unten wirkend wird der Plattenstreifen in Feldmitte mit einer Kraft F mit maximal 63 [kN] belastet. Die physikalische Größen "Kraft F" und



für Brettlagenholz mit starrem Verbund (Seite AB)

Durchbiegung in Z' Richtung werden gemessen. In S3.2.-02 ist die Wirkungsrichtung der Kraft F sowie der Kraftangriffspunkt mit einem schwarzen Pfeil dargestellt. Die Kraft F wird durch eine Traverse in zwei Kräfte (F/2) aufgeteilt, die symmetrisch zur Feldmitte auf den Plattenstreifen wirken. Die Traverse ist ein genormter Stahlprofilträger (HEB 120), der eine höhere Biegesteifigkeit als der Plattenstreifen aus Brettlagenholz hat. Die Krafteinleitung erfolgt über Abstandshalter an den vorgesehenen Stellen (F/2). An Seite A sind über einen biegesteifen Winkel am Plattenstreifen angeschlossene Wegaufnehmer 1 bis 4 über die Querschnittshöhe angeordnet, die die Verschiebungen des Plattenstreifens in X' Richtung messen. Die Wegaufnehmer 1 bis 4 sind in Y' Richtung in Plattenstreifenmitte angeordnet. Der Plattenstreifen ist jeweils auf dem Auflager A und B aufgelegt. Zwischen Auflager A und B und dem Plattenstreifen sollte eine Stahlplatte angeordnet werden, die das Eindrücken der Auflagerrollen in das Holz verhindern sollte. Die Auflagerrollen ermöglichen dem Plattenstreifen sowohl ein Verdrehen in der XZ' Ebene als auch eine Verschiebung in X' Richtung mit einem geringen Widerstand. Der Plattenstreifen ist länger als von Auflager zu Auflager, um somit ein frühzeitiges Versagen des Plattenstreifens am Auflager durch einen zu kleinen Überstand zu verhindern und bietet zudem die aus konstruktiven Gründen notwendige Länge zur Befestigung des Winkels für die Wegaufnehmer 1 bis 4.

In F3.2.-01 ist der Versuchsaufbau für Brettlagenholz mit starrem Verbund von der Seite A / Seite AB fotografiert. Im Gegensatz zum hier geplanten Aufbau wird während der Versuchsdurchführung das Auflager A und B mit Auflagerrollen mit deutlich größerem Durchmesser verwendet, weshalb auf die Stahlplatten verzichtet wird. Daraus ergeben sich allerdings Messfehler beim Wegaufnehmer Feldmitte bezüglich der Durchbiegung, wie im Weiteren beschrieben.



F3.2.-01: Versuchsaufbau für Brettlagenholz mit starrem Verbund mit Seite A / Seite AB



Die Anordnung der Wegaufnehmer 1 bis 4 ist in S3.2.-03 dargestellt.

S3.2.-03: Anordnung der Wegaufnehmer 1 bis 4 an der Seite A, betrachtet von der Seite AB

F3.2.-02 zeigt die Wegaufnehmer 1 bis 4 sowie die Befestigung mit dem Winkel am Plattenstreifen



F3.2.-02: Anordnung der Wegaufnehmer 1 bis 4 an der Seite A des Plattenstreifens

Während der experimentellen Untersuchung wird die Kraft F, die Durchbiegung in Feldmitte und die Verschiebung des Plattenstreifens an der Seite A mit den Wegaufnehmern 1 bis 4 gemessen. Die Messung der Durchbiegung in Feldmitte beinhaltet die Durchbiegung des Plattenstreifens an der Stel-

le F/2. Die Kraft F wird mit einem Zylinder von der Firma Schenck, max. Kraft 63 [kN], Hub von ± 125 [mm], aufgebracht und der Versuch wird weggesteuert durchgeführt. Die Wegaufnehmer sind von der Firma Solartron, Typ DP 10, mit einer Messgenauigkeit von 1/1000 [mm].

Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist bereits durch Angabe von Literatur [14,22] sowie eigene Überlegungen festgestellt worden, dass die Kirchhoffsche Plattentheorie unzulässig ist. Somit wird dies nicht durch die experimentelle Untersuchung überprüft. Hingegen ist das Trag- und Verformungsverhalten des stiftförmigen Verbindungsmittels, d.h. die Ausbildung von Fließgelenken in Abhängigkeit von der Schubkraft T durch die experimentelle Untersuchung zu überprüfen. Zur Durchführung der experimentellen Untersuchung wird ein Versuchskörper aus dreilagigen Brettlagenholz (0,90,0) mit stiftförmigen Verbindungsmitteln aus Nägeln ⊘ 4,2 [mm], Länge 108 [mm] hergestellt. Die Nagellöcher wurden vorgebohrt. Der Versuchskörper entspricht dabei einem Ausschnitt eines Plattenstreifens. Untersucht wird das Trag- und Verformungsverhalten der stiftförmigen Verbindungsmittel "Nägel" in Abhängigkeit der Schubkraft T und das Entstehen von Fließgelenken in den "Nägeln". Der Versuchskörper ist in S3.2.-04 dargestellt sowie die Definition des Koordinatensystems und der Abmessungen in [mm].



S3.2.-04: Definitionen des Versuchskörpers für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Die Brettlage 1 des Versuchskörpers wird auf der Seite A mit einer Schubkraft T in positiver X' Richtung belastet und die Brettlage 3 auf der Seite B wird mit einem unverschieblichen Auflager B festgehalten. Durch die Schubkraft T und das Auflager B wird den Nägeln eine Schubbeanspruchung aufgezwungen, wie in Abschnitt 3.1. dargestellt. Der Versuchskörper wird im Versuchsaufbau in Z' Richtung gehalten, damit das Aufkippen des Versuchskörpers durch das Moment, dass durch die unterschiedliche Höhe zwischen der Schubkraft T und Auflager B entsteht, verhindert wird. Durch die Halterung des Versuchskörpers in Z' Richtung wird das Trag- und Verformungsverhalten des Versuchskörpers steifer als in Wirklichkeit, weil die Reibungskraft R zwischen den Brettlagen aktiviert werden kann. Der Versuchsaufbau ist in F3.2.-03 fotografiert und in S3.2.-05 dargestellt. Die Schubkraft T wird auf der Seite A zentriert in Brettlage 1 durch einen Hydraulikzylinder aufgebracht und gleichzeitig gemessen. Die Verschiebung u der Brettlage 1 durch die Schubkraft T wird mit dem Wegaufnehmer Verschiebung auf der Seite B gemessen. Der Wegaufnehmer Verschiebung ist mittig an der Brettlage 1 angebracht. Festgehalten wird der Versuchskörper durch das Auflager B auf der Seite B, dass unverschieblich ist. Das Auflager B hat die gleichen Abmessungen in Y' und Z' wie Brettlage 3. In S3.2.-05 ist die Halterung des Versuchskörpers in Z' Richtung bezüglich Brettlage 1 und Brettlage 3 nicht dargestellt. Die Nägel sind paarweise je "Brett" der Brettlage 2 angeordnet. Das erste und letzte "Brett" der Brettlage 2 sind ohne Nägel nur als Abstandshalter zwischen Brettlage 1 und Brettlage 3 gelegt.



F3.2.-03: Versuchsaufbau für Brettlagenholz mit nachgiebigen Verbund mit Seite A / Seite AB



S3.2.-05: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaues für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund (Seite AB)

3.3. Versuchskörper

Die Versuchsreihe für Brettlagenholz mit starrem Verbund besteht aus vier Versuchskörpern - Plattenstreifen, die alle die gleichen äußeren Abmessungen und Orientierung der Holzfasern bezüglich der Brettlage 1 bis 3 haben. Alle Brettlagen sind miteinander breitseitig verleimt. Unterschiedlich ist bei allen 4 Plattenstreifen die Brettlage 2. In Brettlage 2 werden zum Ersten die geometrischen Abmessungen der "Bretter" und zum Zweiten die Jahrringneigung variiert. In S3.3.-01 ist beides dargestellt.



S3.3.-01: Geometrische Abmessungen und Jahrringneigung der Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4

Der Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund hat die in S3.3.-02 angegebenen Abmessungen sowie Jahrringneigung. Alle Brettlagen sind mit Nägeln, Durchmesser 4,2 [mm], Länge 108 [mm] miteinander verbunden. Die Anzahl, Lage und Anordnung der Nägel ist blau in S3.3.-02 dargestellt.



S3.3.-02: Geometrische Abmessungen und Jahrringneigung des Versuchskörpers für Brettlagenholz mit nachgiebigen Verbund

Für alle Versuchskörper wird das gleiche Holz verwendet. Das Holz wird mit einer durchschnittlichen Holzfeuchte von 15,7 [%] geliefert und vor dem Verleimen auf durchschnittlich 12,3 [%] getrocknet. Bei 12,3 % werden die Holzkörper für starren Verbund hergestellt. Bis zur Versuchsdurchführung stellte sich in dem Holz über einen Zeitraum von 6 Monaten eine Holzfeuchte von durchschnittlich 7,6 [%] ein, gemessen bei Versuchsdurchführung. Der Versuchskörper "nachgiebiger Verbund" wird erst bei der durchschnittlichen Holzfeuchte von 7,6 [%] hergestellt. Die Lagerung erfolgt in einer klimatisierten Halle. Die Entwicklung der Holzfeuchte ist in D3.3.-01 dargestellt.



D3.3.-01: gemessene Holzfeuchte des Holzes für die experimentelle Untersuchung

Das Holz wird gemäß Grosser/Zimmer [24] als Fichte bestimmt. Nachdem Sägen und Hobeln wird das Holz gemäß Entwurf der DIN 4074 [N7] optisch sortiert. Das Ergebnis ist exemplarisch für die Brettlage 1 und Brettlage 3 des Plattenstreifen Nr. 1 in T3.3.-01 dargestellt.

Sortiermerkmale	Brettlage 1		Brettlage 3	
	Ergebnis	Sortierkl.	Ergebnis	Sortierkl.
1.1. Äste - Einzellast	15/62	S 10	19/248	S 13
1.2. Äste - Astansammlung	17/62	S 13	29/248	S 13
1.3. Äste - Kantenflächenast	55/124	S 10	15/124	S 13
2. Faserneigung	parallel	S 13	parallel	S 13
3. Markröhre	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite A	7 cm/34 Ringe	S 13	7,8 cm/34 Ringe	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite B	8,3 cm/37 Ringe	S 13	8,4 cm/39 Ringe	S 13
5. Risse	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
6. Baumkante	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
7. Krümmung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden S 13	
8. Verfärbung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13

T3.3.-01: Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.1 nach [N7]

Aus T3.3.-02 ist ersichtlich, dass die überwiegende Anzahl der Kriterien bezüglich der optischen Sortierung der Holzgüte nach dem Sägen und Hobeln nach [N7] im Bereich S 13 (hellgrau hervorgehoben) entspricht. Zudem ist bei den Kriterien, bei denen S 10 festgestellt wurde, nur eine geringe Überschreitung bezüglich der Sortiermerkmale von S 13 vorhanden. Die vollständige Darstellung der Feststellung der Holzgüte nach [N7] ist in Anhang A1 festgehalten. Zur Kontrolle wird zudem durch Versuche nach DIN 52186 [N13] sowie durch veränderte Versuche nach DIN EN 408 [N11] der Elastizitätsmodul E_L bestimmt. Nach DIN 52186 [N13] beträgt E_L 10683 [N/mm²] für eine Holzfeuchte von 7,6 %. Nach veränderten Versuchen nach DIN EN 408 [N11] beträgt E_L 13497 [N/mm²] für eine Holzfeuchte von 7,6 %. Diese Versuche bestätigen ebenfalls die Holzgüte von S 13. Neuhaus [62] und Niemz [65] stellen fest, dass E_L sowie andere Steifigkeitswerte mit Zunahme der Holzfeuchte abnehmen. Eine Beziehung zwischen der Holzfeuchte und der Änderung der Steifigkeitswerte wird jedoch nicht angegeben, sodass eine Umrechnung von E_L für eine Holzfeuchte von 12 % nicht möglich ist. E_L beträgt während der experimentellen Untersuchung 13497 [N/mm²].

Niemz [65] gibt für Fichte folgende weitere Werkstoffkennwerte an, die in den Berechnungen in der vorliegenden Arbeit verwendet werden. Diese Werkstoffkennwerte wurden versuchstechnisch nicht selber ermittelt, weil bis dato keine genormten Prüfverfahren dazu vorhanden sind.

Ет	ER	Glr	Grt	Glt
450 [N/mm²]	800 [N/mm²]	600 [N/mm²]	40 [N/mm²]	650 [N/mm²]

T3.3.-02: Werkstoffkennwerte für Fichte nach Niemz [65]

Weitere Informationen zur Bestimmung und Festlegung der Werkstoffkennwerte gemäß T3.3.-02 sind in Anhang A1 dargestellt.

3.4. Versuchsergebnisse bei starrem Verbund

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund ergeben sich aus der Versuchsdurchführung folgende Versuchsergebnisse, die in D3.4.-01 bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit zur Kraft F für Plattenstreifen Nr.1 bis Nr. 4 dargestellt sind.



D3.4.-01: Durchbiegung in Feldmitte für Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4

Auffällig ist in D3.4.-01, dass die Durchbiegung in Feldmitte offenbar maßgebend von der Brettbreite und Jahrringneigung der "Bretter" der Lage 2 geprägt wird. Dies steht im Einklang mit den vorherigen Überlegungen. Jeder Plattenstreifen zeigt eine deutlich unterschiedliche Durchbiegung trotz des gleichen Werkstoffes Holz mit der gleichen Sortierklasse, des gleichen Versuchsaufbaues und der gleichen Versuchsdurchführung. Die Kraft F wird ohne Lastzyklen aufgebracht. Aus Sicht des Verfassers ist zu vermuten, dass unter Lastzyklen die Durchbiegung noch ausgeprägter gewesen wäre. Ebenso wird nicht die Kraft F für längere Zeit aufgebracht, was aus Sicht des Verfassers zu deutlichen Kriecheinflüssen geführt hätte. Zu Beginn der Durchbiegung sind Ungenauigkeiten im Bereich der Auflager als auch der Krafteinleitung im Plattenstreifen vorhanden, die durch Druck senkrecht zur Faser bis zu einer Kraft F von ca. 5 [kN] ausgeglichen werden.

Die Verschiebungen der Brettlagen in X´ Richtung auf der Seite A wird mit vier Wegaufnehmern über die Höhe des Plattenstreifens gemessen. Durch die Befestigung der Wegaufnehmer über einen Winkel, der auf der Oberseite des Plattenstreifens mit diesem starr verbunden ist, wird die Verschiebung bezüglich der Oberseite des Plattenstreifens gemessen. Unter der Annahme, dass die Verschiebung in der Mitte der Höhe des Plattenstreifens Null sei, können die gemessenen Verschiebungen wie folgt angegeben werden. Der Einfluß der Verdrehungen der Stirnseite wird nicht dargestellt.

In D3.4.-02 sind die Verschiebungen für Plattenstreifen Nr.1 für die Einzellasten 5 [kN], 10 [kN], 15 [kN], 20 [kN], 25 [kN] und 30 [kN] mit Symbolen dargestellt und die Verschiebung über die Höhe jeder einzelnen Brettlage linear verbunden.



D3. 4.-02: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 1 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4

In F3.4.-01 ist für die Verschiebung von Plattenstreifen Nr. 1 bei maximaler Kraft F = 60,2 [kN] von Seite AB Auflager B fotografiert.



F3.4.-01: Plattenstreifen Nr. 1 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 60,2 [kN]

In D3.4.-03 sind die Verschiebungen für Plattenstreifen Nr.2 für die Einzellasten 5 [kN], 10 [kN], 15 [kN], 20 [kN], 25 [kN] und 30 [kN] mit Symbolen dargestellt und die Verschiebung über die Höhe jeder einzelnen Brettlage linear verbunden.



D3.4.-03: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 2 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4

In F3.4.-02 ist für die Verschiebung von Plattenstreifen Nr. 2 bei maximaler Kraft F = 48,7 [kN] von Seite AB Auflager B fotografiert.



F3.4.-02: Plattenstreifen Nr. 2 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 48,7 [kN]

In D3.4.-04 sind die Verschiebungen für Plattenstreifen Nr.3 für die Einzellasten 5 [kN], 10 [kN], 15 [kN], 20 [kN], 25 [kN] und 30 [kN] mit Symbolen dargestellt und die Verschiebung über die Höhe jeder einzelnen Brettlage linear verbunden.



D3.4.-04: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 3 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4

In F3.4.-03 ist für die Verschiebung von Plattenstreifen Nr. 1 bei maximaler Kraft F = 50,6 [kN] von Seite AB, Auflager B fotografiert.



F3.4.-03: Plattenstreifen Nr. 3 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 50,6 [kN]

In D3.4.-05 sind die Verschiebungen für Plattenstreifen Nr.4 für die Einzellasten 5 [kN], 10 [kN], 15 [kN], 20 [kN], 25 [kN] und 30 [kN] mit Symbolen dargestellt und die Verschiebung über die Höhe jeder einzelnen Brettlage linear verbunden.



D3.4.-05: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 4 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4

In F3.4.-04 ist für die Verschiebung von Plattenstreifen Nr. 1 bei maximaler Kraft F = 54,6 [kN] von Seite AB, Auflager B fotografiert.



F3.4.-04: Plattenstreifen Nr. 4 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 54,6 [kN]

Auffällig ist, dass die Verschiebungen in X' Richtung ebenfalls maßgebend von der Brettbreite und Jahrringneigung der "Bretter" der Brettlage 2 geprägt wird. Zudem sind die Verschiebungen in X' Richtung zur Mitte der Brettlage 2 unsymmetrisch, weil in der Brettlage 1 immer kleinere Verschiebungen in X' Richtung vorhanden sind als in Brettlage 3. Aus Sicht des Verfassers könnte dies durch die Krafteinleitung verursacht sein, die auf der Oberseite die Dehnungen durch Reibung behindert. Die Dehnungen auf der Unterseite hingegen werden durch die Konstruktion der Auflager geringer beeinflusst. Bei der Durchführung der experimentellen Untersuchung für Brettlagenholz mit starrem Verbund ist ab einer Kraft von ca. 30 [kN] das Eindrücken der Auflager in die Plattenstreifen zu erkennen. Exemplarisch ist die Eindrückung in F3.4.-05 am Beispiel des Auflager A des Plattenstreifens Nr. 3 bei maximaler Kraft abgebildet (Detail I). Diese Eindrückung ist bei der Messung der Durchbiegung in Feldmitte zu berücksichtigen. Dazu ist ab einer Kraft von ca. 30 [kN] auffällig, dass die Steigung der Grafen in D3.4.-01 abnimmt.



F3.4.-05: Plattenstreifen Nr. 3, Seite AB, Auflager A mit plastischen Verformungen bei maximaler Kraft F = 50,6 [kN]

Ebenfalls ist ab einer Kraft von ca. 30 [kN] in den mit Wegaufnehmer 1-4 gemessenen Verschiebungen in X' Richtung eine nichtlineare Zunahme der Verschiebung feststellbar. Bei Plattenstreifen Nr. 2 und Nr. 3 ist dabei die nichtlineare Zunahme ausgeprägter als bei Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4. Unter der Annahme eines elastischen Werkstoffes müsste die Zunahme der Verschiebungen in X' Richtung über die Querschnittshöhe linear sein. Bei den Plattenstreifen Nr. 2 und Nr. 3 ist zudem ab einer Kraft von 35 [kN] im Auflager- und Krafteinleitungsbereich das Überschreiten der Zugfestigkeit senkrecht zur Faser und somit das Entstehen von Rissen von der Stirnseite beginnend zwischen Brettlage 1 und Brettlage 2 zu erkennen. Dies ist in F3.4.-06 am Beispiel der Seite B des Plattenstreifens Nr. 2 abgebildet (Detail II). Für die Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4 wird während der Versuchsdurchführung das Überschreiten der Zugfestigkeit senkrecht zur Faser nicht beobachtet.


F3.4.-06: Plattenstreifen Nr. 2, Seite AB, Seite B mit überschreiten der Zugfestigkeit senkrecht zur Faser bei maximaler Kraft F = 48,7 [kN]

Zur besseren Vergleichbarkeit des Einflusses der Brettbreite sowie der Jahrringneigung sind die Verschiebungen in X' Richtung für die Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4 für die Kraft F = 20 [kN] nochmals in D3.4.-06 gegenübergestellt. In D3.4.-06 ist der Einfluss der Brettbreite und Jahrringneigung der "Bretter" der Brettlage 2 zuerkennen.



D3.4.-06: Verschiebung Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4 in X' Richtung für F = 20 [kN]

Das Ebenbleiben des Gesamtquerschnittes beim Plattenstreifen aus Brettlagenholz mit starrem Verbund ist nicht vorhanden und somit die Anwendbarkeit der Kirchhoffschen Plattentheorie auf Brettlagenholz unter plattenartiger Belastung widerlegt. In erster Näherung kann die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformationstheorie 1. Ordnung aufbauend auf der Reißner-Mindlinsche Plattentheorie angewendet werden, wobei zu beachten ist, dass über den Gesamtquerschnitt des Plattenstreifens mit einem konstanten, gemittelten Schubdeformationswinkel die Berechnung durchgeführt wird. In Abschnitt 6 werden die Ergebnisse der experimentellen Untersuchung für Brettlagenholz mit starrem Verbund mit den Ergebnissen von Berechnungen, die mit verschiedenen Berechnungsmodellen durchgeführt wurden, verglichen. Die Berechnungsmodelle werden in Abschnitt 5 erläutert.

3.5. Versuchsergebnisse bei nachgiebigem Verbund

Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ergeben sich aus der Versuchsdurchführung folgende Messergebnisse, die in D3.5.-01 dargestellt sind.



D3.5.-01: Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Auffällig ist, dass das Schubkraft-Verschiebungsdiagramm vereinfacht in zwei Bereiche eingeteilt werden kann. Der erste Bereich liegt zwischen der Verschiebung 0 [mm] und 9,0 [mm]. Er ist geprägt durch eine kontinuierliche Zunahme der Schubkraft T. Unterbrochen wird diese kontinuierliche Schubkraft-Zunahme nur durch kurze Unstetigkeiten, die einen kurzfristigen Abfall der Schubkraft T bei gleich bleibender Verschiebung u bedeuten. In D3.5.-01 sind die kurzen Unstetigkeiten mit Detail III gekennzeichnet. Der zweite Bereich beginnt ab einer Schubkraft T von 9,2 [kN] mit einem deutlichen Abfall der Schubkraft T um 2,7 [kN] bei gleich bleibender Verschiebung u und danach beginnend einem sehr unregelmäßigem Schubkraft-Verschiebungsdiagramm. Ab einer Verschiebung u = 11,5 [mm] Versagen die "Bretter" der Brettlage 2 alle zur gleichen Zeit und schlagartig vergrößert sich die Verschiebung u von 11,5 [mm] auf 13,9 [mm]. Durch das schlagartige Versagen ist zwischen der Verschiebung von ca. 11,5 [mm] und ca. 13,9 [mm] keine Messung der Kraft-Verschiebung möglich gewesen. Gleichzeitig fällt die Schubkraft T von 9,8 [kN] auf 2,9 [kN] ab. Nachdem Versagen der "Bretter" der Brettlage 2 wurde die experimentelle Untersuchung beendet.

Die Schubkraft T wurde während der experimentellen Untersuchung ohne Lastzyklen aufgebracht. Aus Sicht des Verfassers ist zu vermuten, dass unter Lastzyklen bei gleicher Schubkraft T die Verschiebung u noch größer gewesen wären. Ebenso wurde nicht die Schubkraft T für längere Zeit aufgebracht, was aus Sicht des Verfassers zu deutlichen Kriecheinflüssen und somit ebenfalls bei gleicher Schubkraft T zu größeren Verschiebungen u geführt hätte. Zu Beginn der Verschiebung sind anfängliche Ungenauigkeiten im Bereich des Auflager B als auch der Krafteinleitung im Versuchskörper vorhanden, die durch Druck in Faserrichtung bis zur Schubkraft T von ca. 1 [kN] ausgeglichen wurden.

Während der experimentellen Untersuchung ist zudem das Aufkippen der "Bretter" der Brettlage 2 zu erkennen, wie in F3.5.-01 dokumentiert ist. Das Aufkippen der "Bretter" der Brettlage 2 wird durch die Brettlage 1 und Brettlage 3 behindert, sodass im Bereich Detail IV jeweils eine Druckkraft zwischen den Brettlagen entsteht und im Bereich Detail V eine klaffende Fuge. Durch die Druckkraft D im Bereich Detail IV wird die Reibungskraft R zwischen den Brettlagen erzeugt.



F3.5.-01: Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund mit Aufkippen der "Bretter" der Brettlage 2, von Seite AB fotografiert, Schubkraft T = 9 [kN]

Das schlagartige Versagen der "Bretter" der Brettlage 2 erfolgt ab einer Verschiebung von 11,5 [mm]. Kurz nach dem Versagen der "Bretter" der Brettlage 2 ist dies in F3.5.-02 fotografiert. In F3.5.-02 ist zudem zu erkennen, dass die "Bretter" der Brettlage 2 im Bereich der Nägel versagt haben. Die "Bretter" der Brettlage 2 sind in diesem Bereich vollständig durchgerissen. Die Neigung der Rissfläche entspricht der plastischen Verformungsfigur des Nagels.



F3.5.-02: Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund mit Versagen der "Bretter" der Brettlage 2, von Seite AB fotografiert

Nach der experimentellen Untersuchung wurden alle 8 Nägel untersucht und die plastische Verformung der Nägel gemessen. Exemplarisch ist ein Nagel in F3.5.-03 dargestellt.



F3.5.-03: Nagel aus dem Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Die durchschnittliche plastische Verformung betrug 7 [mm], gemessen wurden plastische Verformungen zwischen 6 [mm] und 8 [mm].

Die Versuchsergebnisse für nachgiebigen Verbund werden mit vorherigen Überlegungen verglichen. Für die Nägel mit $oldsymbol{0}$ 4,2 [mm] berechnet sich gemäß Gl.2.5.-05 das plastische Moment M_{y,k} zu 6298 [Nmm]. Die maximale Schubkraft T_k berechnet sich gemäß Gl.2.5.-04 zu 300 [N] je Nagel. Insgesamt sind 8 Nägel vorhanden, sodass die maximale Schubkraft T_k für alle 8 Nägel zusammen T_k 2400 [N] ist. Die Verschiebung u_k berechnet sich gemäß Gl.2.5.-08 zu 1,97 [mm]. Somit berechnet sich der Verschiebungsmodul K_{ser} gemäß Gl.2.5.-09 zu 1218 [N/mm]. Der Verschiebungsmodul K_u für den Tragfähigkeitsnachweis beträgt gemäß Gl.2.5.-10 812 [N/mm]. Nach Hartmann beträgt der Duktilitätsfaktor $\delta > 6$, sodass mit dem Versagen der Nägel bei einer Verschiebung u > 11,82 [mm] zu erwarten ist. In D3.5.-02 sind die zuvor berechneten Ergebnisse in [kN] und [mm] mit den gemessenen Ergebnissen verglichen. Dabei ist zu berücksichtigen, dass die berechneten Ergebnisse ohne Reibungskraft R und ohne Zugfestigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 berechnet wurden.



D3.5.-02: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Aus D3.5.-02 ist ersichtlich, dass bis zum Erreichen der maximalen Schubkraft $T_k = 2,400$ [kN] das gemessene Schubkraft-Verschiebungsdiagramm und das berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm eine gute Übereinstimmung zeigen. Hingegen ist darüber hinaus ein deutlicher Unterschied zu erkennen. Das berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gemäß Abschnitt 2.5. fließt ab der maximalen Schubkraft $T_k = 2,400$ [kN] und kann somit keine zusätzliche Schubkraft T aufnehmen, während das gemessene Schubkraft-Verschiebungsdiagramm eine deutlich größere Schubkraft T aufnehmen, aufnehmen kann. Um die Überlegungen bezüglich des Einflusses der Reibung und der Zugfestigkeit der "Bretter" der Brettlage 2 gemäß Abschnitt 3.1. zu überprüfen, wird die Schubkraft T_{gesamt} gemäß Gl.3.1.-08 berechnet. Dazu wird die Zugkraft Z gemäß Gl.3.1.-10 und die Reibungskraft R gemäß Gl.3.1.-12 und die Schubkraft T gemäß Gl.3.1.-08 als Differenz zur Schubkraft T_{gesamt} berechnet. Der Reibungsbeiwert μ muss zwischen 0,4 und 1,0 liegen und wird für die folgende Berechnung auf 0,5 festgelegt, die Zugfestigkeit f_{t,90,k} muss zwischen 0,2 und 0,4 [N/mm²] liegen und wird zu 0,25 [N/mm²] festgelegt. Unter Verwendung dieser Annahmen ergeben sich gemäß T3.5.-01 folgende Ergebnisse für die Zugkraft Z, die Reibungskraft R, die Schubkraft T.

Verschiebung	Schubkraft	Zugkraft	Reibungskraft	Schubkraft	Schubkraft
u [mm]	T _{gemessen} [kN]	Z [kN]	R [kN]	T [kN]	T _{gesamt} [kN]
0,0	0,00	0,000	0,000	0,000	0,000
1,0	1,65	0,343	0,712	0,595	1,650
1,9	3,16	0,656	1,365	1,139	3,160
3,0	4,60	0,955	1,987	1,658	4,600
5,0	6,89	1,431	2,977	2,482	6,890
7,0	8,26	1,720	3,577	2,963	8,260
9,1	9,10	1,890	3,931	3,279	9,100

T3.5.-01: Zusammenstellung der gemessenen und der berechneten Schubkraft-

Verschiebungsdiagrammen

In D3.5.-03 ist das gemessene Schubkraft-Verschiebungsdiagramm und das berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gemäß GI.3.1.08, GI.3.1.-10 und GI.3.1.-12 dargestellt. Der Anteil der Zugkraft Z ist in D3.5.-03 mit rosa, der Anteil der Reibungskraft R mit rot und der Anteil der Schubkraft T mit gelb dargestellt.



D3.5.-03: Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Aus D3.5.-03 ist die sehr gute Übereinstimmung zwischen dem gemessenen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm dem gemäß Abschnitt 3.1. Schubkraftund berechneten Verschiebungsdiagramm ersichtlich. Dies bestätigt die Überlegungen in Abschnitt 3.1. Bezüglich der guten Übereinstimmung in D3.5.-03 ist zu beachten, dass für das berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für den Reibungsbeiwert µ sowie auch für die Zugfestigkeit ft,90,k eine Annahme getroffen wurde, die kritisch zu hinterfragen ist. Der Reibungsbeiwert µ mit 0,5 ist aus dem möglichen Bereich zwischen 0,4 bis 1,0 eher kleiner gewählt worden, weil die Brettlagen gehobelt waren. Die Zugfestigkeit ft.90,k mit 0,25 [N/mm²] ist aus dem möglichen Bereich zwischen 0,2 [N/mm²] bis 0,4 [N/mm²] ebenfalls eher kleiner gewählt worden, weil der Einfluss kleiner Holzfehler, die äußerlich nicht zuerkennen sind, auf die Zugfestigkeit ft, 30, k im Ingenieurholzbau kritisch zu bewerten ist.

Für den höheren Verschiebungsbereich des Schubkraft-Verschiebungsdiagramm ist festzustellen, dass nach dem Überschreiten der Tragfähigkeit der Verbindung, d.h. Überschreiten der Zugfestigkeit im "Brett" der Brettlage 2 und der Reibungskraft zwischen den Brettlagen, die maximale Schubkraft T_k der Verbindungsmittel mit 2,400 [kN] eine teilweise Übereinstimmung mit der zum Schluss der experimentellen Untersuchung gemessenen Schubkraft T_{gemessen} von 2,8 [kN] bei einer Verschiebung von ca. 14 [mm] hat. Bei diesem Unterschied von ca. 16,6 % ist anzumerken, dass die Materialgüte des Nagels nur durch Auswertung von Literatur bestimmt wurde, nicht aber versuchstechnisch gemessen wurde. Darüber hinaus ist zu beachten, dass der Nagel offenbar nicht nur an zwei Stellen zu Fließen beginnt, sondern über einen größeren Bereich und dass das Versagen schlagartig eingetreten ist. Dies bestätigt die Annahme, dass ohne Berücksichtigung der Reibungskraft und der Zugkraft die Schubkraft T gemäß GI.2.5.-06 und die Verschiebung gemäß GI.2.5.-08 zu ermitteln ist.

4. Werkstoffkennwerte für Brettlagenholz

4.1. Anzuwendende Werkstoffkennwerte des "Brettes" der Brettlage

Gemäß der Definition von Brettlagenholz besteht die einzelne Brettlage aus Vollholz und/oder Holzwerkstoff, die breitseitig starr oder nachgiebig und schmalseitig nicht verbunden sind. Die Brettlage aus Vollholz besteht aus einzelnen "Brettern", die verschiedene Brettbreiten b aber gleiche Bretthöhe h, mit einer Mindesthöhe von 6 [mm] haben.

Die Forderung nach einer Mindesthöhe von 6 [mm] für "Bretter" von Brettlagenholz aus Vollholz kann mit folgender Überlegung verdeutlicht werden. Ist die Höhe der "Bretter" kleiner als 6 [mm], so ist der Unterschied zu Furnieren nicht eindeutig. Die Definition der Höhe von Furnieren ist im Ingenieurholzbau nicht einheitlich. So definiert Ranta-Maunus [71] Furniere mit einer Höhe zwischen 1 [mm] bis 5 [mm], Steck [78] hingegen mit einer Höhe zwischen 2 [mm] bis 4 [mm]. Trotz der nicht einheitlichen Definition der Höhe von Furnieren ist allen Definitionen gemeinsam, dass die Höhe von Furnieren immer kleiner als 5 [mm] ist. Um den Unterschied zu Furnieren zu verdeutlichen, wird für Brettlagenholz die Forderung nach einer Mindesthöhe von 6 [mm] für die Brettlage aus Vollholz festgelegt. Der Unterschied zu Furnieren ist wegen den veränderten Werkstoffkennwerten von Furnieren im Vergleich zu Holz notwendig. Dieser Unterschied wird in D4.1.-01 deutlich. In D4.1.-01 sind einige Werkstoffkennwerte zum Vergleich dargestellt, so für Holz der Sortierklasse MS 7 und MS 10, für Brettschichtholz der Festigkeitsklasse BS 11 und BS 14h, für Furnierschichtholz, wie z.B. Kerto S, für Flachpressplatten, wie z.B. OSB 3, und für Spanplatten. Die Wahl der Sortierklassen von Holz bzw. Festigkeitsklassen von Brettschichtholz, des Furnierschichtholzes, der Flachpressplatten und der Spannplatten werden in Anlehnung an [78] so gewählt, dass der direkte Vergleich der Werkstoffkennwerte unter der Annahme möglich ist, dass das Brettschichtholz, das Furnierschichtholz, die Flachpressplatten und die Spanplatten aus dem gleichen ursprünglichen Holz der Sortierklasse MS 7 bzw. MS 10 hergestellt wurden. Holz hat im Vergleich zu Brettschichtholz und Furnierschichtholz die geringsten Steifigkeitsund Festigkeitswerte, weil im Holzkörper die Holzfehler einen deutlichen Einfluss auf die Steifigkeitsund Festigkeitswerte haben. In [71] wird festgestellt, dass die Holzfehler die Steifigkeits- und Festigkeitswerte im Bauteil aus Holz begrenzen. Bei der Herstellung von Brettschichtholz werden die Holzfehler in die Größe der Lamellen zerschnitten und somit der Einfluss der Holzfehler auf die Steifigkeitsund Festigkeitswerte des Brettschichtholzes verringert. Zudem wird der Holzfehler "Ast" herausgeschnitten und somit eine neue Lamelle durch Keilzinkenverbindung oder Schäftung ohne den Holzfehler Ast hergestellt. Bei der Herstellung von Furnierschichtholz ist das Maß der Zerkleinerung der Holzfehler noch größer und somit der Einfluss der Holzfehler auf die Steifigkeits- und Festigkeitswerte von Furnierschichtholz noch kleiner. Wird das Holz noch stärker zerkleinert zu Flachpressplatten oder Spannplatten, wird dadurch der Einfluss der Holzfehler ebenfalls weiter begrenzt, doch kann dadurch keine Steigerung der Steifigkeits- und Festigkeitswerte erreicht werden, wie in D4.1.-01 zu erkennen ist.



D4.1.-01: Vergleich der Steifigkeits- und Festigkeitswerte verschiedener Werkstoffe

- -> E ist der Elastizitätsmodul
- -> fm,k ist die charakteristische Biegefestigkeit nach [10,65,71,77,N5,N6]
- -> ft,0,k ist die charakteristische Zugfestigkeit in Faserrichtung [10,65,71,77,N5,N6]
- -> fc,0,k ist die charakteristische Druckfestigkeit in Faserrichtung [10,65,71,77,N5,N6]
- -> f_{v,k} ist die charakteristische Schubfestigkeit [10,65,71,77,N5,N6]

In D4.1.-01 werden der Steifigkeitswert "Elastizitätsmodul" und die Festigkeitswerte, wie die charakteristische Biegefestigkeit fm,k, die charakteristische Zugfestigkeit in Faserrichtung ft,0,k, die charakteristische Druckfestigkeit in Faserrichtung fc,0,k, und die charakteristische Schubfestigkeit fv,k miteinander verglichen. Die Steifigkeits- und Festigkeitswerte für Vollholz und Brettschichtholz sind ähnlich, wobei die Steifigkeits- und Festigkeitswerte von Brettschichtholz höher sind als von Vollholz. Für die Flachpressplatten und Spanplatten sind die Steifigkeits- und Festigkeitswerte teilweise unter denen des Vollholzes. Für Furnierschichtholz sind die Steifigkeits- und Festigkeitswerte am Größten, obwohl von einem gleichen ursprünglichen Werkstoff ausgegangen wird. Die Steifigkeits- und Festigkeitswerte von Furnierschichtholz sind nicht mehr direkt mit Holz vergleichbar, weil bei Furnierschichtholz nicht das Holz geschnitten, sondern gehobelt bzw. geschält wird und das einzelne Furnier aus wenigen Jahrringen besteht. Desweiteren wird für Furnierschichtholz mehr Leim als im Vergleich zu Brettschichtholz verwendet, sodass aus Sicht des Verfassers der Einfluss des Leims auf die Steifigkeits- und Festigkeitswerte des Furnierschichtholzes nicht mehr zu vernachlässigen ist. Daraus folgernd sind für Holzwerkstoffe wie Furnierschichtholz, Flachpressplatten und Spanplatten neue Überlegungen z.B. bezüglich des Rollschubes und der Drillweichheit notwendig, die im Folgenden nicht weiter untersucht werden. Hilfestellungen dazu bieten unter anderem die Arbeiten [78,71,77]. Die hier aufgezeigten unterschiedlichen Steifigkeiten sind bei Kombination von Brettlagenholz mit Holzwerkstoffen zu beachten.

76

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund werden für das einzelne "Brett" die Anforderungen an Lamellen für Brettschichtholz, wie z.B. an die Holzgüte und an die Herstellung von Stößen in Faserlängsrichtung, nach DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] bzw. DIN EN 386 [N14] übernommen. Die Übernahme der Anforderungen ist zweckmäßig, weil analog zur Herstellung von Brettschichtholz durch die Herstellung von Brettlagenholz ein vergleichbarer Veredelungsprozess durchgeführt wird und somit auf den Wissensstand und die technische Lösung zur Herstellung von Lamellen zurückgegriffen werden kann, die bereits seit Jahrzehnten technisch umgesetzt und in vielen Produktionsabläufen optimiert ist. Unter Veredelungsprozess wird die Herstellung von höherwertigen Holzwerkstoffen aus Schwachholz verstanden. Schwachholz ist gleichbedeutend mit Durchforstungsholz und zeichnet sich dadurch aus, dass die Durchmesser der Baumstämme kleiner sind als im Vergleich zu Starkholz. Unter Starkholz werden Durchmesser von Baumstämmen verstanden, aus denen nach Zuschnitt zu Bauholz ohne weitere Verarbeitung tragende Bauteile für den Hochbau hergestellt werden können. Zudem besteht Brettlagenholz aus einzelnen "Brettern" aus Vollholz, vergleichbar mit den Lamellen von Brettschichtholz. Durch die Übernahme der Anforderungen an Lamellen ist auch die Übernahme der Anforderungen an die maximale Höhe der "Bretter" zweckmäßig (h ≤ 40 [mm]). Auf Grund der Definition von Brettlagenholz ist diese Übernahme der Anforderung jedoch eine Selbstbeschränkung bezüglich der Abmessungen von "Brettern" und der Einsatzmöglichkeiten von Brettlagenholz, insbesondere in Hinsicht auf rippenverstärktes Brettlagenholz. Bei rippenverstärktem Brettlagenholz ist es bei Einsatz von Brettschichtholzträgern zweckmäßig, jede Lamelle des Brettschichtholzträgers als Brettlage zu betrachten. Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist die Selbstbeschränkung nicht notwendig und es sind auch größere Bretthöhen, auch aus Vollholz, möglich.

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund werden durch die Übernahme der Anforderungen an Lamellen für die "Bretter" von Brettschichtholz Holzfehler, wie z.B. Äste, aus dem "Brett" herausgeschnitten und durch die Keilzinkenverbindung oder Schäftung ein theoretisch unendlich langes "Brett" mit homogeneren Werkstoffkennwerten hergestellt. Dieses neue "Brett" hat eine höhere Holzgüte und somit höhere Steifigkeits- und Festigkeitswerte als im Vergleich zum ursprünglichen "Brett". Auf Grund der Keilzinkenverbindung oder Schäftung werden tragende Stöße in Faserrichtung in den "Brettern" hergestellt und im Folgenden nicht weiter untersucht. Aus ökonomischen Überlegungen heraus ist die Höhe der "Bretter" möglichst groß zu wählen, um wenige breitseitige Verbindungen herzustellen. Die Herstellung der breitseitigen Verbindung zwischen zwei Brettlagen ist für Brettlagenholz kostenaufwendig und wenn möglich zu reduzieren. Dem entgegengesetzt ist eine weitere ökonomische Überlegung, möglichst kleine Bretthöhen zu verwenden, um damit den Anteil der Ausnutzung des Schwachholzes zu erhöhen.

Die Anforderung von Lamellen an die Brettbreite nach DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] bzw. DIN EN 386 [N14] wird für das "Brett" von Brettlagenholz mit starrem Verbund nicht übernommen. Nach [N4,N14] ist für die Lamelle keine Mindestbreite definiert, sondern nur eine Maximalbreite. Die Maximalbreite beträgt nach DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] bei Lamellen ohne Entlastungsnute 220 [mm], erlaubt aber darüber hinaus auch größere Brettbreiten, wenn Entlastungsnuten eingeschnitten werden. Die Entlastungsnute dient der Reduzierung der Spannungen durch das Schwinden sowie Quellen des Holzes. Das Schwinden sowie Quellen des Holzes wird durch die Änderung der Holzfeuchte verursacht. Nach DIN EN 386 [N14] sind in Abhängigkeit der Nutzungsklasse maximale Querschnittsflächen für Lamellen angegeben. Werden die Grenzwerte der Querschnittsfläche eingehalten sind keine Entlastungsnuten notwendig.

Wie Beobachtungen an Versuchskörpern aus [7] sowie rechnerische Untersuchungen in Anhang A2 gezeigt haben, ist für Brettlagenholz eine weitergehende Definition der Brettbreite notwendig. Ursache dafür sind die deutlich höheren Spannungen durch das Schwinden bzw. Quellen, verursacht durch die Überlagerung anisotroper Werkstoffkennwerte mit einem anisotropen Aufbau. Für den Fall des Schwindens können durch diese Überlagerung z.B. Schwindrisse entstehen, die in F4.1.-01, F4.1.-02 und F4.1.-03 durch Pfeile gekennzeichnet sind. Für die Dissertation [7] von Bosl wurden im Herbst 1999 Versuchskörper von der Firma Merk aus dem Produkt Merk-Dickholz[®] [56] hergestellt und untersucht und anschließend in einem beheizten Gebäude gelagert. Die Versuchskörper bestehen aus fünflagigem, starr verbundenem Brettlagenholz mit orthogonalem Aufbau (0,90,0,90,0), Höhe der Brettlage jeweils 17 [mm], Höhe des Brettlagenholzes insgesamt 85 [mm].



F4.1.-01: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 1, Sommer 2002



F4.1.-02: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 2, Sommer 2002



F4.1.-03: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 3, Sommer 2002

Nach 3 jähriger Lagerung der Versuchskörper in einem beheiztem Raum zeigten sich im Sommer 2002 in den einzelnen "Brettern" der Versuchskörper, im Gegensatz zum Herbst 1999, deutliche Schwindrisse, die sowohl im Bereich der Entlastungsnuten (weiße Pfeile) als auch zwischen den Entlastungsnuten (gelbe Pfeile) entstanden sind. Die Schwindrisse erstrecken sich sowohl im Bereich zwischen den Entlastungsnuten über die komplette Bretthöhe (gelbe Pfeile) als auch im Bereich der Entlastungsnuten über die restliche Bretthöhe (weiße Pfeile), sodass das "Brett" im Bereich der Schwindrisse jeweils vollständig gerissen ist. Aus den Schwindrissen folgt, dass die Brettbreite nicht von den äußeren Abmessungen des Brettes während der Herstellung abhängt, sondern von dem Einfluss des Schwindens von Schwindriss zu Schwindriss bzw. zur schmalseitigen Seite des "Brettes". Durch zweckmäßige Anordnung von Entlastungsnuten ist die Brettbreite von Entlastungsnute zu Entlastungsnute zu definieren. Dies gilt jedoch nur, wenn eine entsprechende Anzahl von Entlastungsnuten mit einer ausreichenden Tiefe und seitlichem Abstand angeordnet wird. Der Einfluss des Schwindens sowie der Entlastungsnuten auf die Entstehung von Spannungen in den Versuchskörpern und bei Überschreiten der maximal zulässigen Spannungen daraus resultierend die Entstehung von Schwindrissen kann mit Berechnungen nachvollzogen werden. Die Berechnungen werden auf der Grundlage vereinfachender stationärer Annahmen bezüglich des Schwindens durchgeführt und werden an einem Beispiel im Folgenden erläutert. In F4.1.-04 ist ein Ausschnitt eines Versuchskörpers nach [56] mit einem Schwindriss in einem einzelnen "Brett" dargestellt, aufgenommen im Sommer 2002. Die Markröhre des untersuchten "Brettes" liegt im Punkt B und ist von Punkt A 60 [mm] in X' Richtung und - 60 [mm] in Z' Richtung entfernt. Punkt A ist immer auf die linke, obere Ecke des untersuchten Brettes festgelegt.



F4.1.-04: Ausschnitt eines Versuchskörpers nach [56] mit Schwindriss in einzelnem "Brett"

Die Schwindverformungen des "Brettes" der Brettlage 1 werden durch die Brettlage 2, orthogonal zu Brettlage 1, behindert, was bei der Spannungsberechnung bei starrem Verbund zu beachten ist. Die Abmessungen des "Brettes" inklusive der Entlastungsnuten wird mit einem FE Modell abgebildet. Die Jahrringneigung wird durch ein zylindrisches Koordinatensystem beschrieben. Unter der Annahme, dass die Holzfeuchte um 1 [%] verringert wird, ergeben sich im zylindrischen Koordinatensystem folgende Spannungen σ_y und Spannungen σ_z im untersuchten "Brett".



S4.1.-01: Spannung σ_v im einzelnen "Brett" im lokalen Koordinatensystem gemäß F4.1.-04



S4.1.-02: Spannung σ_z im einzelnen "Brett" im lokalen Koordinatensystem gemäß F4.1.-04

Aus S4.1.-01 und S4.1.-02 ist erkennbar, dass die Spannungen σ_y und σ_z entsprechend der Jahrringneigung und der Entlastungsnuten im "Brett" sehr unterschiedlich sind. Auffällig ist, dass die Spannungen im Bereich der Entlastungsnuten ähnlich hoch sind wie im Bereich ohne Entlastungsnuten. Auf Grund der Ausrichtung der Jahrringe ist deshalb zu erwarten, dass im Bereich zwischen den Entlastungsnuten der Schwindriss entsteht, wie in F4.1.-04 zu sehen ist. Aus diesem Beispiel ist ersichtlich, dass die vorhandenen Entlastungsnuten nicht ausreichend tief sind, um an definierter Stelle den Schwindriss zu erzeugen. Weitere Untersuchungen diesbezüglich sind in Anhang A2 dargestellt. Zusammenfassend wird in Anhang A2 gezeigt, dass für die untersuchte Bretthöhe von 17 [mm] die Entlastungsnuten einen schmalseitigen Abstand von 35 [mm] bis 50 [mm] und eine Tiefe von 75 [%] bis 80 [%] bezogen auf die Bretthöhe haben sollten, damit im Bereich der Entlastungsnuten der Schwindriss entsteht. Die Erkenntnisse aus Anhang A2 bezüglich der Tiefe der Entlastungsnuten stehen im Einklang mit den Anforderungen, die an Merk-Dickholz® mit den bauaufsichtlichen Zulassungen Nr. Z.-9.1-354 [56] und Nr. Z-9.1-501 [57] gestellt werden. In T4.1.-01 ist die Tiefe der Entlastungsnuten gemäß den bauaufsichtlichen Zulassungen [56,57] für einige Bretthöhen für Merk-Dickholz® angegeben.

Bretthöhe	17 [mm]	23 [mm]	27 [mm]	33 [mm]
Brettschwächung für eine von Resthöhe 4 [mm]	13 [mm]	19 [mm]	23 [mm]	29 [mm]
	76,5 %	82,6 %	85,2 %	87,8 %
Brettschwächung für eine von Resthöhe 7 [mm]	10 [mm]	16 [mm]	20 [mm]	26 [mm]
	58,8 %	69,6 %	74,1 %	78,8 %

T4.1.-01: Brettschwächung in [mm] und [%] für verschiedene Bretthöhen gemäß [56,57]

Letzt genannte Forderung zur Tiefe der Entlastungsnuten wurde bei den hier betrachteten Versuchskörpern nicht eingehalten. Gemäß DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] und DIN EN 386 [N14] sind an Lamellen für Brettschichtholz im Gegensatz hierzu völlig andere Anforderungen bezüglich der Tiefe von Entlastungsnuten definiert, wie in T4.1.-02 dargestellt ist.

Bretthöhe	17 [mm]	23 [mm]	27 [mm]	33 [mm]
min. Brettschwächung	3,4 [mm]	4,6 [mm]	5,4 [mm]	6,6 [mm]
nach [N4]	20 %	20 %	20 %	20 %
max. Brettschwächung	4,3 [mm]	5,8 [mm]	6,8 [mm]	8,3 [mm]
nach [N4]	25 %	25 %	25 %	25 %
max. Brettschwächung	5,7 [mm]	7,7 [mm]	9 [mm]	11 [mm]
nach [N14]	33,3 %	33,3 %	33,3 %	33,3 %

T4.1.-02: Brettschwächung in [mm] und [%] für verschiedene Bretthöhen gemäß [N4, N14]

Die Forderung für die größere Tiefe der Entlastungsnuten, d.h. für die größere Brettschwächung, ist begründet im orthogonalen Aufbau von Brettlagenholz. Durch den orthogonalen Aufbau sind Spannungen durch das Schwinden um ein vielfaches höher als bei Brettschichtholz, wie in Anhang A2 gezeigt werden kann. Durch die baupraktisch unvermeidbaren Änderungen der Holzfeuchte ist somit sehr viel häufiger mit Schwindrissen zu rechnen als im Vergleich zu Brettschichtholz. Mit hoher Wahrscheinlichkeit werden sich die Schwindrisse dabei über die gesamte Bretthöhe erstrecken. Bei Brettlagenholz ist bis dato der Abstand der Entlastungsnuten nicht ausreichend untersucht. Für die in Anhang A2 untersuchten Bretthöhen von 17 [mm] ergibt sich bei einem Abstand der Entlastungsnuten von 35 [mm] bis zu 50 [mm] und einer Tiefe der Entlastungsnuten von 75 [%] bis 80 [%] bezogen auf die Bretthöhe wahrscheinlich ein Schwindriss im Bereich der Entlastungsnute, d.h. an definierter Stelle. Die Brettbreite ist somit von Entlastungsnute zu Entlastungsnute zu definieren und nicht von den äußeren Abmessungen des "Brettes" abhängig.

Zusammenfassend hat vorstehende Untersuchung bestätigt, dass für "Bretter" von Brettlagenholz eine Mindesthöhe von 6 [mm] zweckmäßig ist und für Brettlagenholz mit starrem Verbund eine maximale Höhe für "Bretter" entsprechend DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4] bzw. DIN EN 386 [N14] für Lamellen als Selbstbeschränkung zu übernehmen ist. Für "Bretter" in Brettlagenholz mit starrem Verbund mit Abmessungen von Kantholz oder Balken ist Brettschichtholz zu verwenden. Bei Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund können "Bretter" mit Abmessungen wie Kantholz oder Balken auch aus Holz, d.h. Vollholz, sein. Die Definition der Brettbreite wird durch Entlastungsnute und Schwindvorgänge beeinflusst. In den experimentellen Untersuchungen in Abschnitt 3 wird festgestellt, dass die Brettbreite einen Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten bei starrem Verbund hat.

Die Werkstoffkennwerte des "Brettes" sind in T4.1.-03 mit dem Index Brett angegeben. Die Festlegung der Koordinatenachsen für das "Brett" erfolgt unter der Annahme, dass die Faserrichtung des "Brettes" mit der x Achse übereinstimmt, die y Achse mit der Brettbreite und die z Achse mit der Bretthöhe.

E _{x,Brett}	Elastizitätsmodul in x Richtung = E _{0,mean} [N5,N6] beachte Kap 6 und 7
E _{y,Brett}	Elastizitätsmodul in y Richtung = E90,mean [N5,N6] beachte Kap 6 und 7
E _{z,Brett}	Elastizitätsmodul in z Richtung = E90,mean [N5,N6] beachte Kap 6 und 7
G _{yz,Brett}	Schubmodul in der Ebene von y und z Richtung = $G_{R,mean}$ [N5] beachte Kap 6 und 7
G _{zx,Brett}	Schubmodul in der Ebene von z und x Richtung = G_{mean} [N5,N6] beachte Kap 6 und 7
G _{xy,Brett}	Schubmodul in der Ebene von x und y Richtung = G_{mean} [N5,N6] beachte Kap 6 und 7
f _{x,Brett}	Festigkeit in x Richtung = f _{m,k} [N5,N6]
f _{y,Brett}	Festigkeit in y Richtung = f _{t,90,k} und/oder f _{c,90,k} [N5,N6]
f _{z,Brett}	Festigkeit in z Richtung = f _{t,90,k} und/oder f _{c,90,k} [N5,N6]
f _{yz,Brett}	Festigkeit in der Ebene von y und z Richtung = $f_{v,k}$ [N5]
f _{zx,Brett}	Festigkeit in der Ebene von z und x Richtung = f _{v,k} [N5,N6]
f _{xy,Brett}	Festigkeit in der Ebene von x und y Richtung = f _{v,k} [N5,N6]

T4.1.-03: Werkstoffkennwerte für das "Brett" von Brettlagenholz

Zu beachten ist, dass der Rollschubmodul des "Brettes" G_{yz,Brett} stark durch die Jahrringneigung beeinflusst wird, wie in Abschnitt 2 gezeigt wird. Neben der Jahrringneigung ist auch das Verhältnis h/b des "Brettes" entscheidend, wie mit der experimentellen Untersuchung in Abschnitt 3 aber auch mit folgender Untersuchung gezeigt werden kann. Zur Untersuchung wird das gleiche FE Modell aus Abschnitt 2 mit unterschiedlichen Jahrringneigungen verwendet, nur hier unter Veränderung des Verhältnisses h/b des untersuchten "Brettes". Das FE Modell ist in S2.2.-02 abgebildet. Aus der Untersuchung wird für verschiedene Jahrringneigungen und verschiedene Verhältnisse h/b die Rollschubmoduln bezogen auf einen Baumstamm ermittelt. Übernommen werden die Ergebnisse für ein Verhältnis h/b = 0,20 und in D4.1.-02 wiederholt dargestellt. Hinzu kommen die Ergebnisse aus der Untersuchung für ein Verhältnis h/b = 0,33, dargestellt in D4.1.-03, und für ein Verhältnis h/b = 1,00, dargestellt in D4.1.-04. Durch die Anzahl von verschiedenen Jahrringneigungen kann der Rollschubmodul für das "Brett" bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm] für jede Stelle innerhalb des Baumstammes angegeben werden.

Aus dem Vergleich zwischen D4.1.-02, D4.1.-03 und D4.1.-04 ist erkennbar, dass neben der Jahrringneigung auch das Verhältnis h/b einen entscheidenden Einfluss auf den Rollschubmodul des Holzes hat. Der größte Rollschubmodul beträgt für das Verhältnis h/b = 0,20 ca. 345 [N/mm²], hingegen bei h/b = 0,33 ca. 320 [N/mm²] und für ein Verhältnis h/b = 1,00 ca. 230 [N/mm²]. Dieser Einfluss ist bei der Ermittlung der Werkstoffkennwerte der Brettlage, wie in folgendem Abschnitt gezeigt wird, zu berücksichtigen.



D4.1.-02: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,20 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]



D4.1.-03: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,33 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]



D4.1.-04: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 1,00 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]

4.2. Anzuwendende Werkstoffkennwerte der Brettlage

Eine Brettlage aus Vollholz wird durch einzelne "Bretter" gebildet, die schmalseitig knirsch oder mit einem Abstand angeordnet sein können. Alle "Bretter" haben die gleiche Bretthöhe in einer Brettlage. Schmalseitig sind die "Bretter" nicht verbunden. Eine denkbare schmalseitige starre Verbindung der "Bretter" ist unter Berücksichtigung des Einflusses baupraktisch unvermeidbarer Änderungen der Holzfeuchte nicht dauerhaft herstellbar, wie im vorherigen Abschnitt gezeigt wird. Die Werkstoffkennwerte, d.h. die Steifigkeits- und Festigkeitswerte, der Brettlage sind unterschiedlich zu denen des einzelnen "Brettes". Die Definition von Brettlagenholz bietet zudem für plattenartige Beanspruchungen die zweckmäßige Möglichkeit eines schmalseitigen Abstandes der "Bretter" bis hin zur Herstellung von Rippen. Für die im Folgenden beschriebenen Werkstoffkennwerte der Brettlage wird angenommen, dass die Brettlage homogene Eigenschaften besitzt, d.h. aus gleichen "Brettern" mit gleichen Werkstoffkennwerten besteht. Zudem gelten die im Folgenden angegebenen Berechnungsformeln zur Ermittlung der Werkstoffkennwerte einer Brettlage nur für eine Brettlage aus "Brettern", die schmalseitig keinen größeren Abstand haben, d.h. nicht für Rippen. Die Anzahl der "Bretter" je Brettlage muss groß sein. Ansonsten ist das "Brett" im Berechnungsmodell diskret abzubilden und somit auch die Werkstoffkennwerte des "Brettes" im Berechnungsmodell zu übernehmen. Die Notwendigkeit, das "Brett" diskret abzubilden, ist durch ingenieurmäßige Überlegungen festzulegen und kann nicht an absoluten Abmessungen oder Verhältniswerten von Abmessungen festgelegt werden. Rippen sind im Berechnungsmodell diskret abzubilden, unter Verwendung der Werkstoffkennwerte des "Brettes".

Die für eine Berechnung notwendigen Werkstoffkennwerte der Brettlage sind in T4.2.-01 mit dem Index Brettlage angegeben. Die Festlegung der Koordinatenachsen für die Brettlage erfolgt unter der Annahme, dass die Faserrichtung der "Bretter" mit der x Achse der Brettlage übereinstimmt, die y Achse der Brettlage mit der schmalseitigen Richtung der "Bretter" und die z Achse der Brettlage mit der Höhe des "Brettes".

E _{x,Brettlage}	Elastizitätsmodul in Richtung x der Brettlage, Bestimmung aus E _{0,mean} des "Brettes"
E _{y,Brettlage}	Elastizitätsmodul in Richtung y der Brettlage, ist Null
E _{z,Brettlage}	Elastizitätsmodul in Richtung z der Brettlage, Bestimmung aus E90,mean des "Brettes"
G _{yz,Brettlage}	Schubmodul in der Ebene yz, Bestimmung aus GR,mean des "Brettes"
G _{zx,Brettlage}	Schubmodul in der Ebene zx, Bestimmung aus Gmean des "Brettes"
G _{xy,Brettlage}	Schubmodul in der Ebene xy, ist Null
f _{x,Brettlage}	Festigkeit in Richtung x der Brettlage, Bestimmung aus fm,k des "Brettes"
f y,Brettlage	Festigkeit in Richtung y der Brettlage, ist Null
f _{z,Brettlage}	Festigkeit in Richtung z der Brettlage, Bestimmung aus $f_{t,90,k}$ oder $f_{c,90,k}$ des "Brettes"
f _{yz,Brettlage}	Festigkeit in der Ebene yz, Bestimmung aus f _{v,k} des "Brettes"
f _{zx,Brettlage}	Festigkeit in der Ebene zx, Bestimmung aus f _{v,k} des "Brettes"
f _{xy Brettlage}	Festigkeit in der Ebene xv. ist Null

T4.2.-01: Werkstoffkennwerte für die Brettlage von Brettlagenholz

Die Definition der Richtung der Koordinatenachse der Brettlage ist in S4.2.-01 bzw. S4.2.-02 dargestellt. Für die Anordnung der "Bretter" in einer Brettlage sind Fall A und Fall B zu unterscheiden: Fall A, die "Bretter" sind schmalseitig knirsch angeordnet, haben aber schmalseitig keine Verbindung, dargestellt in S4.2.-01, oder Fall B, die "Bretter" sind mit kleinem schmalseitigen Abstand angeordnet, dargestellt in S4.2.-02. Für Fall A und Fall B erfolgt die Ermittlung der Steifigkeits- und Festigkeitswerte der Brettlage an einem repräsentativen Abschnitt der Brettlage der Breite b_{Abschnitt}. In S4.2.-02 ist dies exemplarisch für einen repräsentativen Abschnitt von 4 "Brettern" dargestellt.

Fall A



Werkstoffkennwerte der "Bretter"



Werkstoffkennwerte der Brettlage

Brettlage 1	Brettlage 1	
	bAbschnitt	K

S4.2.-01: "Bretter" einer Brettlage sind schmalseitig knirsch angeordnet





S4.2.-02: "Bretter" einer Brettlage sind schmalseitig mit kleinem Abstand angeordnet,

Werkstoffkennwerte der Brettlage sind abzumindern

Richtung x: $E_{x,Brettlage}$ wird mit $E_{0,mean}$ des "Brettes" und $f_{x,Brettlage}$ mit $f_{m,k}$ des "Brettes" unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen bestimmt. Für Fall A ist $E_{x,Brettlage}$ gleich $E_{0,mean}$ des "Brettes" und $f_{x,Brettlage}$ gleich $f_{m,k}$ des "Brettes". Für den Fall B ist $E_{x,Brettlage}$ gemäß GI.4.2.-01 aus $E_{0,mean}$ und $f_{x,Brettlage}$ gemäß GI.4.2.-02 aus $f_{m,k}$ zu ermitteln.

$$E_{x,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * E_{0,mean}$$
(Gl. 4.2.-01)
$$f_{x,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * f_{m,k}$$
(Gl. 4.2.-02)

- -> E_{x,Brettlage} ist die Steifigkeit der Brettlage in Richtung x
- -> E0,mean ist der Elastizitätsmodul der "Bretter" nach [N5,N6]
- -> f_{x,Brettlage} ist die Festigkeit der Brettlage in Richtung x
- -> fm,k ist die Festigkeit der "Bretter" nach [N5,N6]

Richtung y: Ey,Brettlage und fy,Brettlage sind unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen für Fall A und Fall B zu Null zu setzen. Damit wird die fehlende schmalseitige Verbindung der "Bretter" und der mögliche schmalseitige Abstand der "Bretter" berücksichtigt. Diese Festlegung ist erforderlich, weil zum Ersten die Brettlage in Richtung y keine Biegesteifigkeit besitzt, zum Zweiten die Brettlage in Richtung y keine Zugsteifigkeit besitzt und zum Dritten die Brettlage in Richtung y keine Drucksteifigkeit besitzt. Selbst für den Fall A besitzt die Brettlage keine Drucksteifigkeit, weil auf Grund der Anordnung von Entlastungsnuten und des Einflusses des Schwindens schmalseitig unter Berücksichtigung baupraktischer Bedingungen keine Druckübertragung möglich ist. Diese Festlegung steht im Einklang mit Erkenntnissen nach Bosl [7] als auch mit der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]. Zur Veranschaulichung der Festlegung ist in S4.2.-03 ein verformter Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz (0,90,0) unter einer plattenartigen Belastung dargestellt. Für die Brettlage 2 ist dabei zu erkennen, dass die Brettlage in Richtung y keine Zug- und Drucksteifigkeit und Biegesteifigkeit hat.



S4.2.-03: Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz im verformten Zustand

Richtung z: E_{z,Brettlage} wird mit E_{90,mean} des "Brettes" und f_{z,Brettlage} mit f_{t,90,k} oder f_{c,90,k} des "Brettes" unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen bestimmt. Für Fall A ist E_{z,Brettlage} gleich E_{90,mean} des "Brettes" und f_{z,Brettlage} gleich f_{t,90,k} oder f_{c,90,k} des "Brettes". Für den Fall B ist E_{z,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-03 aus E_{90,mean} und f_{z,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-04 aus f_{t,90,k} oder f_{c,90,k} zu ermitteln.

$$E_{z,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * E_{90,mean}$$
(Gl. 4.2.-03)
$$f_{z,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * f_{t,90,k} und/oder f_{c,90,k}$$
(Gl. 4.2.-04)

-> Ez,Brettlage ist die Steifigkeit der Brettlage in Richtung z

-> E90,mean ist der Elastizitätsmodul der "Bretter" nach [N5,N6]

-> fz,Brettlage ist die Festigkeit der Brettlage in Richtung z

-> ft,90,k oder fc,90,k ist die Festigkeit der "Bretter" nach [N5,N6]

Ebene zx: G_{zx,Brettlage} wird mit G_{mean} des "Brettes" und f_{zx,Brettlage} mit f_{v,k} des "Brettes" unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen bestimmt. Für Fall A ist G_{zx,Brettlage} gleich G_{mean} des "Brettes" und f_{zx,Brettlage} gleich f_{v,k} des "Brettes". Für Fall B ist G_{zx,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-05 aus G_{mean} und f_{zx,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-06 aus f_{v,k} zu ermitteln.

$$G_{zx,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * G_{mean}$$
(GI. 4.2.-05)
$$f_{zx,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * f_{v,k}$$

- -> G_{zx,Brettlage} ist die Steifigkeit der Brettlage in der Ebene zx
- -> Gmean ist der Schubmodul der "Bretter" nach [N5,N6]
- -> fzx,Brettlage ist die Festigkeit der Brettlage in der Ebene zx
- -> fv,k ist die Festigkeit der "Bretter" nach [N5,N6]

Ebene xy: G_{xy,Brettlage} und f_{xy,Brettlage} sind unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen zu Null zu setzen. Damit wird die fehlende schmalseitige Verbindung der "Bretter" und der mögliche schmalseitige Abstand der "Bretter" berücksichtigt. Die Brettlage besitzt in der Ebene xy nur eine sehr geringe Schubsteifigkeit, nur die Schubsteifigkeit der einzelnen "Bretter". Die Brettbreite b des einzelnen "Brettes" ist im Verhältnis zur Breite der Brettlage klein. Daraus folgert bereits Bosl [7] für scheibenartige Belastung, dass diese Schubsteifigkeit für breitseitig starr verbundenes Brettlagenholz gering ist und für eine plattenartige Belastung noch kleiner ist, als die von ihm für eine scheibenartige Beanspruchung ermittelte Schubsteifigkeit. Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist die Schubsteifigkeit in der Ebene xy noch kleiner. Für eine plattenartige Beanspruchung wird die Schub-

steifigkeit G_{xy,Brettlage} auch als Drillsteifigkeit der Platte bezeichnet, sodass von einer drillweichen Brettlage gesprochen wird. Mit den hier getroffenen Annahmen G_{xy,Brettlage} und f_{xy,Brettlage} zu Null zusetzen, wird eine vorhandene geringe Schubsteifigkeit vernachlässigt, was somit eine auf der sicheren Seite liegende Annahme bezüglich des Trag- und Verformungsverhaltens ist. Die Annahme steht zudem im Einklang mit den Erkenntnissen nach Bosl [7] sowie der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]. Eine Brettlage aus einzelnen schmalseitig nicht verbundenen "Brettern" hat keine zu berücksichtigende Drillsteifigkeit.

Ebene yz: G_{yz,Brettlage} wird mit dem Rollschubmodul G_{R,mean} des "Brettes" und f_{yz,Brettlage} mit f_{v,k} des "Brettes" unabhängig von der breitseitigen Verbindung der Brettlagen bestimmt. Der Rollschubmodul G_{R,mean} kann nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] bestimmt werden. Abweichend davon muss aus Sicht des Verfassers der Rollschubmodul G_{R,mean} auf Grundlage von Literatur [20,49,63,65] bestimmt werden. Wie in der folgenden Untersuchung gezeigt wird, ist der Rollschubmodul G_{R,mean} in Abhängigkeit von Verhältnis h/b des "Brettes" abzumindern, wenn in der Brettlage nicht die einzelnen "Bretter" diskret abgebildet werden. Im Vorgriff auf die folgenden Erkenntnisse aus der Untersuchung, kann für Fall A mit Verhältnis h/b \leq 0,10 des "Brettes" festgestellt werden, dass G_{yz,Brettlage} gleich G_{R,mean} des "Brettes" und f_{yz,Brettlage} gleich f_{v,k} des "Brettes" ist. Für Fall B mit Verhältnis h/b \leq 0,10 des "Brettes" ist G_{yz,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-07 und f_{yz,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-08 zu ermitteln.

$$G_{yz,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * G_{R,mean}$$
(Gl. 4.2.-07)
$$f_{yz,Brettlage} = \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * f_{v,k}$$
(Gl. 4.2.-08)

-> Gyz,Brettlage ist die Steifigkeit der Brettlage in der Ebene yz

- -> G_{R,mean} ist der Rollschubmodul der "Bretter" nach [N5]
- -> fyz,Brettlage ist die Festigkeit der Brettlage in der Ebene yz
- -> fv,k ist die Festigkeit der "Bretter" aus [N5,N6]

Die hier aufgezeigten obersten Grenzwerte für $h/b \le 0,10$ werden weder im Fall A noch im Fall B baupraktisch erreicht, da auf Grund der Schwindrisse das Verhältnis h/b über 0,33 liegen wird.

In der folgenden Untersuchung wird gezeigt, wie der Rollschubmodul G_{R,mean} in der Ebene yz in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b > 0,10 abzumindern ist. Bisher wird in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] der Rollschubmodul G_{R,mean} unabhängig von einem Verhältnis h/b des "Brettes" als auch unabhängig von der Jahrringneigung angegeben. Dies steht im Widerspruch zur Erkenntnis aus der experimentellen Untersuchung in Abschnitt 3, wo festgestellt werden konnte, dass die Abmessungen des "Brettes" der Brettlage 2 und die Jahrringneigung der einzelnen "Bretter" der Brettlage 2 einen entscheidenden Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund haben. Wenn der Rollschubmodul des "Brettes" in den Rollschubmodul G_{yz,Brettlage} der Brettlage umgerechnet wird, ist der Einfluss des Verhältnisses h/b des "Brettes" bei einer Schubbeanspruchung in der Steifigkeit G_{yz,Brettlage} zu berücksichtigen. Die Berücksichtigung des Verhältnisses h/b des "Brettes" auf G_{yz,Brettlage} wird durch eine Abminderung des Rollschubmoduls G_{R,mean} erreicht.

Grundlage für die Ermittlung der Abminderung des Rollschubmoduls ist die Überlegung bezüglich des Trag- und Verformungsverhaltens eines dreilagigen Plattenstreifens aus Brettlagenholz mit starrem Verbund (0,90,0). Der Plattenstreifen ist in S4.2.-04 abgebildet. Untersucht wird das einzelne "Brett i", dass mit Brettlage 1 und Brettlage 3 starr verbunden ist. Das Trag- und Verformungsverhalten des Plattenstreifens resultiert aus dem Trag- und Verformungsverhalten der Brettlage 1 und Brettlage 3 und der Schubkraft, die zwischen Brettlage 1 und Brettlage 3 durch die "Bretter" der Brettlage 2 übertragen wird. Eines der "Bretter" der Brettlage 2 ist das "Brett i". Die Beanspruchung durch die Schubkraft ist über die Länge des Plattenstreifens ungleichmäßig, wegen der schmalseitig fehlenden Verbindung, des möglichen schmalseitigen Abstandes der "Bretter", und wegen der ungleichmäßigen Steifigkeit der "Bretter" durch unterschiedliche Rollschubmoduln, verursacht durch die unterschiedliche Ausrichtung der Jahrringe in den verschiedenen "Brettern". Bei stark unterschiedlichen Rollschubmoduln unter Berücksichtigung der Abminderung entsprechend des Verhältnisses h/b könnte es auch zu einer örtlichen Überbeanspruchung und Versagen einzelner "Bretter" kommen. Weitergehende Überlegungen haben gezeigt, dass unter der Annahme, dass die Brettbreite b von "Brett i" klein im Verhältnis zur Länge I des Plattenstreifens ist und alle "Bretter" den gleichen Rollschubmodul haben, die Schubkraft für das einzelne "Brett i" wie eine kontinuierliche, gleichmäßige, entgegengesetzt, am breitseitigen Brettrand angreifende Schubbeanspruchung τ wirkt.





S4.2.-04: Plattenstreifen aus dreilagigem Brettlagenholz (0,90,0) mit dem "Brett i"

Durch die Brettlage 1 und Brettlage 3 wird das "Brett i" bei starrem Verbund an einer freien Schubverformung gehindert. Die Brettlage 1 und Brettlage 3 wirken für das "Brett i" wie eine elastische horizontale und vertikale Lagerung. Vergleichende Untersuchungen, die hier nicht dargestellt sind, zeigen, dass mit einer horizontal verschieblichen und vertikal starren Lagerung für das einzelne "Brett i" gute Übereinstimmungen zur elastischen vertikalen und horizontalen Lagerung erzielt werden können. Daraus folgend wird das Trag- und Verformungsverhalten des "Brett i" durch die Schubbeanspruchung τ mit folgendem FE Modell untersucht und somit der Einfluss des Verhältnisses h/b auf den Rollschubmodul G_{yz,Brettlage} bestimmt. In S4.2.-05 ist das FE Modell abgebildet. Das "Brett i" wird durch die Schubbeanspruchung τ als Scheibe belastet und ist am breitseitigen Brettrand horizontal verschieblich und vertikal starr gelagert. Nach Girkmann [19], Altenbach [2] und Hake/Meskouris [26] ist für eine Scheibe mit der hier dargestellten Beanspruchung und Lagerung eine analytische Lösung nicht vorhanden, sodass auf das FE Modell zurückgegriffen wird. Für das "Brett i" wird die Annahme getroffen, dass es aus dem Holz der Sortierklasse MS 7 besteht. Der Elastizitätsmodul E_{90,mean} für das "Brett i" ist 270 [N/mm²]. Der Rollschubmodul G_{R,mean} für das "Brett i" wird mit 50 [N/mm²] gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] angenommen. Dieser Rollschubmodul entspricht der Situation, dass die Jahrringneigung parallel zu den Kanten des "Brettes", stehend oder liegend ist, somit der ungünstigste Fall.



S4.2.-05: FE Modell für das "Brett i" des Plattenstreifens gemäß S4.2.-04

In einem ersten Schritt wird für verschiedene Bretthöhen h und Brettbreiten b die Schubverformung u mit dem FE Modell berechnet. Die Schubverformung u berechnet sich durch Addition der Schubverformung u_{oben} und u_{unten} des FE Modells. Die Ergebnisse der Berechnungen sind in D4.2.-01 abgebildet.



D4.2.-01: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h

Aus D4.2.-01 ist erkennbar, dass in Abhängigkeit der Bretthöhe h die Schubverformung u unterschiedlich ist, d.h. die Bretthöhe h hat einen Einfluss auf die Schubverformung u. Dies ist im Ingenieurholzbau hinlänglich bekannt. Zudem ist aus D4.2.-01 aber auch erkennbar, dass die Schubverformungen u für größere Brettbreiten b in Abhängigkeit der jeweiligen Bretthöhe h konstant sind und für kleinere Brettbreiten b jedoch nicht konstant sind, sondern nichtlinear zunehmen. Dies bedeutet, dass die Brettbreite b ebenfalls einen Einfluss auf die Schubverformung u hat. Die Brettbreite b, ab der die Schubverformung u für kleinere Brettbreiten b nichtlinear zunimmt, ist für die unterschiedlichen Bretthöhen h immer verschieden. Baupraktisch betragen die Brettbreiten nach Ausbildung der Schwindrisse 30 [mm] bis 50 [mm].

In einem zweiten Schritt wird durch weitere Auswertung von D4.2.-01 festgestellt, dass das Verhältnis h/b für das untersuchte "Brett i", ab dem die Schubverformung u für eine bestimmte Bretthöhe h nicht mehr konstant ist und nichtlinear zunimmt, immer bei h/b \approx 0,10 des "Brett i" liegt. Für das Verhältnis h/b \leq 0,10 ist die Schubverformung konstant. Dies bedeutet, dass ab einem Verhältnis von h/b > 0,10 die Schubverformung nichtlinear zunimmt. Die untersuchten Verhältnisse h/b des "Brett i" sind in T4.2.-02 angegeben.

h	30 [mm]	50 [mm]	80 [mm]	120 [mm]	200 [mm]	300 [mm]	400 [mm]
17 [mm]	0,567	0,340	0,213	0,142	0,085	0,057	0,043
27 [mm]	0,900	0,540	0,338	0,225	0,135	0,090	0,068
33 [mm]	1,100	0,660	0,413	0,275	0,165	0,110	0,083
40 [mm]	1,333	0,800	0,500	0,333	0,200	0,133	0,100

T4.2.-02: Übersicht über die untersuchten Verhältnisse von h/b des "Brett i"

In T4.2.-02 sind mit grau nochmals die Verhältnisse h/b des "Brett i" hervorgehoben, bei denen die Schubverformung u konstant ist. Mit gelb hervorgehoben sind hingegen die Verhältnisse des "Brett i", bei denen eine nichtlineare Zunahme der Schubverformungen in D4.2.-01 zu erkennen ist. In D4.2.-02 sind die Schubverformungen u in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b dargestellt. Gekennzeichnet ist das Verhältnis h/b = 0,10.



D4.2.-02: Schubverformung u in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b für verschiedene Bretthöhen h

In einem dritten Schritt wird die nichtlineare Zunahme der Schubverformung u im Vergleich zur konstanten Schubverformung durch einen Faktor beschrieben. Der Faktor wird mit uprozent bezeichnet, ist vom Verhältnis h/b abhängig und wird gemäß GI.4.2.-09 ermittelt.

$$uprozent = \frac{u}{ukonst}$$
 (Gl.4.2-09)

-> uprozent ist der Faktor, der die nichtlineare Zunahme der Schubverformung verursacht, durch ein bestimmtes Verhältnis h/b des "Brett i" beschreibt

-> u ist die Schubverformung des "Brett i" für ein bestimmtes Verhältnis h/b

-> ukonst ist die Schubverformung u für das Verhältnis h/b = 0,10 des "Brett i"

Der Faktor uprozent gilt nur für jeweils ein bestimmtes Verhältnis h/b. Bezogen auf die vorherige Untersuchung wird der Faktor uprozent für verschiedene Verhältnisse h/b und verschiedene Bretthöhen bestimmt. Die Verhältnisse h/b variieren von 0,10 bis 1,50, die Bretthöhen betragen h = 17 [mm], h = 27 [mm], h = 33 [mm] und h = 40 [mm]. Als Ergebnis ergibt sich D4.2.-03, indem der Faktor uprozent für verschiedene Verhältnisse h/b und Bretthöhen h dargestellt ist.



D4.2.-03: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h

Aus D4.2.-03 ist erkennbar, dass für alle untersuchten "Brett i" für ein bestimmtes Verhältnis h/b unabhängig von der Bretthöhe h der gleiche Faktor uprozent vorhanden ist, d.h. der gleiche Faktor zur Beschreibung der nichtlinearen Zunahme der Schubverformung, trotz unterschiedlicher Bretthöhen h. Diese Erkenntnis ist wichtig und erleichtert die Berücksichtigung des Verhältnisses h/b des "Brett i" auf die Schubverformung u.

Zur Verdeutlichung dieser Erkenntnis wird hier ein kurzes Beispiel angeführt. Untersucht wird ein "Brett" mit einem Verhältnis h/b = 27 [mm] / 27 [mm] = 1,00. Aus D4.2.-03 ist für ein "Brett i" mit dem Verhältnis h/b = 1,00 der Faktor uprozent = 1,25 ablesbar. Der Faktor uprozent = 1,25 bedeutet, dass durch das Verhältnis h/b, d.h. durch Abmessungen des "Brett i", die Schubverformung um 25 % größer geworden sind als im Vergleich zu einem "Brett" mit einem Verhältnis h/b = 0,10. Aus D4.2.-02 ist erkennbar, das für ein Verhältnis h/b = 0,10 für eine Bretthöhe h = 27 [mm] die Schubverformung u = 1,5 [mm] beträgt. Der Einfluss des Verhältnisses h/b des "Brett" auf die nichtlineare Zunahme der Schubverformungen beträgt 25 %, d.h. für ein Verhältnis h/b = 1,00 für eine Bretthöhe h = 27 [mm] ist die Schubverformung u = 1,875 [mm]. Die nichtlineare Zunahme der Schubverformungen beträgt aber für ein "Brett" mit einem Verhältnis h/b = 40 [mm] / 40 [mm] = 1,00 ebenfalls 25 %.

Die Schubverformung u des "Brett i" durch die Schubbeanspruchung τ ist von dem Rollschubmodul G_{R,mean} abhängig. Bisher wird beim Rollschubmodul G_{R,mean} der Einfluss des Verhältnisses h/b des "Brett i" nicht berücksichtigt. Unter der Annahme, dass der Werkstoff Holz sich linear elastisch verhält, ist die Schubverformung u linear abhängig vom Rollschubmodul G_{R,mean}. Dies wiederum bedeutet, dass die nichtlineare Zunahme der Schubverformung, verursacht durch das Verhältnis h/b des "Brett i", im gleichen Maße durch eine Abminderung des Rollschubmoduls der Brettlage berücksichtigt wer-

den kann. Auf das Beispiel bezogen bedeutet dies, dass der Rollschubmodul G_{R,mean} um 25 % abzumindern ist, damit um 25 % größere Schubverformungen u berechnet werden. Die Abminderung kann mit dem Kehrwert des Faktors uprozent entsprechend berücksichtigt werden. Somit wird die nichtlineare Zunahme der Schubverformung u verursacht durch das Verhältnis h/b des "Brett i" durch die Abminderung des Rollschubmoduls des "Brettes" bei der Ermittlung des Rollschubmoduls der Brettlage berücksichtigt. Die Abminderung des Rollschubmoduls erfolgt für Fall A mit Verhältnis h/b des "Brett" > 0,10 für G_{yz,Brettlage} gemäß GI.4.2.-10 und f_{yz,Brettlage} gemäß GI.4.2.-11

$$G_{yz,Brettlage} = \frac{1}{uprozent} * G_{R,mean}$$
(GI. 4.2.-10)

$$f_{yz,Brettlage} = \frac{1}{uprozent} * f_{v,k}$$
(Gl. 4.2.-11)

-> Gyz,Brettlage ist die Steifigkeit der Brettlage in der yz Ebene

- -> G_{R,mean} ist der Rollschubmodul der "Bretter" nach [N5]
- -> fyz,Brettlage ist die Festigkeit der Brettlage in der yz Ebene
- -> f_{v,k} ist die Festigkeit der "Bretter" aus [N5,N6]

-> uprozent ist der Faktor, der die nichtlineare Zunahme der Schubverformung, verursacht durch ein bestimmtes Verhältnis h/b des "Brett i" beschreibt, ablesbar aus D4.2.-03

Für Fall B mit Verhältnis h/b des "Brettes" > 0,10 ist G_{yz,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-12 und f_{yz,Brettlage} gemäß Gl.4.2.-13 zu ermitteln.

$$G_{yz,Brettlage} = \frac{1}{uprozent} * \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * G_{R,mean}$$
(Gl. 4.2.-12)
$$f_{yz,Brettlage} = \frac{1}{uprozent} * \frac{\left(\sum_{i=1}^{n} b_{i}\right)}{\left(b_{Abschnitt}\right)} * f_{v,k}$$
(Gl. 4.2.-13)

- -> Gyz,Brettlage ist die Steifigkeit der Brettlage in der yz Ebene
- -> G_{R,mean} ist der Rollschubmodul der "Bretter" nach [N5]
- -> fyz,Brettlage ist die Festigkeit der Brettlage in der yz Ebene
- -> fv,k ist die Festigkeit der "Bretter" aus [N5,N6]

-> uprozent ist der Faktor, der die nichtlineare Zunahme der Schubverformung, verursacht durch ein bestimmtes Verhältnis h/b des "Brett i" beschreibt, ablesbar aus D4.2.-03

Neben dem Ablesen des Faktors uprozent aus D4.2.-03 kann auch der Faktor uprozent durch eine Funktion beschrieben werden, wie in D4.2.-03 bereits geschehen. Die Funktion ist mit Funktion G=50 bezeichnet. Die Funktion G=50 entspricht Gl.4.2.-14. Eingangswert für die Funktion ist wie in D4.2.-03 das Verhältnis h/b des "Brett i".

$$G_{R,mean} = 50 [N/mm^2]$$
: uprozent = 0,114 * $(h/b)^2$ + 0,1570 * (h/b) + 0,9835 (GI.4.2.-14)

-> uprozent ist der Faktor, der die nichtlineare Zunahme der Schubverformung, verursacht durch ein bestimmtes Verhältnis h/b des "Brett i" beschreibt

-> h/b des "Brett i" ist das Verhältnis der Bretthöhe h zur Brettbreite b des "Brett i"

Bezogen auf vorheriges Beispiel für ein Verhältnis h/b = 1,00 wird gemäß GI.4.2.-14 der Faktor uprozent ermittelt zu:

uprozent =
$$0,114 * (1,00)^2 + 0,1570 * (1,00) + 0,9835$$
 nach (Gl.4.2.-14)
uprozent = $1,2545 \approx 1,25$

Dies zeigt, dass die Werte aus D4.2.-03 und aus GI.4.2.-14 identisch sind.

Die bisherige Untersuchung beschränkt sich auf eine Rollschubmodul $G_{R,mean} = 50 \text{ [N/mm^2]}$. Wie in Abschnitt 2 gezeigt wird ist der Rollschubmodul $G_{R,mean}$ abhängig von der Festigkeitsklasse des Holzes und der Jahrringneigung. Vereinfacht kann der Rollschubmodul $G_{R,mean}$ zwischen 50 [N/mm²] und 350 [N/mm²] variieren. Für eine erste Einschätzung der Auswirkungen von veränderten Rollschubmodul auf den Faktor uprozent wird die vorherige Untersuchung mit dem FE Modell für das "Brett i" für $G_{R,mean} = 100 \text{ [N/mm^2]}$, 200 [N/mm²] und 300 [N/mm²] wiederholt. Hierbei zeigt sich in Abhängigkeit des Rollschubmoduls $G_{R,mean}$ ein anderer Faktor uprozent. Als Funktionen ergeben sich für die Faktor ren uprozent für einen Rollschubmodul $G_{R,mean}$ von 100 [N/mm²] GI.4.2.-15, für 200 [N/mm²] GI.4.2.-16 und für 300 [N/mm²] GI.4.2.-17.

$G_{R,mean} = 50 [N/mm^{2}]$:	uprozent = 0,114 * ($(h/b)^{2}$ +	· 0,1570 * ((h/b) + 0,9835	(GL4.214)
--------------------------------	----------------------	---------------	--------------	----------------	-----------

(1, 4, 2, -)	G _{R,mean} = 100 [N/mn	²]: uprozent = 0,2	$(252 * (h/b)^2 +$	0,1669 * (h/b))-0,9853 (GI 4.215
--------------	---------------------------------	--------------------------------	--------------------	----------------	------------	----------

G _{R,mean} = 200 [N/mm ²] : uprozent = 0,591 * ($(h/b)^2$ + 0,0271 * (h/b) + 0,9872 (4)	GI.4.216)
---	---	-----------

$$G_{R,mean} = 300 [N/mm^2]$$
: uprozent = 0,886 * $(h/b)^2$ - 0,0122 * (h/b) + 0,9927 (GI.4.2.-17)

-> uprozent ist der Faktor, der die nichtlineare Zunahme der Schubverformung, verursacht durch ein bestimmtes Verhältnis h/b des "Brett i" beschreibt

-> h/b des "Brett i" ist das Verhältnis der Bretthöhe h zur Brettbreite b des "Brett i"

Der Faktor uprozent ist für die Rollschubmoduln 50 [N/mm²], 100 [N/mm²], 200 [N/mm²] und 300 [N/mm²] in Abhängigkeit für verschiedene Verhältnisse h/b in D4.2.-04 in einem Diagramm zusammengestellt. In D4.2.-04 ist zu erkennen, dass der Faktor uprozent für unterschiedliche Rollschubmoduln G_{R,mean} deutlich unterschiedlich ist. Je größer der Rollschubmodul ist, desto stärker ist der Einfluss des Verhältnisses h/b.



D4.2.-04: Faktor uprozent für Rollschubmoduln G_{R,mean} 50, 100, 200 und 300 [N/mm²]

Verdeutlicht werden kann dies am Beispiel eines "Brettes" mit dem Verhältnis h/b = 27 [mm] / 27 [mm] = 1,00 (rote Linie). Während für einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²] der Einfluss des Verhältnisses h/b auf die nichtlineare Zunahme der Schubverformung 25 % beträgt, d.h. uprozent = 1,25, beträgt der Einfluss für einen Rollschubmodul von 100 [N/mm²] ca. 40 %, d.h. uprozent = 1,40, für einen Rollschubmodul von 200 [N/mm²] ca. 61 %, d.h. uprozent = 1,61, und für einen Rollschubmodul von 300 [N/mm²] ca. 87 %, d.h. uprozent = 1,87. In T4.2.-03 ist der Faktor uprozent für einige Verhältnisse h/b in Abhängigkeit des Rollschubmoduls G_{R,mean} angegeben. Die Annahme eines größeren Rollschubmoduls der Abminderung des Rollschubmoduls G_{yz,Brettlage} der Brettlage.

Rollschubmodut	h/b = 0,20	h/b = 0,33	h/b = 0,50	h/b = 0,75	h/b = 1,00	h/b = 1,25
50 [N/mm²]	1,02	1,05	1,09	1,16	1,25	1,36
100 [N/mm²]	1,02	1,07	1,13	1,25	1,40	1,59
200 [N/mm²]	1,02	1,07	1,15	1,34	1,61	1,94
300 [N/mm²]	1,03	1,09	1,21	1,48	1,87	2,36

T4.2.-03: Faktor uprozent für einige Verhältnisse h/b in Abhängigkeit des Rollschubmoduls

5. Berechnungsmodelle für Brettlagenholz

5.1. Anforderungen an die Berechnungsmodelle

Aufbauend auf den vorherigen Abschnitten ergeben sich folgende an die Berechnungsmodelle für Brettlagenholz zu stellenden Anforderungen. Sie sind für den starren Verbund teilweise unterschiedlich zu den Anforderungen für den nachgiebigen Verbund. Für Rippen von rippenverstärktem Brettlagenholz sind weitere Anforderungen zu berücksichtigen.

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund, ohne Rippen, und für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund, ohne Rippen, sind als erste Anforderung die einzelnen Brettlagen in den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. Für die einzelne Brettlage ist die Anisotropie des Werkstoffes Holz zu berücksichtigen, wie in Abschnitt 2 dargestellt, und daraus folgend die Anisotropie der Brettlage, wie in Abschnitt 4 dargestellt. Unter Beachtung der Anisotropie der Brettlage müssen die Berechnungsmodelle für die Brettlage sowohl die Schnittgröße nx für die Scheibentragwirkung sowie die Schnittgrößen mx und qx, qy für die Plattentragwirkung berücksichtigen. Die Schnittgröße qy tritt auf Grund der Schubbeanspruchung durch die benachbarte Brettlage auf (Rollschub). Diese Schubbeanspruchung ist nicht dargestellt. Dabei sind sowohl Scheibentragwirkung als auch Plattentragwirkung für die Brettlage zu berücksichtigen, weil für zur Mittelfläche unsymmetrisches Brettlagenholz die Scheibentragwirkung mit der Plattentragwirkung gekoppelt ist. Nicht zu berücksichtigen sind von den Berechnungsmodellen für die Brettlage die Schnittgrößen ny, nxy, nyx für die Scheibentragwirkung und die Schnittgrößen my, mxy, myx für die Plattentragwirkung. Alle Schnittgrößen sind zusammengefasst in S5.1.-01 dargestellt. Bei dieser vereinfachten Betrachtungsweise einer Brettlage ist zu beachten, das Verbundwirkungen und die dadurch bedingten Zwischenreaktionen, die beim Herausschneiden aus dem Gesamtverbund vorhanden sind, nicht dargestellt sind.



S5.1.-01: Alle Schnittgrößen für die Brettlage von Brettlagenholz

Die Schnittgröße n_x für die Scheibentragwirkung und die Schnittgröße m_x für die Plattentragwirkung ist zu berücksichtigen, weil die "Bretter" der Brettlage eine ausreichende Länge haben und somit die "Bretter" in Richtung x eine Zug- und Drucksteifigkeit sowie eine Biegesteifigkeit haben. Die Schnittgrößen q_x, q_y für die Plattentragwirkung sind zu berücksichtigen, weil auf Grund der Anisotropie der "Bretter" und somit der Anisotropie der Brettlage die Schubdeformation über die Höhe der Brettlage zu berücksichtigen ist. Die Schubdeformation ist für eine Brettlage größer als im Vergleich zu baupraktisch üblichen isotropen Werkstoffen. Wie durch Überlegungen und experimentelle Untersuchungen in Abschnitt 3 gezeigt werden konnte, hat die größere Schubdeformation der Brettlage einen erheblichen Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund. Durch die größere Schubdeformation kann es je nach Anordnung von Brettlagen zu einem nahezu entkoppelten Biegetragverhalten von Brettlagenholz trotz des starren Verbundes kommen.

Nicht zu berücksichtigen sind für die Brettlage die Schnittgrößen ny, nxy, nyx für die Scheibentragwirkung und die Schnittgrößen my, mxy, myx für die Plattentragwirkung, weil die Brettlage auf Grund des fehlenden schmalseitigen Verbundes der "Bretter" in Richtung y die aus den Schnittgrößen ny, nxy, nyx und my, mxy, myx auftretenden Beanspruchungen nicht aufnehmen kann. Für die aus den Schnittgrößen nxy, nyx ähr nxy, nyx auftretenden Beanspruchungen wäre die Schubsteifigkeit der Ebene xy notwendig und für die aus den Schnittgrößen mxy, myx auftretenden Beanspruchungen wäre die Drillsteifigkeit der Ebene xy notwendig. Für die aus der Schnittgröße ny auftretende Beanspruchung wäre die Zug- und Drucksteifigkeit in Richtung y notwendig und für die aus der Schnittgröße my auftretende Beanspruchung wäre die Biegesteifigkeit in Richtung y notwendig. Die Brettlage hat, wie in Abschnitt 4 gezeigt, in der Ebene xy nur eine sehr geringe Schub- und Drillsteifigkeit und in der Richtung y keine Zug- und Drucksteifigkeit und keine Biegesteifigkeit, sodass diese Steifigkeiten vereinfachend zu Null gesetzt werden. Weitere Erläuterungen siehe Lischke [55] und Bosl [7].

Aus der Schnittgröße n_x für die Scheibentragwirkung sowie den Schnittgrößen m_x und q_x, q_y für die Plattentragwirkung ergeben sich gemäß S5.1.-02 dargestellte Spannungen σ_x , τ_{yz} , τ_{xz} , die von den Berechnungsmodellen für die Brettlage zu berücksichtigen sind. Nicht zu berücksichtigen sind von den Berechnungsmodellen für die Brettlage die Spannungen σ_y , τ_{xy} , τ_{yx} .



S5.1.-02: Alle Spannungen für die Brettlage von Brettlagenholz mit starrem Verbund

Gemäß dem Hookeschen Gesetz ist somit wegen den Spannungen für die Brettlage die Dehnung ε_x und die Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} für die Brettlage von den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. Nicht zu berücksichtigen sind die Dehnungen ε_{y} , ε_{z} und die Gleitung γ_{xy} für die Brettlage. Aus der Anforderung, dass die Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} für die Brettlage von den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen sind, ist somit abzuleiten, dass Berechnungsmodelle unter Verwendung der Kirchhoffschen Plattentheorie nicht dieser Anforderung gerecht werden. Die Kirchhoffsche Plattentheorie beruht auf der Annahme, dass die Dehnung ε_z sowie die Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} nicht zu berücksichtigten sind, d.h. in der

100

Kirchhoffschen Plattentheorie ist der Querschnitt im verformten Zustand immer noch senkrecht auf der Mittelebene. Mit der experimentellen Untersuchung am Beispiel des Plattenstreifens konnte gezeigt werden, das im verformten Zustand der Querschnitt des Brettlagenholzes nicht mehr senkrecht auf der Mittelebene ist. Dies bedeutet, dass die Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} für das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz entscheidend sind und von den Berechnungsmodellen berücksichtigt werden müssen.

Die Anforderung bezüglich der Berücksichtigung der Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} erfüllt hingegen die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie. Die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie beruht auf der Annahme, dass die Dehnung ε_z nicht berücksichtigt wird aber die Gleitungen γ_{xz} , γ_{yz} durch jeweils eine gemittelte Schubdeformation über die Höhe der Brettlage. Die Berücksichtigung der gemittelten Schubdeformation über die Höhe der Brettlage nach der Reißner-Mindlinsche Plattentheorie ist eine Näherung, weil die Schubspannung τ_{yz} , τ_{xz} über die Höhe der Brettlage als konstant angenommen wird, was nicht der Wirklichkeit entspricht. Durch diese Näherung ist die nach der Reißner-Mindlinsche Plattentheorie berechnete Schubdeformation zu groß. Zur wirklichkeitsnäheren Berechnung der Schubdeformation wird ein Schubkorrekturfaktor eingeführt, mit dem die zu groß berechnete Schubdeformation korrigiert wird. Weitere Erläuterungen dazu siehe Altenbach [2,3], Gebbeken [16], Jones [36].

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund, ohne Rippen, ist als zweite Anforderung der breitseitige starre Verbund der Brettlagen in den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. Für Leim als starres Verbindungsmittel im Ingenieurholzbau gilt, dass die Festigkeit des Leims höher als die Festigkeit des Holzes und somit höher als die Festigkeit der Brettlagen ist. Dies bedeutet, dass die Festigkeit der Brettlage und nicht die Festigkeit des Leims in Tragfähigkeitsnachweisen für Brettlagenholz zu berücksichtigen ist. Der Leim hat eine geringe Dicke im Vergleich zur Höhe der Brettlagen, sodass die Steifigkeit des Leims in den Berechnungsmodellen bezogen auf Brettlagenholz nicht zu berücksichtigen ist. Siehe dazu Lischke [55] und Bosl [7]. Der Leim erzwingt durch seine starre Verbindung, dass die Dehnungen und Krümmungen zweier Brettlagen an der Berührungsschicht jeweils gleich sind. Die gleichen Dehnungen und Krümmungen an der Berührungsschicht zweier Brettlagen ist von den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. Siehe hierzu Halasz/Scheer [25], Neuhaus [63], Radovic [69], Raknes [70].

Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund, ohne Rippen, ist als zweite Anforderung der breitseitige nachgiebige Verbund der Brettlagen in den Berechnungsmodellen mit einem Verschiebungsgesetz zu berücksichtigen. Für stiftförmige nachgiebige Verbindungsmittel im Ingenieurholzbau gilt, dass das Verschiebungsgesetz mit dem einer Wegfeder beschrieben wird. Für stiftförmige nachgiebige Verbindungsmittel folgen daraus charakteristische lineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramme. Hartmann zeigt in [28], dass die linearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramme zu modifizieren sind, damit das Verschiebungsgesetz wirklichkeitsnäher ist. Die modifizierten nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramme gemäß Abschnitt 2 sind von den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen. Für Brettlagenholz mit starrem Verbund, ohne Rippen, und für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund, ohne Rippen, sind als dritte Anforderung der Aufbau von Brettlagenholz in den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen, d.h. die Anordnung und Orientierung der Brettlagen zueinander. Der Aufbau ist wichtig, weil in Zusammenhang mit der ersten Anforderung und zweiten Anforderung durch den Aufbau sich ein verändertes Trag- und Verformungsverhalten für Brettlagenholz ergibt. Dies ist für scheibenartige Beanspruchungen für Brettlagenholz mit starrem Verbund von Bosl [7] in experimentellen Untersuchungen und theoretischen Überlegungen sowie Berechnungen bestätigt und nachgewiesen worden. Bosl [7] vergleicht dazu Brettlagenholz mit orthogonalem Aufbau (90,0,90,0,90) mit Brettlagenholz mit orthogonal/diagonalem Aufbau (90,0,45,0,90). Bosl weist darauf hin, dass die einzelne Brettlage nahezu keine Schubsteifigkeit in der Ebene xy hat. Brettlagenholz mit orthogonalem Aufbau hat daraus folgend in der Ebene XY['] ebenfalls nahezu keine Schubsteifigkeit, während Brettlagenholz mit orthogonal/diagonalem Aufbau sehr wohl eine Schubsteifigkeit in der Ebene XY['] hat.

Bezogen auf Brettlagenholz unter einer plattenartigen Belastung kann die dritte Anforderung mit folgender kurzer Überlegung verdeutlicht werden. Gemäß der ersten Anforderung hat die Brettlage keine Zug- und Drucksteifigkeit als auch keine Biegesteifigkeit in Richtung y. Durch die fehlenden Steifigkeiten in Richtung y der Brettlage ist für die Brettlage auch keine Schnittkraft n_y und m_y zu berücksichtigen.

Das Brettlagenholz mit einem orthogonalen Aufbau (0,90,0) hat sowohl in Richtung X' als auch Richtung Y' eine Zug- und Drucksteifigkeit als auch eine Biegesteifigkeit. Somit kann eine durch eine äußere Belastung entstandene globale Schnittkraft $m_{Y'}$ des Brettlagenholzes in die lokalen Schnittkräfte m_x der Brettlage 2 aufgeteilt werden. Gleiches gilt auch für die globale Schnittkraft $n_{Y'}$, die in die lokale Schnittkraft n_x der Brettlage 2 aufgeteilt wird. Somit hat das Brettlagenholz ein anderes Trag- und Verformungsverhalten als die einzelne Brettlage. Dargestellt ist das Beispiel in S5.1.-03.



S5.1.-03: Aufteilung der globalen Schnittkraft n_Y m_Y des Brettlagenholzes (0,90,0) in die lokalen Schnittkräfte n_x m_x der Brettlage 2

Das Beispiel in S5.1.-03 zeigt deutlich, dass der Aufbau für Brettlagenholz wichtig ist und sich durch den Aufbau das Trag- und Verformungsverhalten des Brettlagenholzes vollständig zu dem der Brettlage unterscheidet und verändert. Somit ist aus der dritten Anforderung zu erkennen, dass in den Berechnungsmodellen für Brettlagenholz die Schnittgrößen nx', ny', nxy', nyx' für die Scheibentragwirkung sowie die Schnittgrößen mx', my', mxy', myx' und qx', qy' für die Plattentragwirkung zu berücksichtigen sind. Die in den Berechnungsmodellen für Brettlagenholz zu berücksichtigen Schnittkräfte sind in S5.1.-04 dargestellt.



S5.1.-04: Alle Schnittgrößen für Brettlagenholz

Zusammenfassend ist aus der ersten, zweiten und dritten Anforderung an die Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit starrem Verbund die Erkenntnis wichtig, das trotz des starren Verbundes durch schubweiche Brettlagen die Dehnungen des Brettlagenholzes über die Höhe nichtlinear sind, d.h. dass der Querschnitt des Brettlagenholzes im verformten Zustand nicht mehr eben bleibt, wie in Abschnitt 3 durch Überlegungen und experimentelle Untersuchungen gezeigt werden konnte. Diese Erkenntnis gilt für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter einer plattenartigen Belastung. Allgemein gültig ist diese Erkenntnis in S5.1.-05 exemplarisch an einem Beispiel von Brettlagenholz mit k Brettlagen bezüglich der Dehnung $\varepsilon_{x'}$ und der Spannung $\sigma_{x'}$ dargestellt. Für Brettlagenholz unter scheibenartiger Belastung konnte Bosl in [7] zeigen, dass das Ebenbleiben der Querschnitte zutreffend ist.



S5.1.-05: Dehnung $\varepsilon_{x'}$ und Spannung $\sigma_{x'}$ für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter plattenartiger Belastung
Zusammenfassend ist aus der ersten, zweiten und dritten Anforderung an die Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund die Erkenntnis wichtig, dass die Dehnungen des Brettlagenholzes über die Höhe nichtstetig und nichtlinear sind, d.h. dass der Querschnitt des Brettlagenholzes im verformten Zustand zwischen den Brettlagen Verschiebungssprünge hat. Dies ist in S5.1.-06 exemplarisch an einem Beispiel von Brettlagenholz mit k Brettlagen bezüglich der Dehnung $\varepsilon_{x'}$ und der Spannung $\sigma_{x'}$ dargestellt.

Brettlagenholz	Dehnung &	Spannung o
→ X'		
Brettlage 1		
Brettlage 2	+	
Brettlage 3		
Brettlage k		



Für die Rippen von rippenverstärktem Brettlagenholz ist als Anforderung die Anisotropie des Werkstoffes Holz zu berücksichtigen, wie in Abschnitt 2 dargestellt. Die Rippe wird gemäß Definition Brettlagenholz als Brettlage betrachtet. Trotzdem sind für die Rippe die Werkstoffkennwerte des "Brettes" gemäß Abschnitt 4 zu berücksichtigen. Zudem sind die Rippen mit den Berechnungsmodellen für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund und mit Brettlagenholz mit starrem Verbund zu verbinden. Daraus folgt, dass in den Berechnungsmodellen für die Rippen sowohl die Schnittgröße n_x, n_y für die Scheibentragwirkung sowie die Schnittgrößen m_x, und q_x, q_y für die Plattentragwirkung zu berücksichtigen sind. Nicht zu berücksichtigen sind von den Berechnungsmodellen die Schnittgrößen n_{xy}, n_{yx} für die Scheibentragwirkung und die Schnittgrößen m_y, m_{xy}, m_{yx} für die Plattentragwirkung. Alle Schnittgrößen sind zusammengefasst in S5.1.-07 dargestellt.



S5.1.-07: Alle Schnittgrößen für die Rippe von rippenverstärktem Brettlagenholz

Aus Abschnitt 5.1. ergeben sich aus Sicht des Verfassers unter Berücksichtigung baupraktischer Gesichtspunkte zwei Berechnungsmodelle für Brettlagenholz. Zum ersten das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation. Zum zweiten ein neu zu entwickelndes Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen. Das neu zu entwickelnde Berechnungsmodell kann auch auf rippenverstärktes Brettlagenholz angewandt werden. Diese Berechnungsmodelle werden im Folgenden vorgestellt.

5.2. Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation

Bosl gelingt es in [7] erstmals ein Berechnungsmodell aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter überwiegender scheibenartiger Belastung anzuwenden. Das Berechnungsmodell aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes hat dabei den Vorteil, dass es in gängige FE Programmen implementiert ist. Dadurch wird nach Bosl [7] erstmals das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem Verbund unter einer scheibenartigen Belastung einer ingenieurmäßigen, baupraktischen Berechnung zugänglich, einschließlich Scheiben mit Öffnungen.

Für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter plattenartiger Belastung wird auf die Erkenntnisse von Bosl aufgebaut. Daraus folgt, dass für Brettlagenholz mit starrem Verbund das Berechnungsmodell aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes jedoch mit Schubdeformation angewendet wird. Dieses Berechnungsmodell ist in gängigen FE-Programmen, wie MSC/NASTRAN 2001 [38,52,53], implementiert. Die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation basiert auf folgenden Annahmen. Als erste Annahme gilt, dass die Plattendicke klein im Vergleich zu den übrigen geometrischen Ausdehnungen ist, d.h. Z' << X' und Y'. Als zweite Annahme gilt, dass die Durchbiegung der Platte klein im Vergleich zur Dicke ist, d.h. w < $\sum h_i$. Als dritte Annahme gilt, dass der Querschnitt der Platte im verzerrten Zustand als Gerade erhalten bleibt, aber nicht orthogonal auf der verformten Mittelfläche steht. Diese Annahme erfüllt die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie. Als vierte Annahme gilt, dass die Normalspannungen $\sigma_{z'}$ vernachlässigt werden können. Diese Annahme erfüllt ebenfalls die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie, siehe dazu Altenbach [2,3], Gebbeken [16], Jones [36].

Hierbei ist zu beachten, dass die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation die Anforderung bezüglich des nicht Ebenbleiben des Querschnittes von Brettlagenholz im verformten Zustand nicht erfüllt. Dies ist zunächst ein Widerspruch. Dabei ist zu beachten, dass die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation mit einer gemittelten und korrigierten Schubsteifigkeit die Berechnungen durchführt, so dass dies nur eine Näherung ist. Bezüglich globaler Aussagen zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz ist diese Näherung jedoch hinreichend genau. Die mechanischen Eigenschaften werden in der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation unterschieden in mechanische Eigenschaften der einzelnen Brettlage und in mechanische Eigenschaften des Brettlagenholzes.

Die mechanischen Eigenschaften der Brettlage werden nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation für den rhombisch anisotropen Werkstoff Holz vereinfacht mit dem Elastizitätsgesetz in Matrizenform gemäß Gl.5.2.-01, und ausformuliert gemäß Gl.5.2.-02 beschrieben.

$$[\mathcal{E}] = [s]^*[\sigma] \tag{GI.5.2.-01}$$

-> [ɛ] ist der Verzerrungsvektor

-> [s] ist die Nachgiebigkeitsmatrix

-> [σ] ist der Spannungsvektor

$$\begin{bmatrix} \boldsymbol{\mathcal{E}}_{x} \\ \boldsymbol{\mathcal{E}}_{y} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{yz} \\ \boldsymbol{\gamma}_{zx} \\ \boldsymbol{\gamma}_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & & & \\ s_{21} & s_{22} & & & \\ & s_{44} & & \\ & s_{55} & & \\ & s_{55} & & \\ & s_{66} \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{x} \\ \boldsymbol{\sigma}_{y} \\ \boldsymbol{\tau}_{yz} \\ \boldsymbol{\tau}_{zx} \\ \boldsymbol{\tau}_{xy} \end{bmatrix}$$
(GI.5.2.-02)

-> ϵ_x , ϵ_y sind Dehnungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx, yxy sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> s11, s12, s21, s22, s44, s55, s66 sind Elastizitätszahlen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> σx, σy sind Normalspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> τ_{yz} , τ_{zx} , τ_{xy} sind Schubspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Durch Inversion des Elastizitätsgesetzes wird aus der Nachgiebigkeitsmatrix [s] die Steifigkeitsmatrix [C]. Die Inversion des Elastizitätsgesetzes lautet somit gemäß GI.5.2.-03 bzw. GI.5.2.-04:

$$[\sigma] = [C]^*[\varepsilon]$$
 (GI.5.2.-03)

- -> [σ] ist der Spannungsvektor
- -> [C] ist die Steifigkeitsmatrix
- -> [ɛ] ist der Verzerrungsvektor

$$\begin{bmatrix} \sigma_{x} \\ \sigma_{y} \\ \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & & \\ C_{21} & C_{22} & & \\ & & C_{44} & & \\ & & & C_{55} & \\ & & & & C_{66} \end{bmatrix}^{*} \begin{bmatrix} \varepsilon_{x} \\ \varepsilon_{y} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix}$$
(Gl. 5.2.-04)

-> ε_x , ε_y sind Dehnungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx, yxy sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> C₁₁, C₁₂, C₂₁, C₂₂, C₄₄, C₅₅, C₆₆ sind die Koeffizienten der Steifigkeitsmatrix mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> σ_x, σ_y sind Normalspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> tyz, tzx, txy sind Schubspannungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Die Inversion des Elastizitätsgesetzes gemäß GI.5.2.-03 bzw. GI.5.2.-04 gilt nur für den Fall, dass das globale Koordinatensystem mit dem lokalen Koordinatensystem übereinstimmt. Stimmt das globale Koordinatensystem mit dem lokalen Koordinatensystem nicht überein, so muss die nicht transformierte Steifigkeitsmatrix [C] des lokalen Koordinatensystems in die transformierte Steifigkeitsmatrix [C'] des globalen Koordinatensystems gemäß der Transformationsvorschrift GI.5.2.-05 überführt werden:

$$[C'] = [T_{\sigma}^{-1}] \cdot [C] \cdot [T_{\varepsilon}]$$
(GI.5.2.-05)

-> [C'] ist die transformierte Steifigkeitsmatrix

-> $[T_{\sigma}^{-1}]$ und $[T_{\varepsilon}]$ sind Transformationsmatrizen gemäß [2,3,7,36,55]

-> [C] ist die Steifigkeitsmatrix

Detaillierter Angaben bezüglich der Transformation von Steifigkeitsmatrizen sind unter anderem in Altenbach [2,3] Jones [36], Lischke [55] und Bosl [7] enthalten.

Für die mechanischen Eigenschaften des Brettlagenholzes nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation gelten folgende kinematischen Beziehungen zwischen den Verzerrungen und Verschiebungen:

$$\varepsilon_x = \frac{\delta u}{\delta x}$$
 (GI.5.2.-06)

$$\mathcal{E}_{y} = \frac{\delta v}{\delta y}$$
 (GI.5.2.-07)

$$\gamma_{yz} = \frac{\delta v}{\delta z} + \frac{\delta w}{\delta y}$$
(GI.5.2.-08)

$$\gamma_{zx} = \frac{\delta w}{\delta x} + \frac{\delta u}{\delta z}$$
(GI.5.2.-09)

$$\gamma_{xy} = \frac{\delta u}{\delta y} + \frac{\delta v}{\delta x}$$
(GI.5.2.-10)

-> ɛx,ɛy sind Dehnungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx, yxy sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Die Verzerrungen als auch die Verschiebungen setzen sich aus Anteilen bezogen auf die Mittelfläche des Brettlagenholzes sowie Anteilen bezogen auf die Brettlagen zusammen. Siehe dazu Altenbach [3]. Zusammenfassend ergeben sich damit folgende Verzerrungen, Verkrümmungen und Verschiebungen für Brettlagenholz:

$$\mathcal{E}_x = \mathcal{E}_{x0} + z \, \mathcal{K}_x \tag{GI.5.2.-11}$$

$$\mathcal{E}_{y} = \mathcal{E}_{y0} + z \, \mathcal{K}_{y} \tag{GI.5.2.-12}$$

$$\gamma_{yz} = \gamma_{yz0}$$
 (GI.5.2.-13)

$$\gamma_{zx} = \gamma_{zx0} \tag{GI.5.2.-14}$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy0} + z \kappa_{xy}$$
 (GI.5.2.-15)

-> ε_{x0}, ε_{y0}, γ_{yz0}, γ_{zx0}, γ_{xy0} sind die Dehnungen und Gleitungen der Mittelfläche des Brettlagenholzes mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> yyz, yzx sind Gleitungen mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> κ_x , κ_y , κ_{xy} sind die Verkrümmungen der Mittelfläche des Brettlagenholzes mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> z ist der Abstand der Brettlage zur Mittelfläche des Brettlagenholzes

Für Brettlagenholz kann auch die konstitutive Beziehung für die einzelne Brettlage k formuliert werden. Für die einzelne Brettlage k ist die konstitutive Beziehung gemäß Gl.5.2.-16.

$$[\boldsymbol{\sigma}_k] = [\boldsymbol{C}_k]^* [\boldsymbol{\varepsilon}_k] \tag{GI.5.2.-16}$$

-> $[\sigma_k]$ ist der Spannungsvektor der Brettlage k des Brettlagenholzes

-> [Ck] ist die Steifigkeitsmatrix der Brettlage k des Brettlagenholzes

-> $[\mathcal{E}_k]$ ist der Verzerrungsvektor der Brettlage k des Brettlagenholzes

Sollte das lokale Koordinatensystem der Brettlage k zum globalen Koordinatensystem des Brettlagenholzes abweichen, so ist die Steifigkeitsmatrix [C_k] der einzelnen Brettlage gemäß Gl.5.2.-05 zu transformieren.

Die Schnittgrößen des Brettlagenholzes werden üblicherweise bezogen auf die Mittelfläche des Brettlagenholzes angegeben. Somit sind für die Ermittlung der Schnittgrößen für Brettlagenholz die Spannungen über die Höhe des Brettlagenholzes zu integrieren. Daraus ergeben sich die Schnittgrößen für Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation wie folgt:

$$n_{X'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \sigma_{X'} dz$$

$$n_{Y'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \sigma_{Y'} dz$$
(GI.5.2.-17)
(GI.5.2.-17)
(GI.5.2.-18)

$$n_{XY'} = n_{YX'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \tau_{XY'} dz$$
(GI.5.2.-19)

$$m_{X'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \sigma_{X'} z dz$$
(GI.5.2.-20)

$$m_{Y'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \sigma_{Y'} z dz$$
(GI.5.2.-21)

$$m_{XY'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \mathcal{T}_{XY'} z dz$$
(GI.5.2.-22)

$$q_{X'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{\pi_{Brettlagenholz}/2}$$
(GI.5.2.-23)
$$q_{Y'} = \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{h_{Brettlagenholz}/2} \int_{-h_{Brettlagenholz}/2}^{2}$$
(GI.5.2.-24)

-> nx', ny', nxy', nxy', nyx' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche

- -> mx', my', mxy', myx' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche
- -> qx', qy' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche
- -> $\sigma_{X'}$, $\sigma_{Y'}$ sind Normalspannungen
- -> tyz', tzx', txy' sind Schubspannungen
- -> hBrettlagenholz ist die Höhe des Brettlagenholzes
- -> z ist der Abstand der Brettlage zur Mittelfläche des Brettlagenholzes

Die konstitutiven Beziehungen für Brettlagenholz nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation ergeben sich somit gemäß GI.5.2.-25.

-> nx', ny', nxy', nyx' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche

-> mx', my', mxy', myx' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche

-> qx', qy' sind Schnittgrößen des Brettlagenholzes bezogen auf die Mittelfläche

-> A11, A12, A16, A21, A22, A26, A61, A62, A66 sind Koeffizienten der Membransteifigkeiten

-> B11, B12, B16, B21, B22, B26, B61, B62, B66 sind Koeffizienten der Koppelsteifigkeiten

-> D₁₁, D₁₂, D₁₆, D₂₁, D₂₂, D₂₆, D₆₁, D₆₂, D₆₆ sind Koeffizienten der Biegesteifigkeiten

-> S11, S12, S22 sind Koeffizienten der Schubsteifigkeiten

-> k1, k2, k3 sind Schubkorrekturfaktoren für die Schubsteifigkeiten

-> ε_{x0}, ε_{y0}, γ_{yz0}, γ_{zx0}, γ_{xy0} sind die Dehnungen und Gleitungen der Mittelfläche des Brettlagenholzes mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> κ_x, κ_y, κ_{xy} sind die Verkrümmungen der Mittelfläche des Brettlagenholzes mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

Die Membransteifigkeiten A_{ij}, die Koppelsteifigkeiten B_{ij} und die Biegesteifigkeiten D_{ij} werden wie nach der Theorie des Mehrschichtenverbundes berechnet, sodass auf Bosl [7] verwiesen wird. Die Schubsteifigkeiten S_{ij} werden gemäß Gl.5.2.-26 berechnet.

$$S_{ij} = \sum_{k=1}^{n} (G_{ij})_{k} * h_{k}$$
(GI.5.2.-26)

-> Sij sind Schubsteifigkeiten

-> G_{ij} sind Schubmoduln der Brettlage k

-> hk ist die Höhe der Brettlage k

Gl.5.2.-26 ist nur eine grobe Näherung für die Schubsteifigkeiten S_{ij} von Brettlagenholz. Durch Anwendung von Gl.5.2.-26 wird die reale Schubsteifigkeit des Brettlagenholzes überschätzt und zu groß berechnet. In Analogie zum Timoschenko-Balken werden als erste Näherung unter der Annahme homogener Brettlagen die Schubsteifigkeiten S_{ij} deshalb mit Schubkorrekturfaktoren k_i verkleinert.

Durch GI.5.2.-25 und GI.5.2.-26 wird deutlich, dass die Berücksichtigung der Schubdeformation eine Näherung bedeutet, weil über die Höhe des Brettlagenholzes eine mittlere und korrigierte Schubsteifigkeit berechnet wird und dies zu gemittelten Schubdeformationswinkeln, d.h. gemittelte Gleitungen $\gamma_{xz} \gamma_{yz}$ über die Höhe des Brettlagenholzes führt. Der Ansatz der Berücksichtigung der Schubdeformation aufbauend auf der Reißner-Mindlinischen Plattentheorie wird Schubdeformationstheorie 1. Ordnung genannt.

Die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung ist eine Näherung, die bezogen auf das globale Trag- und Verformungsverhalten ausreichend ist, wie Gebbeken [16] feststellt. Der Vorteil der Schubdeformationstheorie 1. Ordnung ist der einfache Ansatz und der damit verbundene geringe Rechenaufwand. Die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung ist häufig in gängigen FE Programmen implementiert, so z.B. auch in MSC/NASTRAN 2001 [38,52,53]. Nachteil der Schubdeformationstheorie 1. Ordnung ist, dass das Trag- und Verformungsverhalten bezogen auf lokale Untersuchungen bei punktförmigen Auflagern und punktförmigen Belastungen nicht untersucht werden kann und die Schubdeformationstheorie 1. Ordnung dann "unzutreffende" Ergebnisse bei Berechnungen liefert. Die Berechnung "unzutreffender" Ergebnisse für punktförmige Auflager und punktförmige Belastungen liegt in der Annahme der Reißner-Mindlinsche Plattentheorie begründet, bei der sich aus der Kinematik ε_z gleich Null ergibt und zudem σ_z gleich Null gesetzt wird. Diese Annahme, dass die Spannung σ_z gleich Null ist, gilt im Bereich punktförmiger Belastungen ist die Spannung σ_z von erheblicher Größenordnung und dürfte nicht vernachlässigt werden. Dieser Nachteil wurde von Lieck im Rahmen einer Diplomarbeit [54] untersucht und wird in Abschnitt 6.1. beschrieben.

Um die Ergebnisse im Bereich punktförmiger Auflager und punktförmiger Belastungen zu verbessern, wäre die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit einer Schubdeformationstheorie höherer Ordnung, die Gebbeken [16] beschreibt, anzuwenden. Vereinfachend und zusammenfassend ist die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit einer Schubdeformationstheorie höherer Ordnung dadurch gekennzeichnet, dass nicht gemittelte Gleitungen $\gamma_{xz} \gamma_{yz}$ über die Höhe des Brettlagenholzes, sondern je Brettlage die Gleitungen $\gamma_{xz} \gamma_{yz}$ berechnet und berücksichtigt wird. Dadurch kann die Näherung durch die

Schubkorrekturfaktoren k_i verbessert werden. Aber auch dieser Ansatz ist problematisch, weil immer noch die Annahme getroffen wird, dass die Spannung σ_z gleich Null ist. Dadurch ergibt sich immer noch der gleiche Nachteil bezogen auf das Trag- und Verformungsverhalten bei lokalen Untersuchungen bei punktförmigen Auflagern und punktförmigen Belastungen. Zur Verbesserung lokaler Aussagen ist aus Sicht des Verfassers ein dreidimensionales Berechnungsmodell notwendig. Die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformationstheorie höherer Ordnung ist jedoch nicht in gängigen FE Programmen implementiert, sodass diese Theorie bisher einer ingenieurmäßigen baupraktischen Berechnung nicht zugänglich ist.

In Abschnitt 6 und 7 wird das vorgestellte Berechnungsmodell – Mehrschichtentheorie mit Schubdeformation – an Beispielen vorgeführt und erläutert.

5.3. Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen

Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist nach Kenntnis des Verfassers kein Berechnungsmodell vorhanden, dass die Anforderungen für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund erfüllt und bereits in gängigen FE Programmen, wie z.B. MSC/NASTRAN 2001, implementiert ist. Dabei ist dem Verfasser bewusst, dass zum Thema "nachgiebigem Verbund" eine Vielzahl von Berechnungsmodellen bereits vorhanden ist. Zuerst haben sich zum Thema "nachgiebiger Verbund" Berechnungsmodelle für stabförmige Bauteile entwickelt, siehe z.B. Engesser [14], Möhler [58], Kreuzinger [45], Kneidel [39], Hartmann [28], und in jüngerer Vergangenheit auch Berechnungsmodelle für flächige Bauteile, wie z.B. im Ingenieurholzbau das Schubanalogieverfahren von Kreuzinger [46, 47, 48, 49]. Dabei erfüllen diese Berechnungsmodelle für stabförmige Bauteile nicht die Anforderungen für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund, weil es sich um ein Flächentragwerk handelt. Das Schubanalogieverfahren erfüllt nicht die Anforderungen für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund bezüglich unsymmetrischer Querschnitte, nicht orthogonalem Aufbau, und nichtlinearen Schubkraftdem Verschiebungsdiagramm für stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel. Auf das Schubanalogieverfahren von Kreuzinger [46, 47, 48, 49], das in den Anhang D der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] Eingang gefunden hat, wird im Abschnitt 5.5. eingegangen.

Somit wird vom Verfasser ein Berechnungsmodell unter Verwendung von Schalen- und Federelementen entwickelt. Grundlage dieses Berechnungsmodells ist die Finite Element Methode [4]. Festzustellen ist, dass die Entwicklung eines eigenen Finiten Elementes unter Berücksichtigung der Anforderungen für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund aus Sicht des Verfassers möglich ist, ohne dies im Detail untersucht zu haben. Diese Feststellung wird dadurch begründet, dass im Folgenden gezeigt wird, dass durch Verwendung von Schalen- und Federelementen, die bereits heute in gängigen FE Programmen implementiert sind, ein funktionierendes Berechnungsmodell entwickelt werden kann, dass die Anforderungen von Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund erfüllt. Zudem wurde die Entwicklung eines eigenen Finiten Elementes nicht verfolgt, weil die Anwendbarkeit und Übertragbarkeit eines selbst entwickelten Finiten Elementes in die Baupraxis als schwierig betrachtet wird. Der Bereich des Brettlagenholzes ist in der Baupraxis ein Bereich neben vielen weiteren Bereichen, in denen der Ingenieur verschiedenste Berechnungsmodelle anzuwenden hat, sodass ein Berechnungsmodell mit einem selbst entwickelten Finiten Element ohne Bezug zu gängigen FE Programmen im Bereich der Grundlagenforschung zwar interessant ist, jedoch in der Baupraxis die direkte Anwendung schwierig ist. Bereits verfügbar sind eine Vielzahl gängiger FE Programme, die eine Fülle von Finiten Elementen mit unterschiedlichsten Eigenschaften anbieten. Für das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund sind aus dieser Fülle von Finiten Elementen die Schalen- und Federelemente zu verwenden. Nachteilig ist für das Berechnungsmodell, der erhöhte zeitliche Aufwand für die Generierung des Berechnungsmodells. Insgesamt muss das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund die Anforderung aus Abschnitt 5.1. erfüllen, was unter Verwendung von Schalen- und Federelementen gegeben ist.

Das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund besteht aus geraden oder gekrümmten Schalen- und Federelementen. Die Schalenelemente sind flächige Elemente, d.h. zweidimensionale Elemente, und bilden die idealisierte Mittelfläche der einzelnen Brettlagen ab. Die Schalenelemente müssen die Werkstoffkennwerte der Brettlage entsprechend Abschnitt 4 berücksichtigen können. Nur Plattenelemente oder nur Scheibenelemente sind nicht ausreichend, weil durch einen unsymmetrischen Aufbau zur Mittelfläche des Brettlagenholzes trotz plattenartiger Belastung des Brettlagenholzes es zu scheibenartiger Belastung einzelner Brettlagen kommen kann. Bei unsymmetrischem Aufbau zur Mittelfläche des Brettlagenholzes sind die Koppelsteifigkeiten Bij der konstitutiven Beziehung gemäß GI.5.2.-25 ungleich Null, wodurch das Scheibentragverhalten mit dem Plattentragverhalten gekoppelt wird. Somit sind zwingend Schalenelemente zu verwenden. Die Federelemente verbinden die Schalenelemente miteinander, d.h. die Federelemente verbinden die einzelnen Brettlagen bezüglich der idealisierten Mittelebenen miteinander. Die Federelemente sind stabförmige Elemente, d.h. eindimensionale Elemente, und bilden dabei sowohl die Werkstoffeigenschaften der Brettlagen (Schubübertragung) als auch die Werkstoffeigenschaften der stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittel, wie z.B. Nägel, Stabdübel und Schrauben, ab. Die Federelemente können mit Wegfedern Verschiebungen und mit Drehfedern Verdrehungen beschreiben. Die Werkstoffeigenschaften der Brettlage und der stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittel sind den Wegfedern und Drehfedern zuzuordnen. Die von dem Federelement abgebildeten Werkstoffeigenschaften der Brettlagen beruhen auf der Annahme, dass die benachbarten Brettlagen die gleichen Durchbiegungen und Verkrümmungen um Richtung X' und Y' der Brettlage haben. Die gleiche Durchbiegung in Richtung Z' wird mit der Festsetzung der Wegfedern in Richtung Z' als starr erreicht und die gleiche Verkrümmung um Richtung X' und Y' mit der Festsetzung der Drehfedersteifigkeit um Richtung X' und Y' als starr. Die Gleitungen yxz, yyz der Brettlage werden aufbauend auf Kneidl [39] durch Wegfedersteifigkeiten beschrieben, die im Berechnungsmodell zu berücksichtigen sind. Die Ermittlung der Wegfedersteifigkeiten nach Kneidl ist aus Abschnitt 5.4. abzuleiten. Die nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramme der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel sind bei der Festlegung der Wegfedersteifigkeiten in Richtung X' und Y' zu beachten, gemäß Abschnitt 2.4. und Abschnitt 2.5.

In S5.3.-01 ist ein Ausschnitt eines Brettlagenholzes aus der Brettlage k-1 und Brettlage k und das Berechnungsmodell mit Schalen- und Federelementen dargestellt. Für das Federelement sind die Wegfedersteifigkeiten C in Richtungen X', Y' und Z' dargestellt und die Drehfedersteifigkeiten CR um die Richtungen X' und Y'.



S5.3.-01: Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen

Ein häufig verbreitetes Schalenelement ist das flächige Schalenelement mit vier Eckknoten. In MSC/NASTRAN 2001 wird dieses Schalenelement als CQUAD4 bezeichnet. Ein häufig verbreitetes Federelement ist das stabförmige Federelement mit zwei Knoten. In MSC/NASTRAN 2001 wird das Federelement CBUSH benannt. Erläuterungen bezüglich der Annahmen zu dem Schalenelement CQUAD4 und dem Federelement CBUSH siehe [38,52,53].

In der Finiten Element Methode [4,38,52,53] besitzen Knoten Freiheitsgrade. Die Kopplung der Schalenelemente mit den Federelementen findet in den Knoten statt, sodass auf die unterschiedliche Anzahl von Freiheitsgraden für den Knoten des Schalenelementes im Vergleich zu dem Knoten des Federelementes zu achten ist. Das Schalenelement CQUAD4 besitzen 5 Freiheitsgrade, während das Federelement CBUSH 6 Freiheitsgrade besitzt. Die Freiheitsgrade sind in T5.3.-01 für das Schalenelement und Federelement dargestellt.

Freiheitsgrad	Schalenelement CQUAD4	Federelement CBUSH
Verschiebung X´	JA	JA
Verschiebung Y´	JA	JA
Verschiebung Z´	JA	JA
Verdrehung um X	JA	JA
Verdrehung um Y'	JA	JA
Verdrehung um Z'	Nein	JA

T5.3.-01: Freiheitsgrade je Knoten für CQUAD4 und CBUSH

Aus T5.3.-01 ist ersichtlich, dass bezüglich des Freiheitsgrades Verdrehung um Z' zwischen Schalenelement und Federelement ein Unterschied vorhanden ist. Dieser Unterschied führt bei nicht Beachtung zu Singularitäten in der Steifigkeitsmatrix. Deshalb ist der entsprechende Freiheitsgrad des Federelementes aus der Steifigkeitsmatrix zu löschen, was mit den Anforderungen an Berechnungsmodelle für Brettlagenholz in Einklang ist.

In Abschnitt 6 und 7 wird das vorgestellte Berechnungsmodell – unter Verwendung von Schalen- und Federelementen - an Beispielen vorgeführt und erläutert.

5.4. Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen aufbauend auf Kneidl [39]

Im Laufe der Arbeit ist zusätzlich ein Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen aufbauend auf Kneidl [39] entwickelt worden. Dieses Berechnungsmodell wurde im Rahmen der Diplomarbeit Lieck [53] getestet, siehe Abschnitt 6.1.

Kneidl [39] entwickelt für stabwerksförmige Bauteile im Ingenieurholzbau ein Berechnungsmodell. Stabwerksförmige Bauteile bezeichnet Kneidl als Schichtbalken, die aus Einzelbalken bestehen. Die Einzelbalken sind starr oder nachgiebig miteinander verbunden. Die Festlegung der Orientierung des Koordinatensystems für den Schichtbalken erfolgt gemäß DIN 1080 [N1]. Das Koordinatensystem der Einzelbalken ist gleich des Schichtbalkens. Als Annahme gilt für einen Schichtbalken die Symmetrie zur Ebene XZ'. Die Einzelbalken können unterschiedliche Abmessungen und Werkstoffeigenschaften haben. In S5.4.-01 ist gemäß Kneidl [39] ein Querschnitt eines Schichtbalkens abgebildet.



S5.4.-01: Querschnitt eines Schichtbalkens bestehend aus Einzelbalken gemäß Kneidl [39]

Für den Fall, dass die Einzelbalken starr miteinander verbunden sind, berechnet sich Kneidl aus den Werkstoffkennwerten E_Z, G_{XZ} zweier Einzelbalken Wegfedersteifigkeiten für die elastische Bettung der beiden benachbarten Einzelbalken. Möglich ist dies nach Kneidl dadurch, dass der Schichtbalken

in der XZ' Ebene ein gleiches Trag- und Verformungsverhalten wie eine Scheibe zeigt und das Tragund Verformungsverhalten einer Scheibe durch Zerlegung in eine endliche Zahl von Einzelbalken in ein System nachgiebig verbundener Einzelbalken überführt werden kann. Kneidl trifft für jeden Einzelbalken folgende Annahmen: Zum Ersten gilt die Bernoulli-Hypothese, zum Zweiten das Hookesche Gesetz und zum Dritten gilt, dass die Verformungen klein gegenüber den Abmessungen des Tragwerkes sind. Der Werkstoffkennwert $G_{XZ'}$ wird durch die Wegfedersteifigkeit ers c_{II} und der Werkstoffkennwert $E_{Z'}$ durch die Wegfedersteifigkeit ers c_L beschrieben, die gemäß Gl5.4.-01 und Gl.5.4.-02 zu bestimmen ist:

$$ers c_{II} = \frac{2*b_i*G_i*b_{i+1}*G_{i+1}}{h_i*b_{i+1}*G_{i+1}+h_{i+1}*b_i*G_i}$$
(GI.5.4.-01)

-> ers c_{II} ist die Wegfedersteifigkeit nach Kneidl [39]

- -> bi, bi+1 ist die Breite des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]
- -> hi, hi+1 ist die Höhe des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]
- -> Gi, Gi+1 ist der Schubmodul in Ebene XZ des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

$$ers c_{\perp} = \frac{2 * b_i * E_i * b_{i+1} * E_{i+1}}{h_i * b_{i+1} * E_{i+1} + h_{i+1} * b_i * E_i}$$
(GI.5.4.-02)

-> ers c₁ ist die Wegfedersteifigkeit nach Kneidl [39]

- -> bi, bi+1 ist die Breite des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]
- -> hi, hi+1 ist die Höhe des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]
- -> Ei, Ei+1 ist der Elastizitätsmodul in Richtung Z' des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

Die Wegfedersteifigkeit ers c_{\parallel} und ers c_{\perp} ist hierbei keine Wegfedersteifigkeit einer einzelnen Feder, die diskret die Einzelbalken miteinander verbindet, sondern wirkt wie eine gegenseitige elastische Bettung der Einzelbalken. Dies wird auch durch die Einheit der Wegfedern verdeutlicht [N/mm³]. Kneidl bestätigt, dass der Einfluss der Wegfedersteifigkeiten ers c_{\perp} bei üblichen Schlankheiten der Schichtbalken vernachlässigbar ist. Unter der Annahme, dass benachbarte Brettlagen gleiche Durchbiegungen und Verkrümmungen haben, ist deshalb die Wegfedersteifigkeit ers c_{\perp} nicht gemäß Kneidl [39] zu ermitteln, sondern kann als sehr großer Wert angenommen werden.

Grundlage der Wegfedersteifigkeit ers c_{ill} gemäß Gl.5.4.-01 ist die Feststellung, dass der Schichtbalken aus Einzelbalken besteht. Der Einfluss des Werkstoffkennwertes G_{xz'} auf das Trag- und Verformungsverhaltens des Schichtbalkens ist nach Kneidl [39] genauso groß wie in einer Scheibe. Wird der Schichtbalken in Richtung Z' belastet, so entsteht im Schichtbalken ein Schubfluß τ . Kneidl trifft für einen Ausschnitt eines Schichtbalkens von der Länge dx die Annahme eines konstanten Schubflußes τ in einer Berührungsfuge zwischen zwei Einzelbalken sowie über die halbe Höhe dieser beiden Einzelbalken, dargestellt in S5.4.-02. Diese Annahme ist zulässig, weil die Abmessungen der Einzelbalken im Verhältnis zu den Abmessungen des Schichtbalkens klein sind. Unter der Annahme des Hookeschen Gesetzes kann die Gleitung γ_i und γ_{i+1} der Einzelbalken durch den Schubfluß τ gemäß Gl.5.4.-03 berechnet werden:

$$\gamma_{i(+1)} = \frac{\tau}{b_{i(+1)} * G_{i(+1)}}$$

-> γ_{i} , γ_{i+1} ist die Gleitung des Einzelbalkens i bzw. i+1 der Länge dx nach Kneidl [39]

-> τ ist der Schubfluß der am Einzelbalken i bzw. i+1 angreift nach Kneidl [39]

-> bi, bi+1 ist die Breite des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

-> Gi, Gi+1 ist der Schubmodul in Ebene XZ' des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]



S5.4.-02: Annahmen zur Bestimmung der Wegfedersteifigkeit ers cill, nach Kneidl [39]

Die Gleitung γ_i und γ_{i+1} wird für beide benachbarte Einzelbalken getrennt ermittelt, weil sowohl der Schubmodul G_i und G_{i+1} in der Ebene XZ' als auch die Breite b_i und b_{i+1} der benachbarten Einzelbaken i bzw. i+1 unterschiedlich sein kann. Auf Grund der Betrachtung der inneren und äußeren Arbeit, die durch den Schubfluß τ an den Einzelbalken i(+1) der Länge dx und Höhe h_i und h_{i+1} verrichtet wird, kann die gemittelte Gleitung γ_m gemäß GI.5.4.-04 bestimmt werden:

$$\gamma_{m} = \frac{\tau}{h_{i} + h_{i+1}} * \left[\frac{h_{i}}{b_{i} * G_{i}} + \frac{h_{i+1}}{b_{i+1} * G_{i+1}} \right]$$
(GI.5.4.-04)

-> ym ist die gemittelte Gleitung des Einzelbalkens i und i+1 der Länge dx nach Kneidl [39]

-> τ ist der Schubfluß der am Einzelbalken i bzw. i+1 angreift nach Kneidl [39]

-> bi, bi+1 ist die Breite des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

-> Gi, Gi+1 ist der Schubmodul in Ebene XZ' des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

-> hi, hi+1 ist die Höhe des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

Unter der Annahme, das für den Einzelbalken des Hookeschen Gesetzes und der Bernoulli-Hypothese gelten, kann am verformten System der Einzelbalken die Verschiebung δ gemäß Gl.5.4.-05 berechnet werden:

(GI.5.4.-03)

$$\tau = \delta * ers c_{ill} \tag{GI.5.4.-05}$$

-> τ ist der Schubfluß der am Einzelbalken i bzw. i+1 angreift nach Kneidl [39]

 $->\delta$ ist die Verschiebung der Einzelbalken i und i+1der Länge dx nach Kneidl [39]

-> ers c_{II} ist die Wegfedersteifigkeit nach Kneidl [39]

Unter der Annahme kleiner Verformungen und somit auch kleiner Verdrehungen gegenüber den Abmessungen des Schichtbalkens kann vereinfacht die Verschiebung δ der beiden Einzelbalken i(+1) bezogen auf die Richtung X´ gemäß GI.5.4.-06 berechnet werden:

$$\delta = \gamma_m * \frac{h_i + h_{i+1}}{2}$$
(GI.5.4.-06)

 $->\delta$ ist die Verschiebung der Einzelbalken i und i+1der Länge dx nach Kneidl [39]

-> γm ist die gemittelte Gleitung des Einzelbalkens i und i+1 der Länge dx nach Kneidl [39]

-> hi, hi+1 ist die Höhe des Einzelbalkens i bzw. i+1 nach Kneidl [39]

Zusammenfassend folgt daraus, dass mit GI.5.4.-01 die Gleitung benachbarter Einzelbalken ermittelt werden kann. Wichtig ist hierbei die Erkenntnis, dass die Gleitung γ_m eine gemittelte Verformung aus der halben Höhe des Einzelbalkens i und der halben Höhe des Einzelbalkens i+1 ist. GI.5.4.-01 stellt somit nur eine Näherungslösung dar. Die Schubverformung der halben Höhe des obersten Einzelbalkens wird vernachlässigt. Verbessert werden kann die Näherungslösung z.B. durch Verringerung der Höhen der Einzelbalken. Zudem ist auf ähnliche Höhen der Einzellagen zu achten.

Kneidl zeigt am Beispiel von Scheiben durch Vergleich mit analytischen Lösungen, dass mit der Wegfedersteifigkeit ers c_{II} eine gute Übereinstimmung bezüglich des Trag- und Verformungsverhaltens erzielt werden kann. Hierbei wählt Kneidl Beispiele von Schichtbalken, die bezüglich der Einzelbalken ähnliche Biegesteifigkeit und Schubsteifigkeit haben. Dies ist für Brettlagenholz nicht der Fall. Die Biegesteifigkeiten der Brettlage sind in schmalseitiger Richtung Null, hingegen in Faserlängsrichtung vorhanden. Die Schubsteifigkeiten über die Höhe des Brettlagenholzes sind ebenfalls unterschiedlich. Kneidl berücksichtigt nur stabförmige Bauteile. Brettlagenholz ist hingegen ein flächiges Bauteil, sodass die Theorie von Kneidl auf flächige Bauteile zu erweitern ist. Die Erweiterung erfolgt dadurch, dass die Wegfedersteifigkeiten ers c_{II} nach Kneidl für Brettlagenholz gleichzeitig für die globalen Richtungen X' und Y' von Brettlagenholz ermittelt wird, d.h. ers c_{X'II} und ers c_{Y'II}. Dabei werden die Werkstoffkennwerte der Brettlage entsprechend Abschnitt 4.2. berücksichtigt. Dabei ist für die Brettlage die Breite b_i und b_{i+1} gleich und die Ersatzfugensteifigkeit ers c_{iII} wird auf die normierte Breite 1 bezogen und gemäß Gl.5.4.-07 und Gl.5.4.-08 berechnet.

$$ers c_{X'II} = \frac{2^* G_{X'i} * G_{X'i+1}}{h_i * G_{X'i+1} + h_{i+1} * G_{X'i}}$$
(Gl.5.4.-07)

$$ers c_{Y'II} = \frac{2 * G_{Y'i} * G_{Y'i+1}}{h_i * G_{Y'i+1} + h_{i+1} * G_{Y'i}}$$
(GI.5.4.-08)

- -> ers cx11 oder ers cy11. sind die Wegfedersteifigkeiten in Richtung X' und Y'
- -> hi und hi+1 ist die Höhe der Brettlage i bzw. i+1
- -> GX'i(+1) und GY'i(+1) sind die Werkstoffkennwerte in der Ebene XZ' und YZ' der Brettlage i bzw. i+1

Somit kann auf Grund der Theorie nach Kneidl für den starren Verbund der Einfluss der Schubsteifigkeit über die Höhe der Brettlage in eine Nachgiebigkeit umgerechnet werden. Daraus folgt, dass mit nur einem Berechnungsmodell Brettlagenholz mit starrem Verbund als auch Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund abzubilden ist. Bei nachgiebigem Verbund sind die Wegfedersteifigkeiten für die stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel entsprechend Abschnitt 2.4. und Abschnitt 2.5. durch Addition bei den Wegfedersteifigkeiten ers cx:n oder ers cy:n zu berücksichtigen.

5.5. Berechnungsmodell für Flächentragwerke nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]

In der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] wird ein Berechnungsmodell für Flächentragwerke vorgestellt, im Folgenden verkürzt als "Berechnungsmodell [N5]" bezeichnet. Grundlage für das Berechnungsmodell [N5] ist das von Kreuzinger [47,48] vorgestellte Schubanalogieverfahren. Scholz [74] zeigt die Grundlagen des Schubanalogieverfahren auf, sowie die Anwendungen des Schubanalogieverfahren auf Flächentragwerke. Blass/Görlacher [5] beschreiben die Anwendung des Berechnungsmodells [N5] auf Brettsperrholz. Zur Anwendung des Berechnungsmodells [N5] auf Flächentragwerke ist DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5], Abschnitt 8.9 und Anhang D, zu beachten. Das Flächentragwerk nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] besteht aus einer Anzahl von n Schichten, die breitseitig starr oder nachgiebig verbunden sind. Schichten des Flächentragwerkes können aus schmalseitig angeordneten "Brettern" mit gleicher Höhe bestehen, die schmalseitig nicht verbunden sind, sodass Brettlagenholz ebenfalls der Definition des Flächentragwerkes nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] entspricht. Voraussetzung für die Anwendbarkeit des Verfahrens ist, der symmetrische Aufbau zur Mittelfläche des Tragwerkes. Das Berechnungsmodell [N5] kann nicht auf zur Mittelfläche unsymmetrisches Brettlagenholz oder ein einseitig rippenverstärktes Brettlagenholz angewendet werden.

In S5.5.-01 ist in a) und b) die Bezeichnung der Scheiben- und Plattenschnittgrößen sowie in c) die Bezeichnung der Spannungen der Schichten des Flächentragwerkes dargestellt.



c) Spannungen in der Schicht *i* im Abstand zi von der Mittelfläche



Alle Lagen des Flächentragwerkes werden im Berechnungsmodell N5 in den Flächen A, B und C zusammengefasst, denen unterschiedliche Steifigkeiten zugeordnet werden. Die Verformungen u, v, w der drei Flächen sind starr miteinander gekoppelt. In S5.5.-02 ist das Berechnungsmodell [N5] dargestellt.



S5.5.-02: Berechnungsmodell [N5], bestehend aus den Flächen A, B und C, aus [N5]

Die Fläche A berücksichtigt die Eigensteifigkeit der einzelnen Schichten, d.h. den "Eigenanteil" der Biegesteifigkeit und der Drillsteifigkeit der einzelnen Schichten, die mit BA bezeichnet wird. Die Fläche B berücksichtigt das Zusammenwirken der einzelnen Schichten, d.h. den "Steineranteil" der Biegesteifigkeit und der Drillsteifigkeit der einzelnen Schichten, die mit BB bezeichnet wird. Zusätzlich wird der Fläche B die Schubsteifigkeit über die Höhe des Flächentragwerkes, einschließlich der Nachgiebigkeit der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel zugewiesen, die mit S bezeichnet wird. Die Fläche C berücksichtigt die Dehnsteifigkeit und die Schubsteifigkeit in der Fläche, die mit D bezeichnet wird. Zur Berechnung der Steifigkeiten für die Flächen A, B und C werden in Anhang D in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] Rechenregeln angegeben, die in der vorliegenden Arbeit nur verkürzt wiedergegeben werden. Die Rechenregeln unterscheiden zwischen starrem und nachgiebigem Verbund die Flächen A und B zu einer Fläche zusammengefasst werden.

Für die Fläche A werden in DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] folgende Rechenregeln bezogen auf die Breite 1 angegeben, unabhängig des breitseitigen Verbundes der Schichten des Flächentragwerkes:

$$B_{Ax} = \sum E_{x,i} * \frac{d_i^3}{12}$$
(GI.5.5.-01)
$$B_{Ay} = \sum E_{y,i} * \frac{d_i^3}{12}$$
(GI.5.5.-02)

$$B_{Axy} = \sum G_{xy,i} * \frac{d_i^3}{6}$$
(GI.5.5.-03)

-> BAx BAy sind die "Eigenanteile" der Biegesteifigkeiten in Richtung x und y nach [N5]

-> BAxy ist der "Eigenanteil" der Drillsteifigkeit in der Ebene xy nach [N5]

-> di ist die Dicke der Schicht i in z Richtung nach [N5]

-> E_{x,i} E_{y,i} sind die Elastizitätsmoduln der Schicht in Richtung x und y nach [N5]

-> G_{xy,i} ist der Schubmodul der Schicht in der Ebene xy nach [N5]

Für die Fläche B werden die Steifigkeitswerte nach folgenden Rechenregeln ermittelt, unabhängig des breitseitigen Verbunds der Schichten des Flächentragwerkes. Die Steifigkeitswerte sind auf eine Breite 1 bezogen:

$$B_{Bx} = \sum E_{x,i} * d_i * z_i^2$$
(GI.5.5.-04)

$$B_{By} = \sum E_{y,i} * d_i * z_i^2$$
(GI.5.5.-05)

$$B_{Bxy} = \sum 2^* G_{xy,i} * d_i * z_i^2$$
(GI.5.5.-06)

-> B_{Bx} B_{By} sind die "Steineranteile" der Biegesteifigkeiten in Richtung x und y nach [N5]

-> B_{Bxy} ist der "Steineranteil" der Drillsteifigkeit in der Ebene xy nach [N5]

-> di ist die Dicke der Schicht i in z Richtung nach [N5]

-> zi ist der Abstand von der Mittelfläche des Flächentragwerkes zur Mittelfläche der Schicht nach [N5]

-> E_{x,i} E_{y,i} sind die Elastizitätsmoduln der Schicht in Richtung x und y nach [N5]

-> G_{xy,i} ist der Schubmodul der Schicht in der Ebene xy nach [N5]

Für die Schubsteifigkeit der Fläche B werden in Abhängigkeit des breitseitigen Verbundes der Schichten des Flächentragwerkes zwei unterschiedliche Rechenregeln angegeben. Für den starren Verbund gemäß Gl.5.5.-07 und Gl.5.5.-08 und für den nachgiebigen Verbund gemäß Gl.5.5.-09 und Gl.5.5.-10:

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a^2} * \left(\sum_{1}^{n-1} \frac{d_1}{2 * G_{xz,1}} + \sum_{2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 * G_{xz,n}} \right)$$
(GI.5.5.-07)

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a^2} * \left(\sum_{1}^{n-1} \frac{d_1}{2 * G_{yz,1}} + \sum_{2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{yz,i}} + \frac{d_n}{2 * G_{yz,n}} \right)$$
(GI.5.5.-08)

$$\frac{1}{S_{xz}} = \frac{1}{a^2} * \left(\sum_{1}^{n-1} \frac{1}{k_{xi}} + \frac{d_1}{2 * G_{xz,1}} + \sum_{2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{xz,i}} + \frac{d_n}{2 * G_{xz,n}} \right)$$
(GI.5.5.-09)

$$\frac{1}{S_{yz}} = \frac{1}{a^2} * \left(\sum_{1}^{n-1} \frac{1}{k_{yi}} + \frac{d_1}{2 * G_{yz,1}} + \sum_{2}^{n-1} \frac{d_i}{G_{yz,i}} + \frac{d_n}{2 * G_{yz,n}} \right)$$
(GI.5.5.-10)

-> S_{xz} S_{yz} sind die Schubsteifigkeiten in der Ebene xz und yz nach [N5]

-> $d_1 d_i d_n$ sind die Dicke der Schicht 1, i und n in z Richtung nach [N5]

-> a ist der Abstand von Mittelfläche der Schicht 1 zur Mittelfläche der Schicht n nach [N5]

-> G_{xz,1} G_{xz,i} G_{xz,n} sind die Schubmoduln in der Schicht 1, i und n in der Ebene xz nach [N5]

-> Gyz,1 Gyz,i Gyz,n sind die Schubmoduln in der Schicht 1, i und n in der Ebene yz nach [N5]

-> k_{xi}, k_{yi} sind die Nachgiebigkeiten der stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmittel (Kraft/Fläche³) nach [N5]

An dieser Stelle wird darauf hingewiesen, dass die Nachgiebigkeiten k_{xi}, k_{yi} linear sind und ein nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm, wie in Abschnitt 2.4. und 2.5. ausgewiesen, nicht erfasst werden kann.

Für die Fläche C werden die Steifigkeitswerte gemäß folgender Rechenregeln ermittelt, unabhängig vom breitseitigen Verbund des Flächentragwerkes. Die Steifigkeitswerte sind auf eine Breite 1 bezogen:

$$D_{x} = \sum E_{x,i} * d_{i}$$
(GI.5.5.-11)
$$D_{y} = \sum E_{y,i} * d_{i}$$
(GI.5.5.-12)

-> D_x D_y sind die Dehnsteifigkeiten in Richtung x und y nach [N5]

-> di ist die Dicke der Schicht i in z Richtung nach [N5]

-> E_{x,i} E_{y,i} sind die Elastizitätsmoduln der Schicht in Richtung x und y nach [N5]

Für die Schubsteifigkeit in der Ebene der Fläche C werden in Abhängigkeit des breitseitigen Verbundes der Schichten des Flächentragwerkes unterschiedliche Rechenregeln angegeben. Für den starren Verbund und schmalseitig verklebte "Bretter" gemäß Gl.5.5.-13, für den starren Verbund und schmalseitig nicht verklebte "Bretter" gemäß Gl.5.5.-14 und für den nachgiebigen Verbund gemäß Gl.5.5.-15:

$$D_{xy} = \sum G_{xy,i} * d_i$$
 (GI.5.5.-13)

$$D_{xy} = \frac{1}{4} \sum G_{xy,i} * d_i$$
 (GI.5.5.-14)

$$\frac{1}{D_{xy}} = \frac{e_x * e_y}{\sum K_{\varphi,i}} + \frac{e_x}{\sum (G_i * d_{i,y}) * b_x} + \frac{e_y}{\sum (G_i * d_{i,x}) * b_y}$$
(GI.5.5.-15)

-> D_{xy} ist die Schubsteifigkeit in Ebene xy nach [N5]

-> d_{i,x} d_{i,y} ist die Dicke der Schicht i in z Richtung nach [N5]

-> G_i ist der Schubmodul der Schicht i in Ebene xy nach [N5]

-> ex ey ist der schmalseitige Abstand von Mitte "Brett" zu Mitte "Brett" in Richtung x und y nach [N5]

-> b_x b_y ist in schmalseitiger Richtung die Breite des "Brettes" nach [N5]

-> $K_{\phi,i}$ ist die Drehfedersteifigkeit in der Fuge (Kraft*Länge) nach [N5]

An dieser Stelle wird hingewiesen, dass durch das Schwinden der "Bretter" auch bei starrem Verbund die schmalseitige Verklebung aufreißt. Siehe Abschnitt 4.1. und Anhang A2.

In S5.5.-03 sind die Definitionen für die Ersatzschubsteifigkeit D_{xy} für den nachgiebigen Verbund dargestellt. Werte $e_x e_y b_x b_y$ sind in S5.5.-03 erläutert.



S5.5.-03: Definitionen für die Ersatzschubsteifigkeit Dxy für den nachgiebigen Verbund, aus [N5]

Mit den durch die Rechenregeln GI.5.5.-01 bis GI.5.5.-15 ermittelten Steifigkeiten werden unter Anwendung von EDV Programmen oder Tabellenwerken Bemessungen durchgeführt. Scholz [74] zeigt, wie die Umrechnung der Spannungen für die tatsächlich vorhandenen Schichten des Flächentragwerkes zu erfolgen hat. Darüber hinaus zeigt Scholz [74] für das Schubanalogieverfahren, wie durch die Aufteilung der Steifigkeiten auf die Flächen A, B und C und der Anwendung von EDV Programmen zur Ermittlung der Schnittgrößen auch Effekte der Theorie zweiter Ordnung berücksichtigt werden können. Für die Berechnung der Spannungen sind in Anhang D der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] ebenfalls Rechenregeln angegeben, die im Folgenden nicht dargestellt sind.

Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass das Berechnungsmodell [N5] und die in Anhang D angegebenen Rechenregeln für die Ermittlung der Steifigkeiten für die Flächen A, B und C nur unter Beachtung folgender Annahmen anwendbar ist. Als erste Annahme muss das Flächentragwerk zur Mittelfläche symmetrisch aufgebaut sein. Als zweite Annahme dürfen die Schichten des Flächentragwerkes, wenn diese aus "Brettern" bestehen, nur parallel oder orthogonal zueinander angeordnet sein. Als dritte Annahme ist das Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für stiftförmige nachgiebige Verbindungsmittel linear. Die erste und zweite Annahme sind eine erhebliche Einschränkung bezogen auf die Definition von Brettlagenholz bezüglich des Aufbaues. Bosl stellt in [7] fest, dass für überwiegend scheibenartige Beanspruchungen ein zur Mittelfläche symmetrischer Aufbau zweckmäßig ist. Hingegen ist Brettlagenholz, mit nur paralleler oder orthogonaler Anordnung der Brettlagen für überwiegend scheibenartige Beanspruchungen nach Bosl unzweckmäßig, wie im Rahmen von theoretischen Überlegungen und experimentellen Untersuchungen gezeigt wurde. Für plattenartige Beanspruchungen ist für nachgiebigen Verbund ein zur Mittelfläche unsymmetrischer Aufbau für Brettlagenholz zweckmäßiger, wie in Abschnitt 7 am Beispiel der rippenverstärkten Wohnungsdecke 3LR gezeigt werden kann. Für stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel zeigt Hartmann in [28], dass ein lineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm im Ingenieurholzbau wirklichkeitsnäher durch ein nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm ersetzt werden sollte. Siehe hierzu Abschnitt 2.4. und 2.5. Auch wurde bislang nicht nachgewiesen, ob das Berechnungsmodell [N5] auch bei Flächentragwerken mit Öffnungen anwendbar ist.

Aufgrund dieser Einschränkungen des Berechnungsmodells [N5] und der Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit wird das Berechnungsmodell [N5] auf Brettlagenholz nicht angewendet und nicht weiter untersucht.

6. Überprüfung der Berechnungsmodelle an stabförmigen Bauteilen

6.1. Überprüfung der Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit starrem Verbund

Vor Anwendung der Berechnungsmodelle auf Brettlagenholz mit starrem Verbund sind diese Berechnungsmodelle zu überprüfen. Unter Überprüfung wird der Vergleich von den mit den Berechnungsmodellen berechneten Durchbiegungen und Spannungen zu den mit einer analytischen Lösung, Timoschenko Balken [43], berechneten Durchbiegungen und Spannungen verstanden. Wenn es keine analytische Lösung gibt, werden die mit den verschiedenen Berechnungsmodellen berechneten Durchbiegungen und Spannungen miteinander verglichen. Für Brettlagenholz unter Berücksichtigung des anisotropen Aufbaues ist keine analytische Lösung vorhanden, sodass zuerst die Überprüfung der Berechnungsmodelle an stabförmigen Bauteilen mit gleich orientierten Brettlagen erfolgt. Für stabförmige Bauteile mit gleich orientierten Brettlagen mit starrem Verbund gibt es die analytische Lösung. Überprüft wird zum ersten das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen aufbauend auf Kneidl [39], das im Folgenden verkürzt als "Kneidl" bezeichnet wird, und zum zweiten das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf der Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation, das im Folgenden verkürzt als "MSV" bezeichnet wird. Beide Berechnungsmodelle sind ingenieurmäßige Näherungslösungen, die im vorherigen Abschnitt vorgestellt wurden. Zudem wird als drittes ein Berechnungsmodell unter Verwendung von Volumenelementen überprüft, bei dem jedes einzelne "Brett" des Bauteiles erfasst wird, das im Folgenden verkürzt als "3d" bezeichnet wird. Das Berechnungsmodell "3d" ist im Vergleich zu den vorherigen Berechnungsmodellen "Kneidl" und "MSV" keine ingenieurmäßige Näherungslösung, weil mit dem Berechnungsmodell "3d" alle Werkstoffkennwerte des Holzes unter Verwendung von zylindrischen oder kartesischen Koordinatensystemen berücksichtigt werden. Für das Berechnungsmodell "3d" ist der Aufwand der Datenerfassung unter Berücksichtigung der Abmessungen jedes einzelnen "Brettes" und der Jahrringneigung sehr groß und somit im baupraktischen Bereich als ingenieurmäßige Lösung ungeeignet. Deshalb wird das Berechnungsmodell "3d" in der vorliegenden Arbeit nicht weiter vorgestellt und erläutert.

Die Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" werden am Beispiel eines stabförmigen Bauteiles mit drei gleich orientierten Brettlagen überprüft (0,0,0). Für dieses Beispiel (0,0,0) eines stabförmigen Bauteiles existiert die analytische Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte und der maximalen Spannung in Feldmitte [43]. Die Abmessungen, Auflagerbedingungen und Belastung des Beispiels (0,0,0) sind in S6.1.-01 dargestellt. Die drei Brettlagen haben jeweils eine Höhe von 30 [mm] und eine Breite von 100 [mm].

Das Holz für das Beispiel (0,0,0) hat die in T6.1.-01 angegebenen Werkstoffkennwerte, die in Annäherung an DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] festgelegt wurden, bezogen auf ein kartesisches Koordinatensystem. Die Werte E_y, E_z, G_{xy}, G_{yz} haben bei dem Beispiel (0,0,0) keinen Einfluss auf das Ergebnis. Querkontraktionszahlen wurden vereinfacht zu Null gesetzt. Die Berücksichtigung eines zylindrischen Koordinatensystems wäre nur mit dem Berechnungsmodell "3d" möglich. Da aber die Jahrringneigung für dieses Beispiel keinen Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten hat, war die Einführung eines zylindrischen Koordinatensystems nicht notwendig.

Ex	Ey	Ez	G _{xy}	G _{yz}	G _{xz}
[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
10000	500	500	500	50	500

T6.1.-01: Werkstoffkennwerte des Holzes für die Überprüfung

der Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" für das Beispiel (0,0,0)



S6.1.-01: Beispiel (0,0,0) zur Überprüfung der Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d"

Die Grundlage für die Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" ist die FE. Für die Qualität der berechneten Durchbiegungen und Spannungen mit FE ist eine ausreichend feine Elementierung festzulegen, was durch Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen erfolgt ist. Unter Konvergenzstudie werden vergleichende Berechnungen mit immer feiner werdender Elementierung verstanden. Unter Plausibilitätskontrollen wird der Vergleich der mit den Berechnungsmodellen berechneten Ergebnisse mit der analytischen Lösung verstanden. Eine ausreichend feine Elementierung ist dabei durch ingenieurmäßige Überlegungen zu definieren und fest zulegen. In D6.1.-01 ist für die Belastung A eine Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle für die Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. In D6.1.-01 wird die Feinheit der Elementierung über die FE Kantenlänge beschrieben. In Abhängigkeit der FE Kantenlänge ist die Abweichung zwischen Berechnungsmodell und analytischer Lösung in Prozent dargestellt. Positive Prozentwerte bedeuten für die Abweichung eine größere mit den Berechnungsmodellen berechnete Durchbiegung als die analytische Lösung und negative Prozentwerte eine kleinere Durchbiegung.



D6.1.-01: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Beispiel (0,0,0), Belastung A

Aus D6.1.-01 ist ersichtlich, dass die Berechnungsmodelle eine unterschiedlich feine Elementierung für die gleiche Qualität der berechneten Durchbiegung in Feldmitte benötigen. Das Berechnungsmodell "Kneidl" zeigt erst für eine FE Kantenlänge von 12,5 [mm] oder kleiner eine Abweichung zur analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte kleiner 1 %, während die Berechnungsmodelle "MSV" und "3d" bereits für eine FE Kantenlänge von 50 [mm] oder kleiner eine Abweichung kleiner 1 % haben. Die Festlegung der Grenze bezüglich der Abweichung auf 1 % ist für die Überprüfung der Berechnungsmodelle eine zweckmäßige Grenze, für Nachweise des Trag- und Verformungsverhaltens im baupraktischen Bereich sind jedoch auch größere Abweichungen unter Berücksichtigung der Erkenntnisse aus Abschnitt 2 vorstellbar. Die folgenden Berechnungen in diesem Abschnitt werden mit einer FE Kantenlänge von 12,5 [mm] durchgeführt.

Nach Durchführung der Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle wird die Durchbiegung in Feldmitte überprüft. In D6.1.-02 sind die Abweichungen der Durchbiegung in Feldmitte zwischen den Berechnungsmodellen und der analytischen Lösung in Prozent dargestellt. Überprüft wird die Abweichung sowohl mit Belastung A, Gleichstreckenlast, und mit Belastung B, Einzellast in Feldmitte. In D6.1.-02 ist zu erkennen, dass die Abweichung zwischen den Berechnungsmodellen und der analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte klein ist und im Promillebereich liegt. Alle Berechnungsmodelle zeigen gute Übereinstimmungen mit der analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte. Dieses Ergebnis war nach der vorherigen Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle zu erwarten.



D6.1.-02: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte für Beispiel (0,0,0), Belastung A und Belastung B

Als nächstes wird die maximale Spannung in Feldmitte auf der Oberseite der Brettlage 1 bzw. auf der Unterseite der Brettlage 3 überprüft. In D6.1.-03 sind die Abweichungen der maximalen Spannung in Feldmitte zwischen den Berechnungsmodellen und der analytischen Lösung dargestellt. Positive Prozentwerte bedeuten für die Abweichung eine größere mit dem Berechnungsmodell berechnete Spannung als die analytische Lösung und negative Prozentwerte eine kleinere Spannung.



D6.1.-03: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte für Beispiel (0,0,0), Belastung A und Belastung B

In D6.1.-03 ist zu erkennen, dass die Abweichungen der maximalen Spannung in Feldmitte im Gegensatz zur Durchbiegung in Feldmitte größer sind. Die größte Abweichung hat das Berechnungsmodell "Kneidl" für die Belastung B mit mehr als 9 % bezüglich der maximalen Spannung. Diese Abweichung erklärt sich dadurch, dass im Berechnungsmodell "Kneidl" die Übertragung der Schubkräfte von Brettlage zu Brettlage jeweils über Federn erfolgt, die die Schubkräfte bezogen auf die idealisierten Mittelflächen der Brettlagen als Normalkraft einleiten. Die Normalkraft verursacht in den Brettlagen eine konstante Normalspannung. Durch die Krümmung der Brettlagen wird die konstante Normalspannung mit einer linear veränderlichen Biegespannung der Brettlagen in dem Berechnungsmodell "Kneidl" überlagert, d.h. die Spannungen werden addiert. Dadurch ist die mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" berechnete maximale Spannung größer als die analytische Lösung. Die maximale Spannung mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" ist in allen durchgeführten Berechnungen größer als die analytische Lösung. Dadurch liegen Tragfähigkeitsnachweise auf der sicheren Seite, die mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" berechneten maximalen Spannungen geführt werden. Diesen Sachverhalt hat Kneidl [39] in seiner Arbeit bestätigt. Durch feinere Elementierung über die Höhe des Balkens kann dieser Fehler verringert werden, siehe Kneidl [39]. Die Berechnungsmodelle "MSV" und "3d" zeigen gute Übereinstimmung mit der analytischen Lösung bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte.

Zusammenfassend ist für alle Berechnungsmodelle eine gute Übereinstimmung zur analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte und der maximalen Spannung in Feldmitte für die Belastung A vorhanden. Für die Belastung B ist eine differenziertere Betrachtung notwendig. Bei dieser Überprüfung der Berechnungsmodelle ist zu beachten, dass die Brettlagen alle gleich orientiert sind, was nicht der Definition von Brettlagenholz entspricht. Dadurch ist das Ergebnis dieser Überprüfung nicht unmittelbar auf Brettlagenholz übertragbar.

Für Brettlagenholz entsprechend der Definition ist der anisotrope Aufbau des Brettlagenholzes in den Berechnungsmodellen zu berücksichtigen, d.h. z. B. die Berücksichtigung der unterschiedlichen Schubsteifigkeiten der Brettlagen. Die unterschiedlichen Schubsteifigkeiten haben einen entscheidenden Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz, wie bereits in Abschnitt 3 gezeigt. Somit werden die Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" nunmehr an Brettlagenholz überprüft. Für die Überprüfung wird Brettlagenholz in Form von Plattenstreifen betrachtet, damit ein eindeutiges und nachvollziehbares Trag- und Verformungsverhalten vorhanden ist. Hierbei ergibt sich die Schwierigkeit, dass für Brettlagenholz, selbst als Plattenstreifen keine analytische Lösung vorhanden ist. Deshalb werden im Folgenden die Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" nur miteinander verglichen. Die Ergebnisse mit dem Berechnungsmodell "3d" werden auf Grund der bisherigen Erkenntnisse als Referenz betrachtet. Die Ergebnisse mit dem Berechnungsmodell "3d" stimmen bezogen auf alle durchgeführten Berechnungen, bei denen es eine analytische Lösung gab, insgesamt am besten mit der analytischen Lösung überein.

Das Beispiel zur Überprüfung entspricht von den Abmessungen S6.1.-01, wobei jedoch die Brettlage 2 in der Ebene XY' um 90° gedreht angeordnet wird (0,90,0). Auf Grund dieser Drehung der Brettlage 2 haben die Werte E_y, G_{yz} einen Einfluss, nicht aber die Werte E_z und G_{xy}. Überprüft wird die Durch-

zu dem Berechnungsmodell "3d" dargestellt.

biegung in Feldmitte und die maximale Spannung in Feldmitte. In D6.1.-04 ist die Abweichung in Prozent bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte zwischen dem Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV"





Aus D6.1.-04 ist erkennbar, dass im Gegensatz zur vorherigen Überprüfung nun die Abweichung des Berechnungsmodells "Kneidl" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte unter Belastung B kleiner als die Abweichung des Berechnungsmodels "MSV" ist. Ursache für die größere Abweichung des Berechnungsmodell "MSV" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte ist die unzureichende Abbildung der Belastung B, d.h. der Einzellast im Berechnungsmodell "MSV". Dieser Fehler bezüglich der Abbildung der Einzellast liegt in der Reißner-Mindlinsche Plattentheorie begründet, die im Berechnungsmodell MSV integriert ist. Die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie setzt die Dehnungen Ez zu Null, was im Bereich von Einzellasten unzutreffend ist. Zudem werden durch die Einzellast sehr hohe Schubspannungen erzeugt, die durch die Berücksichtigung der Schubdeformation zu einem "Durchdrücken" der Einzellast im Berechnungsmodell "MSV" führen. Somit sind alle Berechnungsmodelle, in denen die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie integriert ist, nur bedingt geeignet für Einzellasten, wie die Belastung B. Dies gilt vor allem, wenn die Schubdeformation einen entscheidenden Einfluss auf das Tragund Verformungsverhalten des Bauteiles hat, wie es im vorliegenden Beispiel (0,90,0) gegeben ist. Im vorherigen Beispiel (0,0,0) hatten die Schubdeformationen einen untergeordneten Einfluss auf das Trag- und Verformungsverhalten des Bauteiles. Deshalb hat das Berechnungsmodell "MSV" in D6.1.-02 und D6.1.-03 auch für die Belastung B deutlich besser mit der analytischen Lösung übereingestimmt als in D6.1.-04. In S6.1.-02 ist das "Durchdrücken" der Einzellast im Berechnungsmodell MSV dargestellt, entnommen aus [54].



S6.1.-02: Darstellung des "Durchdrückens" einer Einzellast im Berechnungsmodell "MSV" am Beispiel der Durchbiegung einer Platte aus Brettlagenholz (0,90,0) aus [54]

In D6.1.-05 wird die Abweichung der maximalen Spannung in Feldmitte zwischen Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV" zu Berechnungsmodell "3d" dargestellt.



D6.1.-05: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV"

zu Berechnungsmodell "3d" bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte für Beispiel (0,90,0),

Belastung A und Belastung B

Aus D6.1.-05 wird die vorherige Erkenntnis noch deutlicher. Während durch die Reißner-Mindlinsche Plattentheorie es zum "Durchdrücken" der Einzellast im Berechnungsmodell "MSV" kommt, d.h. zu großen Durchbiegungen im Bereich der Einzellast, wird die maximale Spannung im Bereich der Einzellast zu klein berechnet, wie in D6.1.-05 an einer negativen Abweichung von ca. 40 % zu erkennen ist. Dies ist im Berechnungsmodell "MSV" dadurch begründet, das im Berechnungsmodell "MSV" die Schubdeformation als Gesamtschubdeformation bezogen auf das Brettlagenholz berücksichtigt wird und nicht je Brettlage (Schubdeformationstheorie 1. Ordnung). Dadurch kann mit dem Berechnungsmodell "MSV" unter Belastung B die Spannung nicht zutreffend berechnet werden. Hingegen stimmen die Berechnungsergebnisse zwischen dem Berechnungsmodell "Kneidl" und "3d" unabhängig von der Belastung gut überein, wie in D6.1.-05 zu erkennen ist. Der anisotrope Aufbau und die unterschiedlichen Schubsteifigkeiten der Brettlagen können mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" gut abgebildet werden.

Das gewählte Beispiel mit nur drei Brettlagen (0,90,0) ist für das Berechnungsmodell "Kneidl" als günstig zu bewerten, weil die Brettlage 2 mit der geringen Schubsteifigkeit vollständig vom Berechnungsmodell "Kneidl" berücksichtigt wird. Verdeutlicht wird dies in S6.1.-03. In S6.1.-03 ist der Querschnitt dieses Beispiels abgebildet. Brettlage 1 und Brettlage 3 sind mit den Fasern in Richtung X' angeordnet, Brettlage 2 mit den Fasern in Richtung Y'. Im Berechnungsmodell "Kneidl" werden die Brettlagen jeweils in den idealisierten Mittelebenen abgebildet, die über Federn miteinander verbunden sind. Durch die Federn wird die Schubdeformation jeweils zur Hälfte der Brettlagen berücksichtigt. Dies bedeutet bezogen auf das Beispiel, dass mit den Federn zwischen Brettlage 1 und Brettlage 2 die Schubdeformation des gelb markierten Querschnittes berücksichtigt wird und mit den Federn zwischen Brettlage 2 und Brettlage 3 die Schubdeformation des blau markierten Querschnittes. Für den Bereich des farblich nicht markierten Querschnittes wird somit die Schubdeformation nicht vom Berechnungsmodell "Kneidl" berücksichtigt. Für das Beispiel ist die nicht berücksichtigte Schubdeformation bezogen auf das Trag- und Verformungsverhalten des Beispiels (0,90,0) von untergeordneter Bedeutung, da Brettlage 1 und 3 eine günstige Orientierung der Längsfasern hat, sodass die Schubdeformation dieser beiden Schubten gering ist (maßgebend Gxz).



S6.1.-03: Darstellung der durch das Berechnungsmodell Feder berücksichtigen Schubdeformationen des Querschnittes des Beispiels (0,90,0)

Zusammenfassend ergibt die Überprüfung der ingenieurmäßigen Näherungslösungen Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV", dass die Berechnungsmodelle "Kneidl" und "MSV" für die Belastung A, d.h. für Gleichstreckenlast, gute Übereinstimmungen bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte und der maximalen Spannung in Feldmitte mit der analytischen Lösung bzw. dem Berechnungsmodell "3d" zeigen. Für die Belastung B können nur mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" gute Ergebnisse erzielt werden, hingegen nicht mit dem Berechnungsmodell "MSV". Ursache hierfür sind die Annahmen im Berechnungsmodell "MSV" – Schubdeformationstheorie 1. Ordnung.

Brettlagenholz als flächiges Bauelement wird im baupraktischen Bereich überwiegend flächig belastet (DIN 1055 [N2]), sodass das Berechnungsmodell "MSV" im baupraktischen Bereich zweckmäßig ist, zumal wegen dem deutlich geringeren Rechenaufwand. Bei Anwendung des Berechnungsmodell "MSV" ist jedoch zu beachten, das im gleichen Maße wie Einzellasten auch Punktlagerungen nicht zutreffend abgebildet werden können und unzutreffende Berechnungsergebnisse liefern. In der Baupraxis sind hohe Einzellasten immer auf lastverteilende Platten zu stellen, damit örtlich die zulässigen Spannungen σ_z nicht überschritten werden. Wird diese "flächige Lasteinleitung" beim Berechnungsmodell "MSV" berücksichtigt, sind weitaus zutreffendere Berechnungsergebnisse zu erwarten. Bei dem Berechnungsmodell "Kneidl" ist der deutlich größere Rechenaufwand nachteilig, der selbst unter Nutzung moderner Computer heutzutage noch auf seine Grenzen stößt.

6.2. Überprüfung der Berechnungsmodelle für Brettlagenholz mit starrem Verbund am Beispiel der experimentellen Untersuchungen

In Abschnitt 3 sind für Brettlagenholz mit starrem Verbund an 4 Versuchskörpern (0,90,0) experimentelle Untersuchungen beschrieben worden. Das Holz für die 4 Versuchskörper der experimentellen Untersuchungen wurde zuvor untersucht. Dabei wurden Werkstoffkennwerte des Holzes durch eigene Untersuchungen bestimmt sowie durch Vergleich mit Literaturangaben, wie z.B. Niemz [65], festgelegt. Siehe Anhang A1. Zusammenfassend werden für das Holz der 4 Versuchskörper die in T6.2.-01 angegebenen Werkstoffkennwerte festgelegt. Die Querkontraktionszahlen sind Null.

EL	Ет	ER	G _{LR}	Grt	GLT
[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
13497	450	800	600	40	650

T6.2.-01: Werkstoffkennwerte des Holzes für die 4 Versuchskörper der experimentellen Untersuchungen für Brettlagenholz mit starrem Verbund

Die Werkstoffkennwerte gemäß T6.2.-01 sind nur in Berechnungen mit dem Berechnungsmodell "3d" unter Berücksichtigung von zylindrischen Koordinatensystemen anwendbar und insgesamt vollständig zu berücksichtigen. In S6.2.-01 ist exemplarisch als Ergebnis die Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "3d" dargestellt.



S6.2.-01: Spannung $\sigma_{X'}$ mit Berechnungsmodell "3d"

Aus Abschnitt 2 wird deutlich, dass im Ingenieurholzbau in ingenieurmäßigen Näherungslösungen nicht die Werkstoffkennwerte mit zylindrischen Koordinatensystemen sondern mit kartesischen Koordinatensystemen beschrieben werden. Dazu wird im Ingenieurholzbau die Annahme getroffen, dass die Werkstoffkennwerte in radialer Richtung R und tangentialer Richtung T vertauschbar sind und damit gleichgesetzt werden können. Dies ist bedenklich, wie der Hinweis auf Quellen und Schwinden in radialer und tangentialer Richtung verdeutlicht. Bisher findet sich in der Literatur keine eindeutige Beziehung zwischen den Werkstoffkennwerten mit zylindrischen Koordinatensystem und Werkstoffkennwerten mit kartesischem Koordinatensystem. Aufbauend auf eigenen Überlegungen und Ansätzen diesbezüglich in der Literatur, wie. Z.B. Neuhaus [63], werden vom Verfasser gemäß Gl.6.2.-01 bis Gl.6.2-04 folgende Beziehungen definiert:

$$E_{y} = E_{z} = \frac{E_{T} + E_{R}}{2}$$
(GI.6.2.-02)

$$G_{yz} = G_{RT}^{F1}$$
 (GI.6.2.-03)

$$G_{xy} = G_{xz} = \frac{G_{LT} + G_{LR}}{2}$$
 (GI.6.2.-04)

-> E_x, E_y, E_z, G_{yz}, G_{xy} und G_{xz} sind Werkstoffkennwerte mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> E_L, E_R, E_T, G_{LT}, G_{RT} und G_{LR} sind Werkstoffkennwerte mit Festlegung der Koordinatenachsen nach Kollmann [41]

-> F1 unter Berücksichtigung der Jahrringneigung und des Verhältnisses h/b der "Bretter"

Die Werkstoffkennwerte gemäß GI.6.2.-01 bis GI.6.2-04 gelten für ein kartesisches Koordinatensystem unter der Annahme, der Vertauschbarkeit der Werkstoffkennwerte in radialer Richtung R und tangentialer Richtung T. Das Gleichsetzen der Werkstoffkennwerte in radialer Richtung R und tangentialer Richtung T erfolgt durch die Berechnung des Mittelwertes, wie in GI.6.2.-02 und GI.6.2.-04 zu erkennen ist. Durch Anwendung von GI.6.2.-01 bis GI.6.2.-04 ergeben sich die gemäß T6.2.-02 angegebenen Werkstoffkennwerte des Holzes für Berechnungen mit kartesischem Koordinatensystem.

Ex	Ey	Ez	G _{xy}	G _{yz}	G _{xz}
[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
13497	625	625	625	31-183	625

T6.2.-02: Werkstoffkennwerte des Holzes für die experimentelle Untersuchung für Brettlagenholz mit starrem Verbund und mit kartesischem Koordinatensystem

Hierbei ist zu beachten, dass der Werkstoffkennwert G_{yz} des Holzes im kartesischen Koordinatensystem nicht ein fester Wert ist, sondern in Abhängigkeit der Jahrringneigung und des Verhältnisses h/b der "Bretter" variiert. Für jedes "Brett" kann aber ein Werkstoffkennwert G_{yz} bestimmt werden, der jedoch von "Brett" zu "Brett" unterschiedlich ist. Unter Verwendung der bisherigen Erkenntnisse diesbezüglich liegt der Werkstoffkennwert G_{yz} für die Brettlage 2 der experimentellen Untersuchungen zwischen 31 [N/mm²] und 183 [N/mm²]. Die hier aufgezeigten Grenzwerte des Werkstoffkennwertes G_{yz} wurden ermittelt nach Abschnitt 4, einmal für kantenparallele Jahrringneigung, einmal für die Jahrringneigung unter 45°. Darüber hinaus wurde der Abminderungsfaktor uprozent für ein Verhältnis h/b = 1,00 sowie 0,3 berücksichtigt.

Mit dem Berechnungsmodell "MSV" werden Berechnungen durchgeführt. In S6.2.-02 und S6.2.-03 ist exemplarisch für G_{yz} 31 [N/mm²] als Ergebnis die Spannung $\sigma_{X'}$ aus dem Berechnungsmodell "MSV" dargestellt. Im Gegensatz zum Berechnungsmodell "3d" sind für die Darstellung der Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "MSV" mehrere Darstellungen, je Lage notwendig. In S6.2.-02 sind die Spannung $\sigma_{X'}$ von der Oberseite der Brettlage 1, in S6.2.-03 von der Unterseite der Brettlage 3 dargestellt.



S6.2.-02: Spannung $\sigma_{x'}$ mit dem Berechnungsmodell "MSV" von der Oberseite der Brettlage 1 G_{yz} 31 [N/mm²]



S6.2.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "MSV" von der Unterseite der Brettlage 3 G_{yz} 31 [N/mm²]

Mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" werden ebenfalls Berechnungen durchgeführt. In S6.2.-04 und S6.2.-05 ist exemplarisch für G_{yz} 31 [N/mm²] als Ergebnis die Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmo-

dell "Kneidl" dargestellt. Für die Darstellung der Spannung $\sigma_{x'}$ mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" sind zwei Darstellungen notwendig. In S6.2.-04 eine Darstellung von der Oberseite der Brettlagen, in S6.2.-05 von der Unterseite der Brettlagen.



S6.2.-04: Spannung $\sigma_{x'}$ mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" von der Oberseite der Brettlagen G_{yz} 31 [N/mm²]



S6.2.-05: Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" von der Unterseite der Brettlagen G_{yz} 31 [N/mm²]

Als weiteres Ergebnis wird die Durchbiegung in Feldmitte und die horizontale Verschiebung der Brettlagen an der Stirnseite A berechnet, die mit der gemessenen Durchbiegung in Feldmitte und der gemessenen horizontalen Verschiebung der Brettlagen an der Stirnseite A verglichen wird. Zudem werden Spannungen berechnet, die nur zwischen den verschiedenen Berechnungsmodellen untereinander verglichen werden können, weil die Spannungen während der experimentellen Untersuchung nicht gemessen wurden. Die Berechnungen der Verschiebungen und Spannungen erfolgt für die Kraft F = 20 [kN]. Unter der Annahme linear elastischen Materialverhaltens sind auch stichprobenartig Berechnungen mit größeren und kleineren Kräften durchgeführt worden.

Für die Kraft F = 20 [kN] sind im Folgenden die Ergebnisse der berechneten horizontalen Verschiebung und der gemessenen horizontalen Verschiebung bezüglich der Stirnfläche A dargestellt. Die gemessenen horizontalen Verschiebungen werden mit "20 [kN]" bezeichnet und sind in D6.2.-01 mit dicker Strichstärke dargestellt. In D6.2.-01 sind die horizontalen Verschiebungen für Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4 zusammengefasst, weil bei diesen Versuchskörpern in Brettlage 2 das gleiche Verhältnis h/b = 0,3 vorlag, aber je "Brett" unterschiedliche Jahrringneigungen. Somit ist in D6.2.-01 direkt der Einfluss der Jahrringneigung auf das Trag- und Verformungsverhalten des Brettlagenholzes erkennbar. Für Versuchskörper Nr. 1 wurde ein Rollschubmodul G_{yz} zu 115 [N/mm²] angesetzt, für Versuchskörper Nr. 4 dagegen der Rollschubmodul G_{yz} 44 [N/mm²]. Nicht dargestellt ist die Konvergenzstudie der Berechnungsmodelle. Die Berechnungen werden mit einer FE Kantenlänge von 9 [mm] durchgeführt.



D6.2.-01: horizontale Verschiebung der Stirnfläche A für Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4

In D6.2.-01 ist erkennbar, dass die mit dem Berechnungsmodell "3d" berechneten horizontalen Verschiebungen sehr gut mit der gemessenen horizontalen Verschiebung übereinstimmen. Dabei ist auffällig, dass sowohl für Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4 die Übereinstimmung in Brettlage 2 und Brettlage 3 besser ist als in Brettlage 1. Dies könnte an der starren Krafteinleitung während der experimentellen Untersuchung liegen, die für die Oberseite der Brettlage 1 durch Reibung eine horizontale Verschiebung behindert. Mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" sind bezogen auf die Oberseite der Brettlage 1 und die Unterseite der Brettlage 3 gute Übereinstimmungen bezüglich der berechneten horizontalen Verschiebungen mit dem Berechnungsmodell "3d" und mit den gemessenen horizontalen Verschiebungen vorhanden. Hingegen sind die mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" berechneten horizontalen Verschiebungen innerhalb der Brettlagen unterschiedlich, sowohl zu den berechneten horizontalen Verschiebungen mit dem Berechnungsmodell "3d" als auch zu den gemessenen horizontalen Verschiebungen. Der größte Unterschied ergibt sich an der Grenze zwischen den Brettlagen. Mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" werden horizontale Sprünge zwischen den Brettlagen berechnet, die in der experimentellen Untersuchung nicht vorhanden sind, ebenso nicht im Berechnungsmodell "3d". Diese Sprünge in der horizontalen Verschiebung sind in den Annahmen von Kneidl [39] begründet. Siehe hierzu Abschnitt 5. Diese Tatsache sollte dem Anwender des Berechnungsmodells "Kneidl" für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen aufbauend auf Kneidl [39] bewusst sein. Insgesamt bestätigt jedoch die gute Übereinstimmung bezogen auf die horizontalen Verschiebungen auf der Oberseite der Brettlage 1 und der Unterseite der Brettlage 3 die Brauchbarkeit des Berechnungsmodells "Kneidl" für Brettlagenholz mit starrem Verbund. Mit dem Berechnungsmodell "MSV" sind keine horizontalen Verschiebungen der Brettlagen mit dem hier verwendeten Programm MSC, NASTRAN [38, 52, 53] berechenbar.

Die Erkenntnisse für Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4 können in D6.2.-02 für den Plattenstreifen Nr.2 und Nr.3 bestätigt werden. Jedoch wurde für Versuchskörper Nr. 2 ein Rollschubmodul G_{yz} von 31 [N/mm²] angesetzt, für Versuchskörper Nr. 3 dagegen der Rollschubmodul Gyz = 183 [N/mm²]. In D6.2.-02 sind die horizontalen Verschiebungen für Plattenstreifen Nr. 2 und Nr. 3 dargestellt, weil die "Bretter" in Brettlage 2 das gleiche Verhältnis h/b = 1,00 haben, aber jedoch unterschiedliche Jahrringneigungen. Somit ist auch in D6.2.-02 direkt der Einfluss der Jahrringneigung auf das Trag- und Verformungsverhalten des Brettlagenholzes erkennbar.



D6.2.-02: horizontale Verschiebung der Stirnfläche A für Plattenstreifen Nr. 2 und Nr. 3

Neben den Berechnungen der horizontalen Verschiebungen an der Stirnfläche A wird mit den Berechnungsmodellen auch die Durchbiegung in Feldmitte berechnet. In D6.2.-03 sind mit dicker Strichstärke die gemessene Durchbiegung in Feldmitte für Plattenstreifen Nr.1 bis Nr.4 in Abhängigkeit der Kraft F und die berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" dargestellt. Die berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" haben bei ausreichend feiner Elementierung nur kleine Unterschiede zueinander, sodass die berechnete Durchbiegung in Feldmitte zusammengefasst sind und als "FEM" dargestellt werden.


D6.2.-03: Durchbiegung in Feldmitte für Plattenstreifen Nr.1 bis Nr.4 in Abhängigkeit der Kraft F

In D6.2.-03 ist erkennbar, dass die berechnete Durchbiegung in Feldmitte immer kleiner ist als die gemessene Durchbiegung in Feldmitte. Offenbar wurde der Rollschubmodul bei den Berechnungen immer noch zu hoch angesetzt. Nur die Rangfolge der Durchbiegung in Feldmitte zwischen den Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4 ist zwischen der berechneten Durchbiegung und der gemessenen Durchbiegung gleich. Die größte Durchbiegung in Feldmitte hat der Plattenstreifen Nr. 2, die kleinste Durchbiegung in Feldmitte hat Plattenstreifen Nr. 1. Als Ursache für den Unterschied zwischen der berechneten und der gemessenen Durchbiegung können nicht die nicht näher bestimmten Eindrückungen der Plattenstreifen im Bereich der Krafteinleitung F/2 und der Auflager sein, weil die Kraft stets gleich ist. Aus D6.2.-03 ist sowohl bei den gemessenen als auch den berechneten Werten der große Einfluss der Jahrringneigung zu erkennen.

Neben den horizontalen Verschiebungen und Durchbiegungen in Feldmitte werden mit den Berechnungsmodellen auch Spannungen berechnet. Die Spannungen wurden während der experimentellen Untersuchung nicht bestimmt, sodass nur die berechneten Spannungen der verschiedenen Berechnungsmodelle untereinander verglichen werden können. Dabei werden in Analogie zum vorherigen Abschnitt die Spannungen, die mit dem Berechnungsmodell "3d" berechnet werden, als Referenz genommen. Die Entscheidung, dass die Berechnungsergebnisse mit dem Berechnungsmodell "3d" als Referenz genommen werden, wird auch durch den Vergleich zwischen den gemessenen horizontalen Verschiebungen und den mit dem Berechnungsmodell "3d" berechneten horizontalen Verschiebungen bestätigt, die sehr gut übereinstimmen. Mit dem Berechnungsmodell "3d" werden Spannungen in allen Richtungen und Ebenen berechnet, während mit dem Berechnungsmodell "MSV" und "Kneidl" nur die Spannungen $\sigma_{X'}$, $\sigma_{Y'}$ und $\tau_{XY'}$ berechnet werden können. Im Folgenden werden die mit den Berechnungsmodellen "Kneidl", "MSV" und "3d" berechneten Spannungen $\sigma_{X'}$ untereinander verglichen. In



D6.2.-04 sind die berechneten Spannungen $\sigma_{X'}$ der Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4 in Feldmitte dargestellt.

D6.2.-04: Spannung $\sigma_{X'}$ mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" in Feldmitte

In D6.2.-04 ist erkennbar, dass die berechnete Spannung $\sigma_{X'}$ und der Verlauf der Spannung über die Höhe des Plattenstreifen bei allen Berechnungsmodellen nahezu deckungsgleich ist. Die berechnete Spannung $\sigma_{X'}$ in Brettlage 2 muss Null sein. Der gleichartige Verlauf der Spannungen $\sigma_{X'}$ über die Höhe des Plattenstreifen bei den verschiedenen Berechnungsmodellen ist im Bereich der Krafteinleitung nicht gegeben. Dies hängt mit der Art der Krafteinleitung bei den Berechnungsmodellen zusammen. Durch Unterlegung von Auflagerplatten unter die Einzellasten F/2 könnte auch diese Unstimmigkeit bereinigt werden.

In D6.2.-05 ist die mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" berechnete Spannung $\sigma_{x'}$ im Bereich der Krafteinleitung dargestellt. Aus D6.2.-05 ist erkennbar, dass die Spannungen $\sigma_{x'}$ in der Brettlage 1 und Brettlage 3 jeweils innerhalb der Brettlage einen Vorzeichenwechsel aufweist, was auf den Anfang eines entkoppelten Biegtragverhaltens hinweist. Zwischen Auflager und der Stelle der Lasteinleitung F/2 treten große Querkräfte auf, wogegen zwischen den beiden Einzellasten F/2 die Querkraftbeanspruchung Null ist. Offenkundig führen diese hohen Querkraftbeanspruchungen zwischen Auflager und Stelle Lasteinleitung F/2 zu großen Schubverformungen der Brettlage 2, die Ursache für das entkoppelte Biegetragverhalten sein dürfte.



D6.2.-05: Spannung $\sigma_{X'}$ mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" im Bereich der Krafteinleitung

6.3. Überprüfung des Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalen und Federelementen, siehe Abschnitt 5.3., wird am Beispiel eines stabförmigen Bauteiles überprüft. Das Berechnungsmodell wird in Analogie zum vorherigen Abschnitt mit "Feder" bezeichnet. Das Beispiel besteht aus einem stabförmigen Bauteil aus zwei gleich orientierten Brettlagen. Für dieses Beispiel sind analytische Lösungen vorhanden, die von Möhler [58] aufgestellt werden. Die analytischen Lösungen werden bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte und der maximalen Spannung in Feldmitte mit dem Berechnungsmodell "Feder" verglichen. Möhler [58] stellt mehrere analytische Lösungen auf, die von der Belastung und der Anzahl der einzelnen Querschnitte abhängig sind. Eine analytische Lösung gibt Möhler [58] für Einfeldträger mit Belastung - Einzellast in Feldmitte - für zweiteilige Querschnitte an und eine analytische Lösung für Einfeldträger mit Belastung – Gleichstreckenlast - für zweiteilige Querschnitte. Bei den analytischen Lösungen handelt es sich um hyperbolische Funktionen, die in der Anwendung aufwendig sind. Aus den analytischen Lösungen leitet Möhler zusammenfassend unter der Annahme einer sinusförmigen Belastung und daraus folgend einer sinusförmigen Verformungsfigur eine weitere Lösung unter Verwendung eines Abminderungsfaktors γ für die Steineranteile beim wirksamen Trägheitsmoment ab, mit dem ebenfalls die Durchbiegung in Feldmitte und die maximale Spannung in Feldmitte berechnet werden kann. Die weitere Lösung unter Verwendung des Abminderungsfaktors y ist dabei einfacher als die analytische Lösung und ist bis heute in der DIN 1052, Ausgabe: 1988-04 und Änderung [N4], DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] wieder zu finden. Der Unterschied zwischen der analytischen Lösung und der weiteren Lösung unter Verwendung des Abminderungsfaktors γ ist für das hier gewählte Beispiel kleiner als 1 %, sodass die weitere Lösung unter Verwendung des Abminderungsfaktors γ hier angewendet wird. Kreuzinger stellt die Annahmen und die Herleitung der weiteren Lösung unter Verwendung des Abminderungsfaktors γ in [45] vor. Das Beispiel des stabförmigen Bauteiles aus zwei Querschnitten ist in S6.3.-01 dargestellt. Die Brettlage 1 bzw. 2 haben jeweils einen Querschnitt mit den Abmessung 100 [mm] * 100 [mm]. Im Folgenden wird die weitere Lösung unter Verwendung des Abminderungsfaktors γ als "Lsg" bezeichnet.



S6.3.-01: Beispiel zur Überprüfung des Berechnungsmodells "Feder" für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Für die Qualität der berechneten Durchbiegung und Spannungen mit FE ist durch Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen eine ausreichend feine Elementierung innerhalb der FE festzustellen. Hierbei können für das Berechnungsmodell "Feder" verschiedene Fälle betrachtet werden. Als erster Fall (I) kann für den "starren Verbund", als zweiter Fall (II) kann für den "nachgiebigen Verbund" und als dritter Fall (III) für den "ohne Verbund" eine Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle durchgeführt werden. Für den Fall I "starrer Verbund" ist die Wegfedersteifigkeit als unendlich anzusetzen, für den Fall II "nachgiebiger Verbund" wurde die Wegfedersteifigkeit mit 0,13 [N/mm³] angesetzt, ausgehend von Stabdübeln Durchmesser 5 [mm] und Abstand 100 [mm] gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5], für den Fall III "ohne Verbund" ist die Wegfedersteifigkeit zu Null zusetzen. Bei dem Verfahren "Lsg" sind entsprechend die Werte γ mit 1,0, bzw. mit 0,10 bzw. mit Null gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] anzusetzen. Als Werkstoffkennwert wurde Holz der Sortierklasse MS10 angesetzt.

In D6.3.-01 sind für die Belastung A die Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle für die Fälle I, II und III mit dem Berechnungsmodell "Feder" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. In Abhängigkeit der FE Kantenlänge der Elemente ist die Abweichung zu "Lsg" in Prozent dargestellt.





Aus D6.3.-01 ist ersichtlich, dass in Abhängigkeit der Fälle I, II und III die ausreichend feine Elementierung unterschiedlich ist, und dies trotz des gleichen Berechnungsmodells "Feder". Für den Fall I "starrer Verbund" sind kleinere FE Kantenlängen im Berechnungsmodell "Feder" zu verwenden, als für den Fall II "nachgiebiger Verbund". Für den Fall III "ohne Verbund" ist selbst die gröbste untersuchte Elementierung noch ausreichend fein. Dies bedeutet zusammengefasst, dass je nachgiebiger der Verbund ist, desto gröber darf die Elementierung sein, um trotzdem die gleiche Qualität bezüglich der berechneten Durchbiegungen in Feldmitte zu erhalten. Diese Erkenntnis gilt auch für die berechneten Spannungen in Feldmitte. Daraus folgt, dass die Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle immer für den Fall I starrer Verbund durchzuführen sind. Die folgenden Berechnungen werden mit einer FE Kantenlänge von 25 [mm] durchgeführt.

Zunächst wird die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit "Lsg" verglichen. Um die ganze Möglichkeit des nachgiebigen Verbundes darzustellen, wird dazu der nachgiebige Verbund verändert. Die Veränderung des nachgiebigen Verbundes erfolgt über die Veränderung der Nachgiebigkeit. Die Nachgiebigkeit entspricht der Federsteifigkeit, die in DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] bzw. DIN V ENV 1995 [N6] mit k bezeichnet wird. Dabei ist die Federsteifigkeit nicht auf eine einzelne Feder bezogen zu verstehen, sondern als eine "verschmierte" Federsteifigkeit zwischen den Brettlagen. Dies bedeutet, dass die hier verwendete Federsteifigkeit einer elastische Bettung der Brettlagen entspricht. Dies wird auch aus der Einheit [N/mm³] ersichtlich. In D6.3.-02 ist für unterschiedliche Federsteifigkeiten die berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit dem Berechnungsmodell "Feder" für die Belastung A und Belastung B dargestellt. Die Skalierung der Federsteifigkeit ist logarithmisch dargestellt.



D6.3.-02: berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

Aus D6.3.-02 ist zu erkennen, dass die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechneten Durchbiegungen in Feldmitte identisch sind zu "Lsg". Zudem kann, unabhängig von der Belastung, die Einteilung in die Fälle I, II und III für dieses Beispiel zugeordnet werden. Fall III ist die Federsteifigkeit 0,0001 [N/mm³], Fall I ist die Federsteifigkeit 10000 [N/mm³] und Fall II die Federsteifigkeit zwischen 0,0001 [N/mm³] und 10000 [N/mm³]. Auffällig ist die gute Übereinstimmung zwischen den berechneten Durchbiegungen in Feldmitte mit dem Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg". Der größte Unterschied diesbezüglich ist kleiner 1 %. Zur Verdeutlichung ist in D6.3.-03 die Abweichung in Prozent der mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechneten Durchbiegung in Feldmitte zu der mit dem Modell "Lsg" berechneten Durchbiegung dargestellt.



D6.3.-03: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte Abhängigkeit der Federsteifigkeit

Aus D6.3.-03 ist ersichtlich, dass die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete Durchbiegung für kleinere Federsteifigkeiten gleich der mit "Lsg" berechneten Durchbiegung ist und nur für große Federsteifigkeiten eine geringe Abweichung vorhanden ist. Für große Federsteifigkeiten ist die Abweichung immer positiv, d.h. mit dem Berechnungsmodell Feder wird die Durchbiegung größer als mit "Lsg" berechnet. Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass bei diesem Beispiel die Schubdeformationen weder beim Berechnungsmodell "Feder" noch beim Berechnungsmodell "Lsg" berücksichtigt wurden.

Als weiteres wird die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete maximale Spannung $\sigma_{x'}$ in Feldmitte mit der mit "Lsg" berechneten maximalen Spannung $\sigma_{x'}$ verglichen. In D6.3.-04 ist in Abhängigkeit der Federsteifigkeit für die Belastung A und Belastung B die Abweichung in Prozent dargestellt. Aus D6.3.-04 ist zu erkennen, dass die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete maximale Spannung $\sigma_{x'}$ in Feldmitte gut mit "Lsg" übereinstimmt. Für geringere Federsteifigkeiten ist die Abweichung kleiner als für größere Federsteifigkeiten. Dies steht im Einklang mit den vorherigen Erkenntnissen.



D6.3.-04: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" bezüglich der maximalen Spannung $\sigma_{x'}$ in Feldmitte Abhängigkeit der Federsteifigkeit

In D6.3.-05 ist die Änderung des Spannungsverlaufes $\sigma_{X'}$ in Feldmitte über die Höhe des Querschnittes in Abhängigkeit der Federsteifigkeit dargestellt.



D6.3.-05: Spannung $\sigma_{X'}$ über Höhe des Querschnittes in Abhängigkeit der Federsteifigkeit k

Aus D6.3.-05 ist zu erkennen, dass für die Federsteifigkeit 0,01 bis 10 eine schnelle Änderung des Spannungsverlaufes zu erkennen ist. Dies ist im Einklang mit der Änderung der Durchbiegung in D6.3.-02. Auch ist zu erkennen, dass Federsteifigkeiten unter k=0,001 zu einer völligen Entkoppelung des Biegetragverhaltens führen und Federsteifigkeiten über k=100 dem starrem Verbund entsprechen.

6.4. Überprüfung des Berechnungsmodells für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund auf der Grundlage der experimentellen Untersuchungen

Zur Überprüfung der Annahmen für das Trag- und Verformungsverhalten von stiftförmigen, nachgiebigen Verbindungsmitteln bei orthogonalem Brettlagenholz wird in Abschnitt 3 eine experimentelle Untersuchung an einem Versuchskörper (0,90,0) vorgestellt, siehe S3.3.-02. Das Holz für diesen Versuchskörper ist das gleiche Holz wie für die experimentelle Untersuchung für Brettlagenholz mit starrem Verbund, sodass für das Holz die Werkstoffkennwerte entsprechend T6.2.-02 angewendet werden. Für den nachgiebigen Verbund werden Nägel mit einem Durchmesser von 4,2 [mm], Länge 108 [mm] verwendet. Für das Trag- und Verformungsverhalten ist das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm entscheidend, dass für die stiftförmigen Verbindungsmittel gemäß Abschnitt 2.5. zu bestimmen ist, siehe D2.5.-02. In Abschnitt 2.5. werden dazu für den nachgiebigen Verbund Brettlage und Rippe und für den nachgiebigen Verbund Brettlage und Brettlage neue nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramme entwickelt. Bisher wird in DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] ein lineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel verwendet, das für orthogonales Brettlagenholz unzutreffende Berechnungsergebnisse liefert (siehe Abschnitt 3.5.).

Das Berechnungsmodell "Feder" kann das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm nach Abschnitt 2.5. und die Werkstoffkennwerte des Holzes gemäß T6.2.-02 verwenden. Querkontraktionszahlen sind Null. In S6.4.-01 ist exemplarisch als Ergebnis die Verschiebung in Richtung X' mit dem Berechnungsmodell "Feder" dargestellt, für eine Kraft T von 2,5 [kN]. Nicht dargestellt ist die Konvergenzstudie für das Berechnungsmodell "Feder". Die Berechnungen wurden mit einer FE Kantenlänge von 20 [mm] durchgeführt.



S6.4.-01: Verschiebung in Richtung X' mit Berechnungsmodell "Feder"

In D6.4.-01 ist das gemessene Schubkraft-Verschiebungsdiagramm, das gemäß Abschnitt 2.5. ermittelte Schubkraft-Verschiebungsdiagramm, bezeichnet mit F2, das gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] ermittelte Schubkraft-Verschiebungsdiagramm, bezeichnet mit F1, und das mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm dargestellt. Mit dem Berechnungsmodell "Feder" wird F2 nachvollzogen.



D6.4.-01: Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gemessen und berechnet

Aus D6.4.-01 ist deutlich erkennbar, dass das Schubkraft-Verschiebungsdiagramm der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] F1 nicht auf Brettlagenholz mit orthogonalem Aufbau anwendbar ist. Hingegen zeigt das in Abschnitt 2 entwickelte nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm F2 für kleine Schubkraft und Verschiebung eine sehr gute Übereinstimmung mit dem gemessenen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm. Das Berechnungsmodell "Feder" ist für kleine Schubkraft und Verschiebung deckungsgleich mit dem in Abschnitt 2.5. entwickelten nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm F2, nur bei größeren Verschiebungen zeigen sich geringfügige Unterschiede. Die vernachlässigbaren Unterschiede bei größeren Verschiebungen liegen in der Eingabe des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms in das FE Programm MSC,NASTRAN [38,52,53] begründet, weil auch im Fließbereich die Federsteifigkeit leicht ansteigen muss, um einen automatischen Abbruch des Berechnungsprogramms zu vermeiden.

Zusammenfassend zeigt das mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete Schubkraft-Verschiebungsdiagramm sehr gute Übereinstimmung mit dem gemäß Abschnitt 2.5. ermittelten nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm.

7. Anwendung der Berechnungsmodelle auf Flächentragwerke aus Brettlagenholz

7.1. Vorstellung der Flächentragwerke aus Brettlagenholz

Die Berechnungsmodelle "Feder" und "MSV" werden auf Beispiele einer Wohnungsdecke aus Brettlagenholz angewendet. Unter Berücksichtigung der Definition von Brettlagenholz wird eine Wohnungsdecke aus Brettlagenholz mit unterschiedlichem Aufbau untersucht. Die Deckenplatte hat eine Spannweite von 3,0 [m] * 4,5 [m] und kann abhängig von dem Aufbau zweiachsig die Last abtragen.

Der erste Aufbau der Wohnungsdecke besteht aus 7 schmalseitig knirsch angeordneten Brettlagen (0,90,0,45,0,90,0), verkürzt als "7L" bezeichnet, dargestellt in S7.1.-01.



Der zweite Aufbau der Wohnungsdecke besteht aus 3 schmalseitig knirsch angeordneten Brettlagen und einer Brettlage Rippen (90,45,90,0). Diese Wohnungsdecke wird auch als rippenverstärkte Wohnungsdecke bezeichnet, verkürzt als "3LR" bezeichnet, dargestellt in S7.1.-02.



S7.1.-02: Beispiel Wohnungsdecke 3LR, Angaben in [mm]

Die Spannweite der Wohnungsdecke mit 3,0 [m] * 4,5 [m] ist entsprechend so gewählt worden, dass die Wohnungsdecke ohne besondere Genehmigung über die Straße transportiert werden kann, was aus baupraktischer Sicht wichtig ist. Dadurch kann die Wohnungsdecke sowohl mit starrem breitseitigem Verbund, d.h. verleimt, im Werk hergestellt werden, oder aber mit nachgiebigem breitseitigem Verbund im Werk bzw. mit nachgiebigem breitseitigem Verbund auf der Baustelle hergestellt werden. Für den nachgiebigen Verbund sind in Abhängigkeit der Art des gewählten Verbindungsmittels teilweise mehrere nachgiebige Verbindungsmittel über die Höhe des Brettlagenholzes notwendig. Die Belas-

tung q der Wohnungsdecke wird nach DIN 1055 [N2] auf 4,5 [kN/m²] (Eigengewicht +Verkehrslast) als Bemessungswert festgesetzt. Die Wohnungsdecke wird aus Holz der Sortierklasse MS10 hergestellt, d.h. für die "Bretter" der Brettlagen sind die Werkstoffkennwerte gemäß T7.1.-01 zu verwenden. Die Querkontraktionszahlen sind Null.

Ex	Ey	Ez	G _{xy}	G _{yz}	G _{xz}
[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
11000	370	370	690	69	690

T7.1.-01: Werkstoffkennwerte des Holzes für die Wohnungsdecke 7L und 3LR

Der Werkstoffkennwert G_{yz} des Holzes ist nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] ein fester Wert, auch für die Brettlage, während aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen dieser Arbeit der Werkstoffkennwert G_{yz} des Holzes von der Jahrringneigung abhängig ist und bezogen auf die Brettlage vom Verhältnisses h/b der "Bretter" abhängig ist. Für die Wohnungsdecke 7L und 3LR werden deshalb für das Holz der Sortierklasse MS10 bei der Anwendung der Berechnungsmodelle zwei Varianten unterschieden. Variante 1 berücksichtigt den Werkstoffkennwert G_{yz} entsprechend der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] mit 69 [N/mm²] als fester Wert. Variante 2 berücksichtigt die Jahrringneigung und das Verhältnis h/b der "Bretter" mit einem Werkstoffkennwert G_{yz} der Brettlage von 42 [N/mm²]. Ein Werkstoffkennwert G_{yz} der Brettlage von 42 [N/mm²] entspricht einem Holz der Sortierklasse MS10, "Bretter" schmalseitig knirsch angeordnet, Jahrringneigung kantenparallel zu den "Bretter" und Verhältnis der "Bretter" h/b = 1,00 – eine ungünstige Annahme.

Vor Anwendung der Berechnungsmodelle "Feder" und "MSV" sind Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen durchzuführen, in Analogie zu Abschnitt 6. Die Reihenfolge der im Folgenden dargestellten Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen hat sich während der eigenen Untersuchungen als zweckmäßig erwiesen. Die Plausibilitätskontrollen für Brettlagenholz entsprechen denen in Abschnitt 6 für stabförmige Bauteile, weil nur für stabförmige Bauteile eine analytische Lösung vorhanden ist. Aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen sind auch Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen mit dem Berechnungsmodell "3d" vorstellbar, die als ingenieurmäßige Näherungslösung ungeeignet sind und deshalb hier nicht dargestellt sind. Derartige Berechnungen wurden durchgeführt, sind aber in der vorliegenden Arbeit nicht dokumentiert.

Für die Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen sind verschiedene Fälle des breitseitigen Verbundes zu unterscheiden. Als erstes ist starrer Verbund, als zweites nachgiebiger Verbund und als drittes ohne Verbund möglich.

Als erste Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle der Berechnungsmodelle "Feder" und "MSV" werden unabhängig von der späteren Anordnung der Brettlagen, alle Brettlagen der Wohnungsdecke mit gleicher Orientierung angenommen, entweder in Richtung X´ oder Richtung Y´, und unabhängig vom späteren Verbund alle Brettlagen breitseitig mit starrem Verbund angenommen. Die hier durchge-

führte Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle bezieht sich auf die Durchbiegung in Feldmitte. Darüber hinaus können auch Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte durchgeführt werden. In D7.1.-01 ist für die Durchbiegung in Feldmitte die Abweichung in Prozent dargestellt. Positive Prozentwerte bedeuten mit den Berechnungsmodellen "Feder" und "MSV" größere berechnete Durchbiegungen in Feldmitte als zur analytischen Lösung, negative Prozentwerte kleinere Durchbiegungen in Feldmitte. Zu beachten ist, dass für Wohnungsdecke 3LR das Berechnungsmodell "MSV" nicht anwendbar ist, weil die Rippen im Berechnungsmodell einzeln abzubilden sind, was im Berechnungsmodell "MSV" nicht möglich ist.





In D7.1.-01 ist erkennbar, dass das Berechnungsmodell "Feder 7L" größere Abweichungen als das Berechnungsmodell "MSV 7L" bei gleicher FE Kantenlänge zur analytischen Lösung hat. Dies steht im Einklang mit den bisherigen Erkenntnissen. Für das Berechnungsmodell "Feder 7L" ist ab einer FE Kantenlänge von 25 [mm] oder kleiner die Abweichung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte kleiner 1 %. Für das Berechnungsmodell "Feder 3LR" ist hingegen ebenfalls erst ab einer FE Kantenlänge von 25 [mm] oder kleiner die Abweichung smodell "Feder 3LR" ist hingegen ebenfalls erst ab einer FE Kantenlänge von 25 [mm] oder kleiner die Abweichung kleiner 1 %. Somit ist bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte und der Festlegung der zulässigen Abweichung auf 1 % aus der Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle in D7.1.-01 eine FE Kantenlänge von 25 [mm] in den Berechnungsmodellen zu verwenden.

Als weiteres kann die Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle ohne breitseitigen Verbund durchgeführt werden. In D7.1.-02 ist die Abweichung zwischen dem Berechnungsmodell "Feder" und der analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. Hierbei ist zu beachten, dass die Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle nur mit dem Berechnungsmodell "Feder" durchführbar ist. Berechnungsmodell "MSV" ist nur für den starren Verbund anwendbar.



D7.1.-02: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" zur analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Brettlagen alle Richtung X[′] orientiert und ohne breitseitigen Verbund

Aus D7.1.-02 ist erkennbar, dass das Berechnungsmodell "Feder 7L" und "Feder 3LR" bereits für die größte untersuchte FE Kantenlänge von 100 [mm] eine Abweichung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte kleiner 1 % zur analytischen Lösung hat. Somit ist aus D7.1.-02 zu erkennen, dass für die Wohnungsecke 7L und 3LR ohne breitseitigen Verbund eine FE Kantenlänge von 100 [mm] oder kleiner für das Berechnungsmodell ausreichend ist.

Durch Vergleich der Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle für starren breitseitigen Verbund in D7.1.-01 und ohne breitseitigen Verbund in D7.1.-02 wird deutlich, dass je nachgiebiger der Verbund zwischen den Brettlagen ist, desto größer können die FE Kantenlängen sein, um dennoch die gleiche Qualität der Berechnungen zu erhalten. Dies steht im Einklang mit den bisherigen Erkenntnissen für stabförmige Bauteile in Abschnitt 6. Zusammenfassend folgt daraus, dass zur Bestimmung der notwendigen FE Kantenlänge eine Konvergenzstudie und Plausibilitätskontrolle für starren Verbund maßgebend ist. Zur Überprüfung und Feststellung von Fehlern des Berechnungsmodells "Feder" bieten sich auch Untersuchungen an, die mit einer Mischung von starrem breitseitigem Verbund und ohne breitseitigen Verbund durchgeführt werden. Dies bedeutet z. B. bezogen auf die Wohnungsdecke 7L, das zwischen Brettlage 1,2,3 sowie 5,6,7 mit starrem Verbund und zwischen Brettlage 3,4,5 ohne Verbund ausgeführt werden. Durch diese Untersuchung und weitere Mischungen von starrem Verbund und ohne Verbund können sehr schnell und einfach Eingabefehler des Berechnungsmodells "Feder" bestimmt werden. Auch derartige Berechnungen wurden durchgeführt, sind aber in der vorliegenden Arbeit nicht dokumentiert.

Als weiteres ist eine Konvergenzstudie für die Berechnungsmodelle "Feder" und "MSV" unter Berücksichtigung des Aufbaues des Brettlagenholzes der Wohnungsdecke 7L und 3LR durchzuführen. Diese Konvergenzstudie ist sowohl für starren Verbund, nachgiebigen Verbund und auch ohne Verbund durchführbar, wobei aufbauend auf den bisherigen Erkenntnissen für starren Verbund die maßgebende FE Kantenlänge der Berechnungsmodelle bestimmt wird. Eine Plausibilitätskontrolle ist hier nicht möglich. In D7.1.-03 ist für Wohnungsdecke 7L die Konvergenzstudie bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte dargestellt. Die Abweichung ist in Prozent dargestellt und bezieht sich auf die mit dem Berechnungsmodell "Feder" berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit kleinster FE Kantenlänge. In D7.1.-03 ist die Abweichung bezogen auf die mit einer FE Kantenlänge von 6,25 [mm] berechnete Durchbiegung dargestellt.



D7.1.-03: Abweichung in Prozent bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für starren breitseitigen Verbund

Aus D7.1.-03 ist erkennbar, dass die FE Kantenlänge einen größeren Einfluss auf die Abweichung und somit auf die Qualität der Ergebnisse hat als die Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen in D7.1.-01 und D7.1.-02 zeigen. Für die FE Kantenlänge 100 [mm] und 50 [mm] sind Abweichungen von größer als 8 % vorhanden. Erst ab einer FE Kantenlänge von 25 [mm] oder kleiner ist die Abweichung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte kleiner 1 %. Zusammenfassend ist festzustellen, dass sowohl Konvergenzstudien und Plausibilitätskontrollen, wie in D7.1.-01 dargestellt, als auch Konvergenzstudien, wie in D7.1.-03 dargestellt, durchzuführen sind, um die notwendige FE Kantenlänge bestimmen zu können. Dabei ist zu beachten, dass das Konvergenzverhalten bei größeren FE Kantenlängen zwischen D7.1.-01 und D7.1.-03 unterschiedlich ist. Eine mögliche Ursache für das unterschiedliche

Konvergenzverhalten bei großen FE Kantenlängen ist das durch den anisotropen Aufbau verursachte veränderte Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz. Die im Folgenden dargestellten Berechnungsergebnisse werden mit einer FE Kantenlänge von 25 [mm] ermittelt.

7.2. Brettlagenholz mit starrem Verbund

Die Berechnungsmodelle "Feder" und "MSV" werden auf das Beispiel Wohnungsdecke 7L und 3LR mit starrem Verbund angewendet. Für eine FE Kantenlänge von 25 [mm] sind die berechneten Durchbiegungen in Feldmitte mit Berechnungsmodell "Feder" und "MSV" für Wohnungsdecke 7L nahezu identisch, sodass im Folgenden für den starren Verbund nicht bei der Darstellung der Ergebnisse unterschieden wird. Gleiches gilt für die Spannungen in Feldmitte. Unterschieden wird im Folgenden für den starren Verbund die Varianten bezüglich des Werkstoffkennwertes Gyz der Brettlage. Unter Variante 1 wird der Werkstoffkennwert Gyz der Brettlage mit 69 [N/mm²] angenommen, der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] für Holz der Sortierklasse MS10 entspricht. Unter Variante 2 wird der Werkstoffkennwert Gyz der Brettlage mit 42 [N/mm²] angenommen. Variante 2 entspricht dabei der Annahme, Holz der Sortierklasse MS10, Jahrringneigung kantenparallel und Verhältnis h/b = 1,00 - eine ungünstige Annahme. Als weitere Variante werden mit der Variante 3 die Werkstoffkennwert Gyz und Gzx der Brettlage gleich unendlich gesetzt, d.h. die Schubdeformationen werden vernachlässigt. In D7.2.-01 ist die Durchbiegung für die Variante 1, 2 und 3 in Abhängigkeit der elastischen Bettung, d.h. Federsteifigkeit [N/mm³] aufbauend auf Kneidl [39] und Abschnitt 5.4., GI.5.4.-07 und GI.5.4.-08 dargestellt. Die Ermittlung der Federsteifigkeit ist bei starrem Verbund ausschließlich von dem Werkstoffkennwert Gyz geprägt.



D7.2.-01: Durchbiegung von 3LR und 7L in Feldmitte für starren Verbund in Abhängigkeit der Federsteifigkeit

In D7.2.-01 ist erkennbar, dass die Wohnungsdecke 7L kleinere Durchbiegungen in Feldmitte hat als die Wohnungsdecke 3LR. Dies ist vorrangig darin begründet, das auf Grund der Struktur die Wohnungsdecke 7L eine zweiachsige Lastabtragung ermöglicht, wogegen die Wohnungsdecke 3LR in sehr guter Näherung als einachsig gespannt zu beurteilen ist. Sowohl Wohnungsdecke 7L als auch Wohnungsdecke 3LR sind aber bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte innerhalb der zulässigen Durchbiegung von 10 [mm] gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5].

Die Änderung der Durchbiegung in Feldmitte ist für Wohnungsdecke 7L und 3LR zwischen Variante 1, 2 und 3 unterschiedlich. Zur Verdeutlichung der Änderung der Durchbiegung in Feldmitte zwischen den Varianten 1, 2 und 3 wird die Durchbiegung in Feldmitte in Prozent angegeben. In T7.2.-01 ist die Änderung der Durchbiegung in Feldmitte in Prozent von Variante 1 zu Variante 3 bzw. von Variante 2 zu Variante 3 angegeben. Die hier angegeben Prozentzahlen beschreiben den Einfluss der Schubdeformation.

	Variante 1 zu Variante 3	Variante 2 zu Variante 3	
Wohnungsdecke 7L	26 %	17 %	
Wohnungsdecke 3LR	15 %	9 %	

T7.2.-01: Änderung der Durchbiegung in Feldmitte in Prozent von Variante 1 zu Variante 3 bzw. von Variante 2 zu Variante 3

Aus T7.2.-01 ist ersichtlich, dass die Berücksichtigung des Werkstoffkennwertes G_{yz} der Brettlage entsprechend Variante 1, 2 oder 3 einen erheblichen Einfluss auf die Durchbiegung der Wohnungsdecke At. Dabei ist der Einfluss bei Wohnungsdecke 7L größer als bei Wohnungsdecke 3LR, weil bei Wohnungsdecke 7L auf Grund des Aufbaues in mehreren Schichten der Rollschub geweckt wird. Zudem ist aus T7.2.-01 ersichtlich, dass zwischen Variante 1 und Variante 2 ebenfalls ein deutlicher Unterschied vorhanden ist, was die Erkenntnisse bezüglich des Einflusses der Jahrringneigung und des Verhältnisses h/b der "Bretter" auf den Werkstoffkennwert G_{yz} der Brettlage bestätigt.

Während die Varianten 1, 2 und 3 einen deutlichen Einfluss auf die Durchbiegung von Brettlagenholz sowohl für Wohnungsdecke 7L als auch 3LR haben, ist der Einfluss auf die Spannungen differenzierter zu betrachten. Der Einfluss der Variante 1, 2 und 3 auf die Spannungen ist für Wohnungsdecke 7L deutlich geringer als für Wohnungsdecke 3LR. Dies kann mit folgendem Beispiel verdeutlicht werden. In S7.2.-01 ist für Wohnungsdecke 7L die Spannung σ_x der Brettlage 1 für Variante 1 und in S7.2.-02 die Spannung σ_x der Brettlage 1 für Variante 3 dargestellt.



S7.2.-01: σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L für Variante 1



S7.2.-02: σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L für Variante 3

Durch Vergleich zwischen S7.2.-01 und S7.2.-02 wird deutlich, dass die Spannung σ_x der Brettlage 1 für Variante 1 und Variante 3 eine Abweichung von weniger als 1 % hat und somit unter baupraktischen Gesichtspunkten gleich ist. Zur Verdeutlichung ist in D7.2.-02 die Spannung σ_x für die Wohnungsdecke 7L in Feldmitte für Variante 1 und Variante 3 dargestellt.



D7.2.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L

In D7.2.-02 ist erkennbar, dass die Spannung $\sigma_{x'}$ in Feldmitte für Variante 1 und Variante 3 annähernd gleich ist. Zur besseren Übersichtlichkeit wird Variante 2 in D7.2.-02 nicht dargestellt, weil die Spannung $\sigma_{x'}$ zwischen Varianten 1 und 3 liegt. Bei der Wohnungsdecke 3LR ist der Einfluss zwischen den Varianten 1, 2 und 3 auf die Spannungen größer. In S7.2.-03 ist die Spannung σ_x der Rippen für Variante 1 dargestellt. Die Rippen wurden im Berechnungsmodell mit 7 Brettlagen abgebildet. In S7.2.-04 sind die vergleichbaren Spannung σ_x für Variante 3 dargestellt.



S7.2.-03: σx der Rippen der Wohnungsdecke 3LR für Variante 1



S7.2.-04: σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR für Variante 3

Durch Vergleich zwischen S7.2.-03 und S7.2.-04 ist erkennbar, dass die Spannung σ_x sowohl auf der Oberseite der Rippen als auch auf der Unterseite der Rippen sich zwischen Variante 1 und Variante 3 verändert. Zur Verdeutlichung der Änderung wird in D7.2.-03 die Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 3LR bezogen auf Variante 1 und Variante 3 dargestellt.



D7.2.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 3LR

Aus D7.2.-03 ist ersichtlich, dass die Variante 1 und Variante 3 einen größeren Einfluss auf die Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 3LR hat als für Wohnungsdecke 7L. Die Zunahme der Spannung $\sigma_{X'}$ von Variante 3 zu Variante 1 beträgt 13 %. Dies kann dadurch erklärt werden, dass die Mitwirkung der Brettlage 2 bei der Lastabtragung in Richtung der Rippe vorrangig nur über den Rollschub der Brettlage 3 aktiviert werden kann. Diese Zunahme ist im baupraktischen Bereich zu berücksichtigen.

Zusammenfassend ist für den starren Verbund feststellbar, dass die Wohnungsdecke 7L trotz kleinerer Gesamthöhe als im Vergleich zu Wohnungsdecke 3LR eine kleinere Durchbiegung in Feldmitte und kleinere Spannung σx⁻ als die Wohnungsdecke 3LR hat, begründet durch die zweiachsige Lastabtragung bei Wohnungsdecke 7L gegenüber der einachsigen Lastabtragung bei Wohnungsdecke 3LR. Beide Wohnungsdecken zeigen, dass die Variante 1, 2 und 3 unterschiedliches Trag- und Verformungsverhalten haben, sodass eine zutreffende Erfassung des Werkstoffkennwertes G_{yz} der Brettlage notwendig ist. Dabei ist die Jahrringneigung und das Verhältniss h/b des "Brettes" zu berücksichtigen. Wohnungsdecke 7L hat den Vorteil eine geringere Bauhöhe 18,9 [cm] im Vergleich zu Wohnungsdecke 3LR mit einer Bauhöhe von 27,0 [cm] zu haben und dennoch bei gleicher Belastung geringere Durchbiegungen, 1,5 [mm] gegenüber 5 [mm]. Die Wohnungsdecke 7L erscheint somit durchaus konkurrenzfähig bezüglich Tragfähigkeit und Wirtschaftlichkeit zu Stahlbetondecken.

7.3. Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Das Berechnungsmodell "Feder" wird auf das Beispiel Wohnungsdecke 7L und 3LR mit nachgiebigem Verbund angewendet. Für den nachgiebigen Verbund werden verschiedene Varianten von stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmitteln untersucht. Zum Ersten werden Nägel mit einem Durchmesser 3,4 [mm] unter Berücksichtigung des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms untersucht. Zum Zweiten Schrauben mit einem Durchmesser 5,0 [mm] unter Berücksichtigung des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms und zum Dritten Stabdübel mit einem Durchmesser 6,0 [mm] unter Berücksichtigung des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms. Dabei ist für die stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittel Nägel und Schrauben zu beachten, dass diese nur eine ausreichende Länge für die Verbindung von 4 Brettlagen für die Wohnungsdecke 7L haben. Dies bedeutet, dass die Nägel und Schrauben für die Wohnungsdecke 7L über die Höhe des Brettlagenholzes versetzt anzuordnen sind. Durch die versetzte Anordnung der Nägel und Schrauben über die Höhe des Brettlagenholzes vergrößert sich der seitliche Abstand der Verbindungsmittel untereinander. Die dadurch veränderte Nachgiebigkeit für Nägel und Schrauben zwischen den Brettlagen ist entsprechend im Berechnungsmodell zu berücksichtigen. Stabdübel haben eine ausreichende Länge, sodass alle 7 Brettlagen für die Wohnungsdecke 7L miteinander verbunden werden können. Für die Wohnungsdecke 3LR haben alle Verbindungsmittel, d.h. Nägel, Schrauben und Stabdübel eine ausreichende Länge für die Verbindung der drei Brettlagen und Rippe. Das Holz hat die Sortierklasse MS10, sodass T7.1.-01 verwendet wird. Die Nägel und Schrauben haben in der versetzten Anordnung einen seitlichen Abstand von 200 [mm], die Stabdübel einen seitlichen Abstand von 100 [mm]. Die Schubdeformationen der Brettlagen über die Höhe des Brettlagenholzes wurden nicht berücksichtigt, weil dieser Einfluß in Bezug zur Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel von untergeordneter Bedeutung ist. In T7.3.-01 sind für Nägel, Schrauben und Stabdübel die Rechenergebnisse (unterschiedlich zu Abschnitt 2.5, weil in Abschnitt 2.5 nachträglich kleine Korrekturen vorgenommen wurden) für die Verbindung der Brettlagen dargestellt.

Verbindungsmittel	Durchmesser	M _{y,k}	T _k	Uk	Ku
	[mm]	[Nmm]	[N]	[mm]	[N/mm]
Nagel	3,4	3930	291	1,322	147
Schraube	5	8333	543	0,599	687
Stabdübel	6	8460	560	0,293	1424

T7.3.-01: Rechenergebnisse für die Verbindung der Brettlagen untereinander mit Nägel, Schrauben und Stabdübel

In T7.3.-02 sind die Rechenergebnisse für die Verbindung Brettlage mit Rippe für Nägel, Schraube und Stabdübel, aufbauend auf DIN 1052 [N5] und DIN V ENV 1995 [N6] dargestellt.

Verbindungsmittel	Durchmesser	T _k	Uk	Ku
	[mm]	[Nmm]	[mm]	[N/mm]
Nagel	3,4	876	1,11	525
Schraube	5	1120	0,61	1235
Stabdübel	6	1599	0,72	1481

T7.3.-02: Rechenergebnisse für die Verbindung der Brettlagen mit den Rippen

mit Nägel, Schrauben und Stabdübel

Unter Beachtung des gewählten konstruktiven Aufbaues der Wohnungsdecken 7L und 3LR, insbesondere in Hinblick auf die Art und Anordnung der Verbindungsmittel und Werkstoffkennwert, ergeben sich folgende Berechnungsergebnisse: Aufgrund des Aufbaues der Wohnungsdecken 7L und 3LR und der Belastung q werden die Nägel so hoch beansprucht, dass die Nägel entsprechend dem nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm nach Abschnitt 2.5. "Fließen". Dieses "Fließen" der Nägel kann nur durch das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm im Berechnungsmodell "Feder" berücksichtigt werden. Die Schrauben werden hingegen in Wohnungsdecke 7L und 3LR so beansprucht, dass diese gerade noch nicht "Fließen". Durch eine geringfügige Erhöhung der Belastung q würden auch die Schrauben "Fließen". Hingegen die Stabdübel "Fließen" unter der angesetzten Belastung eindeutig nicht. Damit die Stabdübel "Fließen" müsste die Belastung q deutlich erhöht werden. Die Feststellung, dass die Nägel "Fließen", die Schrauben gerade nicht "Fließen" und die Stabdübel deutlich nicht "Fließen" gilt nur für den gewählten Aufbau der Wohnungsdecke 7L und 3LR und für die gewählte Belastung q. Allgemein ist das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm des stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittels in den ingenieurmäßigen Näherungslösungen zu berücksichtigen, was die vorangestellten Ergebnisse bestätigen. Die Beanspruchung der Nägel, Schrauben und Stabdübel durch die Schubkraft im stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittel ist im Berechnungsmodell "Feder" an den Federkräften zwischen den Brettlagen in Richtung X´ und Y´ zu erkennen. Die Federkräfte im Berechnungsmodell "Feder" entsprechen den Schubkräften der stiftförmigen nachgie-







S7.3.-02: Wohnungsdecke 7L, Federkräfte in Richtung X' und Y' zwischen Brettlage 3 und Brettlage 4, Schrauben



S7.3.-03: Wohnungsdecke 7L, Federkräfte in Richtung X' und Y' zwischen Brettlage 3 und Brettlage 4, Stabdübel

Aus S7.3.-01 ist ersichtlich, dass die Nägel am linken und rechten Rand der Wohnungsdecke 7L zwischen Brettlage 3 und Brettlage 4 "Fließen". Aus S7.3.-02 ist ersichtlich, dass die Schrauben gerade noch nicht "Fließen". Für eine Belastung q der Wohnungsdecke 7L mit 4,8 [kN/m²] als Bemessungswert würden ebenfalls die Schrauben beginnen zu "Fließen". Im Vergleich zur vorhandenen Belastung q 4,5 [kN/m²] als Bemessungswert ist dies nur eine kleine Erhöhung. Aus S7.3.-03 ist ersichtlich, dass die Stabdübel nicht "Fließen". Die Belastung q müsste 8,4 [kN/m²] betragen, damit auch die Stabdübel "Fließen". Es wird nochmals darauf hingewiesen, dass mit linearem Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] bzw. DIN V ENV 1995 [N6] das hier gezeigte "Fließen" der Verbindungsmittel und die damit hervorgerufenen plastischen Verformungen des Gesamtkonstruktion nicht zutreffend erfasst werden können. Dies gilt auch für das Schubanalogieverfahren gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08, Anhang D [N5].

Für die Wohnungsdecke 3LR ist zu beachten, das zwischen Brettlage 1 und 2 sowie Brettlage 2 und 3 und Brettlage 3 und 4 unterschiedliche nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramme anzuwenden sind, wie in Abschnitt 2.5. beschrieben und auch angewendet wurden. Zusammenfassend ergeben sich für die Wohnungsdecke 3LR bezüglich des "Fließens" der Verbindungsmittel vergleichbare Erkenntnisse wie für die Wohnungsdecke 7L, sodass keine erneut Darstellung und Erläuterung erfolgt.

Für die Wohnungsdecke 7L und 3LR ergeben sich für Nägel, Schrauben und Stabdübel als Verbindungsmittel die in D7.3.-01 dargestellten Durchbiegung in Feldmitte. In D7.3.-01 ist die Durchbiegung in Feldmitte entsprechend der Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel dargestellt. Die Nachgiebigkeit der Verbindungsmittel ist als elastische Bettung angegeben, d.h. die Federsteifigkeit wird in [N/mm³] angegeben.



D7.3.-01: Durchbiegung in Feldmitte für nachgiebigen Verbund

In D7.3.-01 ist erkennbar, dass im Gegensatz zum starren Verbund für den nachgiebigen Verbund die Wohnungsdecke 3LR kleinere Durchbiegungen in Feldmitte als Wohnungsdecke 7L hat. Dabei sind die Durchbiegungen in Feldmitte von Wohnungsdecke 3LR für alle untersuchten Verbindungsmittel innerhalb der zulässigen Durchbiegung von 10 [mm] gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5], während die Durchbiegung von Wohnungsdecke 7L für Nägel und Schrauben gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] nicht mehr zulässig ist. Für Wohnungsdecke 7L ist die Durchbiegung in Feldmitte nur mit Stabdübeln innerhalb der zulässigen Durchbiegung gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]. Sowohl für Wohnungsdecke 7L als auch 3LR ist aus D7.3.-01 ersichtlich, dass mit größerer Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels die Durchbiegung in Feldmitte größer wird. So ist die Durchbiegung in Feldmitte für die Wohnungsdecke 7L und 3LR mit Nägel größer als mit Stabdübel. Zudem ist aus D7.3.-01 ersichtlich, dass der Aufbau der Wohnungsdecke einen unterschiedlichen Einfluss auf die Durchbiegung in Feldmitte hat. Für Wohnungsdecke 3LR ist trotz der unterschiedlichen Nachgiebigkeit zwischen Nägel, Schrauben und Stabdübel keine große Änderung der Durchbiegung in Feldmitte vorhanden. Dies ist erklärbar aus der Tatsache, dass vorrangig die Rippen ohne Mitwirkung der drei Brettlagen die Belastung abtragen. Hingegen ist für Wohnungsdecke 7L die Änderung der Durchbiegung in Feldmitte für die unterschiedlichen Nachgiebigkeiten zwischen Nägel, Schrauben und Stabdübel ausgeprägt. In D7.3.-01 ist zu erkennen, dass für Wohnungsdecke 7L durch das "Fließen" der Nägel eine deutliche Zunahme der Durchbiegung in Feldmitte vorhanden ist, während für Wohnungsdecke 3LR trotz des "Fließens" der Nägel nur kleine Zunahmen der Durchbiegung in Feldmitte vorhanden sind. Der unterschiedliche Einfluss des Aufbaues der Wohnungsdecke auf die Durchbiegung in Feldmitte ist ebenfalls an den Spannungen zu erkennen. Dazu ist in S7.3.-04 die Spannung σ_x der Brettlage 1 für den Verbund mit Nägel, in S7.3.-05 für den Verbund mit Schrauben und in S7.3.-06 für den Verbund mit Stabdübel dargestellt.



S7.3.-04: σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L mit Nägel







S7.3.-06: ox der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L mit Stabdübel

Aus S7.3.-04 bis S7.3.-06 ist zu erkennen, dass in Abhängigkeit der Nachgiebigkeit des Verbundes sich die Spannung σ_x sowohl auf der Oberseite als auch auf der Unterseite der Brettlage 1 deutlich verändert. In S7.3.-04 ist zu erkennen, dass für Wohnungsdecke 7L mit Verbund aus Nägel die Brettlage 1 bezüglich der Spannung σ_x große Druckspannungen auf der Oberseite und große Zugspannungen auf der Unterseite hat. Der Vorzeichenwechsel in den Spannungen ist ein deutlicher Hinweis auf die große Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels Nagel. Offenbar tritt mit dem "Fließen" der Nägel eine Entkoppelung der Biegetragfähigkeit des Gesamtquerschnittes ein. Die Spannung σ_x ist vom Betrag auf der Oberseite und auf der Unterseite 1 ähnlich groß wie auf der Unterseite der Brettlage 1. In S7.3.-05 ist hingegen zu erkennen, dass die Spannung σ_x für die Brettlage 1 mit Verbindungsmitteln aus Schrauben auf der Oberseite und auf der Unterseite im Vergleich zum Verbund mit Nägel kleiner werden. Die kleinere Spannung σ_x der Brettlage 1 auf der Oberseite bzw. auf der Unterseite sind ein Hinweis auf eine geringere Nachgiebigkeit. Noch kleiner ist die Nachgiebigkeit für den Verbund mit Stabdübeln, wie in S7.3.-06 an der kleineren Spannung σ_x der Brettlage 1 auf der Oberseite und auf der Unterseite zu erkennen ist.

Die bisherige Erkenntnis für die Spannung σ_x Brettlage 1 auf der Oberseite und auf der Unterseite wird in D7.3.-02 bestätigt. In D7.3.-02 ist für Wohnungsdecke 7L die Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte über die Höhe des Brettlagenholzes, d.h. für alle 7 Brettlagen dargestellt. Zusammenfassend ist für Wohnungsdecke 7L in Abhängigkeit der Nachgiebigkeit, d.h. für Nägel, Schrauben und Stabdübel ein deutlich unterschiedliches Trag- und Verformungsverhalten vorhanden. Bemerkenswert erscheint, dass unabhängig von der Art des Verbindungsmittels eine deutliche Entkoppelung der Biegetragfähigkeit der einzelnen Schichten stattfindet.



D7.3.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L

Für Wohnungsdecke 3LR ist im Gegensatz zu Wohnungsdecke 7L der Einfluss der Nachgiebigkeit des Verbundes auf die Spannung σ_x der Brettlagen geringer. In S7.3.-07 ist für den Verbund mit Nägel, in S7.3.-08 für den Verbund mit Schrauben und in S7.3.-09 für den Verbund mit Stabdübel die Spannung σ_x der Rippen dargestellt.



S7.3.-07: σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR mit Nägel







S7.3.-09: σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR mit Stabdübel

Aus S7.3.-07 bis S7.3.-09 ist ersichtlich, dass die Spannung σ_x sich nur gering auf der Oberseite und auf der Unterseite der Rippe ändert. Zur Verdeutlichung ist in D7.3.-03 die Spannung $\sigma_{x'}$ der Woh-



nungsdecke 3LR in Feldmitte für den Verbund mit Nägel, Schrauben und Stabdübel dargestellt. Dies Ergebnis bestätigt, dass eigentlich nur die Rippen die Lastabtragung übernehmen.

D7.3.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte von Wohnungsdecke 3LR

Zusammenfassend ist für den nachgiebigen Verbund feststellbar, dass in Abhängigkeit der Federsteifigkeit die Wohnungsdecke 7L nur für den Verbund mit Stabdübel die zulässigen Durchbiegungen gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] einhält, während Wohnungsdecke 3LR die zulässigen Durchbiegungen gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] für alle stiftförmigen nachgiebigen Verbindungsmittel einhält. Die Änderung der Spannung σ_x ist zwischen Wohnungsdecke 7L und Wohnungsdecke 3LR differenziert zu bewerten. Für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund ist feststellbar, dass die untersuchte Wohnungsdecke 3LR einen zweckmäßigeren Aufbau als Wohnungsdecke 7L hat, weil das Trag- und Verformungsverhalten günstiger ist. Für Wohnungsdecke 3LR ist der Einfluss der Nachgiebigkeit des Verbindungsmittels Nagel, Schraube oder Stabdübel unter Berücksichtigung des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms auf das Trag- und Verformungsverhaltens deutlich geringer als für Wohnungsdecke 7L. Nachteilig ist die deutlich größere Bauhöhe der Wohnungsdecke 3LR von 27 [cm].

7.4. Sonderfall Brettlagenholz ohne Verbund

Brettlagenholz ohne Verbund ist im baupraktischen Bereich von untergeordneter Bedeutung. Im Rahmen der Anwendung des Berechnungsmodells "Feder" auf Beispiele aus Brettlagenholz wird zur Demonstration der Möglichkeiten des Berechnungsmodells "Feder" im Folgenden die Wohnungsdecke 7L und 3LR ohne breitseitigen Verbund untersucht. In D7.4.-01 ist für die Wohnungsdecke 7L und 3LR die Durchbiegung in Feldmitte ohne breitseitigen Verbund dargestellt. Für das Berechnungsmodell "Feder" mit einer FE Kantenlänge von 25 [mm] wird ohne Verbund mit einer Nachgiebigkeit von 0,0001 [N/mm³] festgelegt.



D7.4.-01: Durchbiegung in Feldmitte ohne Verbund

Aus D7.4.-01 ist erkennbar, dass Wohnungsdecke 3LR selbst ohne breitseitigen Verbund die zulässige Durchbiegung in Feldmitte gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] einhält. Die Wohnungsdecke 7L hat deutlich größere Durchbiegungen in Feldmitte als gemäß DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] zulässig sind.

Für Brettlagenholz ohne breitseitigen Verbund sind die Spannungen in einer Brettlage auf der Oberseite und der Unterseite betragsmäßig gleich. Dies ist in S7.4.-01 für die Spannung σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L dargestellt.



S7.4.-01: σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L ohne breitseitigen Verbund

Diese Erkenntnis gilt für alle Brettlagen, wie in D7.4.-02 für die Spannung $\sigma_{X'}$ über alle 7 Brettlagen von Wohnungsdecke 7L in Feldmitte zu erkennen ist.



D7.4.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L ohne breitseitigen Verbund

Aus S7.4.-01 und D7.4.-02 ist durch Vergleich mit der vorherigen Untersuchung für nachgiebigen Verbund ersichtlich, dass die Spannungen σ_x für die Wohnungsdecke 7L ohne Verbund im Vergleich zum nachgiebigem Verbund deutlich größer werden.

171

Auch für die Wohnungsdecke 3LR sind die Spannungen σ_x auf der Oberseite und der Unterseite einer Brettlage betragsmäßig gleich. In S7.4.-02 ist die Spannung σ_x der Rippe der Wohnungsdecke 3LR dargestellt.



S7.4.-02: σ_x der Rippe der Wohnungsdecke 3LR ohne breitseitigen Verbund

Aus S7.4.-02 ist durch Vergleich mit der vorherigen Untersuchung mit nachgiebigem Verbund ersichtlich, dass die Spannungen σ_x für die Wohnungsdecke 3LR ohne Verbund im Vergleich zum nachgiebigem Verbund nur geringfügig größer werden. Somit ist der Unterschied im Trag- und Verformungsverhalten zwischen nachgiebigem Verbund und ohne Verbund für Wohnungsdecke 3LR kleiner als für Wohnungsdecke 7L.

Zusammenfassend ist in Abschnitt 7 festzustellen, dass für den breitseitig starren Verbund die Wohnungsdecke 7L das günstigere Trag- und Verformungsverhalten zeigt. Die Durchbiegung in Feldmitte sowie die Spannungen σ_x in der Brettlage sind deutlich kleiner als bei Wohnungsdecke 3LR. Auf den zutreffenden Werkstoffkennwert G_{yz} der Brettlage ist in den Berechnungsmodellen zu achten. Für den breitseitig nachgiebigen Verbund ist das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm des stiftförmigen nachgiebigen Verbund das günstigere Trag- und Verformungsverhalten, weil der Einfluss des nachgiebigen Verbundes inklusive des nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms auf das Trag- und Verformungsverhalten von untergeordneter Bedeutung ist, sodass eine grobe überschlägige Bemessung der Wohnungsdecke 3LR ohne breitseitigen Verbund erfolgen könnte. Diese grobe überschlägige Bemessung gilt nur für eine plattenartige Belastung.

8. Zusammenfassung und Ausblick

Lischke [55] führt grundlegende Überlegungen zum Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz durch und gewinnt dadurch Erkenntnisse über Brettlagenholz, die bis heute die Grundlage für viele ingenieurmäßige Betrachtungen von Brettlagenholz sind. Bis heute besteht dabei die Schwierigkeit, dass die umfangreichen Erkenntnisse von Lischke nicht in kommerziellen Berechnungsprogrammen zum Trag- und Verformungsverhalten Eingang gefunden haben. Aufbauend auf den Erkenntnissen von Lischke gelingt es Bosl [7] für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter überwiegender scheibenartiger Beanspruchung einen Zusammenhang zwischen den Erkenntnissen von Lischke und der Mehrschichtentheorie herzustellen. Die Mehrschichtentheorie hat den Vorteil, dass diese in kommerziellen Berechnungsprogrammen implementiert ist, sodass mit Bosl das Trag- und Verformungsverhaltens von Brettlagenholz mit starrem Verbund unter überwiegender scheibenartiger Beanspruchung erstmals in der Baupraxis – auch für Scheiben mit Öffnungen - berechenbar ist. Bosl bestätigt in seiner Arbeit die Annahmen durch experimentelle Untersuchungen [7].

In der vorliegenden Arbeit wird das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit starrem und nachgiebigem Verbund unter plattenartiger Belastung mit besonderer Berücksichtigung des Rollschubes und der Drillweichheit untersucht. Es werden ingenieurmäßige Näherungslösungen zur Berechnung vorgestellt bzw. erarbeitet. Die Untersuchung umfasst bislang nicht veröffentlichte Überlegungen zum Rollschubmodul des Holzes, zum Rollschubmodul der Brettlage, zum nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für stiftförmige, nachgiebige Verbindungsmittel in Brettlagenholz. Zu den Überlegungen werden experimentelle Untersuchungen entworfen, durchgeführt und ausgewertet. Die ingenieurmäßigen Näherungslösungen zur Berechnung sind das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund aufbauend auf die Theorie des Mehrschichtenverbundes mit Schubdeformation "MSV", das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen "Feder" und das Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter Verwendung von Schalen- und Federelementen "Kneidl" aufbauend auf [39]. Letzteres Berechnungsverfahren baut auf Kneidl auf, der jedoch nur stabförmige Tragwerke untersucht hat. Alle Berechnungsmodelle sind mit kommerziellen FE Programmen anwendbar, sodass die Berechnungsmodelle unmittelbar in der Baupraxis angewendet werden können. Bei den Berechnungsmodellen ist der Aufwand für die Erstellung des Berechnungsmodells im FE Programm sehr unterschiedlich zu bewerten. Vor allem ist bei der Anwendung des Berechnungsmodells unter Verwendung von Schalen- und Federelementen schnell die Leistungsfähigkeit selbst moderner Computer erreicht.

Das Berechnungsmodell für Flächentragwerke nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08, Anhang D [N5] ist nur auf Brettlagenholz mit orthogonaler Anordnung der Brettlagen und zur Mittelfläche symmetrischen Aufbau anwendbar. Wie gezeigt werden konnte, ist in diesem Verfahren die notwendige Berücksichtigung eines nichtlinearen Schubkraft-Verschiebungsdiagramms bei nachgiebigem Verbund nicht möglich. Bosl zeigt in [7], dass eine orthogonale Anordnung der Brettlagen für Brettlagenholz bei scheibenartiger Beanspruchung deutlich ungünstigeres Trag- und Verformungsverhalten hat als eine um 45° versetzte Anordnung der Brettlagen. Viele Bauteile im Hochbau werden zur Aussteifung des Baukörpers verwendet und somit gleichzeitig scheibenartig und plattenartig beansprucht, so dass ein Bauteil aus Brettlagenholz in der Baupraxis nicht eine orthogonale Anordnung der Brettlagen haben sollte. Für überwiegend scheibenartige Beanspruchungen ist nach Bosl [7] ein zur Mittelfläche symmetrischer Aufbau des Brettlagenholzes sinnvoll, was unabhängig für den breitseitigen Verbund gilt, d.h. für Brettlagenholz mit starrem Verbund und für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund. Für überwiegend plattenartige Beanspruchungen ist ein zur Mittelfläche unsymmetrischer Aufbau des Brettlagenholzes sinnvoll, zumindest für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund. Dies konnte in der vorliegenden Arbeit durch Vergleich zwischen Wohnungsdecke 3LR und 7L am Beispiel des Trag- und Verformungsverhaltens gezeigt werden. Wohnungsdecke 3LR hat für den nachgiebigen Verbund ein deutlich besseres Trag- und Verformungsverhalten als Wohnungsdecke 7L. Für den starren Verbund ist das Trag- und Verformungsverhalten der Wohnungsdecke 7L günstiger als der Wohnungsdecke 3LR.

Ein Hinweis auf das nichtlineare Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für stiftförmige nachgiebige Verbindungsmittel fehlt in der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5]. Zusammenfassend ist die Anwendbarkeit des Berechnungsmodells nach DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] auf Flächentragwerke aus Brettlagenholz nur in wenigen Sonderfällen möglich, d.h. nur für orthogonalen zur Mittelfläche symmetrischen Aufbau bei starrem Verbund. Auch fehlen in DIN 1052, Ausgabe: 2004-08 [N5] Angaben zu wichtigen Werkstoffkennwerte, insbesondere zum Rollschub unter Berücksichtigung der Jahrringneigung, des Verhältnisses der "Bretter" h/b und die Übertragung der Werkstoffkennwerte auf die Brettlage.

Zukünftig ist das Trag- und Verformungsverhalten von Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter scheibenartiger Beanspruchung mit dem Berechnungsmodell "Feder" zu untersuchen. Zudem sind grundlegende experimentelle Untersuchungen zum Bereich der Werkstoffkennwerte des Holzes und der Brettlage durchzuführen, wie z.B. Querkontraktionszahlen, Rollschubmodul. Auch erscheinen für Brettlagenholz weitere Untersuchungen zur Schwind- und Quellbeanspruchungen sowie zum Langzeitverformungsverhalten sowie Wechsel- und Schwellbeanspruchungen dringend erforderlich. Im Hinblick auf den Berechnungsaufwand ist wünschenswert die Entwicklung eines Finiten Elementes, das alle 12 Werkstoffkennwerte der rhombischen Anisotropie der Brettlagen, einschließlich der Querkontraktionszahlen und die nicht lineare Nachgiebigkeit der Verbindung der Brettlagen untereinander erfasst und in kommerziellen FE Programmen zu installieren.
Literaturverzeichnis

[1]	Aicher, S.; Dill-Langer, G.:
	Basic Considerations to rolling shear modulus in wooden boards, in Otto-Graf-Journal, Stutt-
	gart: Otto-Graf-Journal, Vol. 11 (2000)
[2]	Altenbach, H.; Altenbach, J.; Naumenko, K.:
	Ebene Flächentragwerke, Berlin, Heidelberg: Springer Verlag (1998)
[3]	Altenbach, H.; Altenbach, J.; Rikards, R.:
	Einführung in die Mechanik der Laminat- und Sandwichtragwerke, Stuttgart: Deutscher Verlag
	für Grundstoffindustrie (1996)
[4]	Bathe, KJ.:
	Finite-Element-Methoden, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer (1986)
[5]	Blass, H.J.; Görlacher, R.:
	Bemessung im Holzbau: Brettsperrholz, in Holzbau Kalender 2003 (2. Jahrgang), Karlsruhe:
	Bruder Verlag (2003)
[6]	Blass, H.J.; Görlacher, R.:
	Zum Trag- und Verformungsverhalten von Lignotrend Decken- und Wandsystemen aus Na-
	delschnittholz, in Bauen mit Holz, Karlsruhe: Bruder-Verlag (2001)
[7]	Bosl, R.:
	Zum Nachweis des Trag- und Verformungsverhaltens von Wandscheiben aus Brettlagenholz,
	in Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau der Universität der Bundeswehr München,
	Neubiberg: Universitätsdruck (2002)
[8]	Carrington, H.
	The elastic constants of spruce, Phil.Mag. 45, Seite 1055-1057 (1923)
[9]	Chawla, K. K.:
	Composite Materials, New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo: Springer Verlag
	(1987)
[10]	Cheret, P.; Heim, F.; Radovic, B.:
	Bauen mit Holzwerkstoffen, in Holzbau Handbuch (Reihe 1, Teil 1, Folge 3), Düsseldorf: Ar-
	beitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1997)
[11]	Czerny, F.:
	Tafeln für Rechteckplatten, Beton Kalender, Teil 1, Berlin: Ernst und Sohn Verlag (1990)
[12]	Dittrich, W.; Göhl, J.:
	Überdachungen mit großen Spannweiten, in Holzbau Handbuch (Reihe 1, Teil 1, Folge 2),
	Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1988)
[13]	Eberhardsteiner, J.:
	Mechanisches Verhalten von Fichtenholz, Heidelberg, Wien, New York: Springer Verlag
	(2002)
[14]	Engesser, F.:
	Über verdübelte Balken, Bauingenieur 3, Seite 289-294 (1922)

[15] **Ewald, G.; Lischke, N.**:

Zur Torsion im Ingenieurholzbau, in *Bauen mit Holz,* Karlsruhe: Bruder-Verlag (1984), Seite 466-469

[16] Gebbeken, N.: Zur Untersuchung des linearen Tragverhaltens von Faserverbundkonstruktionen mittels numerischer Methoden, Habilitation, in Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau, Universität der Bundeswehr München, Neubiberg: Universitätsdruck (1996) [17] Gehri, E.: Timber as a Natural Composite: Explanation of some peculiarities in the mechanical behaviour, CIB-W18, Meeting 30, Vancouver (Canada): Technical Papers from CIB-W18 (1997) [18] Gesetz: Bundesimmissionsschutz Gesetz, Bonn: (1974) [19] Girkmann, K.: Flächentragwerke, 6. Auflage, Wien: Springer Verlag (1963) [20] Görlacher, R.: Ein Verfahren zur Ermittlung des Rollschubmoduls von Holz, in Holz als Roh- und Werkstoff (60), Seite 317-322, Berlin: Springer Verlag (2002) [21] Götz, K.-H.: Holzbauatlas, München: Institut für internationale Architektur Dokumentation (1978) [22] Graf, O.: Biegeversuche mit verdübelten Holzbalken, Bauingenieur 11, Seite 157-160 (1930) [23] Grasser, E.; Thielen, G.: Hilfsmittel zur Berechnung der Schnittgrößen und Formänderung von Stahlbetontragwerken Heft 240, 2. Auflage, Berlin: Ernst und Sohn Verlag (1978) [24] Grosser, D.; Zimmer, B.: Einheimische Nutzhölzer und ihre Verwendung, in Holzbau Handbuch (Reihe 4, Teil 2, Folge 2), Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1998) [25] Halász, R von.; Scheer, C.: Holzbau-Taschenbuch, Band 1 (9. Auflage), Berlin: Ernst und Sohn Verlag (1995) [26] Hake, E.; Meskouris, K.: Statik der Flächentragwerke, Berlin: Springer Verlag (2001) [27] Halpin, J. C.: Primer on Composite Materials: Analysis, Lancaster: Technomic Publishing (1984) [28] Hartmann, H.: Die Berücksichtigung elastisch-platischer Verformungseigenschaften mechanischer Verbin dungsmittel bei Verbundkonstruktionen im Ingenieurholzbau, Dissertation, in Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, München: Universitätsdruck (1999)

[29] Hearmon, R.F.S.:

The influence of coupling shear and extension on the elastic constants of wood and plywood, Proc. Phys.Soc.55 (1943)

[30]	Heimeshoff B ·
[00]	Flastizitätstheorie nichtlinear elastischer anisotroper Kontinua Habilitation. TH Hannover
	Hannover: Universitätsdruck (1969)
[31]	Hilson BO:
[01]	Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln in <i>Holzbauwerke nach Eurocode 5</i> Step 1
	Seite C3/1-C3/12 Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e V Informationsdienst Holz (1995)
[32]	Horn S:
[02]	Fachinformation zum Thema Umwelt und Gesundheit vom Bavrischen Staatsministerium für
	Landesentwicklung und Umweltfragen, München: Bavrisches Staatsministerium (2002)
[33]	Höria. H:
[00]	Zur Elastizität des Eichtenholzes in <i>Zeitschrift für technische Physik</i> Nr. 12 (1931) Seite 369-
	379
[34]	Höria. H.:
	Anwendung der Elastizitätstheorie anisotroper Körper auf Messungen an Holz, in Ingenieurar-
	<i>chiv</i> , Nr. 6 (1935), Seite 8-14
[35]	Johansen, K.W.:
	Theory of timber connections, in <i>Bericht Nr. 9</i> der International Association of Bridge and
	Structural Engineering, Seite 249-262, 1949
[36]	Jones, M. R.:
	Mechanics of composite materials, USA: Taylor & Francis 1975
[37]	Keylwerth, R.:
	Die anisotrope Elastizität des Holzes und der Lagenhölzer, VDI-Forschungsheft 430, Düssel-
	dorf: VDI-Verlag 1951
[38]	Kilroy, K.:
	MSC.Nastran 2001 Quick Reference Guide, Los Angeles, München, Tokyo: The
	MSC.Software Corporation (2001)
[39]	Kneidl, R.:
	Ein Beitrag zur linearen und nichtlinearen Berechnung von Schichtbalkensystemen, Disserta-
	tion, in Berichte aus dem konstruktiven Ingenieurbau, Technische Universität München, Mün-
	chen: Universitätsdruck (1991)
[40]	Knuchel, H.:
	Holzfehler (3. Auflage) Zürich: Werner Classen Verlag (1947)
[41]	Kollmann, F.:
	Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe, Band 1, Berlin, Göttingen, Heidelberg: Sprin-
	ger Verlag (1951)
[42]	König, E.:
	Holzlexikon Band 1 und Band 2 (2. Auflage), Stuttgart: DRW-Verlag (1977)
[43]	Könke,D. :
	Mechanik 1 und 2, Skript zur Vorlesung Mechanik 1 und 2, an der Universität der Bundeswehr
	München, Neubiberg: Universitätsdruck (1991)

[44] **Krabbe**, E:

Messungen von Gleit- und Dehnungszahlen an Holzstäben mit rechteckigen Querschnitt, Dissertation, TH Hannover, Hannover: Universitätsdruck (1960)

[45] Kreuzinger, H.:

Träger und Stützen aus nachgiebig verbundenen Querschnittsteilen, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 1, Seite B11/1-B11/9, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[46] Kreuzinger, H.:

Flächentragwerke – Platte, Scheibe und Schale – Berechnungsmethode und Beispiele, in *Brücken aus Holz, Konstruieren, Berechnen, Ausführen*; Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1999)

[47] Kreuzinger, H.:

Platten, Scheiben und Schalen, Ein Berechnungsmodell für gängige Statikprogramme, *in Bauen mit Holz*, Karlsruhe: Bruder-Verlag (1999)

[48] Kreuzinger, H.:

Verbundkonstruktionen aus nachgiebig miteinander verbundenen Querschnittsteilen, in *Ingenieurholzbau Karlsruher Tage 2000*, Tagungsband, Karlsruhe: Bruderverlag (2000)

[49] Kreuzinger, H.; Scholz, A.:

Nachweis in den Grenzzuständen der Tragfähigkeit bei Platten und Scheiben aus Holz und Holzwerkstoffen unter Spannungskombination, Stuttgart: IRB Verlag (1999)

[50] **Krug**, **S**.; **Stein**, **P**.:

Einflussfelder orthogonal anisotroper Platten, Berlin: Springer Verlag (1961)

[51] Kruse, K. u.a.:

Arbeitsbericht Eigenschaften und Einsatzpotentiale neuer Holzwerkstoffe im Bauwesen, Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, Hamburg: <u>http://www.bfafh.de/bibl</u> /pdf/vi_01_2.pdf [13.01.2002]

[52] **Lee**, J:

MSC/NASTRAN Linear Static User's Guide, Version 69+, Los Angeles: The MacNeal Schwendler Corporation (1997)

[53] Lee, S:

MSC/NASTRAN Handbook for nonlinear analysis, Version 67, Los Angeles: The MacNeal Schwendler Corporation (1992)

[54] Lieck, S.:

Durchführung und Auswertung vergleichender ergänzender Berechnungen für Brettlagenholz, für den Sonderfall von starr verbundenen Brettlagen, mit im Rahmen einer Dissertation erarbeiteten Berechnungsmodellen, unveröffentlicht, Universität der Bundeswehr München, (2004)

[55] Lischke, N.:

Zur Anisotropie von Verbundwerkstoffen am Beispiel von Brettlagenholz, Fortschritt-Bericht VDI Reihe 5, Nr.: 98, Düsseldorf: VDI-Verlag (1985)

[56] Merk-Dickholz:

Zulassung Z-9.1-354 (Dezember 1998): Merkdickholz, Firma Merk Holzbau GmbH & Co., Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik (1998)

[57] Merk-Dickholz:

Zulassung Z-9.1-501 (September 2000): Merkdickholz, Firma Merk Holzbau GmbH & Co., Berlin: Deutsches Institut für Bautechnik (2000)

[58] Möhler, K.:

Über das Tragverhalten von Biegeträgern und Druckstäben mit zusammengesetztem Quer schnitt und nachgiebigen Verbindungsmitteln, Habilitation TH Karlsruhe, Karlsruhe: Universitätsdruck (1956)

[59] **Moser, K.**:

Faserkunststoffverbund, Entwurfs- und Berechnungsgrundlagen, Düsseldorf: VDI-Verlag (1992)

[60] **Moser, K.**:

Produktbeschreibung: Merk Dickholz, LenoTec-Bausystem, LenoPlan-Standardplatten, Technischer Stand 2001, Firma Merk Holzbau GmbH & Co., Aichach: Eigenverlag (2001)

[61] Moser, K.:

Produktbeschreibung: LenoTec-Massivbau, Firma Merk Holzbau GmbH & Co., Aichach: http://www.merk.de/Deutsch/dickholz/lenoteceigenschaften.htm [15.01.2003]

[62] Neuhaus, H.:

Elastizitätszahlen von Fichtenholz in Abhängigkeit von der Holzfeuchtigkeit, Dissertation Universität Bochum: Universitätsdruck (1981)

[63] Neuhaus, H.:

Lehrbuch des Ingenieurholzbaus, Stuttgart: Teubner Verlag (1994)

[64] Niemz, P.:

Entwicklungstendenzen bei Holzwerkstoffen, in *Holz-Zentralblatt*, Ausgabe Nr. 127, Seite 1726, Karlsruhe: Bruder Verlag (1999)

[65] Niemz, P.:

Physik des Holzes und der Holzwerkstoffe, Leinfelden-Echterdingen: DRW-Verlag (1993)

[66] Ollmann, H.:

Arbeitsbericht Holzbilanzen 1998-1999 für die Bundesrepublik Deutschland, Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, Hamburg: <u>http://www.bfafh.de/bibl/pdf/ i-</u> <u>ii_00_3.pdf</u> [13.01.2002]

[67] Pieper, K.; Martens, P.:

Näherungsberechnung vierseitig gestützter durchlaufender Platten im Hochbau, in *Beton- und Stahlbetonbau*, Berlin: Ernst und Sohn Verlag (1966/1967)

[68] **Racher, P.:**

Mechanische Holzverbindungen – Allgemeines, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 1, Seite C1/1-C1/11, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[69] Radovic, B.:

Leime und Leimverbindungen, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 3, Seite 6/1-6/21, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[70] Raknes, E.:

Leime, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 1, Seite A12/1-A12/09, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[71] Ranta-Maunus, A.:

Furnierschichtholz und Furnierstreifenholz, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 1, Seite A9/1-A9/8, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[72] Reinhardt, H.-W.:

Liste der geprüften Klebstoffe, Forschungs- und Materialprüfanstalt für das Bauwesen (FMPA), Otto-Graf-Institut, Stuttgart: <u>www.fmpa.de/deutsch/Startseite_deutsch_frame.html</u> [27.01.2003]

[73] Schickhofer, G.:

Habilitationsschrift: Von der Grundlagenforschung über die angewandte Forschung zum Einsatz innovativer Holzbauprodukte, Technische Universität Graz, Graz: Universitätsdruck (1998)

[74] Scholz, A.:

Ein Beitrag zur Berechnung von Flächentragwerken aus Holz, Dissertation TU München: (2004)

[75] Schwab, J.:

Das Große Buch vom Holz, München: Schuler Verlag (1977)

[76] Stamer, J.:

Elastizitätsuntersuchungen an Hölzern, Ing. Archiv 6, Seite 1 – 8, (1935)

[77] Steck, G.:

Euro Holzbau, Teil 1: Grundlagen, Düsseldorf: Werner Verlag (1997)

[78] **Steck, G**.:

Holzwerkstoffe - Sperrholz, in *Holzbauwerke nach Eurocode 5*, Step 1, Seite A10/1-A10/10, Düsseldorf: Arbeitsgemeinschaft Holz e.V., Informationsdienst Holz (1995)

[79] Stiglat, K.; Wippel, H.:

Platten, 3. Auflage, Berlin: Ernst und Sohn Verlag (1983)

[80] Strasburger, E.:

Strasburgers Lehrbuch der Botanik, Jena, Fischer Verlag 1894, Stuttgart (34. Auflage) (1998)

[81] **Thoroe, C.**:

Gliederung und Aufgaben der Bundesforschungsanstalt für Forst- und Holzwirtschaft, Hamburg: Eigenverlag (1994)

[82] **Troge**, **A**.:

Gesund Wohnen, Ratgeber Blauer Engel, Stand: April 2002, Umweltbundesamt Berlin: Eigenverlag (2002)

[83] **Troge**, **A**.:

Umweltfreundliches Bauen, Ratgeber Blauer Engel, Stand: Februar 2002, Umweltbundesamt Berlin: Eigenverlag (2002)

[84] **Tsai, S.W.; Hahn, H.T.**:

Introduction to Composite Materials, Westport (USA), Technomic Publishing (1980)

[85] Tsehaye, A.; Walker, J.C.F.; Buchanan, A.H.:

Characteristic Design Stresses in Tension for Radiato Pine grown in Canterbury, CIB-W18, Meeting 30, Vancouver (Canada): Technical Papers from CIB-W18 (1997)

[86] **Voigt**, **W**.:

Lehrbuch der Kristallphysik (3. Auflage), Stuttgart: Teubner Verlag (1966)

[87] Wachsmann, K.:

Wendepunkte im Bauen, Originalausgabe 1959, Stuttgart: DVA (1989)

[88] Werner, H.:

Tragfähigkeit von Holz-Verbindungen mit stiftförmigen Verbindungsmitteln unter Berücksichtigung streuender Einflußgrößen, Dissertation TH Karlsruhe, Karlsruhe: Universitätsdruck (1993)

[89] Wommelsdorf, O:

Dehnungs- und Querdehnungszahlen von Hölzern, Dissertation TH Hannover, Hannover: Universitätsdruck (1966)

[90] **wood handbook** – wood as an engineering material, united states department of agriculture (USDA) 1999: www.fpl.fs.fed.us/documnts/FPLGTR/ fplgtr113/fplgtr113.htm [13.01.2002]

[N1]	Normung:	
	DIN 1080-1	Begriffe, Formelzeichen, Einheiten im Bauingenieurwesen,
		Grundlagen, Ausgabe: 1976-06
	DIN 1080-2	Begriffe, Formelzeichen, Einheiten im Bauingenieurwesen,
		Statik, Ausgabe: 1980-03
[N2]	Normung:	
	DIN 1055-1	Einwirkungen auf Tragwerke: Wichten und Flächenlasten
		von Baustoffen, Bauteilen und Lagerstoffen, Ausgabe: 2002-06
	DIN 1055-3	Lastannahmen für Bauten: Verkehrslasten, Ausgabe: 1976-06
	DIN 1055-4	Lastannahmen für Bauten: Verkehrslasten, Windlasten bei nicht
		schwingungsanfälligen Bauwerken, Ausgabe: 1986-08
	DIN 1055-4/A1	Lastannahmen für Bauten: Verkehrslasten, Windlasten bei nicht
		schwingungsanfälligen Bauwerken- Änderung A1, Ausgabe: 1987-06
	DIN 1055-5	Lastannahmen für Bauten: Verkehrslasten, Schneelast und
		Eislast, Ausgabe: 1975-06
	DIN 1055-5/A1	Lastannahmen für Bauten: Verkehrslasten, Schneelast und
		Eislast – Änderung A1, Ausgabe: 1994-04
	DIN 1055-100	Einwirkungen auf Tragwerke: Grundlagen der Tragwerksplanung:
		Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Ausgabe: 2001-03
[N3]	Normung:	
	DIN 68252	Begriffe für Schnittholz; Form und Maße, Ausgabe: 1978-01
[N4]	Normung:	
	DIN 1052-1	Holzbauwerke – Berechnung und Ausführung, Ausgabe: 1988-04
	DIN 1052-1/A1	Holzbauwerke – Berechnung und Ausführung, Änderung 1, Ausgabe:
		1996-10
	DIN 1052-2	Holzbauwerke - Mechanische Verbindungen, Ausgabe: 1988-04
	DIN 1052-2/A1	Holzbauwerke – Mechanische Verbindungen, Änderung 1, Ausgabe:
		1996-10
	DIN 1052-3	Holzbauwerke – Holzhäuser in Tafelbauart, Berechnung und
		Ausführung, Ausgabe: 1988-04
	DIN 1052-3/A1	Holzbauwerke – Holzhäuser in Tafelbauweise, Berechnung und
		Ausführung, Änderung 1, Ausgabe: 1996-10
[N5]	Normung:	
	DIN 1052	Entwurf, Berechnung und Bemessung von Holzbauwerken, Ausgabe:
		2004-08
[N6]	Normung:	
	DIN V ENV 1995 - 1	Eurocode 5: Bemessung und Konstruktion von Holzbauten
	DIN V ENV 1995-1-1	Allgemeine Bemessungsregeln, Bemessungsregeln für den
		Hochbau, Ausgabe: 1994-06
	Nationales Anwendung	gsdokument zur DIN V ENV 1995-1-1, Ausgabe: 1995-05

	DIN V ENV 1995-1-2	Allgemeine Regeln; Tragwerksbemessung im Brandfall, Ausgabe: 1997-05
	DIN Fachbericht 95	Nationales Anwendungsdokument zur DIN V ENV 1995-1-2, Ausga- be: 2000
	DIN V ENV 1995-2	Brücken, Ausgabe: 1999-08
[N7]	Normung:	
	E DIN 4074-1	Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit;
		Nadelschnittholz, Ausgabe: 2001-05
	DIN 4074-2	Bauholz für Holzbauteile; Gütebedingungen für Baurundholz
		(Nadelholz) , Ausgabe: 1958-12
	E DIN 4074-3	Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit; Sortiermaschinen,
		Anforderungen und Prüfung, Ausgabe: 2001-05
	E DIN 4074-4	Sortierung von Nadelholz nach der Tragfähigkeit; Nachweis der
		Eignung zur maschinellen Schnittholzsortierung, Ausgabe: 2001-05
[N8]	Normung:	
	DIN 68256	Gütemerkmale für Schnittholz, Ausgabe: 1976-04
[N9]	Normung:	
	E DIN EN 338	Bauholz für tragende Zwecke; Festigkeitsklassen, Ausgabe: 2001-02
[N10]	Normung:	
	DIN EN 384	Bauholz für tragende Zwecke; Bestimmung charakteristischer
		Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtewerte, Ausgabe: 1996-07
	E DIN EN 384	Bauholz für tragende Zwecke; Bestimmung charakteristischer
		Festigkeits-, Steifigkeits- und Rohdichtewerte, Ausgabe: 2001-02
[N11]	Normung:	
	DIN EN 408	Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz; Bestimmung
		einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften, Ausgabe:
		1996-04
	E DIN EN 408	Bauholz für tragende Zwecke und Brettschichtholz; Bestimmung
		einiger physikalischer und mechanischer Eigenschaften, Ausgabe:
		2001-03
[N12]	Normung:	
	DIN 68364	Kennwerte von Holzarten, Ausgabe: 1979-11
[N13]	Normung:	
	DIN 52186	Prüfung von Holz: Biegeversuch, Ausgabe: 1978-06
[N14]	Normung:	
	DIN EN 386	Brettschichtholz – Leistungs- und Mindestanforderungen an die
		Herstellung, Ausgabe: 2002-04
[N15]	Normung:	
_	DIN EN 301	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Phenoplaste und Aminoplaste,
		Ausgabe: 1992-08

	E DIN EN 301	Klebstoffe für tragende Holzbauteile; Phenoplaste und Aminoplaste,
		Ausgabe: 2001-11
[N16]	Normung:	
	DIN EN 302-1	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung der
		Längszugscherfestigkeit, Ausgabe: 1992-08
	E DIN EN 302-1	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung der
		Längszugscherfestigkeit, Ausgabe: 2001-04
	DIN EN 302-2	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung der
		Delaminierungsbeständigkeit, Ausgabe: 1992-08
	E DIN EN 302-2	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung der
		Delaminierungsbeständigkeit, Ausgabe: 2001-06
	DIN EN 302-3	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung des
		Einflusses von Säureschädigung der Holzfasern durch Temperatur-
		und Feuchtezyklen auf die Querzugfestigkeit, Ausgabe: 1992-08
	E DIN EN 302-3	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung des
		Einflusses von Säureschädigung der Holzfasern durch Temperatur-
		und Feuchtezyklen auf die Querzugfestigkeit, Ausgabe: 2001-06
	DIN EN 302-4	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren Bestimmung
		Des Einflusses von Holzschwindung auf die Scherfestigkeit, Ausgabe:
		1992-08
	E DIN EN 302-4	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren Bestimmung
		Des Einflusses von Holzschwindung auf die Scherfestigkeit, Ausgabe:
		2001-06
	DIN V ENV 302-5	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren Bestimmung
		der durchschnittlichen Antrockenzeit, Ausgabe: 2002-03
	E DIN EN 302-6	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung
		der Mindestpresszeit, Ausgabe: 2001-09
	E DIN EN 302-7	Klebstoffe für tragende Holzbauteile, Prüfverfahren: Bestimmung
		der Gebrauchsdauer, Ausgabe: 2001-09
[N17]	Normung:	
	DIN 68141	Holzklebstoffe; Prüfung der Gebrauchseigenschaften von Klebstoffen
		für tragende Holzbauteile, Ausgabe: 1995-08
[N18]	Normung:	
	DIN EN 26891	Holzbauwerke: Verbindungen mit mechanischen Verbindungsmitteln;
		Allgemeine Grundsätze für die Ermittlung der Tragfähigkeit und das
		Verformungsverhalten, Ausgabe: 1991-07

Fotoverzeichnis

Abschnitt 1:

F1.101:	Querschnitte von Biegeträgern, links aus Holzwerkstoffen, rechts aus Holz, und deren
	Formstabilität nach Schwinden, aus [10]

F1.2.-01: Ansicht der Hängeschale in Dortmund [21]

Abschnitt 3:

F3.201:	Versuchsaufbau für Brettlagenholz mit starrem Verbund mit Seite A / Seite AB
F3.202:	Anordnung der Wegaufnehmer 1 bis 4 an der Seite A des Plattenstreifens
F3.203:	Versuchsaufbau für Brettlagenholz mit nachgiebigen Verbund mit Seite A / Seite AB
F3.401:	Plattenstreifen Nr. 1 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 60,2 [kN]
F3.402:	Plattenstreifen Nr. 2 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 48,7 [kN]
F3.403:	Plattenstreifen Nr. 3 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 50,6 [kN]
F3.404:	Plattenstreifen Nr. 4 von Seite AB, Auflager B bei maximaler Kraft F = 54,6 [kN]
F3.405:	Plattenstreifen Nr. 3, Seite AB, Auflager A mit plastischen Verformungen bei maxima-
	ler Kraft F = 50,6 [kN]
F3.406:	Plattenstreifen Nr. 2, Seite AB, Seite B mit überschreiten der Zugfestigkeit senkrecht
	zur Faser bei maximaler Kraft F = 48,7 [kN]
F3.501:	Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund mit Aufkippen der "Bret-
	ter" der Brettlage 2, von Seite AB fotografiert, Schubkraft T = 9 [kN]
F3.502:	Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund mit Versagen der "Bret-
	ter" der Brettlage 2, von Seite AB fotografiert
F3.503:	Nagel aus dem Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Abschnitt 4:

- F4.1.-01: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 1, Sommer 2002
- F4.1.-02: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 2, Sommer 2002
- F4.1.-03: Versuchskörper nach [56] Ausschnitt 3, Sommer 2002
- F4.1.-04: Ausschnitt eines Versuchskörpers nach [56] mit Schwindriss in einzelnem "Brett"

Anhang A2:

FA2.401:	Beispiel 1
FA2.402:	Beispiel 2

- FA2.4.-03: Beispiel 3
- FA2.4.-04: Beispiel 5, mittlere Brettlage
- FA2.4.-05: Beispiel 6, mittlere Brettlage
- FA2.4.-06: Beispiel 7, mittlere Brettlage

Diagrammverzeichnis

Abschnitt 1:

D1.1.-01: Einteilung von Werkstoffen aus Holz nach Niemz [64]

Abschnitt 2:

- D2.2.-01: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,20 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]
- D2.2.-02: Querkontraktionszahl $v_{zx} = -s_{*12^{*}} / s_{*22^{*}}$ in Abhängigkeit der Holzfeuchte für Fichte aus den Arbeiten von Carrington/Hörig [8,33], Stamer [76], Hearman [29], Wommelsdorf [89], Neuhaus [62]
- D2.2.-03: Transformation des Rollschubmoduln G_{yz} um den Winkel γ (α =0, β =0) mit Querkontraktionszahlen gemäß T2.2.-03 (blau) und mit Querkontraktionszahlen = Null (grün)
- D2.4.-01: nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Verbindungsmittel zwischen Brettlage und Rippe unter Verwendung der Johansen-Theorie
- D2.5.-01: Das Fließmoment M_{y,k} nach [N5,N6] für Nägel, Schrauben und Stabdübel sowie nach Gl.2.5.-04 für unterschiedliche Streckgrenzen f_{y,k}
- D2.5.-02: neues nichtlineares Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für orthogonales Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund

Abschnitt 3:

D3.1.-01: Prozentualer Anteil der Gleitung an der Durchbiegung w des Plattenstreifens für verschiedene h/l Verhältnisse und verschiedene Werkstoffe D3.1.-02: Verschiebung u in X' Richtung an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g D3.1.-03: Spannung σ an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g D3.1.-04: Spannung τ an der Stelle C für unterschiedliche Verhältniswerte g D3.3.-01: gemessene Holzfeuchte des Holzes für die experimentelle Untersuchung D3.4.-01: Durchbiegung in Feldmitte für Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4 D3.4.-02: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 1 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4 D3.4.-03: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 2 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4 Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 3 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-D3.4.-04: 4 D3.4.-05: Verschiebungen Plattenstreifen Nr. 4 in X' Richtung, gemessen mit Wegaufnehmer 1-4 D3.4.-06: Verschiebung Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4 in X' Richtung für F = 20 [kN] D3.5.-01: Schubkraft-Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nach-

giebigem Verbund

186

D3.502:	Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Schubkraft-
	Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem
	Verbund
D3.503:	Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Schubkraft-
	Verschiebungsdiagramm für Versuchskörper für Brettlagenholz mit nachgiebigem
	Verbund

Abschnitt 4:

D4.101:	Vergleich der Steifigkeits- und Festigkeitswerte verschiedener Werkstoffe
D4.102:	Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,20 bezogen auf einen Baumstamm mit ei-
	nem Durchmesser von 400 [mm]
D4.103:	Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 0,33 bezogen auf einen Baumstamm mit ei-

- nem Durchmesser von 400 [mm] D4.1.-04: Rollschubmoduln eines "Brett" mit h/b = 1,00 bezogen auf einen Baumstamm mit einem Durchmesser von 400 [mm]
- D4.2.-01: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h
- D4.2.-02: Schubverformung u in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b für verschiedene Bretthöhen h
- D4.2.-03: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h
- D4.2.-04: Faktor uprozent für Rollschubmoduln G_{R,mean} 50, 100, 200 und 300 [N/mm²]

Abschnitt 6:

D6.101:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung
	bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Bei-
	spiel (0,0,0), Belastung A
D6.102:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung
	bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte für Beispiel (0,0,0), Belastung A und Belas-
	tung B
D6.103:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodellen und analytischer Lösung
	bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte für Beispiel (0,0,0), Belastung A und
	Belastung B
D6.104:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV"
	zu Berechnungsmodell "3d" bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte für Beispiel
	(0,90,0), Belastung A und Belastung B
D6.105:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Kneidl" und "MSV"
	zu Berechnungsmodell "3d" bezüglich der maximalen Spannung in Feldmitte für Bei-
	spiel (0,90,0), Belastung A und Belastung B
D6.201:	horizontale Verschiebung der Stirnfläche A für Plattenstreifen Nr. 1 und Nr. 4
D6.202:	horizontale Verschiebung der Stirnfläche A für Plattenstreifen Nr. 2 und Nr. 3
D6.203:	Durchbiegung in Feldmitte für Plattenstreifen Nr.1 bis Nr.4 in Abhängigkeit der Kraft F
D6.204:	Spannung $\sigma_{X'}$ mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" in Feldmitte

D6.205:	Spannung $\sigma_{X'}$ mit den Berechnungsmodellen "3d", "MSV" und "Kneidl" im Bereich der
	Krafteinleitung
D6.301:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" zu "Lsg" bezüglich der
	Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Fall I, II, III
D6.302:	berechnete Durchbiegung in Feldmitte mit Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" in
	Abhängigkeit der Federsteifigkeit
D6.303:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" bezüglich der
	Durchbiegung in Feldmitte Abhängigkeit der Federsteifigkeit
D6.304:	Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" und "Lsg" bezüglich der
	maximalen Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte Abhängigkeit der Federsteifigkeit
D6.305:	Spannung $\sigma_{X'}$ über Höhe des Querschnittes in Abhängigkeit der Federsteifigkeit k
D6.401:	Schubkraft-Verschiebungsdiagramm gemessen und berechnet

Abschnitt 7:

- D7.1.-01: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" und "MSV" zur analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Brettlagen alle Richtung X´ orientiert und starrer breitseitiger Verbund
- D7.1.-02: Abweichung in Prozent zwischen Berechnungsmodell "Feder" zur analytischen Lösung bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für Brettlagen alle Richtung X[′] orientiert und ohne breitseitigen Verbund
- D7.1.-03: Abweichung in Prozent bezüglich der Durchbiegung in Feldmitte in Abhängigkeit der FE Kantenlänge für starren breitseitigen Verbund
- D7.2.-01: Durchbiegung von 3LR und 7L in Feldmitte für starren Verbund in Abhängigkeit der Federsteifigkeit
- D7.2.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L
- D7.2.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 3LR
- D7.3.-01: Durchbiegung in Feldmitte für nachgiebigen Verbund
- D7.3.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L
- D7.3.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte von Wohnungsdecke 3LR
- D7.4.-01: Durchbiegung in Feldmitte ohne Verbund
- D7.4.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ in Feldmitte für Wohnungsdecke 7L ohne breitseitigen Verbund

Anhang A1:

- DA1.3.-01: Biegespannungs-Dehnungsdiagramm für fehlerfreie Proben BV1 bis BV3 des Holzes mit einem Verhältnis h/l von 1/15
- DA1.4.-01: Biegespannungs-Dehnungsdiagramm für fehlerfreie Proben BV10 bis BV12 des Holzes mit einem Verhältnis h/l von 1/20

Anhang A4:

DA4.-01: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]

DA402:	Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 100 [N/mm²]
DA403:	Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 200 [N/mm²]
DA404:	Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 300 [N/mm²]
DA405:	Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]
DA406:	Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 100 [N/mm²]
DA407:	Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 200 [N/mm²]
DA408:	Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h
	für einen Rollschubmodul von 300 [N/mm²]

Skizzenverzeichnis

Abschnitt 1:

S1.2.-01: Grundriss und 2 Schnitte der Hängeschale in Dortmund nach [21]
 S1.2.-02: Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz, Fall A (0,90,0) und Fall B (90,0,0)

Abschnitt 2:

S2.101:	verschiedene Koordinatensysteme zur Beschreibung der physikalischen Werkstoff-
	kennwerte in Abhängigkeit der betrachteten Abmessungen des Holzes ("x","y","z"
	nach Hörig [33,34])
S2.102:	Rohdichte in einem Holzkörper aus Rotbuche, aus Kollmann [41]
S2.201:	FE Modell von Aicher/Dill-Langer [1] zur Untersuchung des Einflusses der Jahrring-
	neigung auf den Rollschubmodul, nach [N1]
S2.202:	Neues FE Modell zur Untersuchung des Einflusses der Jahrringneigung auf den Roll-
	schubmodul
S2.501:	Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz (0,90,0) mit nachgiebi-
	gem Verbund
S2.502:	Ausschnitt des Plattenstreifens aus S2.501 im Zustand I und Zustand II
S2.503:	Trag- und Verformungsverhalten für orthogonales Brettlagenholz mit nachgiebigem
	Verbund

Abschnitt 3:

S3.101:	Plattenstreifen aus drei verleimten Brettschichten
S3.102:	Beanspruchung des stiftförmigen Verbindungsmittels und durch das stiftförmige Ver-
	bindungsmittel zwischen den Brettlagen und in der Brettlage verursachte Spannung/
	Kräfte
S3.201:	Definitionen der Versuchsreihe für Brettlagenholz mit starrem Verbund
S3.202:	Schematische Darstellung des Versuchsaufbaues für Brettlagenholz mit starrem Ver-
	bund (Seite AB)
~ ~ ~ ~ ~	

- S3.2.-03: Anordnung der Wegaufnehmer 1 bis 4 an der Seite A, betrachtet von der Seite AB
- S3.2.-04: Definitionen des Versuchskörpers für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund
- S3.2.-05: Schematische Darstellung des Versuchsaufbaues für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund (Seite AB)
- S3.3.-01: Geometrische Abmessungen und Jahrringneigung der Plattenstreifen Nr. 1 bis Nr. 4
- S3.3.-02: Geometrische Abmessungen und Jahrringneigung des Versuchskörpers für Brettlagenholz mit nachgiebigen Verbund

Abschnitt 4:

S4.1.-01: Spannung σ_y im einzelnen "Brett" im lokalen Koordinatensystem gemäß F4.1.-04

- S4.1.-02: Spannung σ_z im einzelnen "Brett" im lokalen Koordinatensystem gemäß F4.1.-04
- S4.2.-01: "Bretter" einer Brettlage sind schmalseitig knirsch angeordnet
- S4.2.-02: "Bretter" einer Brettlage sind schmalseitig mit kleinem Abstand angeordnet, Werkstoffkennwerte der Brettlage sind abzumindern
- S4.2.-03: Plattenstreifen aus dreilagigem orthogonalem Brettlagenholz im verformten Zustand
- S4.2.-04: Plattenstreifen aus dreilagigem Brettlagenholz (0,90,0) mit dem "Brett i"
- S4.2.-05: FE Modell für das "Brett i" des Plattenstreifens gemäß S4.2.-04

Abschnitt 5:

S5.101:	Alle Schnittgrößen für die Brettlage von Brettlagenholz
S5.102:	Alle Spannungen für die Brettlage von Brettlagenholz mit starrem Verbund
S5.103:	Aufteilung der globalen Schnittkraft ny my des Brettlagenholzes (0,90,0) in die lokalen
	Schnittkräfte n _x m _x der Brettlage 2
S5.104:	Alle Schnittgrößen für Brettlagenholz
S5.105:	Dehnung $\epsilon_{x'}$ und Spannung $\sigma_{x'}$ für Brettlagenholz mit starrem Verbund unter plattenar-
	tiger Belastung
S5.106:	Dehnung $\epsilon_{x'}$ und Spannung $\sigma_{x'}$ für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter
	plattenartiger Belastung
S5.107:	Alle Schnittgrößen für die Rippe von rippenverstärktem Brettlagenholz
S5.301:	Berechnungsmodell für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund unter Verwendung
	von Schalen- und Federelementen
S5.401:	Querschnitt eines Schichtbalkens bestehend aus Einzelbalken gemäß Kneidl [39]
S5.402:	Annahmen zur Bestimmung der Wegfedersteifigkeit ers cill, nach Kneidl [39]
S5.501:	Bezeichnung der Scheiben- und Plattenschnittgrößen sowie der Spannungen des
	Flächentragwerkes, aus [N5]
S5.502:	Berechnungsmodell [N5], bestehend aus den Flächen A, B und C, aus [N5]
S5.503:	Definitionen für die Ersatzschubsteifigkeit Dxy für den nachgiebigen Verbund, aus [N5]

Abschnitt 6:

S6.1.-01: Beispiel (0,0,0) zur Überprüfung der Berechnungsmodelle "Kneidl", "MSV" und "3d" S6.1.-02: Darstellung des "Durchdrückens" einer Einzellast im Berechnungsmodell "MSV" am Beispiel der Durchbiegung einer Platte aus Brettlagenholz (0,90,0) aus [54] S6.1.-03: Darstellung der durch das Berechnungsmodell Feder berücksichtigen Schubdeformationen des Querschnittes des Beispiels (0,90,0) S6.2.-01: Spannung $\sigma_{X'}$ mit Berechnungsmodell "3d" S6.2.-02: Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "MSV" von der Oberseite der Brettlage 1 Gyz 31 [N/mm²] S6.2.-03: Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "MSV" von der Unterseite der Brettlage 3 Gyz 31 [N/mm²] S6.2.-04: Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" von der Oberseite der Brettlagen Gyz 31 [N/mm²]

S6.205:	Spannung $\sigma_{X'}$ mit dem Berechnungsmodell "Kneidl" von der Unterseite der Brettlagen
	G _{yz} 31 [N/mm²]
~ ~ ~ ~ /	

- S6.3.-01: Beispiel zur Überprüfung des Berechnungsmodells "Feder" für Brettlagenholz mit nachgiebigem Verbund
- S6.4.-01: Verschiebung in Richtung X' mit Berechnungsmodell "Feder"

Abschnitt 7:

S7.101:	Beispiel Wohnungsdecke 7L, Angaben in [mm]
S7.102:	Beispiel Wohnungsdecke 3LR, Angaben in [mm]
S7.201:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L für Variante 1
S7.202:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L für Variante 3
S7.203:	σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR für Variante 1
S7.204:	σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR für Variante 3
S7.301:	Wohnungsdecke 7L, Federkräfte in Richtung X´ und Y´ zwischen Brettlage 3 und
	Brettlage 4, Nägel
S7.302:	Wohnungsdecke 7L, Federkräfte in Richtung X´ und Y´ zwischen Brettlage 3 und
	Brettlage 4, Schrauben
S7.303:	Wohnungsdecke 7L, Federkräfte in Richtung X´ und Y´ zwischen Brettlage 3 und
	Brettlage 4, Stabdübel
S7.304:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L mit Nägel
S7.305:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L mit Schrauben
S7.306:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L mit Stabdübel
S7.307:	σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR mit Nägel
S7.308:	σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR mit Schrauben
S7.309:	σ_x der Rippen der Wohnungsdecke 3LR mit Stabdübel
S7.401:	σ_x der Brettlage 1 der Wohnungsdecke 7L ohne breitseitigen Verbund

S7.4.-02: σ_x der Rippe der Wohnungsdecke 3LR ohne breitseitigen Verbund

Anhang A2:

-	
SA2.101:	Definition Koordinatensysteme zur Festlegung der Jahrringneigung mit zylindrischen
	Koordinatensystemen
SA2.102:	Definition eines zylindrischen Koordinatensystems in MSC/Nastran 2001 nach
	[38,52,53]
SA2.103:	Piktogramme für die vereinfachte Darstellung der Jahrringneigung in den folgenden
	berechneten Abbildungen der Spannungen
SA2.201:	Untersuchte Brettschichtholzquerschnitte, Variante 1 und Variante 2
SA2.202:	Spannung $\sigma_{Y'}$, Variante 1
SA2.203:	Spannung σ _Y , Variante 2
SA2.204:	Spannung $\sigma_{Z'}$, Variante 1
SA2.205:	Spannung $\sigma_{Z'}$, Variante 2
SA2.301:	Untersuchten Brettlagenhölzer, Variante 3 und Variante 4

SA2.302:	Spannung σ _Y ,Variante 3
SA2.303:	Spannung $\sigma_{Y'}$, Variante 4
SA2.304:	Spannung $\sigma_{Z'}$, Variante 3
SA2.305:	Spannung $\sigma_{Z'}$, Variante 4
SA2.401:	Spannung σ_y , Beispiel 1, ohne Entlastungsnuten
SA2.402:	Spannung σ_y , Beispiel 1, mit Entlastungsnuten
SA2.403:	Spannung σ_z , Beispiel 1, ohne Entlastungsnuten
SA2.404:	Spannung σ_z , Beispiel 1, mit Entlastungsnuten
SA2.405:	Spannung σ_y , Beispiel 2, ohne Entlastungsnuten
SA2.406:	Spannung σ_y , Beispiel 2, mit Entlastungsnuten
SA2.407:	Spannung σ_z , Beispiel 2, ohne Entlastungsnuten
SA2.408:	Spannung σ_z , Beispiel 2, mit Entlastungsnuten
SA2.409:	Spannung σ_y , Beispiel 3, ohne Entlastungsnuten
SA2.410:	Spannung σ_y , Beispiel 3, mit Entlastungsnuten
SA2.411:	Spannung σ_z , Beispiel 3, ohne Entlastungsnuten
SA2.412:	Spannung σ_z , Beispiel 3, mit Entlastungsnuten
SA2.413:	Spannung σ_y , Beispiel 4, ohne Entlastungsnuten
SA2.414:	Spannung σ_y , Beispiel 4, mit Entlastungsnuten
SA2.415:	Spannung σ_z , Beispiel 4, ohne Entlastungsnuten
SA2.416:	Spannung σ_z , Beispiel 4, mit Entlastungsnuten
SA2.417:	Spannung $\sigma_{\text{y}},$ Beispiel 5, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.418:	Spannung σ_y , Beispiel 5, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten
SA2.419:	Spannung $\sigma_{z},$ Beispiel 5, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.420:	Spannung σ_z , Beispiel 5, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten
SA2.421:	Spannung $\sigma_{y},$ Beispiel 6, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.422:	Spannung σ_y , Beispiel 6, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten
SA2.423:	Spannung $\sigma_z,$ Beispiel 6, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.424:	Spannung σ_z , Beispiel 6, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten
SA2.425:	Spannung $\sigma_{\text{y}},$ Beispiel 7, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.426:	Spannung σ_y , Beispiel 7, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten
SA2.427:	Spannung $\sigma_z,$ Beispiel 7, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten
SA2.428:	Spannung σ_z , Beispiel 7, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten

Anhang A3:

S2.2.-02: Neues FE Modell zur Untersuchung des Einflusses der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul, Abschnitt 2.2.

Tabellenverzeichnis

Abschnitt 2:

T2.201:	$G_{\text{R},\text{mean}}$ in Abhängigkeit der Festigkeitsklasse nach der DIN 1052, Ausgabe: 2004-08
	[N5]
T2.202:	Elastizitätsmoduln und Schubmoduln nach Carrington/Hörig [8,33] in [N/mm ²]
T2.203:	Querkontraktionszahlen nach Carrington/Hörig [8,33]
T2.401:	Duktilitätsfaktor δ nach Hartmann [28] in Beziehung zur Johansen-Theorie
Abschnitt 3:	

- T3.3.-01:
 Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.1 nach

 [N7]
 T3.3.-02:

 Werkstoffkennwerte für Fichte nach Niemz [65]
- T3.5.-01: Zusammenstellung der gemessenen und der berechneten Schubkraft-Verschiebungsdiagrammen

Abschnitt 4:

T4.101:	Brettschwächung in [mm] und [%] für verschiedene Bretthöhen gemäß [56,57]
T4.102:	Brettschwächung in [mm] und [%] für verschiedene Bretthöhen gemäß [N4, N14]
T4.103:	Werkstoffkennwerte für das "Brett" von Brettlagenholz
T4.201:	Werkstoffkennwerte für die Brettlage von Brettlagenholz
T4.202:	Übersicht über die untersuchten Verhältnisse von h/b des "Brett i"
T (A A A	

T4.2.-03: Faktor uprozent für einige Verhältnisse h/b in Abhängigkeit des Rollschubmoduls

Abschnitt 5:

T5.3.-01: Freiheitsgrade je Knoten für CQUAD4 und CBUSH

Abschnitt 6:

T6.101:	Werkstoffkennwerte des Holzes für die Überprüfung der Berechnungsmodelle
	"Kneidl", "MSV" und "3d" für das Beispiel (0,0,0)
T6.201:	Werkstoffkennwerte des Holzes für die 4 Versuchskörper der experimentellen Unter-
	suchungen für Brettlagenholz mit starrem Verbund
T6.202:	Werkstoffkennwerte des Holzes für die experimentelle Untersuchung für Brettlagen-
	holz mit starrem Verbund und mit kartesischem Koordinatensystem

Abschnitt 7:

- T7.1.-01: Werkstoffkennwerte des Holzes für die Wohnungsdecke 7L und 3LR
- T7.2.-01:Änderung der Durchbiegung in Feldmitte in Prozent von Variante 1 zu Variante 3 bzw.
von Variante 2 zu Variante 3

T7.301:	Rechenergebnisse für die Verbindung der Brettlagen untereinander mit Nägel,
	Schrauben und Stabdübel
T7.302:	Rechenergebnisse für die Verbindung der Brettlagen mit den Rippen mit Nägel,
	Schrauben und Stabdübel
Anhang A1:	
TA1.101:	Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.1 nach [N7]
TA1 1 02	Eastatallung dar Halzaüta für Prattlaga 1 und Prattlaga 2 für Diattanatraifan Nr 2 nach
TAT.102.	[N7]
TA1.103:	Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.3 nach
	[N7]
TA1.104:	Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.4 nach
	[N7]
TA1.201:	Abmessungen und Rohdichte der fehlerfreien Proben BV1bis BV3, BV10 bis BV12
TA1.301:	Elastizitätsmodul E∟ für BV1 bis BV3
TA1.401:	Elastizitätsmodul E∟ für BV10 bis BV12
TA1.501:	Zusammenstellung der ermittelten Werkstoffkennwerte und der Werkstoffkennwerte
	nach Niemz [65]

Anhang A2:

TA2.101:	differentielle Quellung q nach Neuhaus [63] und Niemz [65]
TA2.201:	Lage des Punktes B für die untersuchten Brettschichtholzquerschnitte, Variante 1 und
	Variante 2
TA2.301:	Lage des Punktes B für die untersuchten Brettlagenhölzer, Variante 3 und Variante 4
TA2.401:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 1
TA2.402:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 2
TA2.403:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 3
TA2.404:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 4
TA2.405:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 5, mittlere Brettlage
TA2.406:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 6, mittlere Brettlage
TA2.407:	Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 7, mittlere Brettlage

Anhang A3:

TA3.-01: Materialkennwerte des zylindrischen Koordinatensystems

A1 Werkstoffkennwerte des Holzes bei den experimentellen Untersuchungen

A1.1. Optische Sortierung nach DIN 4074 [N7]

Sortiermerkmale	Brettlage 1		Brettlage 3	
	Ergebnis	Sortierkl.	Ergebnis	Sortierkl.
1.1. Äste - Einzellast	15/62	S 10	19/248	S 13
1.2. Äste - Astansammlung	17/62	S 13	29/248	S 13
1.3. Äste - Kantenflächenast	55/124	S 10	15/124	S 13
2. Faserneigung	parallel	S 13	parallel	S 13
3. Markröhre	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite A	7 cm/34 Ringe	S 13	7,8 cm/34 Ringe	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite B	8,3 cm/37 Ringe	S 13	8,4 cm/39 Ringe	S 13
5. Risse	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
6. Baumkante	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
7. Krümmung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
8. Verfärbung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13

TA1.1.-01: Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.1 nach [N7]

Sortiermerkmale	Brettlage 1		Brettlage 3	
	Ergebnis	Sortierkl.	Ergebnis	Sortierkl.
1.1. Äste - Einzellast	1/14	S 13	6/127	S 13
1.2. Äste - Astansammlung	25/252	S 13	13/127	S 13
1.3. Äste - Kantenflächenast	43/126	S 13	n. vorhanden	S 13
2. Faserneigung	parallel	S 13	parallel	S 13
3. Markröhre	vorhanden	S 10	vorhanden	S 10
4.1. Jahrringbreite Seite A	7,2 cm/57 Ringe	S 13	7,7 cm/49 Ringe	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite B	7,1 cm/57 Ringe	S 13	8,7 cm/49 Ringe	S 13
5. Risse	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
6. Baumkante	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
7. Krümmung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
8. Verfärbung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13

TA1.1.-02: Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.2 nach [N7]

Sortiermerkmale	Brettlage 1		Brettlage 3	
	Ergebnis	Sortierkl.	Ergebnis	Sortierkl.
1.1. Äste - Einzellast	5/63	S 13	18/125	S 13
1.2. Äste - Astansammlung	17/252	S 13	51/250	S 13
1.3. Äste - Kantenflächenast	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
2. Faserneigung	parallel	S 13	0,5 cm/14 cm	S 13
3. Markröhre	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite A	8,3 cm/33 Ringe	S 13	8,5 cm/65 Ringe	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite B	8,3 cm/30 Ringe	S 13	7,4 cm/51 Ringe	S 13
5. Risse	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
6. Baumkante	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
7. Krümmung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
8. Verfärbung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13

TA1.1.-03: Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.3 nach [N7]

Sortiermerkmale	Lage 1		Lage 3	
	Ergebnis	Sortierkl.	Ergebnis	Sortierkl.
1.1. Äste - Einzellast	13/250	S 13	17/252	S 13
1.2. Äste - Astansammlung	24/125	S 13	2/7	S 13
1.3. Äste - Kantenflächenast	47/125	S 10	n. vorhanden	S 13
2. Faserneigung	0,9 cm/14 cm	S 13	parallel	S 13
3. Markröhre	n. vorhanden	S 13	vorhanden	S 10
4.1. Jahrringbreite Seite A	7,4 cm/31 Ringe	S 13	6,9 cm/29 Ringe	S 13
4.1. Jahrringbreite Seite B	8,6 cm/28 Ringe	S 13	7,5 cm/28 Ringe	S 13
5. Risse	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
6. Baumkante	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
7. Krümmung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13
8. Verfärbung	n. vorhanden	S 13	n. vorhanden	S 13

TA1.1.-04: Feststellung der Holzgüte für Brettlage 1 und Brettlage 3 für Plattenstreifen Nr.4 nach [N7]

A1.2. Abmessungen und Rohdichte der fehlerfreien Proben BV1 bis BV3, BV10 bis BV12 zur Bestimmung des Elastizitätsmodul E_L

Zur Bestimmung des Elastizitätsmoduls E_L des Holzes bei den experimentellen Untersuchungen werden sechs fehlerfreie Proben BV1 bis BV3, BV10 bis BV12 hergestellt. In TA1.2.-01 sind die Abmessungen und Rohdichte der fehlerfreien Proben dargestellt.

	Breite [mm]	Höhe [mm]	Länge [mm]	Volumen [cm ³]	Masse [g]	Rohdichte [g/cm ³]
BV1	20,15	20,19	360	146,46	60,4	0,412
BV2	20,15	20,15	361	146,57	62,4	0,425
BV3	20,11	20,18	360	146,09	60,1	0,411
BV10	20,42	20,55	460	193,03	78,2	0,405
BV11	20,38	20,19	460	189,28	79,8	0,421
BV12	20,19	20,45	461	190,34	80,3	0,422

TA1.2.-01: Abmessungen und Rohdichte der fehlerfreien Proben BV1bis BV3, BV10 bis BV12

Die durchschnittliche Rohdichte der fehlerfreien Proben BV1 bis BV3, BV10 bis BV12 beträgt 0,416 [g/cm³].



A1.3. Elastizitätsmodul E_L der fehlerfreien Proben BV1 bis BV3 nach DIN 52186 [N13]

DA1.3.-01: Biegespannungs-Dehnungsdiagramm für fehlerfreie Proben BV1 bis BV3 des Holzes mit einem Verhältnis h/l von 1/15

	BV1	BV2	BV3
Elastizitätsmodul EL	10587 [N/mm²]	10968 [N/mm²]	10494 [N/mm²]

TA1.3.-01: Elastizitätsmodul EL für BV1 bis BV3

Der Elastizitätsmodul E_{L} wird mit den fehlerfreien Proben BV1 bis BV3 nach DIN 52186 [N13] bestimmt. Aus diesen drei fehlerfreien Proben ergibt sich ein durchschnittlicher Elastizitätsmodul E_{L} von 10683 [N/mm²]. Hierbei ist zu beachten, dass die Holzfeuchte 7,6 % der drei fehlerfreien Proben BV1 bis BV3 betrug, wodurch der ermittelte Elastizitätsmodul E_{L} nicht unmittelbar mit Elastizitätsmodul E_{L} in der Literatur verglichen werden kann. Zudem wird nach DIN 52186 [N13] der Elastizitätsmodul E_{L} mit einem Verhältnis h/l der fehlerfreien Proben von 1/15 ermittelt, was unter Beachtung der Erkenntnisse aus Abschnitt 3 bezüglich eines Anteiles der Gleitung von ca. 8 % an der Durchbiegung kritisch zu bewerten ist. Auf Grund der Gleitung an der Durchbiegung bei einem Verhältnis h/l von 1/15, ist der nach DIN 52186 [N13] ermittelte Elastizitätsmodul E_{L} nicht der "reine" Elastizitätsmodul E_{L} , sondern ein Elastizitätsmodul unter Berücksichtigung des Einflusses des Schubmoduls.



A1.4. Elastizitätsmodul E_L der fehlerfreien Proben BV10 bis BV12 nach DIN EN 408 [N11]

DA1.4.-01: Biegespannungs-Dehnungsdiagramm für fehlerfreie Proben BV10 bis BV12 des Holzes mit einem Verhältnis h/l von 1/20

	BV10	BV11	BV12
Elastizitätsmodul E∟	13483 [N/mm²]	13529 [N/mm²]	13479 [N/mm²]

TA1.4.-01: Elastizitätsmodul E_L für BV10 bis BV12

Der Elastizitätsmodul E_L wird mit den fehlerfreien Proben Bv10 bis BV12 nach DIN EN 408 [N11] bestimmt. Dabei ist zu beachten, dass abweichend von DIN EN 408 [N11] das Verhältnis h/l der fehlerfreien Proben BV10 bis BV12 nicht 1/18 sondern 1/20 betrug. Aus diesen drei fehlerfreien Proben ergibt sich ein durchschnittlicher Elastizitätsmodul E_L von 13497 [N/mm²]. Hierbei ist zu beachten, dass die Holzfeuchte 7,6 % der drei fehlerfreien Proben BV10 bis BV12 betrug. Dadurch ist der Elastizitätsmodul E_L nicht unmittelbar mit Angaben in der Literatur zu vergleichen.

	Holzfeuchte	Rohdichte	E∟	Eτ	E _R	G_{LR}	G _{RT}	GLT
	%	[g/cm³]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]	[N/mm²]
BV1 bis	7,6	0,416	10683					
BV3								
BV10 bis	7,6	0,416	13497					
BV12								
Niemz	12	0,470	10000	450	800	600	40	650
[65]								

A1.5. Vergleich und Ergänzung der Werkstoffkennwerte nach Niemz [65]

TA1.5.-01: Zusammenstellung der ermittelten Werkstoffkennwerte und der Werkstoffkennwerte nach Niemz [65]

Niemz [65] gibt für Fichte obige Werkstoffkennwerte an. Dabei ermittelt Niemz den Elastizitätsmodul E_L nach DIN 52186 [N13]. Zu beachten ist der Unterschied bezüglich der Holzfeuchte und der Rohdichte zwischen dem Holz bei der experimentellen Untersuchung und nach Niemz. Zusammenfassend werden die grau hinterlegten Werkstoffkennwerte für die Berechnungen verwendet.

A2 Einfluss Schwinden auf die Festlegung der Brettbreite

A2.1. Annahmen zur Berechnung des Schwindens

$$q = \frac{l_F - l_T}{l_0 * (u_F - u_T)} * 100$$
(GI.A2.1.-01)
nach [63.65]

-> q ist die differentielle Quellung je Änderung der Holzfeuchte um ein Prozent nach Neuhaus [63] und Niemz [65]

-> I_F ist das Maß des Holzes bei Feuchtklima (t=20°C, 80 % ≤ ∳ ≤ 90 %)

-> I⊤ ist das Maß des Holzes bei Trockenklima (t=20°C, 30 % ≤ ¢ ≤ 40 %)

-> Io ist das Maß des Holzes bei darrtrockenem Zustand

-> uF ist die Gleichgewichtsfeuchte bei Feuchtklima

-> uT ist die Gleichgewichtsfeuchte bei Trockenklima

	q tangential	q radial	q longituginal ^{F1}
Kiefer	0,36	0,19	0,008
Fichte	0,36	0,19	0,008

F1 diese Werte wurden vom Verfasser festgelegt unter Berücksichtigung von Angaben von Neuhaus [63] und Niemz [65]

TA2.1.-01: differentielle Quellung q nach Neuhaus [63] und Niemz [65]

Das Holz der Untersuchung entspricht der Sortierklasse MS10, nach [56,57], so dass die Werkstoffkennwerte gemäß DIN 1052, Ausgabe: April 1988 und Änderung [N4] verwendet wurden.



SA2.1.-01: Definition Koordinatensysteme zur Festlegung der Jahrringneigung mit zylindrischen Koordinatensystemen



Cylindrical Local Coordinate System (r, θ , z)

SA2.1.-02: Definition eines zylindrischen Koordinatensystems in MSC/Nastran 2001 nach [38,52,53]

θ

х



SA2.1.-03: Piktogramme für die vereinfachte Darstellung der Jahrringneigung in den folgenden berechneten Abbildungen der Spannungen

Variante 1, Lage 3

	Y´ [mm]	Z´ [mm]		Y´ [mm]	Z´ [mm]
Variante 1, Lage 1	80	100	Variante 2, Lage 1	80	100
Variante 1, Lage 2	80	100	Variante 2, Lage 2	80	- 73

100

A2.2. Untersuchung Brettschichtholz

TA2.2.-01: Lage des Punktes B für die untersuchten Brettschichtholzquerschnitte,

Variante 2, Lage 3

Variante 1 und Variante 2

Variante 1

80

Variante 2

80



SA2.2.-01: Untersuchte Brettschichtholzquerschnitte, Variante 1 und Variante 2

100

















	Y´ [mm]	Z´ [mm]		Y´ [mm]	Z´ [mm]
Variante 3, Lage 1	80	-73	Variante 4, Lage 1	80	100
Variante 3, Lage 3	80	100	Variante 4, Lage 3	80	100

TA2.3.-01: Lage des Punktes B für die untersuchten Brettlagenhölzer, Variante 3 und Variante 4

Variante 3

Variante 4



SA2.3.-01: Untersuchten Brettlagenhölzer, Variante 3 und Variante 4

















A2.4. Untersuchung Brettlagenholz mit/ohne Entlastungsnuten und Schwindrissen





FA2.4.-01: Beispiel 1

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 1	60	60

TA2.4.-01: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 1






SA2.4.-02: Spannung σ_y , Beispiel 1, mit Entlastungsnuten







SA2.4.-04: Spannung σ_z , Beispiel 1, mit Entlastungsnuten

FA2.4.-02 zeigt Beispiel 2.



FA2.4.-02: Beispiel 2

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 1	60	55

TA2.4.-02: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 2







SA2.4.-06: Spannung σ_y , Beispiel 2, mit Entlastungsnuten







SA2.4.-08: Spannung σ_z , Beispiel 2, mit Entlastungsnuten

FA2.4.-03 zeigt Beispiel 3.



FA2.4.-03: Beispiel 3

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 1	65	-65

TA2.4.-03: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 3







SA2.4.-10: Spannung σ_y , Beispiel 3, mit Entlastungsnuten







SA2.4.-12: Spannung σ_z , Beispiel 3, mit Entlastungsnuten

Das Gleiche Ergebnis bezüglich der Spannung σ_y und σ_z ist auch bei umgekehrter Orientierung der Jahrringe des "Brettes" der Lage 1 vorhanden, wie Beispiel 4 zeigt.

Für folgendes Beispiel mit umgekehrter Orientierung der Jahrringe gelten folgende Abstände zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 1	65	48

TA2.4.-04: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 4







SA2.4.-14: Spannung σ_y , Beispiel 4, mit Entlastungsnuten







SA2.4.-16: Spannung σ_z , Beispiel 4, mit Entlastungsnuten

FA2.4.-04 zeigt Beispiel 5, mittlere Brettlage.



FA2.4.-04: Beispiel 5, mittlere Brettlage

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 3	65	-85

TA2.4.-05: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 5, mittlere Brettlage







SA2.4.-18: Spannung σ_y , Beispiel 5, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten









FA2.4.-05 zeigt Beispiel 6, mittlere Brettlage.



FA2.4.-05: Beispiel 6, mittlere Brettlage

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 3	65	-90

TA2.4.-06: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 6, mittlere Brettlage



SA2.4.-21: Spannung σ_y , Beispiel 6, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten



SA2.4.-22: Spannung σ_y , Beispiel 6, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten









FA2.4.-06 zeigt Beispiel 7, mittlere Brettlage.



FA2.4.-06: Beispiel 7, mittlere Brettlage

Folgende Abstände gelten zwischen den Punkten A und B:

	Y´ [mm]	Z´ [mm]
Lage 3	65	75

TA2.4.-07: Lage des Punktes B für das untersuchte Brettlagenholz Beispiel 7, mittlere Brettlage



SA2.4.-25: Spannung σ_y , Beispiel 7, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten



SA2.4.-26: Spannung σ_y , Beispiel 7, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten



SA2.4.-27: Spannung σ_z , Beispiel 7, mittlere Brettlage, ohne Entlastungsnuten



SA2.4.-28: Spannung σ_z , Beispiel 7, mittlere Brettlage, mit Entlastungsnuten

A3. Verteilung des Rollschubes über den Stammquerschnitt

(siehe Abschnitt 2 und Abschnitt 4)

Mit dem neuen FE Modell zur Untersuchung des Einflusses der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul wird die Verteilung des Rollschubes über den Stammquerschnitt entsprechend Abschnitt 2 und Abschnitt 4 berechnet. Hierbei wird systematisch der Ursprung des zylindrischen Koordinatensystems für ein bestimmtes Verhältnis h/b verändert. Aus dem Ergebnis der Berechnung mit Hilfe des zylindrischen Koordinatensystems wird bei gleicher Verformung der Rollschubmodul für ein kartesisches Koordinatensystems bestimmt.



S2.2.-02: Neues FE Modell zur Untersuchung des Einflusses der Jahrringneigung auf den Rollschubmodul, Abschnitt 2.2.

Die Materialkennwerte sind in TA3.-01 nochmals zusammengefasst für das zylindrische Koordinatensystem dargestellt. Hierbei ist, wie bereits in Abschnitt 2 gezeigt, die Annahme wichtig, dass die Querkontraktionszahl Null ist.

[g/cm ³]	E⊤[N/mm²]	E _R [N/mm ²]	G _{RT} [N/mm²]
0,416	466	829	48

TA3.-01: Materialkennwerte des zylindrischen Koordinatensystems

Bei der Umrechnung des Rollschubmoduls für das kartesische Koordinatensystem wird E_y, E_z, gemäß Gl.6.2.-02 berechnet.

$$E_{y} = E_{z} = \frac{E_{T} + E_{R}}{2}$$
(GI.6.2.-02)

-> Ey, Ez, sind Werkstoffkennwerte mit Festlegung der Koordinatenachsen nach [N1]

-> E_R, E_T sind Werkstoffkennwerte mit Festlegung der Koordinatenachsen nach Kollmann [41]

$$E_{y} = E_{z} = \frac{466[N/mm^{2}] + 829[N/mm^{2}]}{2} = 647,5[N/mm^{2}]$$
(GI.6.2.-02)

A4 Geometrischer Einfluss auf den Rollschubmodul der Brettlage



(siehe Abschnitt 4)

DA4.-01: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]



DA4.-02: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 100 [N/mm²]



DA4.-03: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 200 [N/mm²]



DA4.-04: Schubverformung u in Abhängigkeit der Brettbreite b für verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 300 [N/mm²]



DA4.-05: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 50 [N/mm²]



DA4.-06: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 100 [N/mm²]



DA4.-07: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 200 [N/mm²]



DA4.-08: Faktor uprozent in Abhängigkeit des Verhältnisses h/b und verschiedene Bretthöhen h für einen Rollschubmodul von 300 [N/mm²]