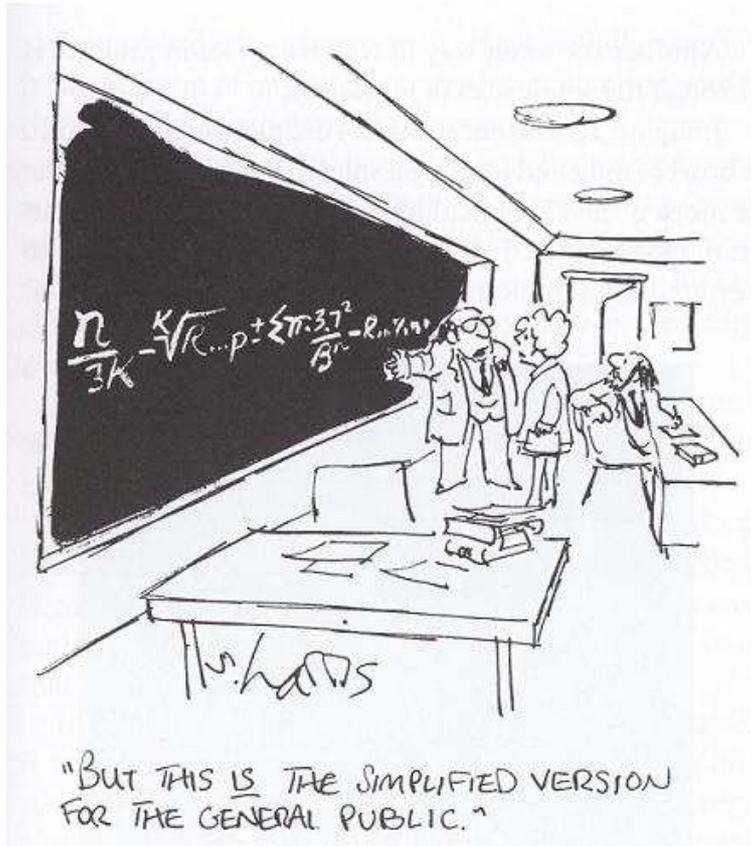


**Ein auf unscharfer Wertbaumanalyse basierendes  
Konzept zur Unterstützung der Verifikation,  
Validierung und Akkreditierung von Modellen und  
Simulationen**

---

Siegfried Pohl



# Zusammenfassung

Modellverifikation, Validierung und Akkreditierung (VV&A) beschäftigt sich mit der Glaubwürdigkeitsfeststellung von Modellen, Simulationen und den dazugehörigen Daten. Ein Schwerpunkt dieses Forschungsgebietes ist die Quantifizierung des Risikos, falsche Modelle bzw. falsche Modellergebnisse zu benutzen.

Die Verwendung entscheidungs- und nutzentheoretischer Konzepte ist eine Möglichkeit, eine Glaubwürdigkeitsfeststellung von M&S-Ergebnissen durchzuführen. Aktuell verfügbare Werkzeuge, welche entscheidungstheoretische Konzepte implementieren, weisen jedoch so starke Defizite auf, dass ein sinnvoller Einsatz in praktischen Anwendungen fragwürdig erscheint. Der Grund ist, dass „traditionelle“ Entscheidungshilfen – wie zum Beispiel die klassische Wertbaumanalyse, welche einfache additive Gewichtung implementiert – zum Einsatz kommen, was nicht vollumfänglich befriedigen kann, bedingt durch die Komplexität des Modellbildungsprozesses einerseits, und die Vielfältigkeit der zu berücksichtigenden Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten andererseits. Das relativ neue Gebiet der unscharfen multiattributiven Entscheidungstheorie stellt zur Beseitigung dieser Defizite Ansätze zur Verfügung.

In dieser Arbeit wird ein Entscheidungs- bzw. Bewertungskonzept hergeleitet, welches es ermöglicht, mit Hilfe einer unscharfen Wertbaumanalyse den Nutzen und das Wissen über ein Modell zu quantifizieren, um damit die Akkreditierungsentscheidung einerseits, und entwicklungsbegleitend den V&V-Prozess andererseits zu unterstützen. Die Anwendung der Konzepte zur Sensitivitätsanalyse ermöglicht die gezielte Auswahl von V&V-Techniken unter Beachtung der zur Verfügung stehenden finanziellen und humanen Ressourcen.

Bei der Etablierung unscharfer entscheidungstheoretischer Verfahren stehen jeweils zwei Problemkreise im Mittelpunkt des Interesses: Einmal ist zu klären, wie die unscharfen Mengen repräsentierenden Zugehörigkeitsfunktionen aussehen sollen, zum Anderen, wie die Verknüpfung mehrerer Zugehörigkeitsfunktionen vorgenommen wird.

In vielen Veröffentlichungen, die auf dem Konzept der unscharfen Mengen basierende Anwendungen zum Inhalt haben, gehen die Autoren davon aus, dass diese Zugehörigkeitsfunktionen schon vorliegen, bzw. die Entscheider in der Lage sind, diese anzugeben. Daher existiert in diesem Bereich kein allgemein anerkannter Standard. Eine wesentliche Leistung dieser Arbeit besteht darin, dass ein pragmatisches Verfahren zur Konstruktion von Zugehörigkeitsfunktionen entwickelt wurde, welches die Vielfältigkeit der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten adäquat reflektiert. Unter Anderem ist es möglich, umgangssprachlich formulierte Experteninterpretationen der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten dediziert auf Zugehörigkeitsfunktionen abzubilden.

Ein weiterer Schwerpunkt der Arbeit ist die Herleitung eines axiomatisch begründeten und mathematisch abgesicherten Aggregationsoperators, welcher sowohl eine unterschiedliche Priorisierung der Modelleigenschaften, als auch eine detailliert festlegbare Substituierbarkeit zwischen Attributwerten gestattet. Die Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktion und Wahl des Aggregationsoperators erfolgen dabei in enger Abstimmung.

Schließlich wurde ein Verfahren entwickelt, welches es gestattet, den Nutzen und das Wissen über verschiedene Aspekte des Modells interdependent grafisch so aufzuarbeiten, dass beim Anwender weder ein entscheidungstheoretischer Hintergrund, noch ein Verständnis für die Funktionsweise der verwendeten Algorithmen vorausgesetzt werden muss, was den Einsatz der Konzepte für das praktische Umfeld prädestiniert.

Abschließend wird das Modell in seiner Funktion als Entscheidungshilfe bzw. Bewertungsinstrument anhand einer real existierenden Simulation dargestellt, wodurch dessen Umsetzbarkeit und praktische Bedeutung nachgewiesen werden.

*Ich möchte mich an dieser Stelle bei Herrn Prof. Dr. A. Lehmann herzlich für sein väterliches Geleit durch das Erstellen dieser Arbeit bedanken. Herrn Prof. Dr. Reiner K. Huber schulde ich Dank für die Übernahme des Koreferats und Dipl.-Inform. Tobias Kiesling für eine Durchsicht der vorläufigen Version dieser Arbeit.*

*Darüber hinaus gilt mein Dank Dr. Dirk Brade für viele anregende Diskussionen und Tipps. Sebastian Freundt schulde ich Dank für seine  $\LaTeX$ -Ratschläge.*

*Persönlich möchte ich mich an dieser Stelle bei meiner Familie, sowie Mathias, Carsten, Max und Tobias bedanken.*

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Kontext und Terminologie</b>	<b>1</b>
1.1	Modellbildung und Simulation – Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess . . . . .	1
1.2	Verifikation und Validierung von Modellen und Simulationen . . . . .	5
1.3	Risikoquantifizierung von Modellen: Akkreditierung . . . . .	7
1.4	Zusammenfassung . . . . .	11
<b>2</b>	<b>Kontext des Problems</b>	<b>13</b>
2.1	Charakteristika und Randbedingungen des Akkreditierungsprozesses . . .	13
2.2	Existierende Konzepte . . . . .	15
2.3	Die Lösungsidee: Unschärfe Nutzentheorie . . . . .	21
2.4	Anforderungen an die Dissertation . . . . .	25
2.5	Aufbau der Arbeit und Lösungsansatz . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Definition der Attributwerte</b>	<b>33</b>
3.1	Problemstellung . . . . .	33
3.2	Aufbau der Attributwerte: Zugehörigkeitsfunktionen . . . . .	36
3.3	Aufbau der Attributwerte: Substituierbarkeit und Priorisierung . . . . .	44
3.4	Beispiele . . . . .	46
3.5	Zusammenfassung . . . . .	49
<b>4</b>	<b>Herleitung der Aggregatorfunktion</b>	<b>51</b>
4.1	Problemstellung . . . . .	52
4.2	Definition eines Systems von Rationalitätsanforderungen . . . . .	55
4.3	Unschärfe Mengenoperatoren . . . . .	61
4.4	Definition des Aggregationsoperators . . . . .	68
4.5	Vier Beispielszenarien . . . . .	76
4.6	Zusammenfassung . . . . .	80
<b>5</b>	<b>Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktionen</b>	<b>81</b>
5.1	Problemstellung . . . . .	81
5.2	Analyse der Randbedingungen . . . . .	82
5.3	Bestimmen der Nutzenfunktion für Messungen, Tests und Analysen . . . . .	85
5.4	Bestimmen der Nutzenfunktion für Experteninterpretation . . . . .	101
5.5	Bestimmen der Wissensfunktion . . . . .	103
5.6	Beispiele . . . . .	105
5.7	Zusammenfassung . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Interpretation und Visualisierung des Ergebnisses</b>	<b>113</b>
6.1	Defuzzifizierung . . . . .	113
6.2	Grafische Aufbereitung der Attributwerte . . . . .	115
6.3	Zusammenfassung . . . . .	130

<b>7 Gesamtbeispiel und Anwendungsoptionen</b>	<b>131</b>
7.1 Der Beispielrahmen . . . . .	131
7.2 Beispiel: Nutzen- und Wissensquantifizierung . . . . .	138
7.3 Beispiel: Sensitivitätsanalyse zur Fiskaloptimierung . . . . .	164
7.4 Zusammenfassung . . . . .	172
<b>8 Schlussbetrachtung</b>	<b>173</b>
<b>Anhang A – Rollenbezeichnungen</b>	<b>177</b>
<b>Anhang B – Definition des Akkreditierungsbegriffs</b>	<b>179</b>
<b>Abkürzungen</b>	<b>181</b>
<b>Bezeichnungen</b>	<b>183</b>
<b>Abbildungsverzeichnis</b>	<b>184</b>
<b>Tabellenverzeichnis</b>	<b>187</b>
<b>Literaturverzeichnis</b>	<b>189</b>
<b>Erklärung</b>	<b>199</b>
<b>Pflichtgemäße Angaben</b>	<b>201</b>

# Kapitel 1

## Kontext und Terminologie

Dieses Kapitel führt in den Kontext und die Terminologie dieser Dissertation ein: Verifikation, Validierung und Akkreditierung (VV&A) von Modellen und Simulationen (M&S). Abbildung 1.1 gibt einen Überblick über Einordnung bzw. Zusammenhänge.

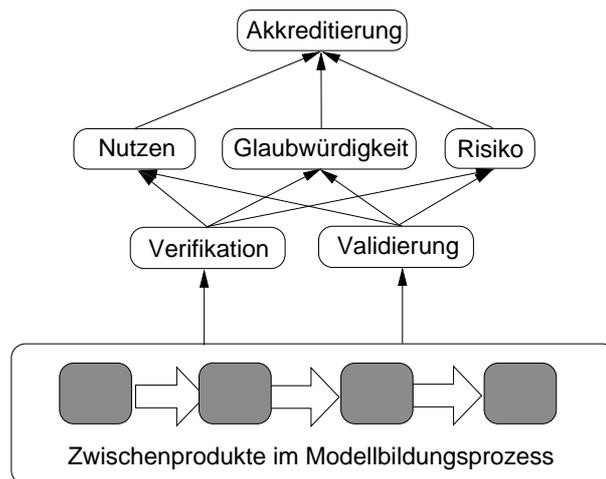


Abbildung 1.1: In Kapitel 1 diskutierte Begriffe

Nach einer Diskussion des Modellbegriffs für den Kontext dieser Arbeit wird im ersten Abschnitt auf den Prozess der Modellbildung eingegangen – dargestellt in Abbildung 1.1 als Transformation von Zwischenprodukten im Modellbildungsprozess.

Im zweiten Abschnitt werden die Begriffe Verifikation und Validierung (V&V), im dritten der Begriff der Akkreditierung diskutiert. Mit der Akkreditierung eng verknüpft sind der Modellnutzen, die Glaubwürdigkeit eines Modells und das Risiko, welches mit der Modellnutzung einhergeht. Der Zusammenhang dieser Begriffe wird ebenfalls im dritten Abschnitt diskutiert.

### 1.1 Modellbildung und Simulation – Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess

Eingeleitet wird dieser Abschnitt durch die Erarbeitung der Begriffe Modell und Simulation: Modelle stellen einen Ausschnitt der Realität zum Zwecke der Analyse dar.

Zusätzlich wird ein Modell für einen „bestimmten Zweck“ entwickelt und dieser Zweck bestimmt die Auswahl der Entitäten des zu modellierenden Systems, welche im Modell nachgebildet werden:

**Definition 1.** *“A model is an abstract and idealized replication of a real system, which reflects all of its relevant properties with sufficient accuracy with respect to the intended purpose.” [23]*

Folgendes Beispiel veranschaulicht diese Definition:

**Beispiel 1.** *Das Straßenverkehrsamt einer Gemeinde stellt fest, dass es an einer bestimmten Straßenkreuzung zur Hauptverkehrszeit für Autofahrer zu unverhältnismäßig langen Wartezeiten kommt. Verkehrsexperten äußern die Vermutung, dass diese Wartezeiten durch eine Modifikation der Ampelschaltzeiten reduziert werden können.*

*Eine Beraterfirma wird beauftragt, den Verkehrsfluss auf der Straßenkreuzung als rechnergestützte Simulation zu implementieren, um verschiedene Ampelschaltzeiten zu evaluieren. Mit Hilfe des Modells soll die optimale Konfiguration der Ampelschaltung ermittelt und anschließend in der realen Kreuzung eingesetzt werden.*

Auch ist es ohne Weiteres möglich, dass „zu einem gegebenen System [...] mehrere unterschiedliche Modelle erstellt werden, abhängig von der Zielsetzung der Modellstudie und der subjektiven Sichtweise des Modellierers.“ [64]. Weitere – in der Semantik identische – Definitionen des Modellbegriffs findet man in [1, 83, 85].

In der Literatur hat sich die Sichtweise durchgesetzt, dass Simulation die Instrumentalisierung eines Modells ist: Das Modell wird über eine bestimmte Zeit mit Eingabedaten bedient.

**Definition 2.** *“Simulation is a method for implementing a model over time.” [31]*

**Definition 3.** *“Simulation is the execution of a model that behaves similar to the real system when provided a set of controlled inputs over time.” [50]*

Äquivalente Definitionen findet man in [85, 32, 87]. In Beispiel 1 ist Simulation demnach der Ablauf der rechnerinternen Repräsentation der Straßenkreuzung über einen bestimmten Zeitabschnitt, jeweils mit verschiedenen Ampelschaltungen und verschiedenen, die Kreuzung befahrenden Verkehrsteilnehmern.

Ein Forschungsziel der Modellbildung und Simulation ist die Entwicklung wissenschaftlich fundierter Prozesse und strukturierter Vorgehensweisen – so genannter Modellbildungsprozesse – welche den Modellierer durch den Modellentwurf, die Modellentwicklung und die Modellanwendung leiten. Jedoch erscheint der Versuch, einen allgemeingültigen, alle Anwendungsdomänen und Einsatzzwecke übergreifenden, den Modellierer in sämtlichen Fragen detailliert beratenden Modellbildungsprozess zu erstellen, aufgrund der Komplexität und interdisziplinären Ausprägung der Modellbildung vermessen. Betrachtet man jedoch Modellbildung von einer sehr abstrakten, die verschiedenen Anwendungsdomänen und Einsatzzwecke vernachlässigenden Ebene, kann man eindeutig trennbare Entitäten identifizieren, welche als Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess bezeichnet und im Folgenden beschrieben werden. Die Darstellung orientiert sich an [65]:

- Grundsätzlich möchte man mit Hilfe von Simulation ein Problem lösen, wobei sich unterschiedliche Problemklassen identifizieren lassen, zum Beispiel Analyse, Test oder Training. In Beispiel 1 ist dieses zu lösende Problem die zu lange Wartezeit beim Passieren der Kreuzung. Da dieses – a priori nicht notwendig mit Hilfe von Simulation – zu lösende Problem sehr vage und unscharf formuliert ist, wird es als „unscharfe Aufgabenstellung“ bezeichnet.

- In einer ersten Arbeitsphase wird der Modellierer das Problem strukturieren. Lässt sich in Beispiel 1 die unscharfe Aufgabenstellung mit der Aussage „Die Zeit zum Passieren der Kreuzung ist zu lang.“ darstellen, könnte eine strukturierte Problembeschreibung – das zweite Zwischenprodukt im Modellbildungsprozess – folgende Form haben: „Insgesamt existieren acht verschiedene Möglichkeiten die Ampelanlage zu programmieren. Bei welcher ist die durchschnittliche Zeit, die ein KFZ vom Eintritt in die Kreuzung bis zum Verlassen (gemessen jeweils 100 Meter vor bzw. nach dem Überfahren der Kreuzung) benötigt, gemittelt über alle Straßen und Spuren, bei einem durchschnittlichen Verkehrsaufkommen, an einem Werktag zwischen 07:00 und 09:00 Uhr am geringsten?“
- Des Weiteren benötigt der Modellierer zur Realisierung seiner Ideen ein Konzept: Es muss festgelegt werden, welche Entitäten und Interaktionen des realen Systems im Modell abgebildet werden, damit dieses seinen Zweck erfüllt. In Beispiel 1 muss die Grünbepflanzung der Kreuzung nicht modelliert werden, da diese für das Problem nicht relevant ist, d. h. die Durchlaufzeiten von Kraftfahrzeugen nicht beeinflusst. Sämtliche abzubildenden Entitäten des realen Systems und die für die Problemlösung relevanten Interaktionen zwischen diesen Entitäten bilden das Zwischenprodukt „konzeptuelles Modell“.
- Bevor das konzeptuelle Modell mittels eines Rechners ablauffähig gemacht werden kann, muss der Modellierer einen zu verwendenden Modellierungsformalismus bzw. -paradigma festlegen und das Modell algorithmisch konzipieren. In diesen implementierungsunabhängigen Algorithmen ist die Intelligenz des Modells verborgen, weshalb diese Algorithmen „formales Modell“ genannt werden. In Beispiel 1 in Frage kommende Formalismen sind zum Beispiel Warteschlangen- oder Petrinetze.
- Schließlich wird das Modell für den Fall, dass keine analytische Lösung angestrebt wird, implementiert. Man erhält ein ausführbares Modell in Form ablauffähigen Codes, mit dem Experimente vorgenommen werden: Führt man das Modell über die Zeit aus, wird es zur Simulation. Sowohl das ausführbare Modell, als auch die erhaltenen Daten – die Simulationsergebnisse – werden als eigenständige Produkte betrachtet.
- Zum Abschluss folgt eine Phase der Interpretation der Simulationsergebnisse. Diese werden in eine Form gebracht, welche die ursprüngliche Fragestellung beantwortet, was für die rohen Simulationausgabedaten nicht notwendig gelten muss. In Beispiel 1 stellen die rohen Ausgabedaten der Simulation die Verweildauern im Kreuzungsbereich für jedes Kraftfahrzeug auf jeder Spur dar. Die Aufgabe des Modellierers besteht darin, für jede der acht Ampelschaltungen die Durchschnittszeiten über alle betrachteten Fahrzeuge zu ermitteln und eine Ampelschaltung als Problemlösung zu favorisieren.

Fasst man alle Zwischenprodukte zusammen, erhält man einen so genannten Modellbildungsprozess [23, 65]. Dieser ist dargestellt in Abbildung 1.2 und schematisch angedeutet im unteren Bereich der Abbildung 1.1. Angedeutet wird eine lineare Entwicklung, jedoch wird die Modellbildung in der Praxis meist iterativen Charakter haben. Oft wird man Phasen mehrfach durchlaufen oder über mehrere Phasen im Modellbildungsprozess zurück springen.

Beispiele weiterer Modellbildungsprozesse, welche oft auf die Erstellung von Modellen für bestimmte Anwendungsdomänen oder Einsatzzwecke fokussieren, findet man in [52, 11, 5]. Einen Überblick präsentiert [65].

Die Vielfalt der entwickelten Modellbildungsprozesse reflektiert eindrucksvoll die mannigfaltigen Einsatzfelder von Modellbildung und Simulation. Es existiert nahezu keine

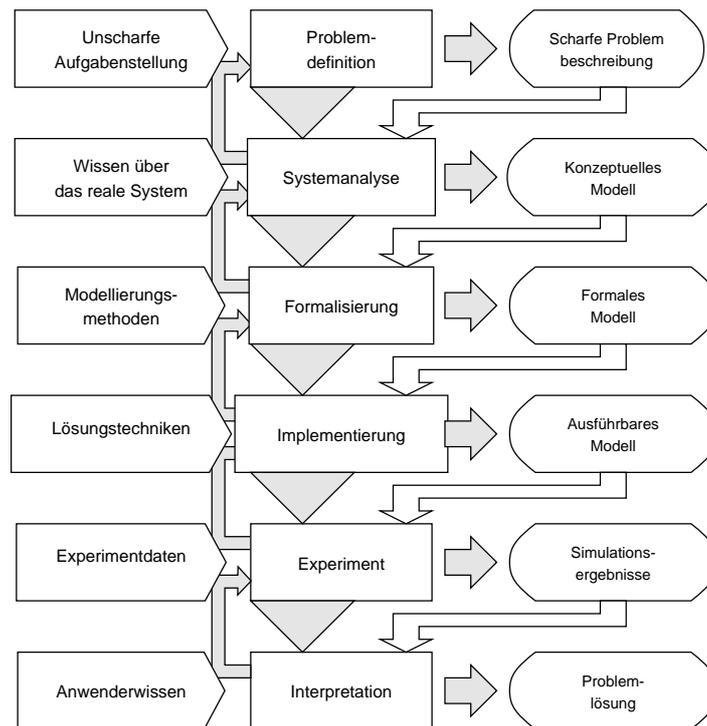


Abbildung 1.2: Der „ITIS-Modellbildungsprozess“ [23, 65]

Anwendungsdomäne, in welcher nicht auf rechnergestützte Simulation zurückgegriffen wird. Die Gründe dafür sind in den Vorteilen der Simulation gegenüber dem Experiment am realen System zu finden, von denen hier nur drei exemplarisch genannt werden:

- Simulation ist – im Prinzip – temporal unabhängig, d. h. die Zeit zur experimentellen Ausführung der Simulation kann beliebig langsam oder schnell – nur begrenzt durch die verfügbare Rechenleistung und den Anwendungszweck – ablaufen. In Beispiel 1 ist es nicht notwendig, dass zur Simulation einer Stunde realen Straßenverkehrs die Simulation eine volle Stunde rechnet. Bei genügend Rechenleistung wird die Simulation einer Stunde Straßenverkehr wenige Sekunden Rechenzeit benötigen.
- Simulation ermöglicht Experimente mit real nicht – oder noch nicht – existierenden Systemen: Genauso, wie es in Beispiel 1 nicht notwendig ist, jede Ampelschaltung real zu implementieren, kann zum Beispiel in der Automobilindustrie ein neues Karosseriekonzept am Simulator auf Luftwiderstandswerte getestet werden, ohne dass ein Kraftfahrzeug gebaut wird.
- Häufig ist Modellierung eine „sichere Alternative“ gegenüber dem Experiment am realen System. Werden zum Beispiel Waffensysteme entwickelt, wird man zuerst anhand von Experimenten am Modell sicherstellen, dass die Benutzung des Systems – auch zu Testzwecken – keinen Schaden verursachen kann.

Trotz dieser Vorteile soll auch betont werden, dass der intellektuelle Preis des Einsatzes von Modellbildung und Simulation hoch ist: Bedingt durch den interdisziplinären Charakter der Modellbildung muss ein Modellierer Wissen in vielen Gebieten aufweisen. In [64, 65] ist von der „Notwendigkeit einer ternären Qualifikation“ die Rede. Wissen aus der Modelldomäne, der Informatik und des Operations Research sind notwendig. Genauso wenig, wie es einen detaillierten, alle Einsatzfelder und Modellierungstechniken

umfassenden Modellbildungsprozess geben kann, wird es einen Modellierungsexperten geben, welcher nicht auf die Zuarbeit von Spezialisten, zum Beispiel von IT-Fachleuten, Domänenexperten oder Spezialisten des Operations Research, angewiesen ist.

Shannon [85] behauptet, dass Modellbildung weniger eine Wissenschaft, sondern eine Kunstform ist. Ein Grund für diese These ist einerseits die Komplexität und interdisziplinäre Ausprägung der Modellbildung, andererseits das Fehlen jeglichen Regelwerks oder Algorithmus, wie die im Modell abzubildenden Entitäten auszuwählen sind.

Genauso vielfältig wie die verschiedenen Zwischenprodukte eines Modells im Modellbildungsprozess – konzeptuelles, formales, ausführbares Modell – so vielfältig sind die Tätigkeiten, welche im Rahmen der Modellbildung durchgeführt werden. Um diese Tätigkeiten und die diese Tätigkeiten durchführenden Personen, Personengruppen und Institutionen zu strukturieren, ist es üblich, so genannte Rollen zu definieren: „Eine Rolle ist die Beschreibung einer Menge von Aufgaben und Verantwortlichkeiten im Rahmen eines Projekts und einer Organisation. Durch die Festlegung von Rollen wird die Unabhängigkeit [...] des Prozessmodells von organisatorischen und projektspezifischen Rahmenbedingungen erreicht.“ [60].

Rollenkonzepte verschiedener M&S-Prozessmodelle unterscheiden sich in Art und Umfang erheblich. So benutzt zum Beispiel der Federation Development and Execution Process [52] überhaupt kein Rollenkonzept, während das V-Modell XT [59] insgesamt dreißig verschiedene Rollen definiert [60].

Die vorliegende Dissertation verwendet kein festes Rollenmodell. Man kommt jedoch nicht umhin, verschiedene an der Modellentwicklung beteiligte Personen und Institutionen anzusprechen und zu benennen. Im Anhang auf Seite 177 finden sich Definitionen aller in dieser Arbeit benutzten Rollen.

## 1.2 Verifikation und Validierung von Modellen und Simulationen

Bedingt durch die im letzten Abschnitt diskutierte Komplexität und den interdisziplinären Charakter der Modellbildung, ist die Benutzung von Modellen und Simulationen nicht risikolos. Insbesondere kann es durch Fehler bei der Modellbildung zu falschen Simulationsergebnissen kommen:

### Beispiel 1. Fortsetzung

*Nachdem mit der Kreuzungssimulation alle notwendigen Experimente durchgeführt wurden, kristallisiert sich eine Ampelschaltung als diejenige heraus, welche im Durchschnitt die geringsten Passierzeiten für Kraftfahrzeuge aufweist. Diese Ampelschaltung wird im realen System implementiert. Jedoch stellt sich heraus, dass die Wartezeiten der Fahrzeuge in der Realität nach der Modifikation der Ampelschaltung länger sind als vorher.*

*Untersuchungen ergeben, dass den Modellierern zwei Fehler unterliefen: Zum Einen wurde in der Simulation lediglich mit Personenkraftwagen gearbeitet; die Zahl der die Kreuzung passierenden Busse und Lastkraftwagen erschien so gering, dass diese nicht betrachtet wurde. Busse und Lastkraftwagen haben jedoch im Gegensatz zu Personenkraftwagen eine wesentlich höhere Kreuzungsdurchlaufzeit, so dass deren Abwesenheit im Modell die Ergebnisse vollkommen verzerrt hat. Auch wird ein Implementierungsfehler entdeckt: Bei der Implementierung des die Kreuzung repräsentierenden Warteschlangensystems wurden an zwei Stellen Ankunftsraten mit Bedienzeiten vertauscht.*

Bezogen auf den im letzten Abschnitt erläuterten Modellbildungsprozess lassen sich die Fehler kategorisieren: Bei der Erstellung des Zwischenproduktes „konzeptuelles Modell“

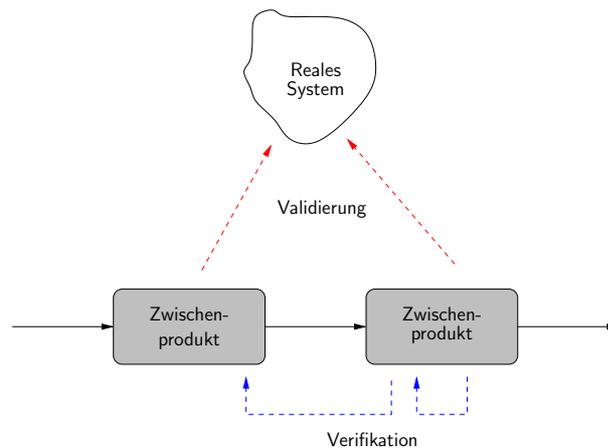


Abbildung 1.3: Verifikation und Validierung: Konzeptskizze

wurde nicht erkannt, dass die Abbildung von Bussen und LKW zum Zweck der Ermittlung optimaler Ampelschaltzeiten im Modell essenziell ist. Eine Überprüfung in Form eines Vergleiches des konzeptuellen Modells mit dem realen System – zum Zeitpunkt des Erstellens des konzeptuellen Modells – hätte diesen Fehler verhindern können.

In der Phase der Implementierung kam es zu einem weiteren Fehler: Das formale Modell wurde nicht korrekt in das ausführbare Modell transformiert. Hätte man diesen Arbeitsschritt – Transformation des formalen Modells in das ausführbare Modell – überprüft, wäre der Fehler aufgefallen.

Diese Überprüfungen – der Vergleich der Zwischenprodukte des Modellbildungsprozesses mit dem realen System und die Überprüfung der Transformation des Modells von einem Zwischenprodukt im Modellbildungsprozess in das nächste – sind die wesentlichen Tätigkeiten der Verifikation und Validierung:

**Definition 4.** *“Model verification is substantiating that the model is transformed from one form into another, as intended, with sufficient accuracy. Model verification deals with building the model right.” [17]*

*“Model validation is substantiating that within its domain of applicability, the model behaves with satisfactory accuracy consistent with the study objectives. Model validation deals with building the right model.” [17]*

Ähnliche Definitionen findet man in [23]. Auch sind in [23] reale Beispiele zitiert, bei denen die Benutzung falscher Modellergebnisse fatale Folgen hatte. Diese reichen von finanziellen Einbußen bis zum Verlust von Menschenleben, und in jedem dieser Beispiele gibt es starke Anzeichen dafür, dass falsche Modellergebnisse bei verifizierten bzw. validierten Modellen nicht aufgetreten wären.

Abbildung 1.3 veranschaulicht die Begriffe Verifikation und Validierung grafisch: Im unteren Bereich der Abbildung sind die Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess skizziert, der obere Bereich stellt das im Modell abzubildende reale System<sup>1</sup> dar. Validierung ist – sehr vereinfacht – der Vergleich eines Zwischenprodukts im Modellbildungsprozess mit dem realen System. Von Verifikation spricht man, wenn ein Zwischenprodukt im Modellbildungsprozess auf interne Konsistenz – interne Verifikation – bzw. mit einem

<sup>1</sup>Die Literatur wird von einer intensiven Diskussion des Begriffes „reales System“ durchzogen, insbesondere dessen Interpretation. Einen Vorschlag einer einheitlichen Theorie findet man in [100]. In dieser Dissertation wird jedoch der Begriff „reales System“ mit der umgangssprachlich üblichen Semantik belegt: Das System, welches modelliert werden soll.

bereits erzeugten Zwischenprodukt – transformale Verifikation – verglichen wird. In Abbildung 1.3 kennzeichnen rote Pfeile Validierung, blaue Pfeile Verifikation.

Genauso, wie die Tätigkeiten im Rahmen der Modellbildung vielfältig sind, so facettenreich sind auch die in der Verifikation und Validierung zum Einsatz kommenden Techniken. Sie entstammen aus unterschiedlichen Domänen, zum Beispiel der Softwaretechnik, dem Operations Research, den angewandten Sozialwissenschaften oder der Mathematik. Eine allgemein akzeptierte Taxonomie von Verifikations- und Validierungstechniken findet man in [17]. Eine Erweiterung wird in [9] präsentiert.

Im Rahmen von Forschungsarbeiten im Bereich der Verifikation und Validierung hat sich die Erkenntnis durchgesetzt, dass Verifikation und Validierung am produktivsten ist, wenn ein strukturierter Prozess zugrunde gelegt wird, anhand dessen V&V durchgeführt wird: “Ad hoc or haphazard testing does not provide reasonable measurement of model accuracy. [...] Careful planning is required.” [17]. Idealerweise verläuft ein solcher „V&V-Prozess“ parallel zum Modellbildungsprozess.

V&V-Prozesse lassen sich unterscheiden, ob sie für die Benutzung mit einem bestimmten Modellbildungsprozess konzipiert wurden oder universell einsetzbar sind. Dabei bedeutet universelle Einsetzbarkeit die Benutzung mit einem beliebigen Modellbildungsprozess. Zum Beispiel ist das „V&V-Dreieck“<sup>2</sup> [23] ein V&V-Prozess, welcher auf dem „ITIS-Modellbildungsprozess“ beruht und bei der Verwendung mit einem anderen Modellbildungsprozess erst auf diesen übertragen werden müsste. Im Gegensatz dazu ist der Generisk V&V Process [25] vollkommen unabhängig vom zugrunde gelegten Modellbildungsprozess.

Weitere Beispiele für V&V-Prozesse findet man in [5, 17, 51, 80, 13].

### 1.3 Risikoquantifizierung von Modellen: Akkreditierung

Verifikation und Validierung von Modellen und Simulationen streben in der Theorie fehlerfreie und – für die jeweilige Problemstellung – gültige Modelle an. Jedoch kann es in der Praxis nicht möglich sein, so intensiv Verifikation und Validierung zu betreiben, dass die Fehlerfreiheit eines Modells bewiesen werden kann. Shannon [85] schreibt: “It is not at all certain that it is ever theoretically possible to establish if we have an absolutely valid model; even if we could, few managers would be willing to pay the price.”

Da der Nachweis der Fehlerfreiheit nicht erbracht werden kann, sondern im Rahmen der Verifikation und Validierung gezielt nach Fehlern gesucht wird, spricht man von Falsifizierung [65]. Nichtsdestotrotz steigt die Glaubwürdigkeit, je intensiver Verifikation und Validierung betrieben und kein Fehler gefunden wird. In [23] wird diese Intensität auch „Breite und Tiefe der V&V-Aktivitäten“ genannt und Glaubwürdigkeit wie folgt definiert:

**Definition 5.** *“The credibility of a model or simulation results is an expression of the degree to which one is convinced that a particular model or particular set of simulation results are suitable for an intended purpose and correct.” [23]*

Es stellt sich nun die Frage, wie intensiv Verifikation und Validierung betrieben werden sollen. Hier hat sich die Überlegung durchgesetzt, dass die Breite und Tiefe, bzw. Intensität, von V&V-Aktivitäten abhängig sein muss von dem Risiko, welches mit der Benutzung des Modells und der Modellergebnisse einhergeht: Je höher das Risiko der

<sup>2</sup>In Kapitel 7 wird das „V&V-Dreieck“ ausführlich erläutert und benutzt, um für ein reales Gesamtbeispiel Verifikations- und Validierungsaktivitäten zu selektieren.

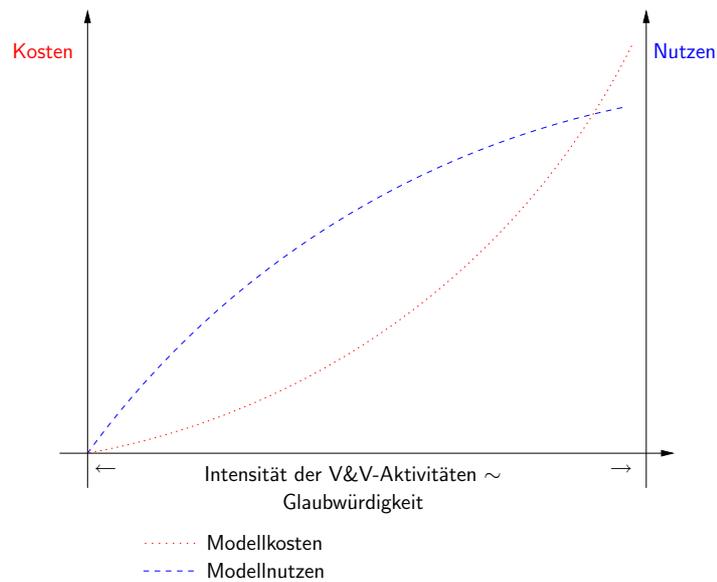


Abbildung 1.4: Zusammenhang zwischen Intensität durchgeführter V&V-Tätigkeiten, Modellnutzen, Kosten und Glaubwürdigkeit – angelehnt an [85, 17, 82]

Verwendung fehlerhafter bzw. nicht valider Modelle, desto intensiver die Verifikation und Validierung. Um diese Forderung umzusetzen, sind jedoch weitere Informationen notwendig: Es muss geklärt werden, von welcher Art die Relation zwischen dem Risiko der Modellnutzung und der Intensität der Verifikation und Validierung ist, zum Beispiel proportional, linear oder exponentiell. Dazu muss man wiederum in der Lage sein, den Risikobegriff und die Intensität von V&V-Aktivitäten objektiv zu quantifizieren. Alle drei Probleme sind nicht trivial und Gegenstand aktueller Forschung.

Der momentan einzige existierende Vorschlag eines V&V-Prozesses, mit dem es möglich ist, die Intensität von V&V-Aktivitäten strukturiert zu steuern, ist das Vorgehen nach dem „V&V-Dreieck“ [23].

Auch existiert kein allgemein akzeptierter Ansatz, wie der Zusammenhang zwischen dem Risiko der Benutzung falscher Modellergebnisse und der Intensität der V&V-Aktivitäten zu beschreiben ist. Abbildung 1.4 ist angelehnt an [85, 17, 82] und ein Versuch, das Verhältnis zu erklären.

Dargestellt wird der qualitative Zusammenhang zwischen der Glaubwürdigkeit des Modells, also der Intensität der durchgeführten V&V-Aktivitäten, dem Modellnutzen und den Modellkosten<sup>3</sup>. Die Abszisse stellt im linken Bereich einen sehr geringen Glaubwürdigkeitswert dar, im rechten Bereich einen sehr hohen.

Die Abbildung ist wie folgt zu interpretieren: Mit dem Durchführen von V&V-Tätigkeiten steigt die Glaubwürdigkeit an das Modell und damit der Nutzen, dargestellt durch den blauen Graph. Jedoch wird der Anstieg des Modellnutzens mit weiterem Durchführen von V&V-Tätigkeiten – abhängig vom Einsatzzweck des Modells – immer geringer.

Der rote Graph in Abbildung 1.4 stellt das Verhältnis von Modellglaubwürdigkeit und Entwicklungskosten dar, in welche die Kosten für die Verifikation und Validierung mit einfließen: Mit steigender Glaubwürdigkeit steigen auch die Kosten. Jedoch ist diese Steigung typischerweise exponentiell und geht für den Wert der vollen Glaubwürdigkeit

<sup>3</sup>Die Ordinaten sind nicht als Absolutskalen zu interpretieren, welche Aufschluss über absolute Kosten in € oder einen absolut quantifizierten Nutzen geben, sondern eine symbolische Darstellung.

gegen unendlich. Die Begründung ist, dass totale Glaubwürdigkeit eines Modells – bis auf triviale Ausnahmen – nicht bewiesen werden kann.

Da für verschiedene Modelleinsatzzwecke die schlimmstmögliche Auswirkung der Benutzung falscher Modellergebnisse unterschiedlich ist, wird auch der Zeitpunkt in der Modellentwicklung, ab dem weitere Verifikation und Validierung zwar die Glaubwürdigkeit des Modells erhöht, eine so hohe Glaubwürdigkeit jedoch aufgrund des Risikos, welches man mit der Benutzung der Modellergebnisse eingeht, eigentlich nicht notwendig ist, für verschiedene Modelle unterschiedlich sein. Das ist der Zeitpunkt, ab dem durchgeführte V&V im Verhältnis zu den zu investierenden Kosten den Modellnutzen nicht mehr wesentlich steigert und der Anwender sich mit der festgestellten Glaubwürdigkeit zufrieden gibt.

Auch gibt es bis jetzt kein allgemein anerkanntes Verfahren, wie das Risiko, welches mit der Benutzung von Modellen und Modellergebnissen einhergeht, zu quantifizieren ist: “The following discussion results in the statement that it is currently not possible to compute a significant quantitative value for the risk associated with a simulation study [...]” [23].

Ein erster Schritt zur Risikoquantifizierung ist in [70] zu finden. Es wird vorgeschlagen, das Risiko eines Ereignisses – unabhängig von der Domäne Modellbildung und Simulation – als das Produkt der Auswirkung bzw. Konsequenz eines Ereignisses und der Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis auftritt, zu definieren:

$$R = A \cdot W.$$

Es bedeutet

$$\begin{aligned} R &\hat{=} \text{Risiko eines allgemeinen Ereignisses,} \\ A &\hat{=} \text{schlimmstmögliche Auswirkung dieses Ereignisses,} \\ W &\hat{=} \text{Wahrscheinlichkeit, dass dieses Ereignis auftritt.} \end{aligned}$$

Überträgt man diese Formel auf die Modellnutzung, erhält man

$$\tilde{R} = \tilde{A} \cdot \tilde{W}$$

mit den Bedeutungen:

$$\begin{aligned} \tilde{R} &\hat{=} \text{Risiko des Ereignisses „Benutzung falscher Modellergebnisse“,} \\ \tilde{A} &\hat{=} \text{schlimmstmögliche Auswirkung der Benutzung falscher Modellergebnisse,} \\ \tilde{W} &\hat{=} \text{Wahrscheinlichkeit, dass die Modellergebnisse falsch sind.} \end{aligned}$$

Verschiedene Vorschläge für die Quantifizierung der schlimmstmöglichen Auswirkung falscher Modellergebnisse existieren. Ein Beispiel ist die an [70] angelehnte Tabelle 1.1. Die Auswirkung eines Ereignisses ist in verschiedene Kategorien unterteilt, jede Kategorie wiederum in verschiedene Ebenen. Anhand der einzelnen Spalten ist dann die entsprechende Ebene der Auswirkung abzulesen. Ähnliche Verfahren werden in [71] und [79] diskutiert.

Da aufgrund exponentiell ansteigender Kosten eine erschöpfende Verifikation und Validierung – im Sinne des Erbringens eines Korrektheitsbeweises – unmöglich ist, ist die Nutzung von Modellen und Simulationen immer mit einem Risiko verbunden. Dies führt auf die Definition des Begriffes „Akkreditierung“, so wie er in dieser Arbeit verwendet werden soll<sup>4</sup>:

**Definition 6.** *Der Vorgang, bei dem entschieden wird, ob das Risiko, welches mit der Benutzung eines Modells und dessen Ergebnissen einhergeht, geringer ist, als das vom Modellanwender maximal akzeptierte Risiko, wird Akkreditierung genannt.*

<sup>4</sup>Eine ausführliche Diskussion momentan in der Literatur verwendeter Definitionen des Begriffes „Akkreditierung“ wird im Anhang auf Seite 179 präsentiert.

Auswirkungskategorie	Auswirkungsebene			
	Katastrophal	Kritisch	Noch vertretbar	Vernachlässigbar
Gefährdung von Menschen	Tod	Schwere Verletzung	Leichte Verletzung	Geringe Verletzung
Gefährdung von Betriebsmitteln	Betriebsmittelverlust; Betriebsmitteltotalausfall	Schwere Beschädigung; längerer Ausfall von Betriebsmitteln	Beschädigung; kurzer Ausfall von Betriebsmitteln	Geringe Beschädigung
Umweltschaden	Katastrophal (Tankerkatastrophe)	Schwer; Ökosysteme werden geschädigt	Gering	Vernachlässigbar
Mehrkosten	Totaler Investitionsverlust; Kostenanstieg von 100% und mehr	Erhebliche Mehrfinanzierung; 50-100% Kostenanstieg	20-50% Kostenanstieg	< 20% Kostenanstieg
Nichterreichen der Zielvorgaben	Entwurf erreicht keines der essentiellen Ziele	Schwere Entwurfsfehler, aber essentielle Projektziele werden erreicht	Entwurfsfehler vorhanden, können aber beseitigt werden	Trivial zu beseitigende Entwurfsfehler
Zeitverzug	Zeitverzug hat Auswirkungen auf Existenz des Unternehmens	Zeitverzug zieht massiven Kostenanstieg nach sich	Zeitverzug zieht unternehmensinterne Unruhe nach sich	Korrektur des Zeitplans notwendig
Politischer oder öffentlicher Schaden	Vorstandsmitglied bzw. Minister tritt zurück (Watergate)	Schwerwiegend, öffentliches Ansehen nimmt Schaden (Visa-Affaire)	Kritik in nationaler Presse	Kritik in Lokalpresse

Tabelle 1.1: Vorschlag zur Quantifizierung der Auswirkung falscher Modellergebnisse [70]

Anders beschrieben: Die Intensität der durchgeführten V&V-Aktivitäten ist so „tief und breit“ – und damit die Glaubwürdigkeit des Modells – dass weitere V&V-Aktivitäten zwar die Glaubwürdigkeit steigern, diese Steigerung jedoch aufgrund des Einsatzzwecks des Modells und damit aufgrund des Risikos, welches mit der Benutzung des Modells einhergeht, grundsätzlich nicht notwendig ist.

Anhand dieser Definition wird auch deutlich, warum in Abbildung 1.1 die Begriffe „Glaubwürdigkeit“, „Risiko“ und „Nutzen“ nicht hierarchisch dargestellt werden. Zwar ist intuitiv einsichtig, dass alle diese Begriffe in die Akkreditierung eines Modells eingehen, jedoch bedingen sie sich gegenseitig.

## 1.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Kontext und die Terminologie der vorliegenden Dissertation diskutiert: Verifikation, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen. Erläutert wurde, dass die Benutzung von Modellen und Simulationen – bedingt durch die Komplexität und Interdisziplinarität des Modellbildungsprozesses – immer mit dem Risiko fehlerhafter oder ungenügend genauer Modellergebnisse verbunden ist. Jenes Forschungsgebiet, welches sich mit der Glaubwürdigkeitsanalyse von Modellen, Simulationen und den dazugehörigen Daten beschäftigt, nennt man Verifikation und Validierung. Der Vorgang, bei dem entschieden wird, ob ein Modell für einen bestimmten Zweck geeignet ist, wird Akkreditierung genannt.

Im nächsten Kapitel wird auf den Vorgang der Akkreditierung selbst eingegangen und das in dieser Dissertation gelöste Problem identifiziert.



# Kapitel 2

## Kontext des Problems

Nachdem in Kapitel 1 in den Kontext der Dissertation eingeführt wurde, wird nun das zu lösende Problem identifiziert und strukturiert. Anknüpfend an die Diskussion des Akkreditierungsvorgangs in Abschnitt 1.3, wird in Abschnitt 2.1 anhand verschiedener Charakteristika und Randbedingungen erläutert, warum Akkreditierung von Modellen und Simulationen komplex und problematisch ist.

Im zweiten Abschnitt wird ein bekannter Ansatz zur Nutzenquantifizierung von Modellen und Simulationen betrachtet und einer kritischen Überprüfung unterzogen. Nachdem in die Begriffswelt der allgemeinen Entscheidungstheorie eingeführt wurde, wird ein Konzept vorgestellt, welches in einem real existierenden Werkzeug implementiert ist. Die in diesem Werkzeug verwendete klassische Wertbaumanalyse weist jedoch erhebliche Defizite auf, welche die Benutzung dieses Konzepts in der Praxis fragwürdig erscheinen lässt. An konkreten Beispielen werden diese Defizite identifiziert und erläutert.

Im dritten Abschnitt wird eine Lösungsidee präsentiert, welche geeignet ist, die betrachteten Konzepte so zu erweitern, dass die identifizierten Defizite nicht mehr vorhanden sind. Anschließend werden die Problembeschreibung und Lösungsidee zu einem Anforderungskatalog zusammengefasst. Es wird im Detail erläutert, was bei der Erarbeitung der vorliegenden Dissertation erreicht werden sollte. Abgeschlossen wird das Kapitel mit einer Diskussion des weiteren Aufbaus der Arbeit.

### 2.1 Charakteristika und Randbedingungen des Akkreditierungsprozesses

Gemäß Abschnitt 1.3 kann die Akkreditierung eines Modells verstanden werden als die Entscheidung, ob das Risiko, welches mit der Modellbenutzung einhergeht, unterhalb des vom Benutzer maximal akzeptierten Risikos liegt. Im aktuellen Abschnitt wird von einem entscheidungstheoretischen Blickwinkel herausgearbeitet, warum Akkreditierung schwierig ist. Aus einer solchen formalen entscheidungstheoretischen Sicht kann man die Akkreditierung eines Modells – grob und idealisierend – unterteilen in das Sammeln und Auswerten von Ergebnissen durchgeführter V&V-Tätigkeiten und das Aggregieren dieser Ergebnisse zu einem Gesamtwert: der Akkreditierungsentscheidung. Beide Schritte sind schwierig, und der vorliegende Abschnitt versucht – wenigstens zum Teil – Gründe für diese Komplexität zu liefern.

Akkreditierung ist hochgradig interdisziplinär. Der Akkreditierer ist mit Modellen aus unterschiedlichen Anwendungsdomänen mit verschiedenen Einsatzzwecken konfrontiert, zum Beispiel Training und Ausbildung oder Analyse zur Entscheidungsunterstützung.

Bereits in Abschnitt 1.1 wurde auf die in [64, 65] beschriebene „Notwendigkeit der ternären Qualifikation“ zur Modellbildung eingegangen. Wissen aus der Anwendungsdomäne des Modells, dem Operations Research und der Informatik sind notwendig. Wie für die Modellbildung, gilt dies auch für die Durchführung der Akkreditierungsentscheidung.

Diese Interdisziplinarität wird insbesondere durch die Vielfalt der zur Verfügung stehenden V&V-Techniken reflektiert, welche eine einzelne Person nicht alle beherrschen wird. In [17, 9, 8] werden zwei Taxonomien von über siebzig V&V-Verfahren für allgemeine Modelle beschrieben, welche aus dem Software Engineering, der Statistik oder dem Operations Research stammen. Alleine für die Klasse der objektorientierten Modelle werden in [15] über vierzig weitere V&V-Techniken referenziert.

Die für die Akkreditierung verantwortliche Person – der Akkreditierer – wird daher das Durchführen und Auswerten von V&V-Tätigkeiten an Domänenexperten delegieren, so dass er selbst mit V&V-Ergebnissen nur indirekt in Berührung kommt: Die Ergebnisse durchlaufen eine Phase der Experteninterpretation und liegen dem Akkreditierer im Allgemeinen in Form umgangssprachlicher Aussagen vor.

Eine weitere Schwierigkeit der Akkreditierung besteht darin, dass Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten a priori nicht vergleichbar sind; Es ist nicht klar, wie verschiedene Resultate zusammengefasst werden sollen:

**Beispiel 2.** *Ein LKW-Fahrsimulator wird validiert. Es wird getestet, in wie weit der notwendige Kraftaufwand zum Drehen des Lenkrads im Simulator mit dem realen Fahrzeug übereinstimmt. Man erhält zwei Funktionsgraphen, welche für jede Lenkradposition die zum Drehen notwendige Kraft im realen LKW und im Simulator widerspiegeln. Die Differenzkurve zwischen den beiden Graphen ist das Ergebnis dieser V&V-Tätigkeit.*

*Auch wird mit Hilfe eines Stresstests die Software des Simulators auf Qualität und Güte überprüft. Das Ergebnis dieser V&V-Tätigkeit ist eine binäre Variable, welche aussagt, ob der Stresstest bestanden wurde oder nicht.*

Diese Nichtvergleichbarkeit von V&V-Ergebnissen – in [105] Inkommensurabilität genannt – erschwert die Aggregation der Ergebnisse zu einem Gesamturteil.

In Abschnitt 1.3 wurde bereits diskutiert, dass ein Korrektheitsbeweis eines Modells nur für triviale Fälle machbar ist. Die gängige Praxis ist, gezielt nach Fehlern zu suchen, deren Abwesenheit jedoch nicht die Korrektheit des Modells garantiert.

In die Akkreditierungsentscheidung muss daher nicht nur einfließen, was über das Modell bekannt ist, sondern auch, was man nicht weiß. In Abbildung 1.4 auf Seite 8 wurde symbolisch Akkreditierung als die Entscheidung erklärt, dass bereits so intensiv V&V durchgeführt wurde, dass die Breite und Tiefe der V&V-Aktivitäten dem Risiko, welches man mit der Benutzung der Modellergebnisse eingeht, angemessen ist. Um diese Frage beantworten zu können, muss insbesondere quantifiziert werden, wo auf der Abszisse in Abbildung 1.4 man sich gerade befindet. Es muss eine quantitative Einschätzung getroffen werden, wie viel man über das Modell weiß, aber auch, wie viel man nicht weiß. In [25] wird diese Menge als Modellrestunsicherheit<sup>1</sup> bezeichnet.

Auch haben nicht alle an ein Modell gestellten Anforderungen die gleiche Priorität:

**Beispiel 3.** *Betrachte einen Trainingssimulator eines Kampfpanzers. Der korrekten Abbildung des Waffensystems wird bei der Validierung eine höhere Priorität eingeräumt werden als zum Beispiel der Klimaanlage, da ein Nichtbeherrschen des Waffensystems für die Besatzung im Einsatz lebensbedrohlich ist.*

---

<sup>1</sup>In [25]: residual uncertainty

Der VV&A-Prozess und die Akkreditierungsentscheidung müssen diese unterschiedlichen Prioritäten adäquat reflektieren.

Schließlich ist der V&V-Prozess verschiedenen Randbedingungen unterworfen, derer lediglich zwei exemplarisch erwähnt werden: Durch knappe Budgets oder nicht zur Verfügung stehende Zeit können nicht alle V&V-Aktivitäten durchgeführt werden, welche eigentlich notwendig wären. Auch kann der Fall eintreten, dass Validierung nicht durchgeführt werden kann, da das reale System nicht oder noch nicht existiert, der Zugang aufgrund von Sicherheitsrichtlinien nicht möglich ist oder das reale System Messungen nicht zulässt.

Diese Randbedingungen führen wiederum dazu, dass das Wissen über das zu akkreditierende Modell sinkt und das Nichtwissen steigt. Insbesondere wird der Fall eintreten, dass eine Akkreditierungsentscheidung getroffen werden muss, obwohl nicht alles Wissen vorhanden ist, welches zur Akkreditierung notwendig wäre.

## 2.2 Existierende Konzepte

In diesem Abschnitt wird der aktuelle Erkenntnisstand bzgl. der Unterstützung des V&V-Prozesses und der Akkreditierungsentscheidung präsentiert. Eine Möglichkeit ist die Durchführung einer Nutzwertanalyse, welche aus dem Bereich der Entscheidungstheorie stammt. Die Grundlagen dieser Theorie, zusammen mit einer Erläuterung, wo in der Entscheidungstheorie die Nutzwertanalyse angesiedelt ist, werden in einem ersten Teilabschnitt beschrieben.

In [12, 11, 14, 10] wird ein Werkzeug beschrieben, welches Nutzwertanalyse real implementiert und das kommerziell erhältlich ist. Das in diesem Programm verwendete nutzentheoretische Konzept – die klassische<sup>2</sup> Wertbaumanalyse – wird erläutert und einer kritischen Evaluierung unterzogen. Das Ergebnis ist die Identifikation von Defiziten, welche den Einsatz der Konzepte und damit auch des Werkzeugs in Produktionsumgebungen fragwürdig erscheinen lassen.

### 2.2.1 Grundlagen der allgemeinen Entscheidungstheorie – Nutzwertanalyse

Die hier beschriebenen Grundlagen der Entscheidungstheorie orientieren sich an [105, 103, 49, 16].

Entscheidungstheorie ist ein Zweig der Betriebswirtschaftslehre, welcher Konsequenzen von Entscheidungen evaluiert. In der einfachsten Form kann eine Entscheidung modelliert werden als ein Tripel, bestehend aus:

- einer Menge von Alternativen, dem Entscheidungsraum, zwischen denen der Entscheider zu wählen hat,
- einem Zustandsraum, welcher aus einer Menge von Attributen besteht, die die Alternativen beschreiben.
- Schließlich einer Funktion, welche jeder Entscheidungsalternative einen Nutzen zuordnet, abhängig von der Belegung der Attribute.

---

<sup>2</sup>Der Begriff Wertbaumanalyse wird mit dem Attribut „klassisch“ versehen, um dieses Verfahren von der unscharfen Wertbaumanalyse, welche später vorgestellt wird, unterscheiden zu können.

**Beispiel 4.** *Ein Industrieunternehmen plant, Teile der Fertigung an einen anderen Standort zu verlegen. Zur Disposition stehen zwei Standorte, A und B, welche den Entscheidungsraum darstellen. Die Attribute, welche den Zustandsraum definieren, seien Steuervorteile und Lohnkosten. Eine Funktion, welche jeder Entscheidungsalternative einen Nutzen zuordnet, ist die zu entrichtenden Unternehmenssteuern und Lohnkosten zu addieren. Je niedriger das Ergebnis, um so höher ist der Nutzen der Alternative.*

Man unterscheidet Entscheidungssituationen, in denen ein diskreter – wie in Beispiel 4 – oder ein kontinuierlicher Entscheidungsraum vorliegt. Bei Entscheidungen mit kontinuierlichem Entscheidungsraum spricht man von Multi Objective Decision Making oder Vektoroptimierung. Da bei der idealisiert betrachteten Akkreditierungsentscheidung ein diskreter Entscheidungsraum vorliegt – akkreditiere das Modell, so wie es ist, oder akkreditiere es nicht – wird Multi Objective Decision Making von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen.

Entscheidungssituationen mit diskretem Entscheidungsraum nennt man multiattributive Entscheidungen [105], die entsprechende Fachrichtung der Entscheidungstheorie Multi Attribute Decision Making. Beispiel 4 zeigt, dass man multiattributive Entscheidungen in zwei Schritte einteilen kann: Zuerst wird untersucht, wie sich die Auswahl einer Alternative auf die Belegung der Attribute auswirkt, d. h. der Nutzen jeder Alternative wird berechnet. Im zweiten Schritt wählt man die Alternative mit dem größten Nutzen aus.

Der erste Schritt dieses Verfahrens wird als Nutzentheorie, Nutzwert- oder Entscheidungsanalyse bezeichnet und Konzepte dieser Theorie werden bei der Unterstützung des V&V-Prozesses und der Akkreditierungsentscheidung instrumentalisiert. Angelehnt an die Umschreibung des Akkreditierungsvorgangs in Abschnitt 1.3 sollen die Fragen beantwortet werden: „Was für einen Nutzen hat das Modell?“, „Wie viel weiß man über das Modell?“ und „Wie hoch ist das Risiko, welches mit der Benutzung des Modells eingegangen wird?“.

Zu betonen ist, dass Nutzwert- bzw. Entscheidungsanalyse nicht die Aufgabe hat – und es auch nicht das Ziel der in dieser Arbeit entwickelten Konzepte ist – den V&V-Prozess zu automatisieren und dem Akkreditierer die Akkreditierungsentscheidung abzunehmen. Vielmehr gilt: “[Decision analysis is] a framework for thinking that enables different perspectives on a problem, to be brought together with the result that new intuitions and higher-level perspectives are generated.” [74].

Keeney [57] schreibt: “Decision analysis will not solve a decision problem, nor is intended to. Its purpose is to produce insight and promote creativity to help decision makers make better decisions.”.

## 2.2.2 Nutzentheorie zur VV&A-Unterstützung — Der aktuelle Stand

In [12, 11, 14, 10, 2] wird ein Konzept erläutert, wie Akkreditierung mit Hilfe von Nutzwertanalyse unterstützt werden kann. Durchgeführt wird eine klassische Wertbaumanalyse [43, 46]:

- Projektadministratoren und Domänenexperten werden identifiziert. Projektadministratoren haben Leitungsfunktion, Domänenexperten führen V&V-Tätigkeiten durch, bzw. interpretieren die Ergebnisse einzelner V&V-Tätigkeiten, wenn sie diese nicht selbst durchführen.
- Die Projektadministratoren konstruieren einen Wertbaum, dessen Wurzel den Gesamtnutzen des Modells darstellt. Zum Aufbau des Wertbaums wird vorgeschla-

gen, dass die Knoten unmittelbar unter der Wurzel Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess oder andere Aspekte des Modells darstellen, wie Kosten, Projektmanagementqualität oder das Risiko, welches mit der Benutzung der Simulationsergebnisse einhergeht.

- Jeder Knoten wird weiter unterteilt, bis man an den Blättern des Wertbaums Attribute erhält, welche mit Hilfe von V&V-Techniken mit Werten belegt werden können.
- Jedem Attribut werden ein oder mehrere Domänenexperten zugeteilt, welche die Wertbelegung vornehmen.
- Attributwerte werden durch Intervalle  $[a, b]$  mit  $a, b \in \{0, 1, 2, \dots, 100\}$  und  $a \leq b$  dargestellt. Die Interpretation ist, dass größere Zahlen bessere Werte darstellen. Der beste zu erreichende Wert ist  $[100, 100]$ , der schlechteste  $[0, 0]$ . Man unterscheidet:
  - **Scharfe Werte:**  $a = b$ , zum Beispiel  $[30, 30]$  oder  $[86, 86]$ .
  - **Unscharfe Werte:**  $a < b$ , zum Beispiel  $[10, 20]$  oder  $[60, 90]$ .
  - **Nominale Werte** sind linguistische Aussagen, wie „groß“ oder „weniger gut“, welche auf unscharfe Werte abgebildet werden.

In Abschnitt 2.2.3 wird auf nominale Werte genauer eingegangen.

- Jedem Domänenexperten und jedem Knoten des Wertbaums wird durch Projektabministratoren ein Gewicht zugewiesen. Das Gewicht eines Domänenexperten repräsentiert seine Glaubwürdigkeit, das Gewicht eines Knotens die Priorität der untersuchten Modelleigenschaft. Gewichte sind reelle Zahlen zwischen 0 und 1 und werden mit Hilfe des Analytic-Hierarchy-Process [14, 81, 89] ermittelt. Die Summe der Gewichte aller Nachfolgeknoten eines Wertbaumknotens und die Summe der Gewichte der Domänenexperten, welche das gleiche Attribut bewerten, müssen den Wert 1 ergeben.
- Für jedes Attribut wird anhand der Gewichte  $\omega_1, \dots, \omega_n$  der Domänenexperten und der Attributwerte  $A_1, \dots, A_n$ , die die einzelnen Domänenexperten vergeben haben, mit Hilfe einfacher additiver Gewichtung [105] ein Gesamtwert  $A$  ermittelt. Da die Attributwerte  $A_1, \dots, A_n$  Intervalle sind:

$$A_i = [a_i, b_i], \quad a_i, b_i \in \{0, 1, \dots, 100\}, \quad a_i \leq b_i \quad \forall i \in \mathbb{N}_n$$

wird jede Rechnung einmal für die oberen Intervallgrenzen und einmal für die unteren Intervallgrenzen durchgeführt:

$$\underline{S} := \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot a_i \quad \overline{S} := \sum_{i=1}^n \omega_i \cdot b_i \quad \forall i \in \mathbb{N}_n$$

Das Ergebnis  $S := [\underline{S}, \overline{S}]$  ist wieder ein Intervall mit  $\underline{S}, \overline{S} \in \{0, 1, 2, \dots, 100\}$  und  $\underline{S} \leq \overline{S}$ . Die Werte der inneren Knoten des Wertbaums werden analog ermittelt.

- Das Gesamtergebnis der Aggregation wird wieder als Intervall dargestellt. Zusätzlich ist es möglich, sich die einzelnen Attributbelegungen der Söhne und deren Gewichte als Grafik anzeigen zu lassen.

### 2.2.3 Identifizierte Defizite in aktuellen Konzepten

In diesem Abschnitt werden in dem Konzept der klassischen Wertbaumanalyse Defizite identifiziert, welche in Abschnitt 2.4 als Grundlage für die Formulierung der an diese Dissertation gestellten Anforderungen benutzt werden. Die Defizite resultieren zum Teil aus entscheidungstheoretischen Betrachtungen, zum Teil daraus, dass das Konzept der klassischen Wertbaumanalyse den in Abschnitt 2.1 erläuterten Charakteristika und Randbedingungen des V&V- und Akkreditierungsprozesses nicht gerecht wird.

#### (1) Fehlende Quantifizierung von Nichtwissen

In der klassischen Wertbaumanalyse geht man stillschweigend davon aus, dass jedes Attribut mit einem Wert belegt werden kann. Am Anfang eines Projektes stellt man einen Wertbaum auf, der alle für die Verifikation, Validierung und Akkreditierung relevanten Aspekte berücksichtigt. Durch die in Abschnitt 2.1 genannten Randbedingungen des V&V-Prozesses kann es jedoch im Projektverlauf dazu kommen, dass eigentlich notwendige V&V-Tätigkeiten nicht durchgeführt werden können und damit auch für einzelne Attribute keine Daten vorliegen. Die klassische Wertbaumanalyse kann mit dieser Situation nicht umgehen, es sei denn, man löscht die entsprechenden Knoten aus dem Wertbaum. Das widerspricht der Forderung, dass der Wertbaum alle für die Akkreditierungsentscheidung relevanten Aspekte des Modells berücksichtigen soll.

Es wird nur die Frage geklärt: „Was weiß man über die Simulation?“, während die Frage „Was und wie viel weiß man nicht über die Simulation?“ – mit Hilfe von Abbildung 1.4 auf Seite 8 beschrieben: „An welchem Punkt der Abszisse befindet sich das Projekt?“ – nicht beantwortet werden kann.

Auch kann man durch die Verwendung von Intervallen als Attributwerte nicht das Wissen über das Modell bzgl. des betrachteten Attributs quantifizieren. Folgt man der im letzten Abschnitt beschriebenen Semantik, ist das Wissen über das Modell bzgl. des betrachteten Attributes um so größer, je kleiner das Intervall ist: Ein Attributwert  $[70, 70]$  deutet im Gegensatz zu  $[60, 80]$  an, dass im ersten Fall das Wissen „schärfer“ ist.

Denkt man diese Philosophie zu Ende, würde der Attributwert  $[0, 100]$  totales Nichtwissen repräsentieren, zum Beispiel wenn ein Attributwert nicht mit einem Wert belegt werden kann. Dieses Vorgehen kann in der Praxis nicht befriedigen:

**Beispiel 5.** *Betrachte die drei Attributwerte*

$$A_1 := [81, 100], \quad A_2 := [81, 100], \quad A_3 := [0, 100].$$

*Belegt man diese mit demselben Gewicht, erhält man gemäß einfacher additiver Gewichtung das Intervall*

$$\left[ \frac{81 + 81 + 0}{3}, \frac{100 + 100 + 100}{3} \right] = [54, 100]$$

*als Ergebnis, welches suggeriert, dass der Modellnutzen gleichmäßig vom mittleren bis zum guten Bereich verteilt ist. Das ist aber nicht der Fall: Zwei von drei Attributen sind mit hohem Nutzen belegt und über den dritten kann keine Aussagen gemacht werden.*

#### (2) Keine Quantifizierung der Substituierbarkeit von Attributwerten

In [12, 11, 14, 10, 2] wird einfache additive Gewichtung [105, 43, 58] als Aggregator verwendet. Dieses Modell führt eine Mittelwertbildung durch, was voraussetzt, dass alle Attribute gegenseitig substituierbar sind. Diese Annahme wird in der Praxis meist falsch sein, da es für jede Simulation gewisse Anforderungen geben wird, ohne welche das Modell auf keinen Fall akkreditiert werden kann.

**Beispiel 6.** *Der Auftraggeber eines Simulators legt fest, dass das Modell mit einer bereits bestehenden Simulation gekoppelt werden soll. Diese Fähigkeit soll durch einen Test sichergestellt werden. Ohne das Bestehen dieses Kopplungstests wird die Simulation nicht akzeptiert werden. Allerdings garantiert ein Bestehen des Tests nicht, dass die Simulation eine hohe Qualität hat.*

In der Entscheidungstheorie spricht man im Falle gegenseitiger Substituierbarkeit<sup>3</sup> der Attributwerte von kompensatorischen<sup>4</sup> bzw. – bei nicht zulässiger Substituierbarkeit – von nichtkompensatorischen Verfahren bzw. Methoden: “[Noncompensatory models] do not permit tradeoffs between attributes. A disadvantage or unfavorable value in one attribute cannot be offset by an advantage or favorable value in some other attribute. [...] Compensatory models permit tradeoffs between attributes. That is, in these models changes (perhaps small changes only) in one attribute can be offset by opposing changes in any other attributes.” [49].

Anders: Ein nicht substituierbarer bzw. nicht kompensatorischer Attributwert ist ein Attributwert, der im Rahmen einer Mittelwertbildung nicht durch bessere Attributwerte anderer Attribute kompensiert werden kann. Umgangssprachlich kann man formulieren: „Geht ein nichtkompensatorischer Attributwert in eine Aggregationsoperation ein, darf das Ergebnis der Aggregation nicht besser sein, als dieser nichtkompensatorische Wert.“

Diese Eigenschaft der Nichtkompensierbarkeit eines Attributwertes kann nicht durch Gewichtung des Attributes modelliert werden: Einerseits ist Kompensierbarkeit bzw. Nichtkompensierbarkeit eine Eigenschaft eines Attributwertes und nicht des Attributs, andererseits müsste man abhängig vom Wert eines Attributs die Gewichtung des Attributs ändern, wie das folgende Beispiel zeigt:

**Beispiel 6. Fortsetzung** (Die Berechnungsvorschriften entsprechen denen in [73].) *Das Zwischenprodukt „ausführbares Modell“ im Modellbildungsprozess sei durch fünf Attribute  $A_1, \dots, A_5$  repräsentiert, dener das fünfte den Kopplungstest darstellt. Dieses Attribut wird mit einem hohen Gewicht (0.9) versehen. Die anderen Attribute repräsentieren weitere Aspekte des ausführbaren Modells und seien mit zufällig gewählten mittleren Werte belegt, siehe Tabelle 2.1.*

*Die Werte der Attribute  $A_1, \dots, A_4$  seien gegenseitig substituierbar und daher gleich gewichtet. Auf die Herleitung der einzelnen Gewichte mit dem Analytic Hierachy Process wird aus Platzgründen verzichtet.*

Attributnummer	Attributwert	Gewicht
$A_1$	[50, 60]	0.025
$A_2$	[45, 70]	0.025
$A_3$	[40, 55]	0.025
$A_4$	[50, 50]	0.025
$A_5$	???	0.9
Summe der Gewichte		1

Tabelle 2.1: Verwendete Werte in Beispiel 6; Attribut  $A_5$  5 stellt den Kopplungstest dar

*Es wird erwartet, dass ein Nichtbestehen des Kopplungstests zu einem sehr schlechten Ergebnis führt, da der Auftraggeber die Simulation nicht akzeptieren wird. Im Falle des Bestehens des Kopplungstest sollte das Ergebnis ein mittlerer Wert sein, da die Attribute  $A_1, \dots, A_4$  mit mittleren Werten belegt sind und das Bestehen des Kopplungstests keine hohe Qualität des ausführbaren Modells garantiert.*

<sup>3</sup>substituieren  $\hat{=}$  austauschen, ersetzen; einen Begriff an Stelle eines anderen setzen [92]

<sup>4</sup>kompensatorisch  $\hat{=}$  ausgleichend [92]

**Szenario 1:** Der Kopplungstest schlägt fehl. Attribut  $A_5$  wird mit dem Wert  $[0, 0]$  belegt und man erhält mit

$$50 \cdot 0.025 + 45 \cdot 0.025 + 40 \cdot 0.025 + 50 \cdot 0.025 + 0 \cdot 0.9 = 4.625$$

und

$$60 \cdot 0.025 + 70 \cdot 0.025 + 55 \cdot 0.025 + 50 \cdot 0.025 + 0 \cdot 0.9 = 5.875$$

den Wert  $[4.625, 5.875]$  als Gesamtwert.

Dieser entspricht den Erwartungen, da der Kopplungstest, welcher essenziell für die Akkreditierung der Simulation ist, nicht bestanden wurde.

**Szenario 2:** Der Kopplungstest wird bestanden und Attribut  $A_5$  mit dem Wert  $[100, 100]$  belegt. Durch die hohe Gewichtung dieses Attributes erhält man mit

$$50 \cdot 0.025 + 45 \cdot 0.025 + 40 \cdot 0.025 + 50 \cdot 0.025 + 100 \cdot 0.9 = 94.625$$

und

$$60 \cdot 0.025 + 70 \cdot 0.025 + 55 \cdot 0.025 + 50 \cdot 0.025 + 100 \cdot 0.9 = 95.875$$

das Intervall  $[94.625, 95.875]$  als Gesamtwert. Dieses ist unrealistisch, da suggeriert wird, dass das Bestehen des Kopplungstests ein hervorragendes ausführbares Modell garantiert.

Um in Szenario 2 dennoch einen durchschnittlichen Wert zu erhalten, müsste man die Gewichtung der Attribute ändern. Das würde wiederum bedeuten, dass man die ursprüngliche Intention der Gewichtung, nämlich die Aussage, wie viel Bedeutung einem Attribut bei der Mittelwertbildung zukommt, aufgibt.

### (3) Unzureichende Modellierung umgangssprachlicher Expertenaussagen

Wie in Abschnitt 2.2.2 beschrieben, werden in  $[12, 11, 14, 10, 2]$  sämtliche Wertbaumattribute durch Intervalle der Form  $[a, b]$  mit  $a, b \in \{0, 1, 2, \dots, 100\}$  und  $a \leq b$  ausgedrückt. Unterschieden wird zwischen scharfen, unscharfen und nominalen Werten. Nominale Werte sind linguistische Bezeichner, wie „Good“, „Excellent“, „Bad“ oder „Marginal“, welche auf unscharfe Werte, also Intervalle  $[a, b]$  mit  $a < b$  abgebildet werden. Tabelle 2.2 beschreibt ein Beispiel.

Die Umsetzung der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten, d. h. die Definition der zu verwendenden linguistischen Werte und die Abbildung dieser Werte auf Intervalle obliegt dem Anwender: „Define nominal score set(s) at the project level. Set one nominal score set as the project default. Select a nominal score set for each leaf indicator requiring one other than the project default.“ [12].

Dieses Verfahren sollte in – mindestens – zwei Punkten verbessert werden: Zum Einen wird sich ein Domänenexperte bei der Beurteilung eines bestimmten Aspektes eines Modells nicht auf einen einzigen linguistischen Wert festlegen, siehe Abschnitt 2.1. Vielmehr wird eine unscharfe umgangssprachliche Formulierung abgegeben werden:

**Beispiel 7.** Betrachtet wird ein LKW-Fahrsimulator. Die Herstellerfirma zieht einen Fahrlehrer als Domänenexperten hinzu, welcher beurteilen soll, ob die Fahrgeräusche des LKW im Simulator ausreichend wirklichkeitsnah wiedergegeben werden. Der Fahrlehrer sagt aus: „Die Motorgeräusche stimmen mit dem Original überein, jedoch macht im Original das Getriebe ein knacksendes Geräusch, falls man nicht lange genug die Kupplung vor einem Schaltvorgang getreten hält. Dieses Geräusch sollte vorhanden sein“.

Nominal Score	Numerical Score
Excellent +	[97, 100]
Excellent	[94, 97]
Excellent -	[90, 94]
Good +	[87, 90]
Good	[90, 87]
Good -	[80, 84]
Satisfactory +	[77, 80]
Satisfactory	[74, 77]
Satisfactory -	[70, 74]
Poor -	[67, 70]
Poor	[64, 67]
Poor +	[60, 64]
Unacceptable -	[40, 60]
Unacceptable	[20, 40]
Unacceptable +	[0, 20]

Tabelle 2.2: Beispiel für die Abbildung linguistischer Werte auf Intervalle [12]

Diese Aussage kann nicht mit Hilfe eines einzigen linguistischen Wertes dargestellt werden: Man ist bei dem in Tabelle 2.2 dargestellten Konzept gezwungen, eine Mittelwertbildung durchzuführen, zum Beispiel durch den Wert „Satisfactory +“. Dieser spiegelt aber nicht die Pragmatik der Expertenaussage wieder, da diese „unscharf“ ist in dem Sinne, dass das Modell die Fahrgeräusche grundsätzlich originalgetreu wiedergibt, jedoch geringe Defizite bestehen. Wünschenswert wäre ein Attributwert, an dem abgelesen werden kann, dass das Modell prinzipiell den Anforderungen genügt, Schwächen aber trotzdem existieren.

Der zweite Grund, warum die Darstellung der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten mit Hilfe von Intervallen unbefriedigend ist, ist, dass nominale Werte definiert werden, bevor ein Experte seine Auswertung beginnt. Man kann aber nicht wissen, wie ein Experte umgangssprachlich einen zu beurteilenden Aspekt des Modells beschreiben wird. Hat man sich beispielsweise auf die in Tabelle 2.2 beschriebene Menge von nominalen Werten geeinigt, ist es nicht möglich, einen linguistischen Wert wie „mittelmäßig bis gut, eher gut“ darzustellen. Man müsste im Nachhinein die verwendeten nominalen Werte korrigieren.

## 2.3 Die Lösungsidee: Unscharfe Nutzentheorie

Die grundlegende Idee dieser Dissertation ist die Nutzenmodellierung von Modellen und Simulationen durch die Verwendung von Erweiterungen der Nutzentheorie, welche unscharfe Mengenlehre instrumentalisiert: Unscharfe Nutzentheorie bzw. unscharfe Wertbaumanalyse. In die Konzepte dieser Theorie führt dieser Abschnitt ein.

Zuerst werden die Grundlagen unscharfer Mengenlehre zusammengefasst, anschließend die Grundlagen der unscharfen Nutzentheorie. Parallel wird durch Beispiele begründet, warum unscharfe Nutzwertanalyse geeignet ist, den im letzten Abschnitt identifizierten Defiziten zu begegnen.

### 2.3.1 Unscharfe Mengenlehre

Die Theorie der unscharfen Mengen wurde entwickelt, weil die in der realen Welt wahrnehmbaren Objekte oft keine fest definierten Grenzen haben. Damit existiert eine Kluft

zwischen der menschlichen Wahrnehmung dieser Objekte und ihrer formalen Repräsentation, womit mathematische Hilfsmittel wie binäre Logik oder reelle Zahlen gemeint sind [96]: “The power of expressivity of real numbers is far beyond the limited level of precision found in mental representations.” [37]. Gemeint ist unter Anderem, dass in der klassischen Mengenlehre die Festlegung, ob ein Element zu einer Menge gehört oder nicht, binär ist. Die Idee der unscharfen Mengen besteht darin, dieses Axiom zu lockern: Man trägt die Zugehörigkeit eines Elementes zu einer Menge auf dem Intervall  $[0, 1]$  ab. Dabei meint der Wert Null: „gehört nicht zu der Menge“, analog der Wert Eins: „gehört zu der Menge“. Die Werte zwischen 0 und 1 repräsentieren den „Grad der Zugehörigkeit“:

**Definition 7.** Sei  $M$  eine nichtleere Menge und  $\mu : M \rightarrow \mathbb{R}$  eine Abbildung. Dann nennt man die Menge von Paaren

$$\mu_M := \{(x, \mu(x))\} := \{(x, \mu(x)) \mid x \in M, \mu : M \rightarrow \mathbb{R}\}$$

unscharfe Menge in  $M$ . Die Abbildung  $\mu$  wird Zugehörigkeits- oder Mitgliedschaftsfunktion [44] von  $\mu_M$  genannt, die Menge  $M$  nennt man Grundbereich, Grundmenge, Universum [27] oder Referential [37] der unscharfen Menge  $\mu_M$ .

Ist klar, um welchen Grundbereich es sich handelt, schreibt man statt  $\mu_M$  auch einfach  $\mu$ . Gilt

$$\inf \{\mu(x) \mid x \in M\} = 0 \quad \text{und} \quad \sup \{\mu(x) \mid x \in M\} = 1,$$

so heißt  $\mu$  normiert.

Eine wichtige Anwendung unscharfer Mengenlehre ist die Modellierung linguistischer Werte, wie „eher groß“ oder „mehr oder weniger gut“ durch Zugehörigkeitsfunktionen. Diese Idee wird in dem Konzept der „linguistischen Variablen“ weiter verfolgt und in Kapitel 5 diskutiert.

Auch existieren unscharfe Erweiterungen für Operationen der klassischen Mengenlehre, wie Vereinigung, Durchschnitt oder Komplement. Eine Anwendung ist die Verallgemeinerung der klassischen Logik zur unscharfen Logik<sup>5</sup>: Interpretiert man den Durchschnitt zweier Mengen als Konjunktion und die Vereinigung als Disjunktion, hat man in der klassischen Mengenlehre lediglich die Möglichkeit, einen der beiden Operatoren anzuwenden. In der unscharfen Mengenlehre kann man dagegen genau festlegen, zu welchem Grad man zwei unscharfe Mengen disjungieren oder konjugieren möchte.

Weitere Beispiele unscharfer Mengenoperatoren findet man in [103, 104, 26].

### 2.3.2 Unscharfe Nutzentheorie

Unscharfe Nutzentheorie erweitert klassische Nutzentheorie um unscharfe Mengenlehre. Ein Ansatzpunkt ist die Verwendung von Zugehörigkeitsfunktionen zur Darstellung von Attributwerten. Der Vorteil liegt in der Möglichkeit, Unschärfe in umgangssprachlichen Aussagen zu repräsentieren: Betrachte erneut Beispiel 7 auf Seite 20. Die Schwierigkeit der Repräsentation der Expertenaussage besteht darin, dass diese nicht durch einen einzigen linguistischen Wert wiedergegeben werden kann. Sowohl positive, als auch negative Aspekte existieren.

In Abbildung 2.1 ist eine Möglichkeit gezeigt, wie diese Expertenaussage mit Hilfe einer unscharfen Menge repräsentiert werden kann. Die Grundmenge besteht aus dem Einheitsintervall  $[0, 1]$  mit der Interpretation, dass Grundmengenelemente größer als 0.5 gute Werte repräsentieren, Elemente kleiner als 0.5 schlechte. Die Größe des Funktionswertes über einem bestimmten Element der Grundmenge stellt dar, zu welchem Grad dieser Wert für das zu untersuchende Attribut zutrifft.

<sup>5</sup>engl. fuzzy logic

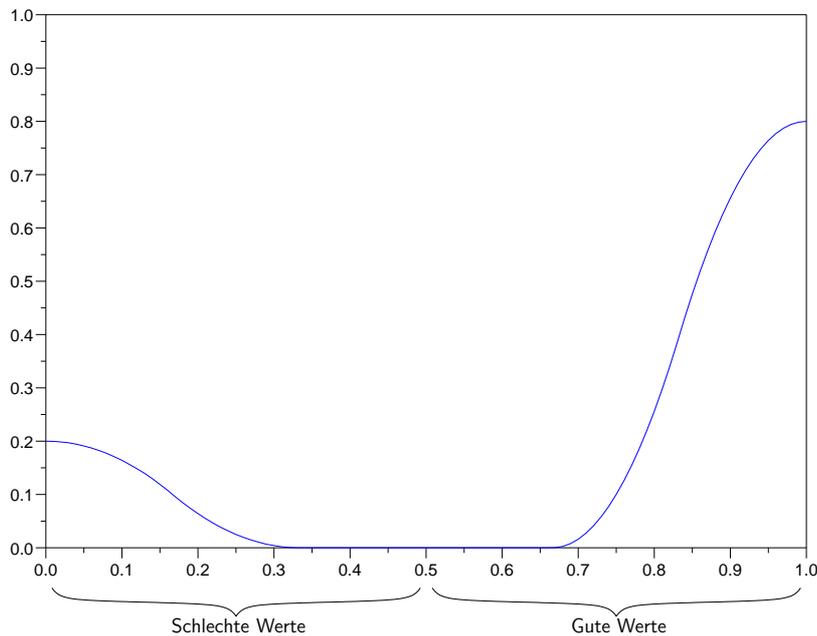


Abbildung 2.1: Darstellung der Expertenaussage in Beispiel 7 mit Hilfe einer Zugehörigkeitsfunktion (blauer Graph)

In der Abbildung ist zu erkennen, dass sowohl positive, als auch negative Werte vorhanden sind. Die positiven überwiegen jedoch.

Der zweite Ansatzpunkt zur Verwendung unscharfer Mengenlehre in der Nutzentheorie ist die Verwendung unscharfer Mengenoperatoren zur Aggregation. Ein Vorteil gegenüber Aggregatoren der klassischen Nutzentheorie ist, dass in der unscharfen Mengenlehre Operatoren sowohl zur Darstellung kompensatorischer als auch nichtkompensatorischer Attributwerte existieren. Zudem lassen sich unscharfe Mengenoperatoren beliebig miteinander verknüpfen, d. h. eine Kombination kompensatorischer und nichtkompensatorischer Operatoren ist problemlos möglich, zusätzlich kann der Grad der (Nicht-)Kompensation genau festgelegt werden:

**Beispiel 8.** In Abbildung 2.2 sind zwei Zugehörigkeitsfunktionen dargestellt, welche Attributwerte repräsentieren. Funktion  $\mu_1$  stellt einen positiven Attributwert dar,  $\mu_2$  einen negativen. Abbildung 2.3 repräsentiert mögliche Aggregationen dieser beiden Attributwerte:

- $\mu_5$  ist das Ergebnis einer vollständig kompensatorischen Aggregation. Hier wird das arithmetische Mittel der Zugehörigkeitsfunktionen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  gebildet.
- Weitere Aggregationen werden durch  $\mu_3$  und  $\mu_4$  dargestellt. Zu erkennen ist, dass diese eine Kompensation des Attributwerts  $\mu_2$  nur zu einem gewissen Grad zulassen. Beispielsweise lässt der für die Erzeugung der Menge  $\mu_3$  benutzte Aggregator die Kompensation der Menge  $\mu_2$  nur zu dem Grad  $\frac{1}{3}$  zu. Für festes  $x \in [0, 1]$  hat jeder Ordinatenwert  $\mu_3(x)$  von  $\mu_2(x)$  den Abstand

$$\frac{|\mu_2(x) - \mu_1(x)|}{3},$$

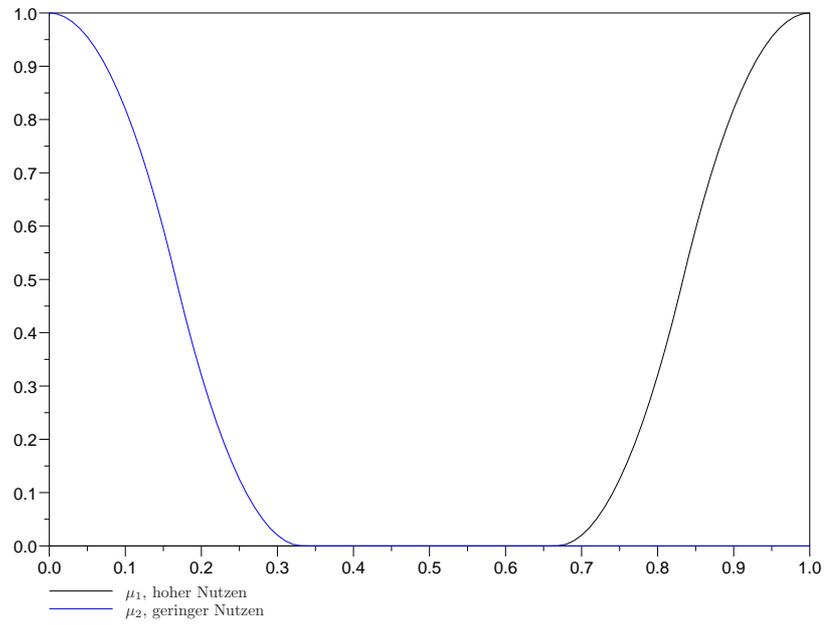


Abbildung 2.2: In Beispiel 8 verwendete Attributwerte

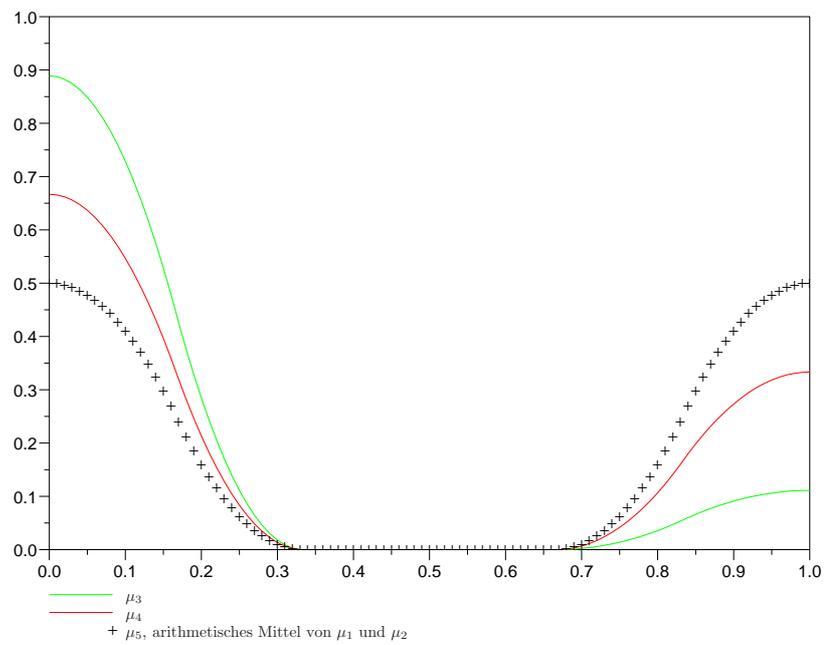


Abbildung 2.3: In Beispiel 8 verwendete Werte (Fortsetzung)

analog hat jeder Ordinatenwert  $\mu_3(x)$  von  $\mu_1(x)$  für festes  $x \in [0, 1]$  den Abstand

$$\frac{2 \cdot |\mu_2(x) - \mu_1(x)|}{3}.$$

Das Gleiche gilt für die Menge  $\mu_4$ , jedoch beträgt hier die Kompensierbarkeit von  $\mu_2$   $\frac{2}{3}$ .

- Ein vollständig nichtkompensatorischer Aggregator würde durch einen Graph repräsentiert, welcher deckungsgleich mit der Funktion  $\mu_1$  verläuft. Der Grund ist, dass jede Verbesserung der Menge  $\mu_2$  – eine Erniedrigung der Ordinatenwerte im linken Teilintervall bzw. eine Erhöhung im rechten – der Eigenschaft des Aggregators widersprechen würde, nichtkompensatorisch zu sein: Das Ergebnis der Aggregation wäre besser, als der schlechteste Wert, welcher in die Berechnung eingeht, in diesem Fall die Menge  $\mu_2$ .

Eine umfassende Aufzählung unscharfer Mengenoperatoren, welche auf Nutzentheorie übertragen wurden, findet man in [27]. In [33] wird ein reales Beispiel beschrieben, wie unscharfe Nutzentheorie im Bereich des Umweltschutzes angewendet wird.

## 2.4 Anforderungen an die Dissertation

Nachdem bis jetzt der Kontext der Dissertation diskutiert und der aktuelle Stand der Wissenschaft erläutert wurde, wird nun die Aufgaben- und Problemstellung dieser Arbeit zusammenhängend dargestellt. Einerseits wurden diese aus den in Abschnitt 2.2.3 dargestellten Defiziten aktuell verwendeter Konzepte synthetisiert, andererseits aus der in Abschnitt 2.3 skizzierten Lösungsidee.

Das in Abschnitt 2.2.2 diskutierte Konzept der klassischen Wertbaumanalyse – eingesetzt zur Unterstützung der Verifikation, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen – soll durch Techniken der unscharfen Nutzentheorie so erweitert werden, dass folgende Anforderungen erfüllt sind:

- **Anforderung 1:**  
Zusätzlich zur Quantifizierung des Modellnutzens soll auch das Wissen bzw. Wissenslücken über ein Modell quantifiziert werden. Nutzen und Wissen bzw. Wissenslücken sollen dabei aus den Ergebnissen durchgeführter V&V-Tätigkeiten hergeleitet werden. Sowohl die Frage „Wie viel weiß man über das Modell?“ als auch „Wie viel weiß man nicht über das Modell?“ soll beantwortet werden.
- **Anforderung 2:**  
Die zu entwickelnden Konzepte sollen – unabhängig von einer durch Gewichte realisierbaren Priorisierung von Modelleigenschaften – kompensatorische und nichtkompensatorische Attributwerte unterscheiden. Kompensierbarkeit und Nichtkompensierbarkeit darf nicht als binärer Wert repräsentiert werden.
- **Anforderung 3:**  
Es soll ein Konzept zur strukturierten Umsetzung der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten – insbesondere umgangssprachlicher Expertenaussagen – auf Zugehörigkeitsfunktionen erarbeitet werden.  
Ziel ist eine genaue Modellierung der Semantik von Expertenaussagen bzgl. der Modellqualität.

Zusätzlich sollen die erarbeiteten Konzepte unabhängig sein vom zugrunde gelegten Modellbildungsprozess, um einen universellen Einsatz zu gewährleisten.

## 2.5 Aufbau der Arbeit und Lösungsansatz

Der weitere Aufbau der vorliegenden Dissertation orientiert sich an dem Ablauf einer Wertbaumanalyse: Aufbau des Wertbaums, Belegen der Attribute mit Werten, Aggregation der Attributwerte zu einem Gesamtwert und Interpretation des Ergebnisses.

Bevor man Attribute in einer unscharfen Wertbaumanalyse mit Werten belegen oder Attributwerte zu einem Gesamtwert aggregieren kann, muss ein Konzept erarbeitet werden, wie Attributwerte in einer unscharfen Wertbaumanalyse aussehen und welchen Anforderungen sie genügen müssen. In Kapitel 3 wird ein solches Konzept unter Beachtung der in Abschnitt 2.4 formulierten Anforderungen erarbeitet.

Wichtigstes Ergebnis ist, dass es nicht möglich ist, Nutzen und Wissen über ein Modellattribut innerhalb einer einzigen unscharfen Menge darzustellen. Die Definition eines Attributwertes, so wie sie in dieser Arbeit verwendet wird, beinhaltet daher zwei unscharfe Mengen  $\mu_N$  und  $\mu_W$ : Die erste repräsentiert den Nutzen, die zweite das Wissen über das betrachtete Attribut.

Ob ein schlechter Attributwert durch bessere kompensiert werden kann, wird innerhalb eines Attributwertes durch zwei Zahlen aus dem Intervall  $[0, 1]$  – so genannte Kompensationsfaktoren – ausgedrückt. Diese erhalten die Bezeichnung  $a_N \in [0, 1]$  für den Nutzen bzw.  $a_W \in [0, 1]$  für das Wissen. Die Bedeutung ist:

$$\begin{aligned} a_N = 0 &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann überhaupt nicht kompensiert werden,} \\ a_N = 1 &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann voll kompensiert werden,} \\ a_N = \delta \in ]0, 1[ &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann „zu dem Grad } \delta\text{“ kompensiert werden.} \end{aligned}$$

Analog für die Zahl  $a_W$ . Ist über ein Attribut überhaupt kein Wissen vorhanden und kann deshalb keine Nutzenfunktion bestimmt werden, setzt man sowohl für die Nutzenfunktion  $\mu_N$  als auch für den Kompensationsfaktor des Nutzens  $a_N$  die leere Menge. Dieser Umstand muss in Kapitel 5 bei der Herleitung der Aggregatorfunktion beachtet werden, d. h. der Aggregator muss in der Lage sein, als Nutzenfunktion die leere Menge zu verarbeiten.

Schließlich wird in die Definition der Attributwerte das Attributgewicht, welches die Priorität des betrachteten Attributs innerhalb des Wertbaums darstellt, integriert.

Somit besteht ein Attributwert aus fünf Elementen:

$$(\mu_N, \mu_W, a_N, a_W, \omega),$$

der Nutzen- bzw. Wissensfunktion  $\mu_N$  und  $\mu_W$ , den Kompensationsfaktoren  $a_N, a_W \in [0, 1]$  für Nutzen und Wissen und dem Attributgewicht  $\omega$ .

Nochmals betont werden soll, dass die Eigenschaft eines Attributes, kompensatorisch zu sein, abhängig ist vom Attributwert und nicht vom Attribut. Im Gegensatz dazu ist das Attributgewicht, welches die Wichtigkeit des betrachteten Attributs innerhalb des Wertbaums darstellt, abhängig vom Attribut selbst und wird bereits beim Aufstellen des Wertbaums bestimmt.

Kapitel 4 dieser Dissertation ist dem Herleiten der Aggregatorfunktion gewidmet. Begonnen wird dieser Prozess mit dem Sammeln von umgangssprachlich formulierten Rationalitätsanforderungen, denen der Aggregator genügen soll. Zum Beispiel lautet eine Rationalitätsanforderung, dass der Aggregator unabhängig sein soll von der Reihenfolge, in welcher die Attribute betrachtet werden.

Der nächste Schritt in der Herleitung des Aggregators ist die Umsetzung dieser Rationalitätsanforderungen in ein mathematisches Axiomensystem. Ziel ist, sämtliche Rationalitätsanforderungen durch Axiome darzustellen, so dass eine formalisierte Problemstellung zur Verfügung steht. Die beispielhaft angesprochene Rationalitätsanforderung,

dass der Aggregator unabhängig sein soll von der Reihenfolge der betrachteten Attribute, geht über in die mathematische Forderung der Kommutativität: Seien  $A_1, \dots, A_n$  Attributwerte, dann soll

$$f(A_1, \dots, A_n) = f(A_{p(1)}, \dots, A_{p(n)})$$

gelten, wobei die Funktion

$$p : \mathbb{N}_n \rightarrow \mathbb{N}_n$$

eine beliebige Permutation der Menge  $\mathbb{N}_n := \{1, \dots, n\}$  und  $f$  die zu findende Aggregatorfunktion repräsentiert.

Schließlich wird im Hauptabschnitt des Kapitels 4 der in dieser Arbeit verwendete Aggregator schrittweise hergeleitet. Die in der Literatur vorhandenen unscharfen Mengenoperatoren werden – eingeteilt in Kategorien – betrachtet und es wird überprüft, welche Operatoren zur Definition des Aggregators potenziell verwendbar sind. Bei der eigentlichen Definition des Aggregators findet das Divide-et-Impera Prinzip Anwendung: Es wird sowohl ein kompensatorischer Anteil des Aggregators definiert, welcher benutzt werden könnte, wären sämtliche Attributwerte kompensatorisch. Analog wird ein nicht kompensatorischer Anteil zur Aggregation vollständig nicht kompensatorischer Attributwerte definiert. Kombiniert werden diese Anteile mit Hilfe einer Parametrisierung in Form einer Linearkombination, innerhalb derer der Kompensationsfaktor die Rolle des Parameters einnimmt.

Da die Aggregation der Nutzen- bzw. der Wissensfunktionen unabhängig voneinander geschehen kann, wird der Aggregator einmal zur Berechnung der aggregierten Nutzenfunktion und einmal zur Berechnung der aggregierten Wissensfunktion herangezogen.

Im letzten Abschnitt des Kapitels 4 wird mathematisch bewiesen, dass der hergeleitete Aggregator das zuvor etablierte mathematische Axiomensystem erfüllt. Damit ist gleichzeitig belegt, dass die Aggregatorfunktion dem System umgangssprachlicher Rationalitätsanforderungen genügt, da diese Rationalitätsanforderungen als Basis zur Definition der einzelnen Axiome dienen.

Das Kapitel 5 dieser Arbeit präsentiert ein strukturiertes Verfahren, wie Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten – insbesondere umgangssprachliche Expertenaussagen – durch unscharfe Mengen – kompatibel mit der Attributwertdefinition in Kapitel 3 – modelliert werden können.

Auch in diesem Abschnitt wird das zu lösende Problem geteilt: Zuerst wird auf die Konzeption eines Verfahrens fokussiert, welches ausgehend von den Ergebnissen von V&V-Tätigkeiten eine Nutzenfunktion für das betrachtete Attribut generiert. Benutzt werden Ergebnisse der empirischen Sozialforschung, welches als Forschungsgebiet ein Zweig der Soziologie ist und sich mit der Fragestellung beschäftigt, wie man Personen Informationen entnehmen kann, ohne dass es zu Antwortverzerrungen kommt. „Antwortverzerrungen“ sind subjektive Antwortanteile, welche durch eine bestimmte Art der Fragestellung entstehen können. So darf zum Beispiel ein Befragter nicht durch die Fragestellung selbst zu einer bestimmten Einschätzung gedrängt werden.

Schließlich wird das zur Bestimmung der Nutzenfunktion erarbeitete Verfahren als Ausgangspunkt benutzt und auf die Bestimmung der Wissensfunktion übertragen.

Von einem naturwissenschaftlich mathematischen Standpunkt unbefriedigend ist, dass die Gültigkeit der in Kapitel 5 erarbeiteten Verfahren nicht bewiesen werden kann, im Gegensatz zu Kapitel 4 – Definition des Aggregators. Der Grund liegt in dem Themengebiet, mit welchem sich dieses Kapitel beschäftigt: Auch in der empirischen Sozialforschung wird selten ein bestimmtes Verfahren mathematisch bewiesen; Vielmehr werden durch Heuristiken und empirische Untersuchungen Evidenzen gesammelt und aufgezählt, welche die beschriebenen Verfahren plausibel und die Argumente für diese

Verfahren nachvollziehbar erscheinen lassen. Das in diesem Kapitel präsentierte Teilergebnis ist daher mathematisch „nicht schön“. Dieser Umstand ist jedoch den Eigenschaften der in diesem Kapitel benutzten Forschungs- und Wissenschaftsgebiete geschuldet – nicht etwa einer unsaubereren Konzeption der vorgestellten Verfahren.

Nachdem in den Kapiteln 3, 4 und 5 der Untersuchungsgegenstand „Interpretation des Ergebnisses“ am Rand mitbetrachtet wurde, ist Kapitel 6 vollständig dieser Problematik gewidmet. Zuerst wird die für unscharfe Nutzenanalyse übliche Vorgehensweise – in der Literatur Defuzzifizierung genannt – erläutert und kritisch hinterfragt. Verschiedene Methoden der Defuzzifizierung werden angeboten, jedoch wird in dieser Arbeit von der Berechnung und Benutzung eines einzigen den Gesamtnutzen eines Modells repräsentierenden Wertes abgeraten. Die Begründung ist vielschichtig: Zum Einen existieren eine Vielzahl von Defuzzifizierungsmethoden, derer nicht notwendig eine einzige favorisiert werden kann. Mit unterschiedlichen Methoden berechnet man unterschiedliche Ergebnisse und es wäre vom Standpunkt des Entscheiders nicht nachvollziehbar, wieso, wenn man denn schon einen einzigen Wert als Ergebnis berechnet haben möchte, unterschiedliche Rechenvorschriften zu unterschiedlichen Ergebnissen führen.

Der Hauptgrund, welcher in dieser Arbeit gegen die Verwendung einer Defuzzifizierung angeführt wird, ist jedoch weniger technisch, sondern politisch: Ein Teil der Problemstellung, welche zu der Erarbeitung der in dieser Arbeit präsentierten Konzepte führte, beruht auf dem Defizit aktuell verwendeter Methoden und Verfahren, Unschärfe in umgangssprachlichen Expertenaussagen nur unbefriedigend darzustellen. Diesem Defizit begegnet man mit der Verwendung unscharfer Mengen als Attributwerte, so dass es möglich ist, die Semantik dieser Aussagen beliebig genau modellieren zu können. Schließlich bestand ein Teil der Intention des in Kapitel 4 erarbeiteten Aggregators, Unschärfe und eine beliebig genaue Darstellung der Semantik von Expertenaussagen durch den gesamten Wertbaum zu traversieren. Es wäre daher kontraproduktiv, gäbe man diese Vorteile bei der Betrachtung des Gesamtwertes auf und betrachtete lediglich einen skalaren Repräsentanten des errechneten Gesamtwertes.

Hauptergebnis des Kapitels 6 ist ein Vorschlag zur Visualisierung, wie Attributwerte in einer einzigen Grafik so aufbereitet werden können, dass dem Anwender auf einen Blick nicht nur der Nutzen, sondern auch das über ein Modell bzgl. eines bestimmten Attributs vorhandene Wissen quantitativ dargestellt wird. Für ein Beispiel siehe Abbildung 2.4. Dargestellt wird ein Attributwert in einem dreidimensionalen Koordinatensystem. Die  $x$ - und  $y$ -Achse stellen den Nutzen bzw. das Wissen über das Modell bzgl. des betrachteten Attributs dar, so dass beim Betrachter Nutzen- und Wissensfunktion in einem einzigen grafischen Zusammenhang erfasst werden können.

Der wesentliche Vorteil dieses Ansatzes wird jedoch erst deutlich, wenn mehrere Attributwerte gemeinsam innerhalb derselben Grafik repräsentiert werden, siehe die Abbildungen 2.5, 2.6 und 2.7. Betrachtet werden drei Attributwerte  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$ , deren Nutzenfunktionen  $\mu_{N_{A_1}}$ ,  $\mu_{N_{A_2}}$  und  $\mu_{N_{A_3}}$  in Abbildung 2.5 in einem zweidimensionalen Koordinatensystem dargestellt sind. Analog zeigt Abbildung 2.6 die Wissensfunktionen  $\mu_{W_{A_1}}$ ,  $\mu_{W_{A_2}}$  und  $\mu_{W_{A_3}}$  der Attribute  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$ . Deutlich wird die größere Übersichtlichkeit der gemeinsamen Darstellung in Abbildung 2.7.

Zusätzlich wurde in Kapitel 6 ein Verfahren erarbeitet, wie aggregierte Attributwerte, d. h. Attributwerte, welche durch Anwendung des in Kapitel 4 definierten Aggregators zustande gekommen sind, ebenfalls übersichtlich dargestellt werden können. Dieses Verfahren ist das Hauptergebnis dieses Kapitels: Es ist nicht möglich, dieselben mathematischen Verfahren, welche zur Darstellung nicht durch Aggregation zustande gekommener Attributwerte, auf aggregierte Attributwerte anzuwenden: Aggregiert man zuerst Nutzen- und Wissensfunktionen verschiedener Attribute zu einer Gesamtnutzen- bzw. Gesamtwissensfunktion und wendet anschließend dasselbe Konzept wie für einzelne Attributwerte auf die Gesamtnutzen- und Gesamtwissensfunktion an, erhält man eine

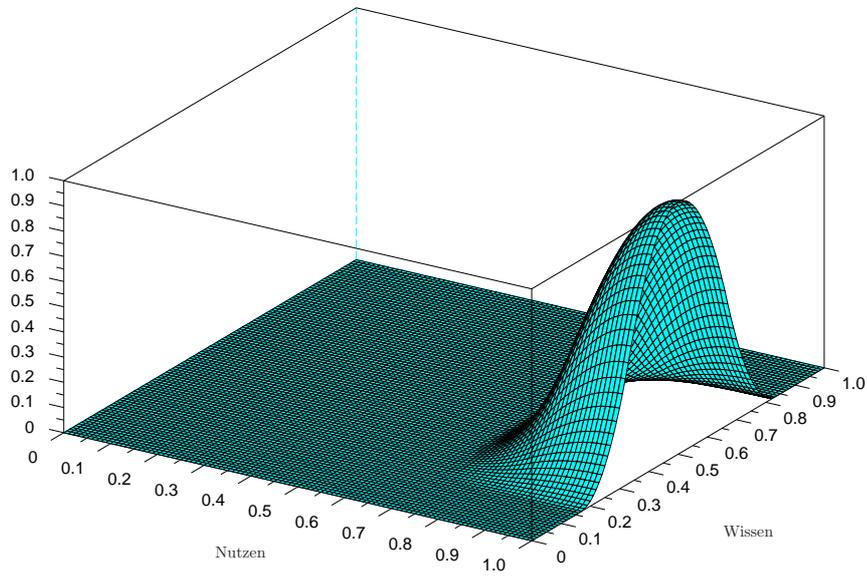


Abbildung 2.4: Gemeinsame Darstellung der Nutzen- und Wissensfunktion eines Attributwerts

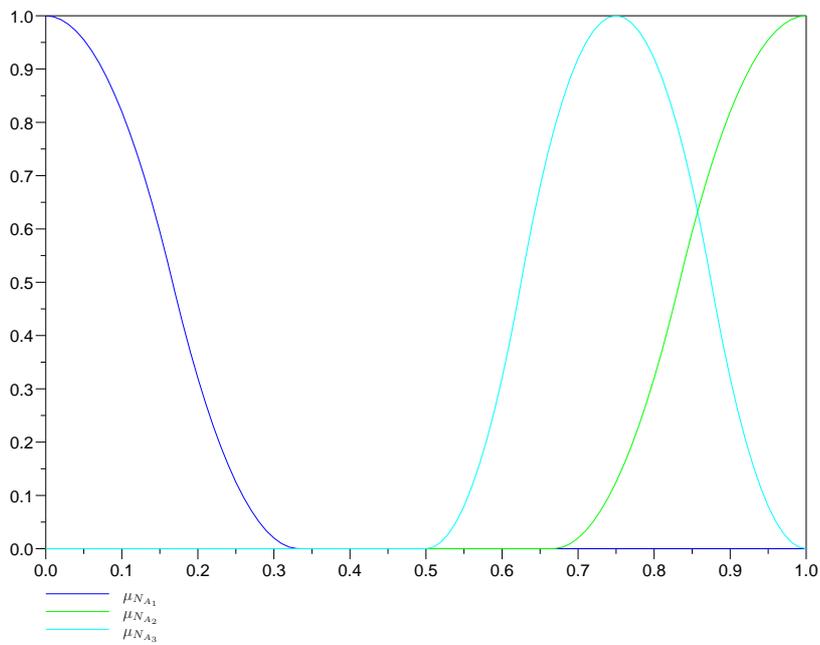


Abbildung 2.5: Getrennte Darstellung der Nutzenfunktionen  $\mu_{N_{A_1}}$ ,  $\mu_{N_{A_2}}$  und  $\mu_{N_{A_3}}$  der Attribute  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$

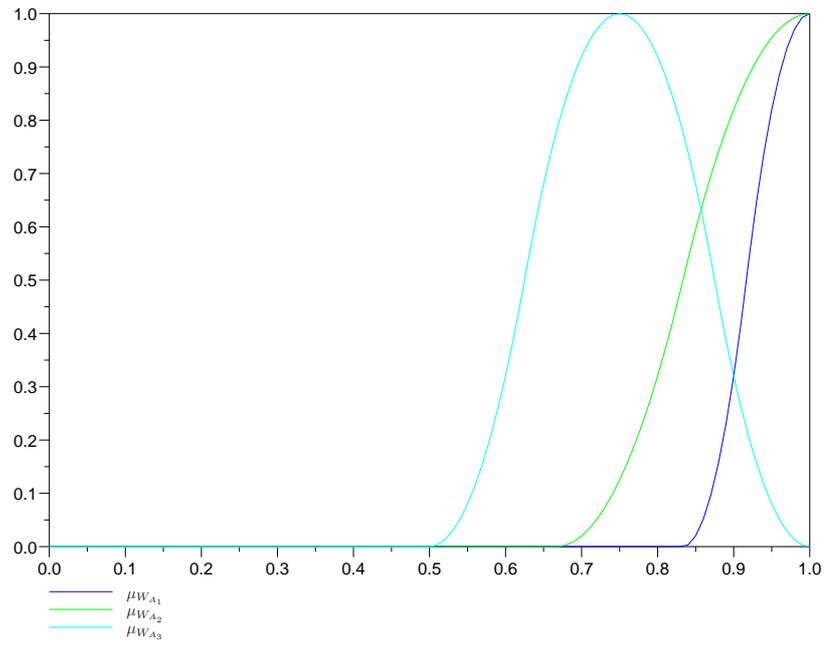


Abbildung 2.6: Getrennte Darstellung der Wissensfunktionen  $\mu_{W_{A_1}}$ ,  $\mu_{W_{A_2}}$  und  $\mu_{W_{A_3}}$  der Attribute  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$

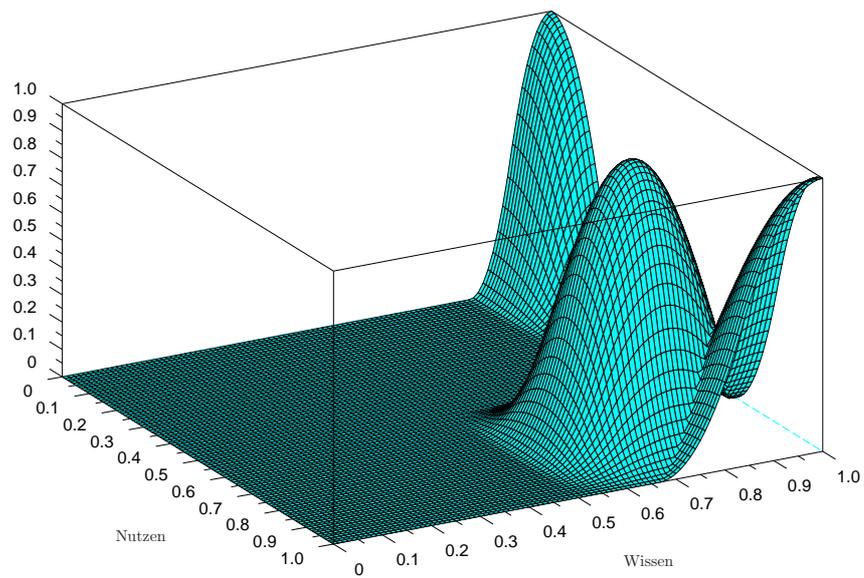


Abbildung 2.7: Gemeinsame Darstellung der Attribute  $A_1$ ,  $A_2$  und  $A_3$

falsche Darstellung. Gelöst wird dieses Problem durch die Benutzung unscharfer Relationen: Diese sind algebraische Konzepte zur Betrachtung unscharfer Mengen über Produkträumen. Die Strategie ist, zuerst Nutzen- und Wissensfunktionen der Attribute zu algebraischen Relation zusammen zu fassen und anschließend diese zu aggregieren. Hierzu wurde im Hauptteil des Kapitels 6 die in Kapitel 4 hergeleitete Aggregatorfunktion – per se definiert für unscharfe Mengen – übertragen auf das Konzept unscharfer Relationen, was auch den mathematischen Schwerpunkt des Kapitels darstellt.

In Kapitel 7 wird ein zusammenhängendes Gesamtbeispiel besprochen, um die Anwendbarkeit der vorgestellten Konzepte nachzuvollziehen. Für ein real existierendes Modell wird gemäß dem „V&V-Dreieck“ [23] ein V&V-Plan aufgestellt, anhand dessen ein Wertbaum zur Nutzwertanalyse konstruiert wird. Die einzelnen Attribute werden mit Werten belegt, hier kommen die in Kapitel 5 diskutierten Verfahren zum Einsatz. Anschließend werden die Attributwerte aggregiert, wobei man sich nicht lediglich auf die Berechnung eines einzigen Gesamtwertes beschränkt. Auf jeder Ebene des Wertbaums wird ein Gesamtwert ermittelt, immer das Ziel vor Augen, nicht Abstraktion der betrachteten Werte ad infinitum zu betreiben, sondern Einsicht und Verständnis für das betrachtete Simulationsmodell zu gewinnen.

Der Schwerpunkt des Beispiels liegt auf der Konstruktion von Extremsituation, so dass zu erkennen ist, wie die konzipierten Verfahren arbeiten und sich gegenseitig ergänzen. Gleichwohl – das Beispiel betrachtet einen realen Simulator und es wird keine Situation konstruiert, welche nicht auch in der Realität auftreten könnte.

Das Kapitel 7 beschränkt sich nicht auf die Demonstration der Umsetzung der Anforderungen: Als weitere Anwendungsoption der entwickelten Konzepte wird eine Sensitivitätsanalyse zur Fiskaloptimierung durchgeführt. Ausgehend von einem fiktiven V&V-Budget werden gezielt Verbesserungen an dem betrachteten Modell identifiziert, welche – unter denen durch das Budget gegebenen Randbedingungen – eine maximale Nutzenverbesserung des Modells versprechen. Zusätzlich wird der V&V-Plan so durch weitere V&V-Aktivitäten ergänzt, dass eine maximale Wissensmaximierung über das Modell erzielt werden kann.

Abgeschlossen wird Kapitel 7 durch Hinweise auf weitere Anwendungsmöglichkeiten der erarbeiteten Konzepte über die Domäne VV&A hinaus. Kapitel 8 fasst schließlich die vorliegende Dissertation zusammen und ordnet sie in den wissenschaftlichen Gesamtzusammenhang ein.

Folgende Themengebiete werden in dieser Arbeit von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen:

- Gruppenentscheidungsprozesse: In der Entscheidungslehre wird differenziert, ob eine Entscheidung von einer einzelnen Person oder einer Gruppe getroffen wird. Man spricht von Group Decision Making [48]. Diese Konzepte werden nicht weiter betrachtet, da hier noch keine befriedigende Betrachtung vom Standpunkt der unscharfen Mengenlehre durchgeführt wurde. In der Praxis verwendbare unscharfe Erweiterungen klassischer Entscheidungstheorie setzen einzelne Entscheidungsträger voraus.
- Alternative Konzepte zum Aufbau des Wertbaums und Strukturen zur Nutzenmodellierung: In dieser Dissertation wird stillschweigend davon ausgegangen, dass der aufgestellte Wertbaum den in der Literatur üblichen Kriterien genügt, siehe zum Beispiel die von Keeney und Raiffa aufgestellten “Desirable Properties of a Set of Attributes” [58]. Die Begründung ist, dass sich das Aufstellen des Wertbaums in einer unscharfen Wertbaumanalyse nicht von der klassischen unterscheidet.

Aus demselben Grund werden alternative Strukturen zur Nutzenmodellierung, zum Beispiel azyklische Graphen, nicht betrachtet.



# Kapitel 3

## Definition der Attributwerte

Gemäß [43, 58] besteht Entscheidungsanalyse aus den Schritten Aufstellen des Wertbaums, Bestimmen der Attributwerte, Aggregation der Attributwerte und Interpretation des Ergebnisses. Dies gilt sowohl für klassische, als auch für unscharfe Wertbaumanalyse. Bevor man sich jedoch mit einem dieser Punkte genauer beschäftigt, muss erarbeitet werden, wie Attributwerte überhaupt aussehen. Ist man sich darüber nicht im Klaren, können weder Attribute mit Werten belegt, noch diese zu Gesamtwerten aggregiert werden.

Das Herleiten eines solchen Konzepts, wie Attributwerte in einer unscharfen Wertbaumanalyse, instrumentalisiert zur Unterstützung der Verifikation, Validierung und Akkreditierung, aussehen können, ist Inhalt dieses Kapitels.

In Abschnitt 3.1 wird das zu lösende Problem spezifiziert. Unter Beachtung der in Kapitel 2 aufgestellten Anforderungen, wird in Form eines Katalogs festgelegt, was in diesem Kapitel erreicht werden soll. In den Abschnitten 3.2 und 3.3 wird unter Beachtung dieser Anforderungen eine Definition für Attributwerte in einer unscharfen Nutzwertanalyse hergeleitet. Zwei Beispiele werden in Abschnitt 3.4 betrachtet und Abschnitt 3.5 präsentiert eine Zusammenfassung.

### 3.1 Problemstellung

In diesem Abschnitt werden die Anforderungen beschrieben, welche Attribute in einer unscharfen Wertbaumanalyse erfüllen müssen. Unterteilt sind diese in allgemeine – unabhängig vom Anwendungsbereich VV&A – und spezielle, welche nur für die aktuelle Problemstellung relevant sind.

#### 3.1.1 Allgemeine Anforderungen

In der klassischen Entscheidungstheorie wird mit Hilfe eines Attributwertes der Nutzen einer Alternative bzgl. eines Attributs quantifiziert: “An attribute is used to measure performance in relation to an objective.” [43]. Diese Quantifizierung muss flexibel sein, um der Vielfalt möglicher Attributwerte gerecht zu werden:

**Beispiel 9.** (Das Beispiel orientiert sich an [43])

*Ein Unternehmen möchte Büroräume anmieten. Zur Wahl stehen mehrere Alternativen, deren Nutzen mit Hilfe einer Wertbaumanalyse ermittelt wird. Zwei zu untersuchende Attribute sind „Monatliche Miete“ und „Repräsentanz“, im Sinne von: „Wie gut repräsentieren diese Büroräume unser Unternehmen?“. Der Attributwert „Monatliche*

*Miete“ wird für jede Alternative in der Einheit € pro Monat bestimmt. Beim Auswerten des Attributes „Repräsentanz“ wird der Entscheider mit umgangssprachlichen Aussagen konfrontiert. Zum Beispiel „Die Räume der Alternative A repräsentieren unser Unternehmen adäquat, jedoch müsste man für größere Veranstaltungen in andere Lokalisationen ausweichen.“*

Ideal wäre, den Attributwert „Monatliche Miete“ als reelle Zahl und den Attributwert „Repräsentanz“ als umgangssprachliche Aussage im Wertbaum zu speichern. Jedoch müssen Attributwerte normiert werden, um sie in der Phase der Aggregation gemeinsam verarbeiten zu können, zum Beispiel zu einem Mittelwert. Der Fachausdruck für diese Eigenschaft ist *Kommensurabilität*<sup>1</sup>: “Having a common measure; capable of being exactly measured by the same, number, quantity, or measure.” [1]. In der deutschsprachigen Literatur werden *commensurable units* mit „Vergleichbare Einheiten“ übersetzt [105].

### **Beispiel 9. Fortsetzung**

*Um zwischen den Attributen „Monatliche Miete“ und „Repräsentanz“ Kommensurabilität zu gewährleisten, definiert man für beide Attribute eine Abbildung, welche die monatliche Miete in € und die umgangssprachliche Beurteilung der Büroräume auf eine Notenskala von 1 bis 6 abbildet. Diese „Schulnoten“ speichert man im Wertbaum ab.*

Übertragen auf die Situation der Verifikation und Validierung bedeutet das, dass der Aufbau von Attributwerten einerseits *Kommensurabilität* gewährleisten muss. Andererseits muss dem Aspekt Rechnung getragen werden, dass Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten – bedingt durch den interdisziplinären Charakter der Modellbildung und Simulation – sehr vielfältig sind.

Eine weitere allgemeine Anforderung an Attributwerte ist die Darstellung der Priorisierung von Modelleigenschaften mit Hilfe von Gewichten: “An intuitively appealing way of achieving [priorization of attributes] is to attach weights to each of the attributes which reflect their importance to the decision maker.” [43].

## **3.1.2 Spezielle Anforderungen**

Eine in Abschnitt 2.4 auf Seite 25 aufgestellte Anforderung an diese Dissertation bestand darin, dass nicht nur der Nutzen eines Modells, sondern auch das Wissen über dieses Modell bzw. das Nichtwissen quantifiziert werden soll:

**Beispiel 10.** *Bei der Validierung des formalen Modells einer Simulation eines Kampfflugzeuges soll überprüft werden, ob ein im Modell verwendeter Algorithmus demjenigen im Flugzeug entspricht. Die Beschaffung dieser Information ist aus Sicherheitsrichtlinien nur eingeschränkt möglich, da Teile des Algorithmus als geheim eingestuft sind. Nur der öffentlich zugängliche Teil kann zur Validierung herangezogen werden, was bedeutet, dass das Wissen über dieses Attribut lückenhaft ist.*

Das nächste Beispiel betrachtet den Fall, dass über ein Attribut überhaupt kein Wissen vorliegt:

**Beispiel 11.** *Bei der Verifikation des ausführbaren Modells einer beliebigen Simulation soll ein HLA-Kompatibilitätstest [30] durchgeführt werden, welcher jedoch in einer späteren Phase aus Kostengründen verworfen wird. Der im Attribut „HLA-Kompatibilität“ gespeicherte Wert muss repräsentieren, dass der Nutzen unbekannt ist, bzw. kein Wissen vorliegt.*

---

<sup>1</sup>Engl. *commensurability*

Im letzten Beispiel darf das Problem nicht dadurch gelöst werden, dass das Attribut „HLA-Kompatibilität“ aus dem Wertbaum entfernt wird. Man ist bei der Verifikation des Modells auf dieses Wissen angewiesen, kann jedoch aufgrund von Rahmenbedingungen nicht darauf zugreifen.

Auch muss unterschieden werden, ob dem Entscheider über ein Attribut keine Informationen vorliegen oder dieses im Rahmen einer Anpassung an veränderte Umstände aus dem Wertbaum gestrichen wurde. Man spricht von Tailoring: „Die projektspezifische Anpassung [...] welche Aktivitäten und Entwicklungsdokumente für das Projekt aus sachlichen Gründen erforderlich sind.“ [4]. Beim Tailoring begründet man, warum ein Attribut für ein Modell nicht relevant ist, während in der Situation eines unbekanntes Attributwertes der Modellentwickler oder V&V-Agent eigentlich auf dieses Wissen angewiesen ist, um das weitere Vorgehen zu planen.

Unwissen bzw. Nichtwissen tritt in verschiedenen Formen auf und einen guten Überblick findet man in [24, 61]:

- „Incompleteness“ liegt vor, wenn nur Teile der notwendigen Information vorhanden sind.
- „Imperfection“ liegt vor, falls Wissen, oder Teile davon, falsch sind.
- „Uncertainty“ bedeutet, dass exaktes, vollständiges Wissen vorliegt, dieses aber überhaupt nicht oder nur teilweise zugänglich ist: „... exact information exists, but is only partially or qualitatively restricted accessible by the information-processing entity.“ [61].
- „Vagueness“ liegt vor, wenn eine exakte Wertzuweisung zu einer Aussage nicht möglich ist, da es keine allgemein anerkannten Maßstäbe für die Zuweisung gibt, sondern nur unscharfe Aussagen existieren.

Imperfection wird von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen: Wollte man quantifizieren, zu welchem Grad Informationen über ein Modell falsch sind, müsste man als Vergleichsmaßstab die korrekten Informationen vorliegen haben. Hat man aber diese korrekten Informationen vorliegen, wird man den falschen keine weitere Beachtung schenken.

Als Anforderung lässt sich festhalten, dass ein Attributwert nicht nur den Nutzen, sondern auch das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributwertes in einer kommensurablen Form repräsentieren muss. Mit Incompleteness, Imperfection und Vagueness muss umgegangen werden.

Weiterhin wurde in Kapitel 2 die Unterscheidung von kompensatorischen und nicht-kompensatorischen Attributen gefordert. Diese Unterscheidung darf nicht binär sein, vielmehr muss man in der Lage sein, genau festzulegen, zu welchem Grad ein Attributwert kompensatorisch ist. Die zu beantwortende Frage ist: „In welchem Ausmaß kann ein schlechter Attributwert von anderen Attributwerten kompensiert werden?“.

Zusammengefasst müssen folgende Anforderungen bei der Definition von Attributwerten berücksichtigt werden:

- Ein Attributwert muss den Nutzen des betrachteten Modells bzgl. dieses Attributs in einer kommensurablen – vergleichbaren – Form darstellen, zum Zwecke der späteren Aggregation.
- Ein Attributwert muss in einer kommensurablen Art und Weise repräsentieren, wie gesichert das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs ist. Beantwortet werden soll die Frage: „Wie viel weiß man über das Modell bzgl. dieses Attributes?“

- Ein Attributwert muss die Information enthalten, ob ein geringer Nutzenwert kompensiert werden kann. Beantwortet werden soll die Frage: „Zu welchem Grad kann der Wert dieses Attributes kompensiert werden?“.
- Das Gleiche gilt für das (Nicht-) Wissen: „Zu welchem Grad kann kompensiert werden, dass über dieses Attribut wenig bzw. nichts bekannt ist?“.
- Schließlich muss ein Attributwert gewichtet sein. Beantwortet werden soll die Frage: „Welche Priorität hat die mit diesem Attribut betrachtete Modelleigenschaft?“.

## 3.2 Aufbau der Attributwerte: Zugehörigkeitsfunktionen

### 3.2.1 Prinzipieller Aufbau

In der unscharfen Nutzwertanalyse werden unscharfe Mengen bzw. Zugehörigkeitsfunktion unscharfer Mengen zur Nutzendarstellung eingesetzt. Auf Seite 22 wurde die Definition unscharfer Mengen präsentiert, so wie sie in dieser Arbeit verwendet werden soll. Diese soll nun um ein konkretes Beispiel ergänzt werden:

**Beispiel 12.** Sei  $M := [0, \infty[$  die Körpergröße einer Person in cm. Dann beschreibt die unscharfe Menge

$$\mu_{GP} := \{(x, \mu_{GP}(x)) \mid x \in [0, \infty[ \},$$

die Eigenschaft „Große Person“, wobei

$$\mu_{GP} : [0, \infty[ \rightarrow [0, 1]$$

$$x \mapsto \begin{cases} 0 & x \leq 170, \\ 2 \cdot \left(\frac{x-170}{20}\right)^2 & 170 \leq x \leq 180, \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-190}{20}\right)^2 & 180 \leq x \leq 190, \\ 1 & 190 \leq x \end{cases}$$

gilt, siehe Abbildung 3.1. Die Interpretation ist, dass der Funktionswert der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{GP}$  für eine bestimmte Körpergröße  $x$  angibt, zu welchem Grad eine Person der Größe  $x$  cm der Menge „Große Person“ angehört: Personen mit einer Körpergröße  $x \leq 170$  sind keine Elemente dieser Menge, Personen mit Körpergröße  $x \geq 190$  sind Elemente dieser Menge. Personen mit einer Körpergröße  $x \in [170, 190]$  sind nur zu einem bestimmten Grad Elemente dieser Menge, zum Beispiel gilt  $\mu_{GP}(180) = \frac{1}{2}$ .

Eine unscharfe Mengenoperation ist eine Rechenvorschrift, welche einer Menge unscharfer Mengen über demselben Universum eine weitere unscharfe Menge über diesem Universum zuordnet. Das bedeutet, dass Zugehörigkeitsfunktionen, welche in einem Wertebaum Attributwerte beschreiben, über demselben Universum definiert sein müssen. Vergleiche Abschnitt 3.1.1: Unscharfe Mengenoperatoren operieren nur auf kommensurablen unscharfen Mengen.

In der Literatur [103, 37, 104, 26, 27] wird vorgeschlagen, dass man zur Darstellung des Universums das Einheitsintervall  $X := [0, 1]$  benutzt und grundsätzlich normierte unscharfe Mengen betrachtet. Die Begründung liegt darin, dass man jede unscharfe Menge durch Streckung bzw. Stauchung normieren kann. Diesem Vorschlag soll zum Teil auch in dieser Arbeit gefolgt werden: Betrachtet werden unscharfe Mengen über dem Einheitsintervall. Die Forderung der Verwendung normierter unscharfer Mengen wird allerdings abgeschwächt zu der Forderung, dass die betrachteten Zugehörigkeitsfunktionen das Intervall  $X$  lediglich als Bildbereich haben. Es wird also keine Surjektivität

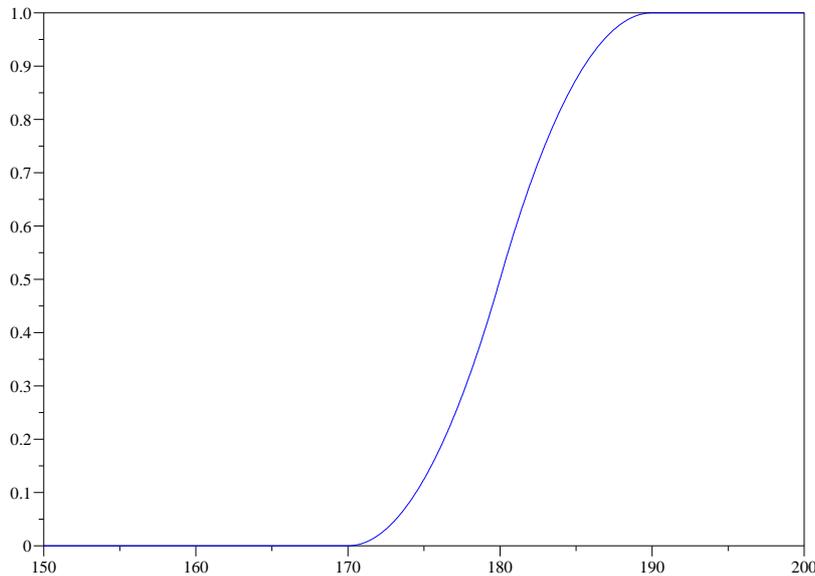


Abbildung 3.1: Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{GP}$  der unscharfen Menge „Große Person“

verlangt. Die Begründung ist, dass in der späteren Phase der Aggregation – unter Beachtung der in Kapitel 2 aufgestellten Forderungen – normierte unscharfe Mengen nicht immer zu normierten unscharfen Mengen aggregiert werden können, siehe Kapitel 4 ab Seite 51.

### 3.2.2 Interpretation der Zugehörigkeitsfunktionen

Sei im Weiteren  $X := [0, 1]$ .

Möchte man mit Hilfe einer normierten unscharfen Menge über dem Intervall  $X$  den Nutzen eines Modells quantifizieren, ist der nächste Schritt, das Intervall  $X$  – den Definitionsbereich der Zugehörigkeitsfunktion – mit einer Interpretation zu versehen. Genauso wie in Beispiel 12 die Werte  $x \in [0, \infty[$  mit der Bedeutung „Größe einer Person in cm“ belegt wurden, soll dies nun für die Werte  $x \in X$  geschehen. Das Ziel ist, anhand der Zugehörigkeitsfunktion den Nutzen eines Modells bzgl. eines Attributs abzulesen.

Die in der Literatur übliche Vorgehensweise ist, dass man verschiedenen Teilintervallen unterschiedliche Qualität zuordnet. Das Vorgehen geht zurück auf einen Vorschlag von Zadeh [98], welcher über dem Universum  $X$  Zugehörigkeitsfunktionen für die linguistischen Werte true und false definierte:

$$\mu_{\text{true}}(x) := \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \alpha, \\ 2 \cdot \left(\frac{x-\alpha}{1-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \frac{\alpha+1}{2}, \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-\alpha}\right)^2 & \frac{\alpha+1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

mit

$$\alpha \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right].$$

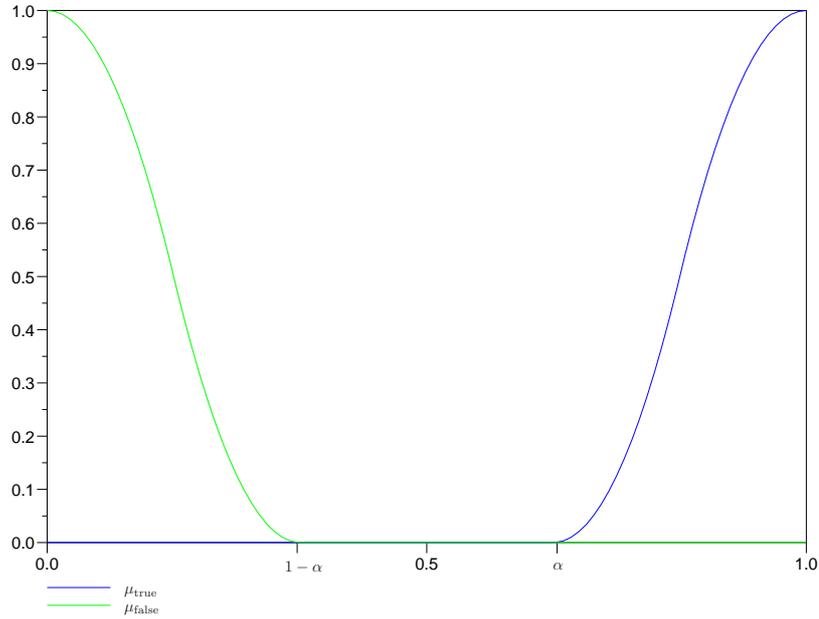


Abbildung 3.2: Repräsentation der Wahrheitswerte true und false durch unscharfe Mengen über dem Einheitsintervall

Für false gilt

$$\mu_{\text{false}}(x) := \mu_{\text{true}}(1 - x),$$

siehe Abbildung 3.2. Den Punkt  $\alpha$  nennt man Crossover-Point: “[ $\alpha$  is] a parameter that indicates the subjective judgement about the minimum value of  $x$  in order to consider a statement as true at all.” [103]. Analog der Punkt  $1 - \alpha$  für false. In der Literatur ist die genaue Position von  $\alpha$  nicht festgelegt, jedoch wird intuitiv  $\alpha \in [\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$  gelten. Damit repräsentiert das Intervall  $[\alpha, 1]$  wahre, das Intervall  $[0, 1 - \alpha]$  falsche Werte. Eine Zugehörigkeitsfunktion, welche den Wert “absolutely true” darstellt, hätte demnach die Form:

$$\mu_{\text{absolutely true}}(x) = \begin{cases} 0, & x \in [0, 1[ \\ 1, & x = 1. \end{cases}$$

Gefolgt werden soll einem Vorschlag von Chen und Hwan [27], welche dieses Konzept des Zuweisens von unterschiedlichen Qualitäten an bestimmte Teilintervalle des Einheitsintervalls für beliebige linguistische Universen auf mindestens Ordinalniveau nutzen. Ein linguistisches Universum auf mindestens Ordinalniveau im Sinne von Chen und Hwan ist eine umgangssprachliche Beschreibung einer Eigenschaft mit Hilfe von zwei gegensätzlichen Adjektiven:

**Beispiel 13.** Betrachte in Beispiel 12 die Eigenschaft „Größe einer Person“. Hier ist „Körpergröße“ das linguistische Universum, beschrieben durch die Adjektive „groß“ und „klein“. Bildet man „groß“ auf true, „klein“ auf false ab, ist man in der Lage, das Zadeh’sche Konzept der Repräsentation der Wahrheitswerte auf den Begriff der Körpergröße anzuwenden: Die neu zugewiesene Bedeutung für Teilintervalle des Einheitsintervalls ist dann:

$$\begin{aligned} [0, 1 - \alpha] &\Leftrightarrow \text{„klein“}, \\ [1 - \alpha, \alpha] &\Leftrightarrow \text{„mittlere Größe“}, \\ [\alpha, 1] &\Leftrightarrow \text{„groß“}. \end{aligned}$$

In Abbildung 3.3 sind zwei Beispiele gegeben, wie man die linguistischen Aussagen „eher

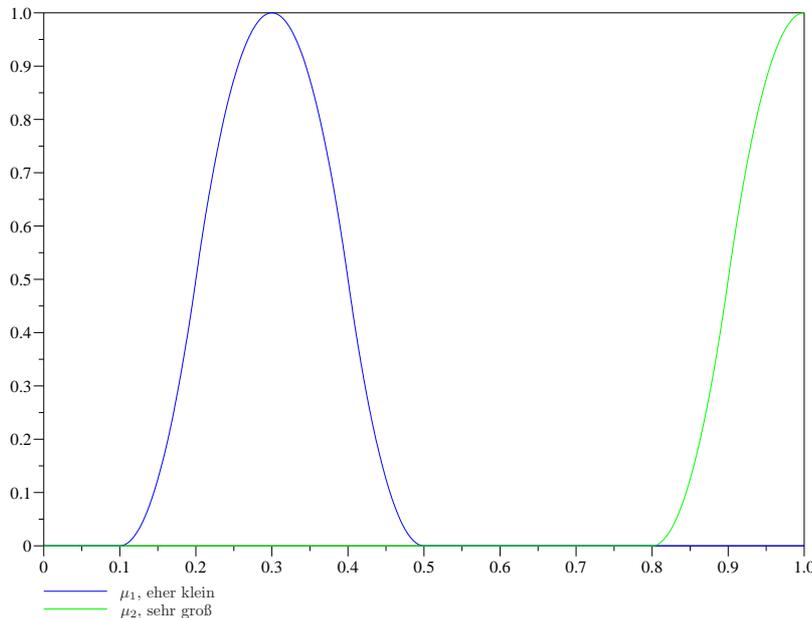


Abbildung 3.3: Umgangssprachliche Beschreibungen der Körpergröße dargestellt durch unscharfe Mengen über dem Einheitsintervall

Allgemein	Preis	Größe	Entfernung	Gefährdung	Technologie
true	billig	groß	weit	gefährlich	aktuell
false	teuer	klein	nah	sicher	veraltet

Tabelle 3.1: Beispiele für die Abbildung linguistischer Universen auf die Wahrheitswerte true und false

„klein“ und „sehr groß“ mit diesem Konzept darstellen kann. Tabelle 3.1 orientiert sich an [27] und gibt weitere Beispiele für linguistische Universen.

Damit ein linguistisches Universum mindestens Ordinalniveau hat, müssen die Werte innerhalb dieses Universums mit einer streng monoton steigenden Skala messbar sein:

**Beispiel 14.** *Betrachte das linguistische Universum „Temperatur“. Durch Messungen und anschließende Abbildung auf die Fahrenheitskala, kann man für zwei verschiedene Messwerte immer feststellen, welcher der beiden größer ist als der andere. In Tabelle 3.1 könnte man das linguistische Universum „Temperatur“ durch die Adjektive „heiß“ und „kalt“ darstellen.*

*Im Gegensatz dazu betrachte das linguistische Universum „Farbe von Kraftfahrzeugen“ mit den Elementen „silber“, „rot“, „grün“ usw. Da es für Farben kein streng monoton steigendes Ordnungskriterium gibt, ist es auch nicht möglich, eine streng monoton steigende Skala zu Messzwecken zugrunde zu legen.*

Der Begriff der Mess- und Skalenniveaus ist eingehend in [90] erläutert.

Überträgt man das Konzept der linguistischen Universen auf die Nutzenquantifizierung von Modellen, wird man Abszissenwerten:

- aus dem Intervall  $[0, 1 - \alpha]$  einen geringen Nutzen,

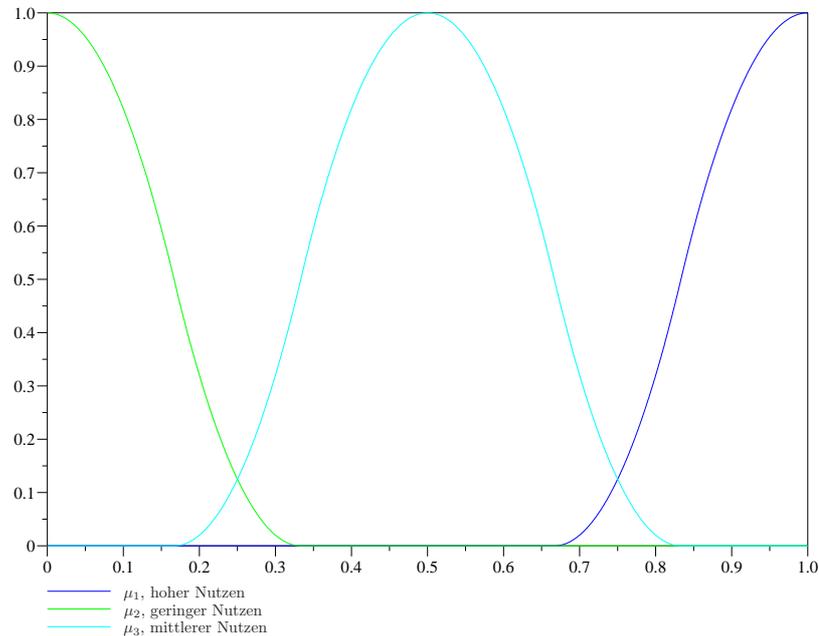


Abbildung 3.4: Darstellung von Nutzenwerten durch unscharfe Mengen

- aus dem Intervall  $[1 - \alpha, \alpha]$  einen mittleren Nutzen und
- aus dem Intervall  $[\alpha, 1]$  einen hohen Nutzen

zuordnen. Abbildung 3.4 präsentiert Beispiele für die Nutzenwerte „hoher Nutzen“, „mittlerer Nutzen“ und „geringer Nutzen“.

Das Zadeh'sche Konzept bzw. die Erweiterung von Chen und Hwan ist jedoch nicht vollständig auf die Nutzendarstellung übertragbar, da es in der Nutzentheorie üblich ist, lediglich stetige bzw. stetig differenzierbare Zugehörigkeitsfunktionen zur Nutzenmodellierung zu zulassen. Eine detaillierte nutzentheoretische Begründung findet man in [84, 39]. Damit ist es zum Beispiel nicht machbar, den Wert „perfekter Nutzen“ durch die unscharfe Menge

$$\mu_{\text{perfekt}} = \begin{cases} 0, & x \in [0, 1[ \\ 1, & x = 1 \end{cases}$$

zu modellieren. Wie Nutzenwerte trotzdem beliebig genau dargestellt werden können, wird in Kapitel 5 – Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion – diskutiert.

Ein Spezialfall unscharfer Mengen sind unscharfe Zahlen. Definitionen und Beispiele findet man in [103, 37, 104, 26]. Der Sinn und Zweck von unscharfen Zahlen ist: “to handle imprecise numerical quantities, such as ‘close to 10’, ‘about 7’, etc.” [103]. Eine grundsätzliche Entscheidung bei der Nutzenmodellierung ist, ob man zur Nutzenmodellierung allgemeine unscharfe Mengen oder lediglich unscharfe Zahlen verwendet. Beispiele, in denen unscharfe Zahlen eingesetzt wurden, findet man in [33, 20, 101, 93, 41, 102, 66].

Unschärfe Zahlen finden in dieser Arbeit keine Verwendung. Die Begründung ist, dass in der Literatur wesentlich mehr Operatoren für allgemeine unscharfe Mengen, als für unscharfe Zahlen existieren. Einen guten Überblick findet man in [27], hier werden für unscharfe Zahlen lediglich Verallgemeinerungen der Grundrechenarten bzw. des Maximum- und Minimumoperators definiert. Das letztendliche Ausschlusskriterium für unscharfe

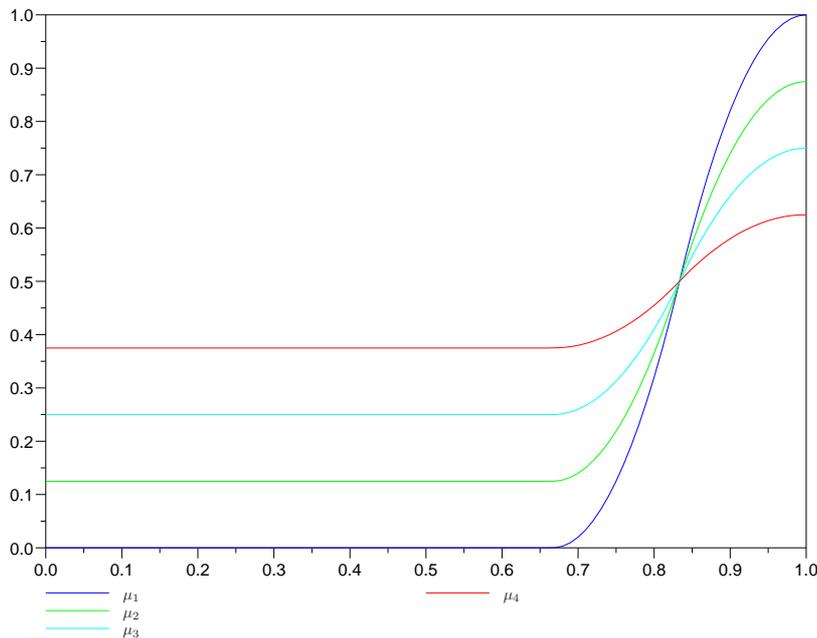


Abbildung 3.5: Wissensquantifizierung durch Modifikation der Zugehörigkeitsfunktion in Ordinateenrichtung

Zahlen ist, dass für diese kein nichtkompensatorischer Operator zur Verfügung steht, so dass mit unscharfen Zahlen eine wesentliche Anforderung aus Abschnitt 2.4 nicht erfüllt werden kann.

Historisch gesehen wurden spezielle Formen unscharfer Zahlen, wie triangulare bzw. trapezoidale unscharfe Zahlen [56, 63] oder unscharfe L-R Zahlen [34] entwickelt, um das Rechnen mit unscharfen Mengen allgemein zu vereinfachen und zu beschleunigen. Dieses Argument ist aufgrund aktuell verfügbarer Rechenleistung nicht mehr relevant.

### 3.2.3 Darstellung des Wissens

In Abschnitt 2.4 wurde gefordert, zusätzlich zum Nutzen eines Modells bzgl. eines bestimmten Attributs auch das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs zu quantifizieren. Eine Möglichkeit, diese Forderung umzusetzen, besteht darin, ebenfalls die Nutzenfunktion zur Wissensdarstellung zu verwenden: Man modifiziert die Nutzenfunktion in Abszissen- oder Ordinateenrichtung. Beide Ansätze funktionieren nicht:

In [37] wird vorgeschlagen, dass zur Quantifizierung des Wissens der Grad der Zugehörigkeit der Nutzenfunktion modifiziert wird, diese also vertikal verschoben wird. Betrachte Abbildung 3.5: Analog Abbildung 3.4 stellt Funktion  $\mu_1$  einen hohen Nutzen dar, zum Beispiel den linguistischen Wert „gut“. Um den Wissensstand darzustellen, modifiziert man den Grad der Zugehörigkeit: Die Mengen  $\mu_2$ ,  $\mu_3$  und  $\mu_4$  in Abbildung 3.5 repräsentieren denselben Nutzen, jedoch nimmt mit einer höheren Nummerierung der Grad des Wissens ab. Zum Beispiel könnte durch  $\mu_2$  die Expertenaussage in Beispiel 10 auf Seite 34 modelliert werden.

Liegt über ein Attribut – wie in Beispiel 6 auf Seite 19 – überhaupt kein Wissen vor, müsste eine Funktion modelliert werden, welche aussagt, dass über den Nutzen keine

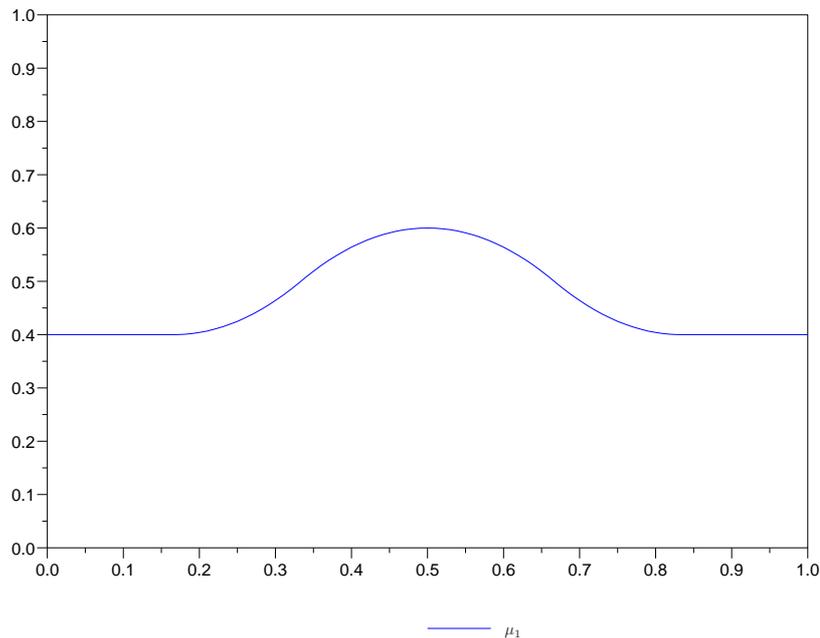


Abbildung 3.6: Beispiel für aggregierte Zugehörigkeitsfunktion

Aussage gemacht werden kann. Folgt man dem Konzept der Modellierung des Wissensstandes durch Modifikation des Grades der Zugehörigkeit in Ordinateurichtung, erhielte man für Beispiel 6 auf Seite 19 eine Zugehörigkeitsfunktion, welche alle  $x \in X$  auf  $\frac{1}{2}$  abbildet: Welcher Nutzen auch vorliegt, dadurch, dass dieser unbekannt ist, ist man gezwungen, die Zugehörigkeitsfunktion analog Abbildung 3.5 so zu definieren, dass keine Nutzeninterpretation möglich ist. Man erhält:

$$\mu_{\text{unbekannt}}(x) = \frac{1}{2} \quad \forall x \in X.$$

Kommt es jedoch in der Phase der Aggregation von Attributwerten zum Zusammenfassen von Zugehörigkeitsfunktionen, muss der Entscheider in der Lage sein, Nutzen und Wissen getrennt abzulesen. Das ist in diesem Fall nicht möglich, da aggregierte Zugehörigkeitsfunktionen nicht eindeutig interpretierbar sind. Siehe die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_1$  in Abbildung 3.6:

- Einerseits kann  $\mu_1$  entstanden sein durch Mittelwertbildung. Die in die Aggregation eingeflossenen Zugehörigkeitsfunktionen sind bis auf eine Häufung im mittleren Bereich gleichmäßig über das Intervall  $X$  verteilt.
- Es kann sich jedoch auch um eine Funktion handeln, welche einen mittleren Nutzen repräsentiert, über den allerdings das Wissen gering ist.

Da man an aggregierten Zugehörigkeitsfunktionen nicht mehr Nutzen und Wissen getrennt ablesen kann, ist das Konzept der Wissensdarstellung durch Modifikation des Grades der Zugehörigkeit der Nutzenfunktion in Ordinateurichtung nicht anwendbar.

Die zweite Möglichkeit, den Wissensstand über ein Attribut in die Nutzenfunktion zu integrieren, ist die Modifikation der Nutzenfunktion entlang der Abszisse. Siehe Abbildung 3.7: Wieder repräsentiert die Menge  $\mu_1$  einen hohen Nutzen, analog der Darstellung in

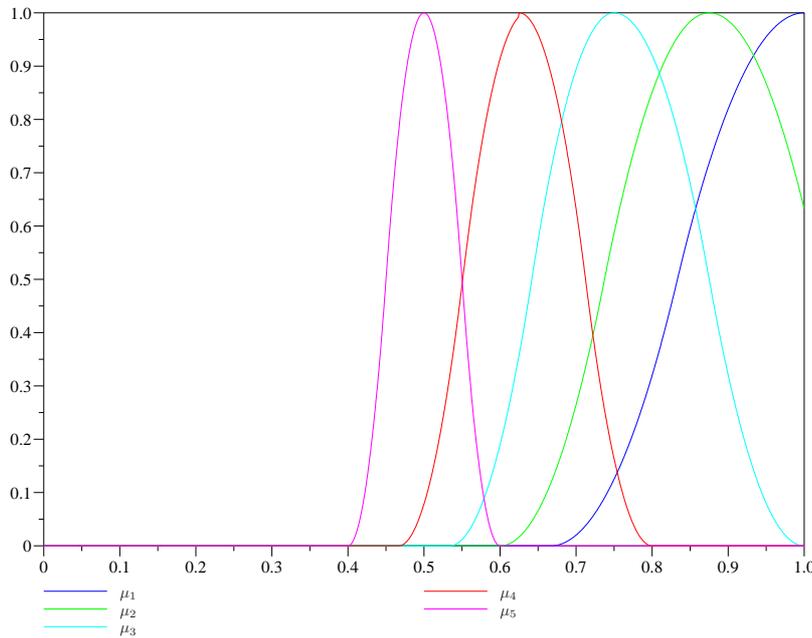


Abbildung 3.7: Quantifizierung von Wissen durch Modifikation der Zugehörigkeit der Nutzenfunktion in Abszissenrichtung

Abbildung 3.4. Die Mengen  $\mu_2, \mu_3, \mu_4$  und  $\mu_5$  repräsentieren denselben Nutzen, jedoch wird mit fortlaufender Nummerierung der Wissensstand über diesen Nutzen geringer. Zum Beispiel ist Menge  $\mu_3$  prädestiniert, die Expertenaussage aus Beispiel 10 auf Seite 34 darstellen. Die Zugehörigkeitsfunktion, welche einen vollkommen unbekanntem Nutzen darstellt, wäre demnach der Grenzwert der Funktionenschar in Abbildung 3.7:

$$\mu_{\text{unbekannt}} : X \rightarrow X$$

$$x \mapsto \begin{cases} 0, & x \in X \setminus \{\frac{1}{2}\} \\ 1, & x = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Auch dieses Konzept ist nicht anwendbar:

- Die Funktion  $\mu_{\text{unbekannt}}$  ist nicht stetig, daher für die Nutzenmodellierung nicht geeignet [84].
- Die Interpretation einer aggregierten Zugehörigkeitsfunktion ist auch in diesem Fall nicht eindeutig. Betrachte  $\mu_3$  in Abbildung 3.7. Gemäß der Modellierung des Wissensstands durch Modifikation der Nutzenfunktion entlang der Abszisse, stellt  $\mu_3$  einen hohen Nutzen dar, die Kenntnis über diesen Nutzen ist aber nicht stark gesichert. Genauso könnte diese Funktion jedoch einen mittleren bis hohen Nutzen darstellen und die Kenntnis über diesen Wert ist sehr hoch.

Damit ist die Darstellung von Nutzen und Wissen durch eine einzige Zugehörigkeitsfunktion nicht möglich. Es wird in dieser Arbeit der Nutzen und das Wissen über ein Modell bzgl. eines Attributs getrennt – in zwei verschiedenen Zugehörigkeitsfunktionen – dargestellt:

- Einer Nutzenfunktion  $\mu_N$ , welche den Nutzen des Modells bzgl. eines Attributs quantifiziert. Ist kein Wissen über dieses Attribut vorhanden oder ist das Wissen

über dieses Attribut so gering, dass keine Aussage gemacht werden kann, wird konsequenterweise auch keine Nutzenfunktion aufgestellt und man setzt  $\mu_N := \emptyset$

- Eine Wissensfunktion  $\mu_W$ , welche modelliert, wie hoch das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attribut ist.

Aufbau und Interpretation der Wissensfunktion folgt der Nutzenfunktion. Abszissenwerte aus dem Intervall  $[0, 1 - \alpha]$  repräsentieren geringes, aus dem Intervall  $[1 - \alpha, \alpha]$  mittleres und aus dem Intervall  $[\alpha, 1]$  hohes Wissen. Folgende Definition fasst Alles zusammen:

**Definition 8.** *Der Nutzen und das Wissen über das betrachtete Modell bzgl. eines bestimmten Attributs wird durch zwei stetig differenzierbare, über dem Intervall  $X$  definierte unscharfe Mengen  $\mu_N$  und  $\mu_W$  dargestellt, welche das Intervall  $X$  als Bildbereich haben.  $\mu_N$  wird Nutzen-,  $\mu_W$  Wissensfunktion genannt. Ist über ein Attribut kein Wissen vorhanden, setzt man  $\mu_N := \emptyset$ .*

*Abszissenwerte der Nutzenfunktion aus dem Intervall  $[0, 1 - \alpha]$  repräsentieren geringen, aus dem Intervall  $[1 - \alpha, \alpha]$  mittleren und aus dem Intervall  $[\alpha, 1]$  hohen Nutzen. Analog die Abszissenwerte der Wissensfunktion.*

### 3.3 Aufbau der Attributwerte: Substituierbarkeit und Priorisierung

#### 3.3.1 Substituierbarkeit

In Beispiel 6 auf Seite 19 wurde begründet, dass die Kompensierbarkeit bzw. Substituierbarkeit eines Attributs nicht abhängig vom Attribut, sondern vom Attributwert ist. Auch wurde begründet, dass es keinen Sinn macht, bestimmten Nutzenwerten Kompensierbarkeit oder Nichtkompensierbarkeit fest zuzuordnen.

Da für jeden Attributwert zwei getrennte Zugehörigkeitsfunktionen vorliegen, ist zu unterscheiden, ob der Nutzen eines Modells bzgl. eines Attributes oder das Wissen über dieses Attribut (nicht-) kompensatorisch ist:

**Beispiel 15.** *Im Rahmen der Verifikation einer Simulation wird ein Turing-Test [17] durchgeführt: Das reale System und das Modell absolvieren mit identischen Eingabedaten einen Testlauf. Ist es für einen Experten unmöglich zu bestimmen, ob Ergebnisse vom realen System oder Modell produziert wurden, gilt der Test als bestanden. Das Bestehen dieses Tests wird als notwendig für die Akkreditierung angesehen, d. h. ohne das Bestehen dieses Tests wird das Modell nicht akkreditiert.*

*Sollte der Test nicht bestanden werden, wird das Attribut „Turing-Test“ mit einem schlechten Nutzenwert und einem niedrigen Kompensationsfaktor belegt. „Niedriger Kompensationsfaktor“ bedeutet, dass dieser schlechte Attributwert nicht durch andere, bessere Attributwerte im Rahmen einer Aggregation substituiert werden kann.*

*Das Wissen über dieses Attribut wird man allerdings als sehr hoch einstufen, da alle notwendigen Informationen über das Attribut „Turing-Test“ vorhanden sind. Kompensierbarkeit spielt für die Quantifizierung des Wissens in diesem Beispiel keine Rolle, da das notwendige Wissen verfügbar ist.*

In der Literatur [103, 27] wird vorgeschlagen, dass zur Aggregation unscharfer Mengen, bei denen kompensatorische und nichtkompensatorische Attributwerte unterschieden werden, zwei Operatoren verwendet werden: ein kompensatorischer, zum Beispiel

Mittelwertbildung, und ein nichtkompensatorischer, zum Beispiel eine  $t$ -Norm<sup>2</sup>. Die Verknüpfung dieser beiden Operatoren geschieht mit Hilfe eines weiteren Operators, zum Beispiel einer Linearkombination. Der in dieser Verknüpfung benutzte „Kompensationsfaktor“ wird als eine Zahl  $a \in X$  definiert. Die Interpretation ist:

$$\begin{aligned} a = 0 & \Leftrightarrow \text{Attribut kann überhaupt nicht kompensiert werden,} \\ a = 1 & \Leftrightarrow \text{Attribut kann voll kompensiert werden,} \\ a = \delta \in ]0, 1[ & \Leftrightarrow \text{Nutzen kann „zu dem Grad } \delta \text{“ kompensiert werden.} \end{aligned}$$

Auch kommt man mit der Festlegung, dass  $a$  eine reelle Zahl innerhalb des Intervall  $X$  ist, der Forderung nach, dass (Nicht-)Kompensierbarkeit kein binärer Wert sein soll, siehe Abschnitt 2.4. Dieser Idee soll gefolgt werden: Man führt eine Zahl  $a \in [0, 1]$  ein – den Kompensationsfaktor – welche aussagt, zu welchem Grad der (niedrige) Nutzenwert eines Modells bzgl. eines bestimmten Attributs von anderen (besseren) Nutzenwerten des Modells bzgl. eines anderen Attributs substituiert bzw. kompensiert werden kann.

Da man die Kompensierbarkeit von Nutzen und Wissen getrennt behandelt, wird jeder Attributwert ein Paar von Kompensationsfaktoren enthalten:

**Definition 9.** *Der Grad, zu dem ein schlechter Nutzenwert eines Modells bzgl. eines bestimmten Attributs substituiert werden kann, wird im Attributwert durch einen Kompensationsfaktor  $a_N \in X$  ausgedrückt.*

*Analog wird der Grad, zu dem ein geringer Wissensstand über ein Modell bzgl. eines bestimmten Attributs substituiert werden kann, durch einen Kompensationsfaktor  $a_W \in X$  ausgedrückt.*

*Die Interpretation ist:*

$$\begin{aligned} a_N = 0 & \Leftrightarrow \text{Nutzen kann überhaupt nicht kompensiert werden,} \\ a_N = 1 & \Leftrightarrow \text{Nutzen kann voll kompensiert werden,} \\ a_N = \delta \in ]0, 1[ & \Leftrightarrow \text{Nutzen kann „zu dem Grad } \delta \text{“ kompensiert werden.} \end{aligned}$$

*Analog der Kompensationsfaktor  $a_W$ . Gilt zudem  $\mu_N = \emptyset$ , setzt man ebenfalls  $a_N := \emptyset$ .*

### 3.3.2 Attributpriorisierung

In der multiattributiven Entscheidungstheorie geht man davon aus, dass verschiedene Attribute für den Entscheider unterschiedlich wichtig sind, was durch eine Gewichtung der Attribute ausgedrückt wird: “[Weights] may reflect how important the attribute is to the decision maker ...” [43]. Schwab [84] schreibt: „In vielen realen Entscheidungssituationen aber ist die Annahme von gleichrangigen Kriterien dem vorliegenden Problem nicht angemessen, da den Kriterien vom Entscheidungsträger für die Bewertung unterschiedlicher Einfluss eingeräumt wird.“

In der klassischen Entscheidungsanalyse werden Attributgewichte durch reelle Zahlen dargestellt. Bekannte Methoden zur Ermittlung der Gewichte sind die lineare Zuordnungsmethode [19] oder Saaty's AHP [81, 89, 78]. Einen Überblick über die verschiedenen Methoden findet man in [105, 49].

In der unscharfen Entscheidungsanalyse existieren Modifikationen klassischer Verfahren, in denen nicht nur die Nutzenfunktion, sondern auch die Attributgewichte durch unscharfe Mengen dargestellt werden. Diese Arbeiten gehen zurück auf einen Vorschlag von Baas und Kwakernaak [7], welche zum ersten Mal einfache additive Gewichtung durch unscharfe Mengenlehre ergänzten. Jedoch ist die Verwendung unscharfer Mengen zur Attributgewichtung immer noch Gegenstand aktueller Forschung. Das Hauptproblem ist

<sup>2</sup>Der Begriff der  $t$ -Norm wird in Kapitel 4 definiert und ausführlich diskutiert.

die Komplexität der Berechnung der aggregierten Nutzenfunktion. Verschiedene Vorschläge existieren [20, 62, 35, 28], jedoch bis jetzt keine allgemein akzeptierte Lösung. Aus diesem Grund wird in dieser Arbeit von der Verwendung unscharfer Mengen zur Attributgewichtung abgesehen.

Da der Fokus dieser Arbeit nicht auf der Beurteilung verschiedener Gewichtungsverfahren liegt, sondern diese Auswahl dem Anwender überlassen wird, ist ein Gewichtevektor, bestehend aus natürlichen Zahlen, immer stillschweigend vorausgesetzt. Größere Zahlen bedeuten höhere Priorität. Diese Darstellung hat den Vorteil, dass sie einfach ist und jeder Gewichtevektor, ermittelt durch Standardverfahren, mit Hilfe von Normierung durch natürliche Zahlen dargestellt werden kann:

**Beispiel 16.** Seien die Attribute  $A_1, \dots, A_n$  mit einem durch den AHP gegebenen Gewichtevektor

$$(\omega_1, \dots, \omega_n) \in (\mathbb{Q}_+ \setminus \{0\})^n$$

mit der Eigenschaft

$$\sum_{i \in \mathbb{N}_n} \omega_i = 1$$

gegeben. Sei  $\lambda$  das kleinste gemeinsame Vielfache der Nenner der  $\omega_i$ . Dann erhält man durch

$$\lambda(\omega_1, \dots, \omega_n)$$

einen modifizierten Gewichtevektor, dessen Elemente natürliche Zahlen sind.

Man ist nun in der Lage eine konkrete mathematische Definition für Attributwerte aufzuschreiben. Diese wird im Weiteren zur Herleitung des Aggregationsoperators benutzt:

**Definition 10.** Sei  $X := [0, 1]$  das Einheitsintervall und  $X^\emptyset := X \cup \{\emptyset\}$ . Sei  $\mathcal{F}_X$  die Menge aller stetig differenzierbaren unscharfen Mengen über  $X$  mit Bildbereich  $X$ . Es sei  $\mathcal{F}_X^\emptyset := \mathcal{F}_X \cup \{\emptyset\}$ . Dann ist ein Attributwert ein Quintupel

$$(\mu_N, \mu_W, a_N, a_W, \omega) \in \mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathcal{F}_X \times X^\emptyset \times X \times \mathbb{N}.$$

$\mu_N$  und  $\mu_W$  repräsentieren die Nutzen- bzw. Wissensfunktion,  $a_W$  und  $a_N$  die Kompensationsfaktoren für Nutzen bzw. Wissen mit der Interpretation:

$$\begin{aligned} a_N = 0 &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann überhaupt nicht kompensiert werden,} \\ a_N = 1 &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann voll kompensiert werden,} \\ a_N \in ]0, 1[ &\Leftrightarrow \text{Nutzen kann „zu dem Grad } a_N \text{“ kompensiert werden.} \end{aligned}$$

Analog der Kompensationsfaktor  $a_W$ . Ist über ein Attribut kein Wissen vorhanden, setzt man

$$\mu_N := a_N := \emptyset.$$

Der Wert  $\omega$  repräsentiert das Attributgewicht, dargestellt als natürliche Zahl.

### 3.4 Beispiele

In diesem Abschnitt werden die Beispiele 6 auf Seite 19 und 7 auf Seite 20 aufgegriffen. In Kapitel 2 wurden sie benutzt, um zu belegen, dass momentan existierenden Werkzeuge zur Unterstützung der VV&A starke Defizite aufweisen. Nun wird anhand dieser Beispiele gezeigt, dass diese Defizite – auf der Ebene einzelner Attributwerte und bei einer Benutzung der vorstehend aufgeführten Definition 10 – nicht mehr vorhanden sind.

Nicht betrachtet wird in diesem Abschnitt das Bestimmen der Attributgewichte, da man von dem Einsatz von Standardverfahren ausgeht, siehe Abschnitt 3.2.3. Auch werden

die einzelnen Zugehörigkeitsfunktionen lediglich heuristisch begründet. Ein konkretes Verfahren zur Abbildung von Ergebnissen von V&V-Tätigkeiten auf Zugehörigkeitsfunktionen wird in Kapitel 5 vorgestellt. Zudem werden die in den Beispielen benutzten Zugehörigkeitsfunktionen nur grafisch dargestellt, wenn sie nicht bereits in Abbildung 3.4 auf Seite 40 gezeigt sind.

### 3.4.1 Beispiel „Kopplungstest“

**Beispiel 17.** (siehe Beispiel 6 auf Seite 19)

*Der Auftraggeber einer Simulation legt fest, dass diese mit einer bereits bestehenden gekoppelt werden soll. Diese Fähigkeit soll durch einen Test sichergestellt werden. Ohne das Bestehen dieses Tests wird die Simulation nicht akzeptiert werden. Allerdings garantiert ein Bestehen nicht, dass die Simulation eine hohe Qualität hat.*

**Szenario 1.** *Der Kopplungstest wird durchgeführt und bestanden. Der Nutzen des Modells bzgl. des Attributes „Kopplungstest“ ist hoch, die Nutzenfunktion wird der Funktion  $\mu_1$  in Abbildung 3.4 entsprechen. Analog ist das Wissen über dieses Attribut hoch, da der Kopplungstest durchgeführt wurde und damit alles notwendige Wissen vorhanden ist.*

*Als Kompensationsfaktoren für Nutzen und Wissen wird man  $a_N := a_W := 1$  setzen, was bedeutet, dass beide Werte kompensatorisch sind.*

**Szenario 2.** *Der Kopplungstest wird durchgeführt und schlägt fehl. Der Nutzen des Modells bzgl. des Attributes „Kopplungstest“ ist gering, was man durch die Menge  $\mu_2$  in Abbildung 3.4 darstellen wird. Demgegenüber ist das Wissen über dieses Attribut hoch, da der Kopplungstest durchgeführt und alles notwendige Wissen akquiriert wurde. Hier wird man eine Zugehörigkeitsfunktion ähnlich  $\mu_1$  in Abbildung 3.4 wählen.*

*Als Kompensationsfaktor für den Nutzen setzt man  $a_N := 0$ , wodurch dieser bei einer Aggregation nicht kompensiert werden kann.*

**Szenario 3.** *Der Kopplungstest wird, zum Beispiel aufgrund zu knapper Zeit, nicht durchgeführt. Über den Nutzen kann keine Aussage gemacht werden, man setzt  $\mu_N = \emptyset$ . Das Wissen über dieses Attribut ist gering, hier wird die Menge  $\mu_2$  aus Abbildung 3.4 gewählt.*

*Als Kompensationsfaktor für den Nutzen setzt man  $a_N := \emptyset$ , da keine Zugehörigkeitsfunktion existiert. Da über dieses Attribut kein Wissen vorhanden ist, dieses aber für die Akkreditierung notwendig ist, wird man als Kompensationsfaktor für das Wissen  $a_W := 0$  wählen.*

### 3.4.2 Beispiel „Domänenexperte“

**Beispiel 18.** (siehe Beispiel 7 auf Seite 20)

*Betrachtet wird ein LKW-Fahrsimulator. Die Herstellerfirma möchte einen Fahrlehrer als Domänenexperten hinzuziehen, welcher beurteilen soll, ob die Fahrgeräusche des LKW im Simulator ausreichend wirklichkeitsnah wiedergegeben werden.*

**Szenario 1.** *Ein Fahrlehrer ist verfügbar, alle erforderlichen Tests werden durchgeführt. Der Experte sagt aus: „Die Motorgeräusche im Simulator stimmen im Prinzip, jedoch macht im Original das Getriebe ein knacksendes Geräusch, falls man nicht lange genug die Kupplung vor einem Schaltvorgang getreten hält. Dieses Geräusch sollte im Simulator vorhanden sein.“*

*Das Wissen über dieses Attribut ist hoch. Als Wissensfunktion wird man eine unscharfe Menge ähnlich  $\mu_1$  in Abbildung 3.4 wählen. Als Kompensationsfaktor setzt man  $a_W := 1$ .*

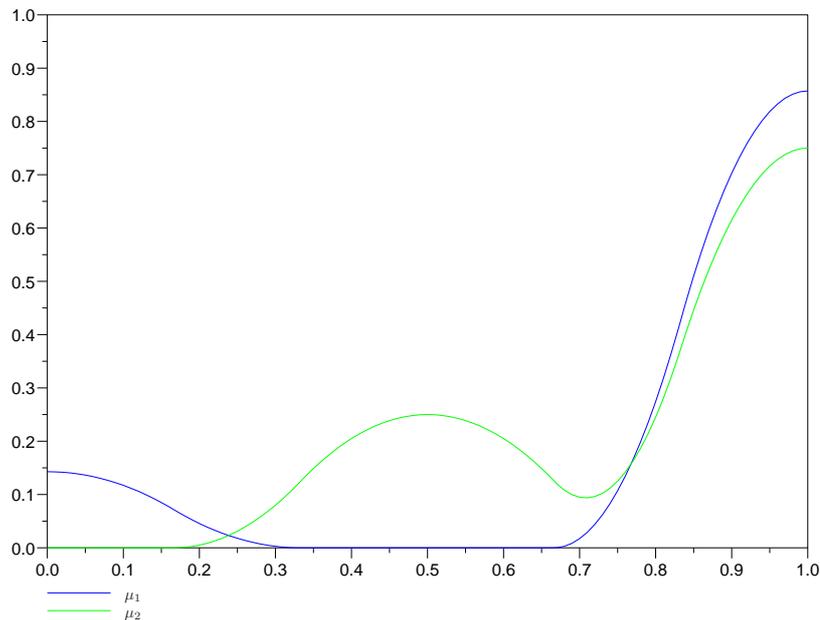


Abbildung 3.8: Diskutierte Nutzen- und Wissensfunktionen in Beispiel 18 Szenario 1 und 2

Das Aufstellen der Nutzenfunktion ist nicht trivial. Generell wird man eine unscharfe Menge wählen, welche dem Modell grundsätzlich hohen Nutzen attestiert. Es muss aber zum Ausdruck kommen, dass für einen kleinen Teil Nachbesserungen erforderlich sind. Eine Möglichkeit, diesen Umstand darzustellen, verdeutlicht die Menge  $\mu_1$  in Abbildung 3.8. Auch ist die Wahl des Kompensationsfaktors für den Nutzen nicht trivial. Volle Kompensierbarkeit darf nicht gelten, da der Domänenexperte aussagt, dass das „knacksende Geräusch vorhanden sein sollte“. Andererseits wird man nicht totale Nichtkompensierbarkeit fordern, da das Modell bzgl. dieses Attributs überwiegend einen hohen Nutzen hat, der im Rahmen einer Aggregation kompensiert werden kann. Diese Überlegungen führen auf die Festsetzung  $a_N := 0.8$ .

**Szenario 2.** Ein Fahrlehrer ist nicht verfügbar. Den Test führt ein Mitarbeiter durch, welcher nebenberuflich als LKW-Fahrer arbeitet. Dieser sagt aus: „Natürlich kann ich nicht genau einschätzen, ob sich die Fahrgeräusche originalgetreu anhören. Nach meiner Einschätzung sollte aber Alles stimmen.“

Die Bestimmung der Nutzenfunktion ist trivial. Da nach Aussage des Mitarbeiters „Alles stimmt“, wird man eine Funktion wählen, welche dem Modell einen hohen Nutzen attestiert und  $a_N := 1$  setzen.

Kompliziert ist die Bestimmung der Wissensfunktion. Zu beachten ist, dass die die Tests durchführende Person nicht in dem Maß über Domänenwissen verfügt, wie man es sich wünscht. Auch muss davon ausgegangen werden, dass der Mitarbeiter nicht objektiv ist, da er selbst an der Entwicklung beteiligt war. Heuristisch begründen lässt sich Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_2$  in Abbildung 3.8. Deutlich wird, dass prinzipiell ein hohes Wissen vorliegt, dieses jedoch nicht vollständig gesichert ist: Positive und mittlere Werte sind vorhanden, die positiven überwiegen.

### 3.5 Zusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war die Definition von Attributwerten in einer unscharfen Wertbaumanalyse zur Unterstützung der VV&A – unter Beachtung der in Abschnitt 2.4 aufgestellten Anforderungen.

Wichtigstes Ergebnis war, dass der Nutzen eines Modells bzgl. einer bestimmten Eigenschaft und die Qualität des Wissens über diese Eigenschaft in zwei getrennten unscharfen Mengen dargestellt wird. Zusätzlich wurde zwei Kompensationsfaktoren definiert, einer für den Nutzen und einer für das Wissen über dieses Modellattribut. Definition 10 präsentierte schließlich den in dieser Arbeit verwendeten Aufbau von Attributwerten in mathematischer Form.

Die nächsten Schritte bestehen in der Festlegung, wie man Attributwerte zu einem Gesamtwert aggregiert und der Erarbeitung eines strukturierten Verfahrens, wie einzelne Komponenten eines Attributwertes – insbesondere die Zugehörigkeitsfunktionen – aus den Ergebnissen von V&V-Tätigkeiten generiert werden. Dies geschieht in den Kapiteln 4 und 5.



## Kapitel 4

# Herleitung der Aggregatorfunktion

Im letzten Kapitel wurde der Aufbau von Attributwerten diskutiert. Es wurde festgelegt und begründet, wie – resultierend aus den in Abschnitt 2.4 dargestellten Anforderungen – ein Attributwert in einer unscharfen Wertbaumanalyse zur Unterstützung der VV&A aussehen kann.

Der mit wichtigste Schritt in der Konzeption einer unscharfen Wertbaumanalyse ist die Festlegung, wie einzelne Attributwerte aggregiert werden. Dies ist der Inhalt dieses Kapitels: Es wird erarbeitet, wie Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten, dargestellt als unscharfe Mengen in einem Wertbaum, zusammengefasst – aggregiert – werden.

Ausgangssituation ist, dass ein Wertbaum aufgestellt wurde, welcher alle zu untersuchenden Aspekte des Modells abdeckt. Die Blätter des Baumes sind mit Attributwerten, welche Definition 10 auf Seite 46 genügen, belegt. Insbesondere existiert für jedes Attribut:

- Eine Nutzenfunktion, dargestellt als unscharfe Menge, welche den Nutzen des Modells bzgl. dieses Attributs darstellt. Zu dieser Nutzenfunktion gehört ein Kompensationsfaktor, welcher angibt, zu welchem Grad dieser Attributwert von anderen Attributwerten substituiert werden kann.
- Eine Wissensfunktion, dargestellt als unscharfe Menge, welche das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributes repräsentiert, mit zugehörigem Kompensationsfaktor.
- Für jedes Attribut und jeden inneren Knoten des Wertbaums ist ein Gewicht festgelegt.

Das Kapitel hat folgende Gliederung:

- Zuerst wird die Problemstellung wiederholt und in der Literatur existierende Lösungsansätze diskutiert.
- Im nächsten Abschnitt werden die Anforderungen an den Aggregator – in [84] „Rationalitätsanforderungen“ genannt – aufgezählt. Zum Einen umgangssprachlich, zum Anderen mathematisch, wobei überprüft wird, in wie weit sich umgangssprachlich formulierte Rationalitätsanforderungen mit Hilfe mathematischer Axiome abdecken lassen. Der Abschnitt schließt mit einer vorläufigen Definition des Aggregators.

- Die in der Literatur verfügbaren Mengenoperatoren für unscharfe Mengen werden diskutiert. Üblich ist, Operatoren, welche bestimmte Axiome erfüllen, in Kategorien einzuteilen. Dadurch ist es möglich, ganze Operatorfamilien für die Verwendung auszuschließen, falls die Operatoren einer Kategorie eines oder mehrere der aufgestellten Axiome nicht erfüllen.
- Der letzte Schritt besteht in der Herleitung der verwendeten Aggregatorfunktion und der Präsentation mehrerer Beispiele.

Wie in Abschnitt 2.5 auf Seite 31 erwähnt, wird in dieser Arbeit nicht auf das Aufstellen des Wertbaums eingegangen: Man setzt stillschweigend voraus, dass dieser den in der Literatur üblichen Kriterien genügt, siehe zum Beispiel [43, 58].

## 4.1 Problemstellung

### 4.1.1 Strukturierung des Problems

Gemäß Definition 10 auf Seite 46 haben die zu aggregierenden Attributwerte die Form:

$$(\mu_N, \mu_W, a_N, a_W, \omega) \in \mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathcal{F}_X \times X^\emptyset \times X \times \mathbb{N}.$$

Dabei sind  $\mu_N$  und  $\mu_W$  stetig differenzierbare unscharfe Mengen über dem Intervall  $X$  mit Bildbereich  $X$  und repräsentieren den Nutzen bzw. das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs. Die Werte  $a_N, a_W$  stellen die Kompensationsfaktoren der Attributwerte dar, wobei  $a = 0$  für keine und  $a = 1$  für volle Kompensierbarkeit steht. Der Wert  $\omega \in \mathbb{N}$  repräsentiert das Gewicht dieses Attributs. Zu bemerken ist, dass

$$\mu_N := a_N := \emptyset$$

genau dann gilt, wenn über das Modell bzgl. dieses Attributs kein Wissen vorliegt.

Das zu lösende Problem, also die Aggregation mehrerer Attributwerte, lässt sich wie folgt formulieren: Gegeben seien  $n$  Quintupel der Form

$$(\mu_{N_i}, \mu_{W_i}, a_{N_i}, a_{W_i}, \omega_i), \quad i \in \{1, \dots, n\}.$$

Definiere eine Funktion

$$f : (\mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \\ \{(\mu_1, a_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, a_n, \omega_n)\} \mapsto (\mu, a),$$

welche mehreren unscharfen Mengen  $\mu_1, \dots, \mu_n \in \mathcal{F}_X^\emptyset$ , denen je ein Kompensationsfaktor  $a_1, \dots, a_n \in X^\emptyset$  und ein Gewicht  $\omega_1, \dots, \omega_n \in \mathbb{N}$  zugeordnet ist, eine unscharfe Menge  $\mu$  mit Kompensationsfaktor  $a$  zuweist.

Diese Funktion  $f$  wird man auf die Nutzenfunktionen  $\mu_{N_1}, \dots, \mu_{N_n}$  zusammen mit den Kompensationsfaktoren  $a_{N_1}, \dots, a_{N_n}$  und den zugehörigen Gewichten  $\omega_1, \dots, \omega_n$  anwenden:

$$f((\mu_{N_1}, a_{N_1}, \omega_1), \dots, (\mu_{N_n}, a_{N_n}, \omega_n)) = (\mu_N, a_N).$$

Man erhält eine aggregierte Nutzenfunktion  $\mu_N$  mit Kompensationsfaktor  $a_N$ . Analog verfährt man für die Wissensfunktion:

$$f((\mu_{W_1}, a_{W_1}, \omega_1), \dots, (\mu_{W_n}, a_{W_n}, \omega_n)) = (\mu_W, a_W).$$

Die in die Funktion  $f$  eingehenden Attributgewichte  $\omega_1, \dots, \omega_n$  werden zur Berechnung der aggregierten Nutzen- und Wissensfunktion benutzt. Jedoch wird aus diesen kein aggregiertes Gewicht berechnet, da sämtliche innere Knoten des Wertbaumes bereits beim Aufstellen mit Gewichten versehen wurden.

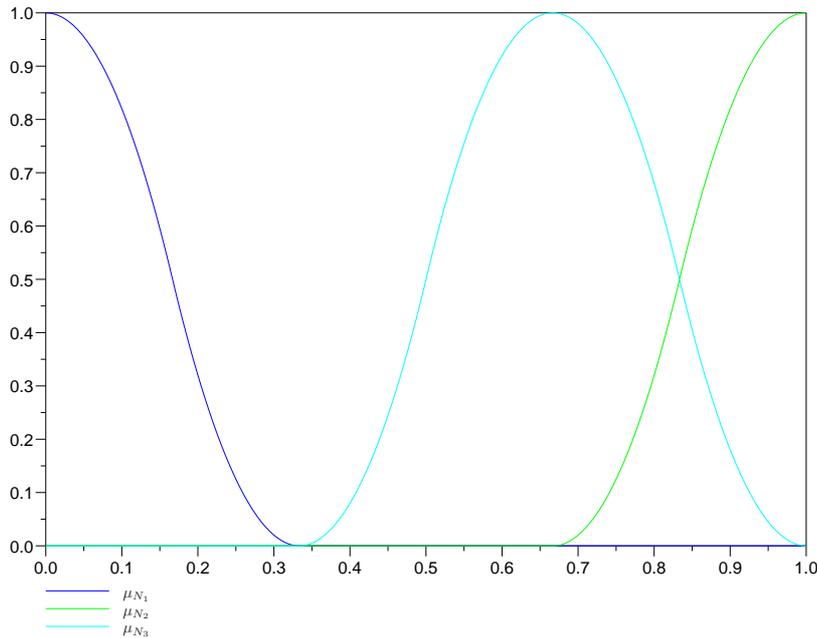


Abbildung 4.1: Nutzenfunktionen in Beispiel 19

**Beispiel 19.** Betrachte die Verifikation und Validierung des ausführbaren Modells eines LKW-Fahrsimulators. Die untersuchten Attribute seien HLA-Kompatibilität (Attribut 1), Übersichtlichkeit der grafischen Benutzeroberfläche (Attribut 2) und Originaltreue der Fahrgeräusche (Attribut 3). Auf die Herleitung der Attributbelegungen wird hier verzichtet. Tabelle 4.1 stellt, zusammen mit den Abbildungen 4.1 und 4.2, die Attributwerte grafisch dar.

	Attribut 1	Attribut 2	Attribut 3
Nutzenfunktionen	$\mu_{N_1}$	$\mu_{N_2}$	$\mu_{N_3}$
Kompensationsfaktoren Nutzen	$a_{N_1} = 0$	$a_{N_2} = 1$	$a_{N_3} = 1$
Wissensfunktionen	$\mu_{W_1}$	$\mu_{W_2}$	$\mu_{W_3}$
Kompensationsfaktoren Wissen	$a_{W_1} = 1$	$a_{W_2} = 1$	$a_{W_3} = 1$
Attributgewichte	$\omega_1 = 3$	$\omega_2 = 1$	$\omega_3 = 1$

Tabelle 4.1: In Beispiel 19 benutzte Werte

Die Wissensfunktionen  $\mu_{W_1}, \mu_{W_2}, \mu_{W_3}$  repräsentieren überwiegend positive Werte, welche als kompensatorisch gekennzeichnet sind ( $\mu_{W_1} = \mu_{W_2} = \mu_{W_3} = 1$ ). Nutzenfunktion  $\mu_{N_1}$  wurde mit einem schlechten Werte belegt, welcher nicht kompensatorisch ist ( $a_{N_1} = 0$ ). Grund könnte sein, dass ein HLA-Kompatibilitätstest nicht bestanden wurde, welcher Voraussetzung für die Abnahme des Modells durch den Auftraggeber ist.

Der Aggregator  $f$  wird in diesem Beispiel zwei Mal benutzt. Einmal zur Aggregation der Nutzenfunktionen:

$$f((\mu_{N_1}, 0, 3), (\mu_{N_2}, 1, 1), (\mu_{N_3}, 1, 1)),$$

einmal zur Aggregation der Wissensfunktionen:

$$f((\mu_{W_1}, 1, 3), (\mu_{W_2}, 1, 1), (\mu_{W_3}, 1, 1)).$$

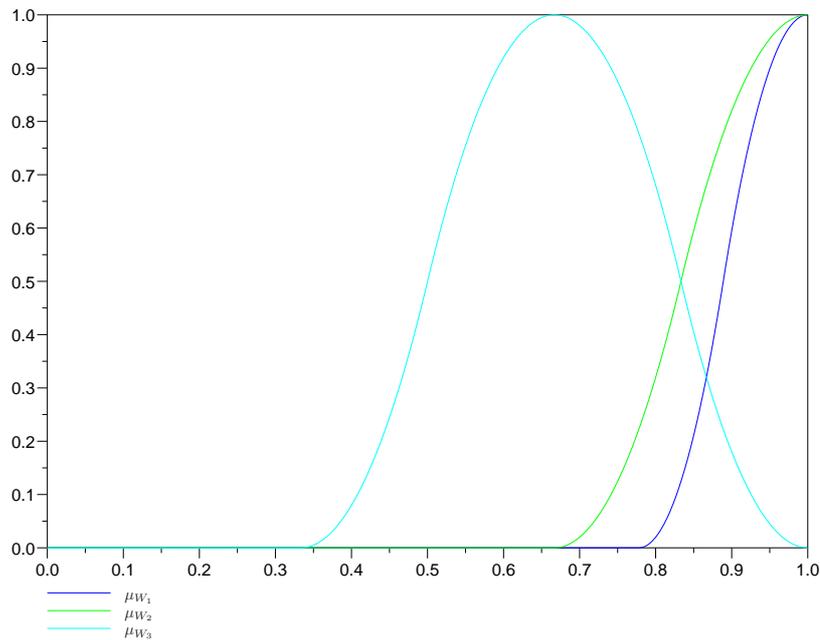


Abbildung 4.2: Wissensfunktionen in Beispiel 19

Ergebnis der beiden Funktionsaufrufe sind eine aggregierte Nutzenfunktion  $\mu_N$  mit Kompensationsfaktor  $a_N$  und eine aggregierte Wissensfunktionen  $\mu_W$  mit Kompensationsfaktor  $a_W$ .

In Abschnitt 4.5 auf Seite 76 wird dieses Beispiel wieder aufgegriffen und der dann hergeleitete Aggregator  $f$  benutzt, um die Werte  $(\mu_N, a_N)$  und  $(\mu_W, a_W)$  zu berechnen.

### 4.1.2 Existierende Lösungsansätze

Die Literatur bietet zur Aggregation unscharfer Mengen verschiedene Vorschläge an:

- regelbasiertes Schließen, regelbasierte Aggregation,
- Aggregation durch unscharfe arithmetische Operatoren und
- Aggregation durch unscharfe mengentheoretische Operatoren.

Regelbasierte Aggregation unscharfer Mengen benutzt – wie der Name andeutet – ein System von Regeln, welches Rule Base [26] oder Reference Engine [104] genannt wird. Anwendungsgebiete sind Fuzzy Logic Control, unscharfe Expertensysteme und unscharfe Systemmodellierung. Es gibt keine Literaturstelle, in der regelbasierte Aggregation im Zusammenhang mit unscharfer multiattributiver Entscheidungstheorie zum Einsatz kommt. Der Grund ist, dass klassische Entscheidungstheorie statt logischer Verknüpfungen – auf welche regelbasiertes Schließen zurückgeht – arithmetische Operationen benutzt und regelbasiertes Schließen als Erweiterung der klassischen Logik angesehen wird. Selbst aktuelle Literatur [26] spricht regelbasiertes Schließen im Zusammenhang mit unscharfer Entscheidungstheorie nicht an.

Aggregation durch unscharfe arithmetische Operatoren benutzt Erweiterungen klassischer arithmetischer Operatoren, z.B. Addition oder Multiplikation. Detaillierte Diskussionen findet man in [103, 37, 104]. Unscharfe arithmetische Operatoren werden in der unscharfen Entscheidungstheorie benutzt – einen guten Überblick bringt [27] – sind jedoch für diese Arbeit nicht anwendbar, da sie für die Verwendung mit unscharfen Zahlen konzipiert wurden. Unscharfe Zahlen wurden jedoch in Abschnitt 3.2.2 auf Seite 40 von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen.

Die Aggregation unscharfer Mengen mit unscharfen mengentheoretischen Operatoren benutzt Verallgemeinerungen der Operatoren klassischer Mengenlehre, zum Beispiel Vereinigung, Durchschnitt oder Komplement. Wie in Abschnitt 2.3 erläutert, instrumentalisiert unscharfe multiattributive Entscheidungstheorie intensiv unscharfe mengentheoretische Operatoren. Der Grund ist die Vielfalt der zur Verfügung stehenden Operatoren: Es existieren sowohl kompensatorische als auch nichtkompensatorische Operatoren, welche beliebig miteinander kombiniert werden können. So kann detailliert vorgegeben werden, zu welchem Grad ein Operator zum Einsatz kommt. Literatur über unscharfe mengentheoretische Operatoren in der unscharfen Entscheidungstheorie steht in großem Ausmaß zur Verfügung. Als Standardwerk gilt [27]. In [36, 95] findet man Kriterienkataloge zur Operatorauswahl.

Da die Aggregation unscharfer Mengen mit unscharfen Mengenoperatoren in der unscharfen multiattributiven Entscheidungstheorie der Standard ist und eine Vielzahl von Operatoren zur Verfügung steht, soll auch in dieser Arbeit die Aggregation der Attributwerte mit Hilfe unscharfer Mengenoperationen durchgeführt werden.

## 4.2 Definition eines Systems von Rationalitätsanforderungen

Mit diesem Abschnitt wird die Definition der Aggregatorfunktion vorbereitet. Zuerst werden umgangssprachlich formulierte Rationalitätsanforderungen gesammelt, welche der Aggregator erfüllen soll.

Im zweiten Unterabschnitt wird ein mathematisches Axiomensystem für unscharfe Mengen betrachtet und auf die im ersten Unterabschnitt formulierten Rationalitätsanforderungen abgebildet. Nach Möglichkeit sollen zur Herleitung des Aggregators mathematische Axiome und nicht umgangssprachliche Rationalitätsanforderungen verwendet werden, da in der Literatur verfügbare Mengenoperatoren durch mathematische Axiome kategorisiert sind.

Schließlich werden die Rationalitätsanforderungen und Axiome in Form einer vorläufigen Aggregatordefinition zusammengefasst

### 4.2.1 Umgangssprachliche Formulierung von Rationalitätsanforderungen

Aufgestellt wird ein System umgangssprachlich formulierter Rationalitätsanforderungen, welchen der Aggregator genügen soll. Diese lassen sich heuristisch begründen und ableiten aus den Anforderungen in Abschnitt 2.4 auf Seite 25. Die Idee ist, umgangssprachlich zu beschreiben „was der Aggregator leisten soll“.

#### Rationalitätsanforderungen:

1. Der Aggregator soll mit beliebig vielen Eingabewerten umgehen können. Eine Beschränkung auf lediglich zwei Eingabewerte muss vermieden werden.

2. Der Aggregator soll unabhängig sein von der Reihenfolge der Eingabeparameter.
3. Der Aggregator muss mit der Situation umgehen können, dass eine unscharfe Menge und ein Kompensationsfaktor die leere Menge sind. Das ist der Fall, wenn über ein Attribut kein Wissen vorliegt.
4. Der Aggregator soll bei einer kleinen Veränderung eines Eingabeparameters die Ausgabe nur marginal ändern. Insbesondere muss vermieden werden, dass eine geringe Veränderung eines Eingabeparameters eine große Veränderung der Ausgabe nach sich zieht.
5. Sind alle Eingabewerte identisch, soll dieser Wert auch als Ergebnis berechnet werden.
6. Erhöht man in einem Eingabeparameter den Nutzen (das Wissen), darf sich der Nutzen (das Wissen) der aggregierten Nutzenfunktion (Wissensfunktion) nicht verschlechtern.  
Erniedrigt man in einem Eingabeparameter den Nutzen (das Wissen), darf sich der Nutzen (das Wissen) der aggregierten Nutzenfunktion (Wissensfunktion) nicht verbessern.
7. Der aggregierte Kompensationsfaktor soll dem Minimum der Kompensationsfaktoren der Eingabeparameter entsprechen. Hiermit wird verhindert, dass ein nicht-kompensatorischer Wert durch Aggregation diese Eigenschaft verliert, was z. B. der Fall wäre, führte man Mittelwertbildung durch.
8. Die aggregierte Nutzenfunktion darf nicht einen höheren (niedrigeren) Nutzen repräsentieren, als die Nutzenfunktion, welche von allen zu aggregierenden Nutzenfunktionen den höchsten (geringsten) Nutzen hat.  
Analog die aggregierte Wissensfunktion.
9. Der Aggregator muss den Kompensationsfaktor in dem Sinne reflektieren, dass dieser kein binärer Wert ist, sondern eine reelle Zahl aus dem Intervall  $[0, 1]$ . Totale Nichtkompensierbarkeit wird durch den Wert 0 ausgedrückt, volle Kompensierbarkeit durch den Wert 1.
  - (a) Volle Kompensierbarkeit eines Attributnutzens bedeutet, dass dieser im Rahmen einer Mittelwertbildung unter Beachtung des Attributgewichts in die Aggregation eingeht.
  - (b) Totale Nichtkompensierbarkeit eines Attributwertes bedeutet, dass die aggregierte Nutzenfunktion keinen höheren Nutzen repräsentieren darf, als dieses Attribut.
  - (c) Kompensationsfaktoren zwischen 0 und 1 sollen sich entsprechend ihrer Lage innerhalb des Intervalls  $[0, 1]$  auf die Kompensierbarkeit des Attributwerts auswirken.

Diese Punkte gelten analog für die Wissensfunktion.

Die meisten der vorgestellten Rationalitätsanforderungen sind intuitiv bzw. ergeben sich aus den in Abschnitt 2.4 formulierten Anforderungen. Die Rationalitätsanforderungen 1 und 6 sollen dagegen detailliert diskutiert werden:

Rationalitätsanforderung 1 ist notwendig, da in der unscharfen Entscheidungstheorie Operatoren existieren, welche lediglich zwei Nutzenfunktionen in einem Schritt aggregieren, z. B. der Zimmermannsche  $\gamma$ -Operator [104]. Damit kann in einem Wertbaum, in welchem diese Operatoren zur Anwendung kommen, jeder innere Knoten maximal

zwei Söhne haben, was den Entscheider beim Aufstellen des Wertbaums entscheidend einschränkt.

Rationalitätsanforderung 6 könnte zu der Forderung verschärft werden, dass sich bei einer Erhöhung des Nutzens in einem Eingabeparameter der Nutzen der aggregierten Nutzenfunktion nicht nur nicht erniedrigt, sondern erhöht. Dieses stünde jedoch im Widerspruch zu Rationalitätsanforderung 9b, in der verlangt wird, dass bei einer Aggregation, in die ein nichtkompensatorischer Nutzen eingeht, der Gesamtnutzen nicht höher sein darf, als dieser Nutzen. Betrachte Beispiel 19 auf Seite 53: Ist Attribut 1 mit geringem Nutzen belegt, muss die aggregierte Zugehörigkeitsfunktion unbedingt diesen geringen Nutzen darstellen, da das Modell nicht vom Auftraggeber akzeptiert werden wird. Hier darf sich durch eine Erhöhung des Nutzens in den Attributen 2 oder 3 der Gesamtnutzen weder erhöhen noch erniedrigen. Die Argumentation gilt analog für die aggregierte Wissensfunktion.

Auch offenbart das vorgestellte System von Rationalitätsanforderungen, dass die Eigenschaft der Substituierbarkeit nur für Attributwerte, welche geringen Nutzen repräsentieren Sinn macht. Es ist intuitiv nicht klar, wie mit einem Attributwert, welcher einen hohen Nutzen darstellt, aber nicht substituierbar ist, umzugehen ist. Zwei Szenarien sind denkbar:

1. Geht ein nichtkompensatorischer positiver Attributwert in die Aggregation ein, darf das Ergebnis höchstens so gut sein wie dieser positive Wert.
2. Geht ein nichtkompensatorischer positiver Attributwert in die Aggregation ein, muss das Ergebnis mindestens so gut sein, wie dieser positive Wert.

Beide Möglichkeiten sind nachvollziehbar. Jedoch gibt es in der Literatur keine Hinweise, wie mit nichtkompensatorischen, einen hohen Nutzen repräsentieren Attributwerten umzugehen ist. Es wird immer stillschweigend davon ausgegangen, dass nichtsubstituierbare Attributwerte einen geringen Nutzen repräsentieren und diese Prämisse findet auch in dieser Arbeit Anwendung.

## 4.2.2 Formulierung eines Axiomensystems

Das in diesem Abschnitt beschriebene Axiomensystem steht zunächst in keinem Zusammenhang mit unscharfer Entscheidungstheorie, sondern resultiert aus mathematischen Eigenschaften unscharfer Mengenoperatoren. Der Grund, wieso ein Axiomensystem aufgestellt wird, ist, dass in der Literatur beschriebene unscharfe Mengenoperatoren mit Hilfe mathematischer Axiome und nicht umgangssprachlicher nutzentheoretischer Interpretationen kategorisiert sind. Durch die Abbildung der mathematischen Axiome auf die Rationalitätsanforderungen des letzten Abschnitts erhält man die Möglichkeit, ganze Kategorien von Operatoren für die Verwendung im aktuellen Kontext auszuschließen bzw. zu inkludieren.

Vorschläge für Axiomensysteme findet man in [84, 18, 40], das hier präsentierte entspricht dem in [84]:

### 1. Kommutativität:

Ein unscharfer Mengenoperator  $g$  ist kommutativ, wenn für alle Permutationen  $p$  von  $\mathbb{N}_n$  gilt

$$g(\mu_1, \dots, \mu_m) = g(\mu_{p(1)}, \dots, \mu_{p(m)}).$$

Diese Forderung besagt, dass der Aggregator unabhängig sein soll von der Reihenfolge der Eingabeparameter. Sie entspricht Rationalitätsanforderung 2.

**2. Induktivität:**

Ein unscharfer Mengenoperator  $g$  ist induktiv, wenn gilt:

$$g(\mu_1, \dots, \mu_n) = g(g(\mu_1, \dots, \mu_{n-1}), \mu_n), \quad \forall n \in \mathbb{N} \setminus \{1\}.$$

Damit ist gewährleistet, dass Attributwerte sukzessive zusammengefasst werden können. Insbesondere können neue Attribute hinzugefügt werden, ohne dass die Aggregation vollständig neu berechnet werden muss.

Dieses Axiom ist nicht auf den Aggregator  $f$  anwendbar, da sich bei  $f$  Bild- und Urbildbereich unterscheiden, siehe die vorläufige Definition des Aggregators in Abschnitt 4.1.1 ab Seite 52. Man kann jedoch nur Funktionen, bei denen Bild- und Urbildbereich übereinstimmen, miteinander verknüpfen.

**3. Assoziativität:**

Assoziativität ist eine Verstärkung der Induktivität und kann daher nicht gefordert werden.

**4. Stabilität:**

Ein unscharfer Mengenoperator  $g$  ist stabil, wenn gilt:

$$\min(\mu_1, \dots, \mu_n) \leq g(\mu_1, \dots, \mu_n) \leq \max(\mu_1, \dots, \mu_n).$$

Stabilität besagt, dass die aggregierte Nutzenfunktion keinen höheren (niedrigeren) Nutzen repräsentieren darf, als die eingegebene Nutzenfunktion, welche den höchsten (niedrigsten) Nutzen aller eingegebenen Nutzenfunktionen aufweist.

Analog für die Wissensfunktion. Stabilität entspricht Rationalitätsanforderung 8.

**5. Idempotenz:**

Ein unscharfer Mengenoperator  $g$  ist idempotent, wenn gilt:

$$\mu_1 = \dots = \mu_n \Rightarrow g(\mu_1, \dots, \mu_n) = \mu_1.$$

Idempotenz entspricht Rationalitätsanforderung 5.

**6. Symmetrie:**

Ein symmetrischer unscharfer Mengenoperator  $g$  erfüllt die Bedingung

$$k(g(\mu_1, \dots, \mu_n)) = g(k(\mu_1), \dots, k(\mu_n)).$$

Die Abbildung  $k$  ist dabei die punktweise Komplementbildung einer unscharfen Menge:

$$k : \mathcal{F}_X \rightarrow \mathcal{F}_X \\ \{(x, \mu(x)) \mid x \in X\} \mapsto \{(x, 1 - \mu(x)) \mid x \in X\}$$

Symmetrie verlangt, dass die Aggregation symmetrisch zur Komplementbildung ist. Symmetrie entspricht keiner Rationalitätsanforderung.

**7. Stetigkeit:**

Ein unscharfer Mengenoperator

$$f : (\mu_1, \dots, \mu_n) \rightarrow \mu$$

ist stetig, wenn  $f$  für jedes  $i \in \mathbb{N}_n$  stetig ist.

Diese Forderung bedeutet, dass eine kleine Änderung eines Eingabeparameters lediglich eine kleine Änderung der Ausgabe zur Folge hat. Insbesondere kann eine kleine Änderung einer Nutzen- oder Wissensfunktion nicht einen Sprung der aggregierten Nutzen- oder Wissensfunktion nach sich ziehen.

Stetigkeit entspricht Rationalitätsanforderung 4.

**8. Injektivität:**

Der Aggregator  $f$  ist injektiv, wenn jede Veränderung eines Elementes eines Eingabeparameters, d. h. eine Veränderung einer Zugehörigkeitsfunktion, eines Kompensationsfaktors oder eines Attributgewichtes, eine Veränderung der Ausgabe bewirkt.

Injektivität steht im Widerspruch zu Rationalitätsanforderung 9b: Betrachte zwei Attributwerte

$$(\mu_1, 0, 1) \text{ und } (\mu_2, 1, 1).$$

Die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_1$  repräsentiere einen geringen Nutzen,  $\mu_2$  einen mittleren. Attribut  $\mu_1$  ist nicht kompensatorisch (Kompensationsfaktor ist 0). Daraus folgt, dass die aggregierte Nutzenfunktion  $\mu$  der Funktion  $\mu_1$  entsprechen muss, da diese nichtkompensatorisch ist und der von ihr repräsentierte Nutzen geringer ist als der von  $\mu_2$ . Ändert man  $\mu_2$  in eine Zugehörigkeitsfunktion, welche einen hohen Nutzen darstellt, darf sich dennoch  $\mu$  nicht ändern. Erhöhte sich der Nutzen, erhielte man einen Widerspruch zu Rationalitätsanforderung 9b, erniedrigte er sich, einen Widerspruch zu Rationalitätsanforderung 8.

**9. Monotonie bzgl. der Zugehörigkeitsfunktion:**

Der Aggregator  $f$  ist bzgl. des Nutzens (Wissens) monoton steigend, falls bei einer Erhöhung des Nutzens (Wissens) in einem Eingabeparameter der Nutzen (das Wissen) der aggregierten Nutzenfunktion nicht sinkt. Analog monoton fallend.

Dieses Postulat entspricht Rationalitätsanforderung 6.

**10. Monotonie bzgl. des Kompensationsfaktors:**

Der Aggregator  $f$  ist bzgl. der Kompensationsfaktoren monoton steigend, wenn bei einer Erhöhung des Kompensationsfaktors eines Eingabeparameters der aggregierte Kompensationsfaktor nicht sinkt. Analog monoton fallend.

Dieses Postulat entspricht zum Teil Rationalitätsanforderung 7. „Zum Teil“ deshalb, da lediglich garantiert wird, dass der aggregierte Kompensationsfaktor nicht sinkt und nicht „weder sinkt noch steigt“.

**11. Strenge Monotonie bzgl. der Zugehörigkeitsfunktion:**

Der Aggregator  $f$  ist bzgl. des Nutzens (Wissens) streng monoton steigend, bei einer Erhöhung des Nutzens (Wissens) in einem Eingabeparameter der Nutzen (das Wissen) der aggregierten Nutzenfunktion steigt. Analog streng monoton fallend.

Dieses Postulat widerspricht Rationalitätsanforderung 9b. Die Begründung ist analog der Begründung des Widerspruchs von Axiom 8 zu Rationalitätsanforderung 8.

**12. Strenge Monotonie bzgl. des Kompensationsfaktors:**

Der Aggregator  $f$  ist bzgl. der Kompensationsfaktoren streng monoton steigend, falls bei einer Erhöhung des Kompensationsfaktors eines Eingabeparameters der aggregierte Kompensationsfaktor steigt. Analog streng monoton fallend.

Dieses Axiom steht im Widerspruch zur Minimumforderung in Rationalitätsanforderung 7.

In [84] werden weiterhin stetige Differenzierbarkeit, sowie stetige Differenzierbarkeit mit positiver bzw. negativer Ableitung aufgeführt. Da zu diesen Axiomen keine nutzentheoretische Interpretation existiert und keines dieser Axiome einer Rationalitätsanforderungen in Abschnitt 4.2.1 entspricht, werden sie nicht weiter betrachtet.

Offensichtlich sind die aufgeführten Anforderungen nicht unabhängig voneinander. So wurde bereits bemerkt, dass Assoziativität Induktivität impliziert oder Monotonie strenge Monotonie nach sich zieht. Diese Implikationen sind jedoch im Weiteren nicht von Bedeutung. Eine detaillierte Diskussion findet man in [84].

Axiom	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
entspricht Rationalitätsanforderung	2			8	5		4		6	7 (z. T.)		
widerspricht Rationalitätsanforderung								9b			9b	7

Tabelle 4.2: Abbildung mathematischer Axiome auf Rationalitätsanforderungen (z. T.  $\hat{=}$  „zum Teil“)

Tabelle 4.2 gibt einen Überblick, welches mathematische Axiom einer Rationalitätsanforderung entspricht bzw. widerspricht. Deutlich wird, dass die Rationalitätsanforderungen 1, 3, 9, überhaupt nicht, und Rationalitätsanforderung 7 nicht vollständig durch das Axiomensystem abgesichert werden. Nichtsdestotrotz ist es möglich, die Rationalitätsanforderungen 1, 3 und 7 mathematisch zu formulieren. Damit kann eine vorläufige Definition des Aggregators als Aufgabenstellung aufgeschrieben werden, welche bis auf Rationalitätsanforderung 9 sämtliche Rationalitätsanforderungen aus Abschnitt 4.2.1 mathematisch beschreibt:

**Definition 11.** *Seien*

$$(\mu_i, a_i, \omega_i), \quad i \in \mathbb{N}_n$$

*Tripel, bestehend aus einer unscharfen Menge  $\mu_i \in \mathcal{F}_X^\emptyset$ , einem Kompensationsfaktor  $a_i \in X^\emptyset$  und einem Attributgewicht  $\omega_i \in \mathbb{N}$ . Gesucht ist eine im ersten Ausgabeparameter kommutative, stabile, idempotente, stetige, monotone, nicht injektive, nicht streng-monotone Abbildung  $f$  mit der Eigenschaft:*

$$f : (\mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \\ \{(\mu_1, a_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, a_n, \omega_n)\} \mapsto (\mu, a)$$

*welche Rationalitätsanforderung 9 für alle  $n \in \mathbb{N}$  erfüllt. Diese besagt:*

- (a) *Ist der Nutzen (das Wissen) eines Attributs kompensatorisch ( $a = 1$ ), soll dieser (dieses) im Rahmen einer Mittelwertbildung unter Beachtung des Attributgewichts in die aggregierte Nutzenfunktion (Wissensfunktion) eingehen.*
- (b) *Nichtkompensierbarkeit eines Attributwertes ( $a = 0$ ) bedeutet, dass die aggregierte Nutzenfunktion (Wissensfunktion) keinen höheren Nutzen (kein höheres Wissen) repräsentieren darf, als die Nutzenfunktion (Wissensfunktion) dieses Attributs.*
- (c) *Kompensationsfaktoren  $0 < a < 1$  sollen entsprechend ihrer Lage innerhalb des Intervalls  $X$  berücksichtigt werden.*

*Des Weiteren soll gelten:*

$$\mu_1 = \dots = \mu_n = \emptyset \Rightarrow \mu = \emptyset.$$

*und*

$$a = \begin{cases} \emptyset, & a_i = \emptyset \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \\ \min\{a_i \mid i \in \mathbb{N}_n \wedge a_i \neq \emptyset\}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

Rationalitätsanforderung 1 geht in die Definition ein, indem  $f$  für alle  $n \in \mathbb{N}$  definiert wird. Rationalitätsanforderung 3 wird beachtet, indem in der Definition von  $f$  die Menge  $\mathcal{F}_X$  und das Intervall  $X$  durch die leere Menge ergänzt werden. Durch die Definition des zweiten Parameters der Bildmenge von  $f$  – als Minimum aller Kompensationsfaktoren – wird Rationalitätsanforderung 7 abgedeckt.

### 4.3 Unschärfe Mengenoperatoren

Inhalt dieses Abschnitts ist ein Überblick über die in der Literatur verfügbaren unscharfen Mengenoperatoren. Die Anzahl unscharfer Mengenoperatoren ist wesentlich höher als die der klassischen (scharfen). Als Begründung betrachte folgendes Beispiel:

**Beispiel 20.** Seien  $A := \{\alpha\}$  und  $B := \{\beta\}$  zwei einelementige Mengen und  $g$  eine Abbildung, welche diese miteinander verknüpft. Ist  $g$  die Vereinigung, gilt z. B.

$$g(A, B) := A \cup B = \{\alpha, \beta\}.$$

Wird  $g$  als der Schnitt definiert, gilt:

$$g(A, B) := A \cap B = \emptyset.$$

Die Bildmenge von  $g$  ist damit zweielementig, einelementig oder leer. Zählt man anhand der möglichen Bildmengen ab, wie viele Operationen auf  $A$  und  $B$  definiert werden können:

$$\{\emptyset, \{\alpha\}, \{\beta\}, \{\alpha, \beta\}\}$$

wird man auf vier mögliche Operatoren geführt.

In der unscharfen Mengenlehre wird von dem Axiom, dass ein Element entweder zu einer Menge gehört oder nicht, abgewichen, indem man den Grad der Zugehörigkeit auf einem reellen Intervall, meistens  $X$ , abträgt. Definiert man die Mengen  $A$  und  $B$  als unscharfe Mengen, erhält man

$$\mu_A := \{(\alpha, 1)\} \quad \text{und} \quad \mu_B := \{(\beta, 1)\}.$$

Wegen  $\mu_A(\alpha) = 1$  gehört  $\alpha$  vollständig zur Menge  $A$ , analog  $\beta$  zu  $B$ .

In der unscharfen Mengenlehre wird allerdings nicht nur der Zugehörigkeitsgrad mit Hilfe eines reellen Intervalls dargestellt; Dasselbe Prinzip wird auf Mengenoperatoren angewandt, indem diese „unscharf gemacht“ – fuzzyfiziert – werden. Betrachte eine mögliche unscharfe Form des Vereinigungsoperators: Man legt fest, dass ein Element  $\delta$ , welches in beiden Mengen  $A$  und  $B$  vollständig enthalten ist ( $\mu_A(\delta) = 1$  und  $\mu_B(\delta) = 1$ ), in der Bildmenge mit dem Zugehörigkeitsgrad  $\frac{1}{2}$  versehen wird. Die genaue Definition lautet dann:

$$\mu_A \tilde{\cup} \mu_B := \left\{ \left( x, \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{4} \right) \mid \forall x : \mu_A(x) = 1 \wedge \mu_B(x) = 1 \right\}$$

Der Operator lässt sich beliebig modifizieren, indem man in den Nenner nicht die 4, sondern eine andere Zahl  $\gamma > 0$  einsetzt. Es muss lediglich die Forderung

$$\left( \frac{\mu_A(x) + \mu_B(x)}{\gamma} \right) \in X$$

erfüllt sein.

An dem Beispiel wird deutlich, dass die Anzahl der Mengenoperatoren in der unscharfen Mengenlehre unendlich ist. Der Vorteil ist Flexibilität: Für jeden Einsatzzweck steht ein Operator zur Verfügung. Der Nachteil ist Unübersichtlichkeit: Man hat eine derart große Menge potenzieller Operatoren zur Verfügung, dass ohne eine Kategorisierung der Überblick verloren geht.

Eine übliche Einteilung unscharfer Mengenoperatoren ist die in  $t$ -Normen, Mittelwertoperatoren,  $t$ -Konormen einerseits und parametrisierter bzw. nichtparametrisierter Operatoren andererseits. Diese Einteilungen werden im nächsten Unterabschnitt betrachtet. Im übernächsten werden diese Kategorien mit einer nutzentheoretischen Interpretation versehen.



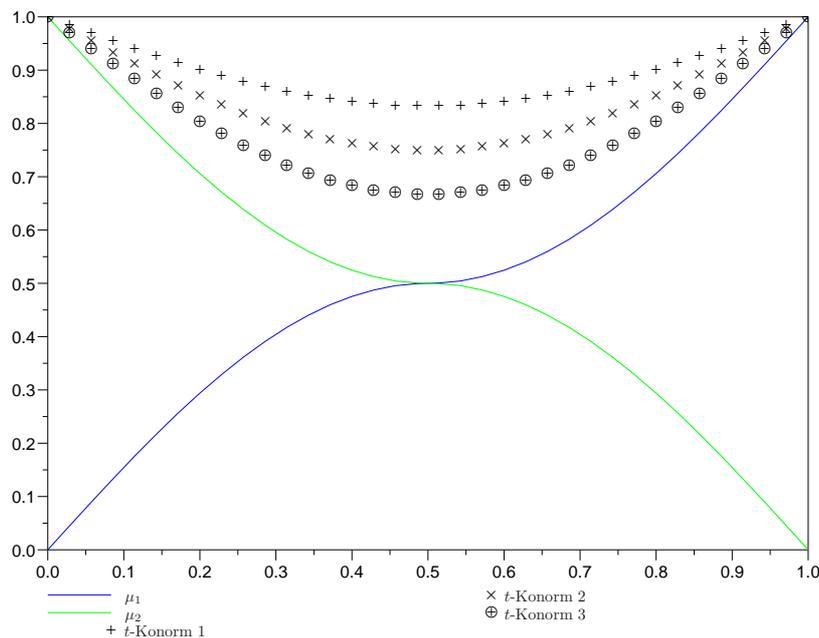


Abbildung 4.4: Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  durch  $t$ -Konormen

Punkt. Vier ad-hoc Ansätze sind denkbar:

$$\tilde{g}(\mu_1(x), \mu_2(x)) = \left\{ \begin{array}{l} 1 \\ \max\{\mu_1(x), \mu_2(x)\} \\ \min\{\mu_1(x), \mu_2(x)\} \\ 0 \end{array} \right\} \quad \forall x \in X.$$

Diese dienen als Ausgangspunkt zur Kategorisierung unscharfer Mengenoperatoren:

**Definition 13.** Seien die Bezeichnungen wie in Definition 12. Gilt für  $\tilde{g}$  die Eigenschaft:

$$0 \leq \tilde{g}(\mu_1(x), \mu_2(x)) \leq \min\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}, \quad \forall x \in X,$$

so nennt man  $g$   $t$ -Norm. Gilt

$$\min\{\mu_1(x), \mu_2(x)\} < \tilde{g}(\mu_1(x), \mu_2(x)) < \max\{\mu_1(x), \mu_2(x)\}, \quad \forall x \in X,$$

so nennt man  $g$  Mittelwertoperator. Gilt

$$\max\{\mu_1(x), \mu_2(x)\} \leq \tilde{g}(\mu_1(x), \mu_2(x)) \leq 1, \quad \forall x \in X,$$

so nennt man  $g$   $t$ -Konorm.

Die Definitionen entsprechen nicht den mathematischen, welche man in der Literatur [104, 103, 37] findet. Es braucht lediglich das zugrunde liegende Konzept erläutert werden.

Die Abbildungen 4.4, 4.5 und 4.6 zeigen Beispiele für  $t$ -Normen, Mittelwertoperatoren und  $t$ -Konormen und in Abbildung 4.3 sind die Bereiche beschriftet, in denen die Graphen von  $t$ -Normen, Mittelwertoperatoren und  $t$ -Konormen verlaufen.

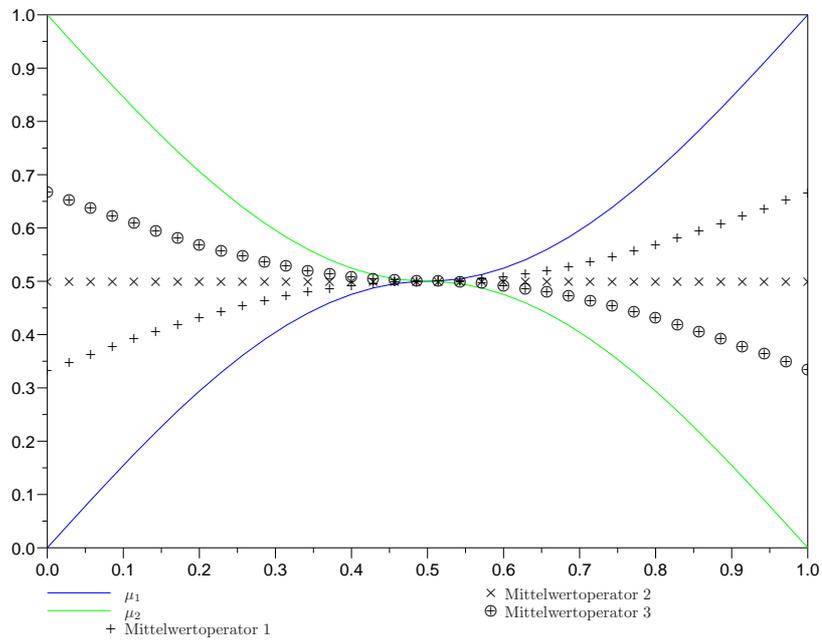


Abbildung 4.5: Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  durch Mittelwertoperatoren

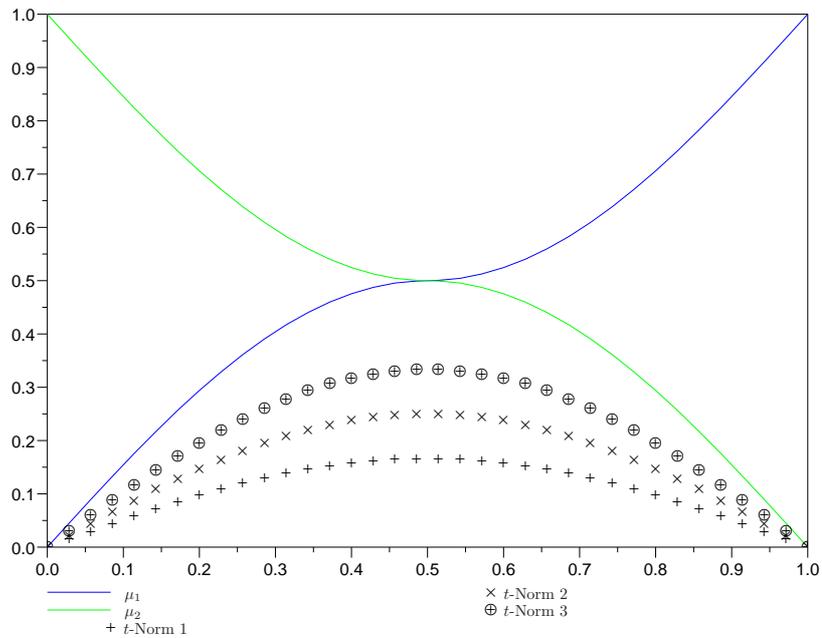


Abbildung 4.6: Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  durch  $t$ -Normen

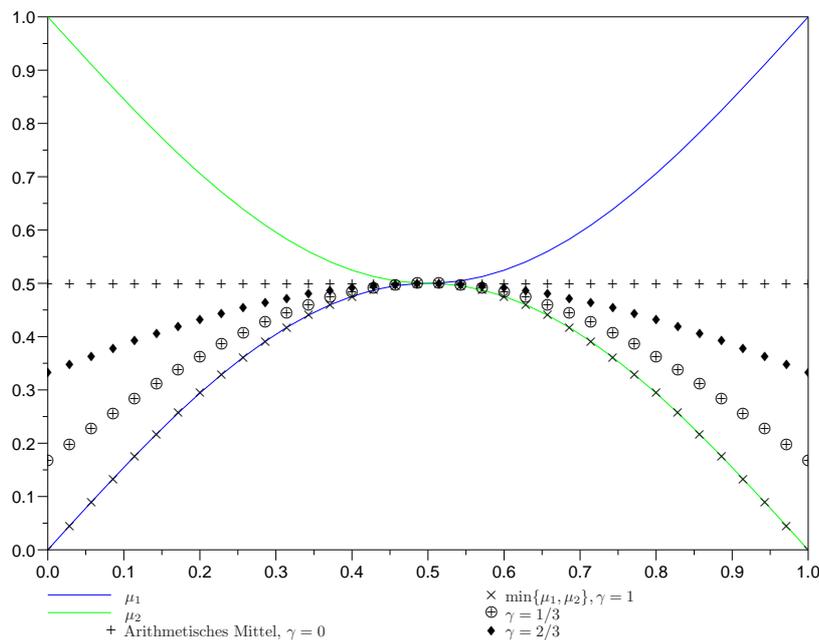


Abbildung 4.7: Aggregation zweier unscharfer Mengen mit Hilfe eines parametrisierten Operators

Die Anzahl der in der Literatur betrachteten  $t$ -Konormen, Mittelwertoperatoren und  $t$ -Normen ist enorm. Wichtige Beispiele sind der Maximumoperator für die Kategorie der  $t$ -Konormen, siehe Abbildung 4.3, das arithmetische Mittel

$$\tilde{g}(x) := \frac{\mu_1(x) + \mu_2(x)}{2}, \quad \forall x \in X$$

für die Kategorie der Mittelwertoperatoren, siehe „Mittelwertoperator 2“ in Abbildung 4.5 und der Minimumoperator für die Kategorie der  $t$ -Normen, siehe Abbildung 4.3. Weitere Beispiele findet man in [104, 103, 21, 68, 69].

### Parametrisierte und nicht parametrisierte Operatoren

In [103] werden unscharfe Mengenoperatoren zusätzlich in parametrisierte und nicht parametrisierte Operatoren eingeteilt:

**Beispiel 21.** Betrachte Abbildung 4.7. Dargestellt sind die unscharfen Mengen  $\mu_1, \mu_2$  aus Abbildung 4.3 und zusätzlich die Verknüpfung dieser Mengen durch das arithmetische Mittel und den Minimumoperator. Man kann nun die Forderung aufstellen, dass das arithmetische Mittel bzw. der Minimumoperator nur zu einem bestimmten Grad auf die Aggregation wirken sollen. Eine Möglichkeit ist die Verknüpfung dieser Operatoren mit Hilfe eines Parameters  $\gamma \in X$ : Ist  $g_1$  der Minimumoperator und  $g_2$  das arithmetische Mittel, so definiere:

$$g := \gamma g_1 + (1 - \gamma)g_2.$$

Da in  $g$  die Wirkung von  $g_1$  und  $g_2$  durch den Parameter  $\gamma$  festgelegt ist, nennt man  $g$  parametrisiert. In Abbildung 4.7 sind verschiedene unscharfe Mengen dargestellt, welche verschiedene Werte des Parameters  $\gamma$  repräsentieren.

Folgende Vorschläge zur Parametrisierung unscharfer Mengenoperatoren bietet die Literatur an:

- Die einfachste Parametrisierung ist eine Linearkombination, siehe Beispiel 21. Vorteile sind die intuitive Nachvollziehbarkeit und die Möglichkeit, mehr als zwei Operatoren zu kombinieren. Konzeptuell entsprechen Linearkombinationen einer Gewichtung: Jeder Operator geht mit einem „Gewicht“  $\gamma \in X$  in die Operation ein, anhand dessen festgelegt wird, zu welchem Grad dieser wirkt.

Beispiele für die Parametrisierung durch Linearkombinationen sind der „fuzzy-and“ bzw. „fuzzy-or“ Operator [91].

- Zimmermann und Zysno [106] verknüpfen eine  $t$ -Konorm und eine  $t$ -Norm mit Hilfe von Multiplikation und Potenzierung: Sei  $g_1$  eine  $t$ -Konorm und  $g_2$  eine  $t$ -Norm. Sei  $\gamma \in X$ , so nennt man die Verknüpfung

$$g_{g_1 \gamma g_2}(x) := g_1(x)^{1-\gamma} \cdot g_2(x)^\gamma \quad \forall x \in X$$

Zimmermannschen  $\gamma$ -Operator. Ein Nachteil dieser Parametrisierung ist, dass lediglich zwei Operatoren verknüpft werden können.

Neben diesen Beispielen existiert eine Vielzahl weiterer parametrisierter unscharfer Mengenoperatoren. In [103] wird eine Übersicht präsentiert.

### 4.3.2 Entscheidungstheoretische Kategorisierung

Die entscheidungstheoretische Interpretation unscharfer Mengenoperatoren geht zurück auf die Betrachtung vom Standpunkt der unscharfen Logik: In der klassischen Mengenlehre interpretiert man den Schnitt zweier Mengen als das Äquivalent zur Konjunktion der klassischen Logik, analog die Vereinigung als Disjunktion [38]. Bellmann und Giertz [18] übertrugen dieses Konzept auf unscharfe Mengenlehre, indem sie Axiome aufstellten, welche von unscharfer Konjunktion bzw. Disjunktion erfüllt sein sollten. Ausgehend von diesem Axiomensystem bewiesen sie, dass die einzigen Operatoren, welche allen Axiomen gerecht werden, der unscharfe Maximum- bzw. Minimumoperator sind.

In der Entscheidungstheorie existieren wiederum Verfahren, welche auf klassischer Logik aufbauen. So wird beispielsweise in dem konjunktiven Verfahren [105, 49, 29, 86] eine Auswahl an Alternativen getroffen, indem man jede Alternative daraufhin betrachtet, ob sämtliche Attribute zu einem vorher definierten Maß von dieser Alternative erfüllt sind: Man konjugiert Attributwerte. Da alle Attribute einen bestimmten Nutzen erfüllen müssen, insbesondere Attribute mit niedrigem Nutzen nicht durch Attribute hohen Nutzens kompensiert werden können, bezeichnet man die Konjunktion in der Entscheidungstheorie als nichtkompensatorische Operation. Da der Minimumoperator der unscharfen Entscheidungstheorie das Äquivalent zur unscharfen Konjunktion ist, interpretiert man diesen als nichtkompensatorisch.

Analog existiert ein Disjunktives Verfahren [105, 49, 29]. Hier wird eine Auswahl von in Frage kommenden Alternativen getroffen, indem man überprüft, ob eine Alternative mindestens ein Attribut zu einem vorher definierten Grad erfüllt. Da in diesem Fall hoher Nutzen eines Attributs einen geringen Nutzen eines anderen kompensieren kann, und der Maximumoperator in der unscharfen Mengenlehre als Verallgemeinerung der Disjunktion interpretiert wird, betrachtet man den Maximumoperator als kompensatorisch.

Bellmanns und Giertz Argumentation folgend, unterteilt man unscharfe Mengenoperatoren in kompensatorische bzw. nichtkompensatorische und wählt den Maximum- bzw. Minimumoperator als Ausgangspunkt:

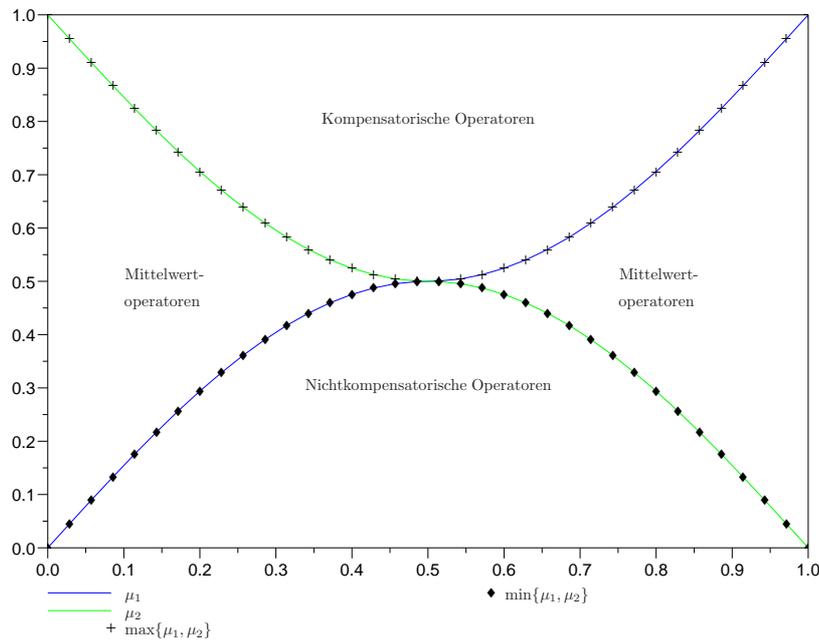


Abbildung 4.8: Entscheidungstheoretische Kategorisierung unscharfer Mengenoperatoren

- $t$ -Konormen klassifiziert man als kompensatorisch. Die Begründung ist, dass die Verknüpfung zweier Nutzenfunktionen durch eine  $t$ -Konorm einen echt größeren Nutzen aufweist als der Maximumoperator, welcher schon als kompensatorisch interpretiert wird.
- Mit derselben Argumentation klassifiziert man  $t$ -Normen als nichtkompensatorisch.

Mittelwertoperatoren werden in der Literatur nicht klassifiziert. Chen und Hwang [27] kategorisieren lediglich  $t$ -Normen und  $t$ -Konormen. Zimmermann [103] führt Mittelwertoperatoren als weitere Kategorie an, ohne diese weiter zu unterteilen.

Da für die vorliegende Dissertation eine nutzentheoretische Einteilung in kompensatorische, nichtkompensatorische und Mittelwertoperatoren ausreichend ist, soll Zimmermanns Ansatz übernommen werden:

**Definition 14.** Für einen unscharfen Mengenoperator  $g$  gilt:

$$\begin{aligned}
 g \leq \min & \quad \Leftrightarrow \quad g \text{ ist nichtkompensatorisch,} \\
 \min < g < \max & \quad \Leftrightarrow \quad g \text{ ist ein Mittelwertoperator,} \\
 \max \leq g & \quad \Leftrightarrow \quad g \text{ ist kompensatorisch.}
 \end{aligned}$$

Abbildung 4.8 stellt diese Einteilung grafisch dar.

Die mathematische Unterteilung unscharfer Mengenoperatoren in parametrisierte und nicht parametrisierte hat keine entscheidungstheoretische Interpretation, dient jedoch als Werkzeug zur Festlegung, zu welchem Grad ein bestimmter Operator in der Aggregation zur Wirkung kommt.

## 4.4 Definition des Aggregationsoperators

In diesem Abschnitt wird die Aggregatorfunktion  $f$  hergeleitet. Da diese sehr komplexen Anforderungen genügen muss, wird das Problem zerlegt: Man definiert zuerst einen kompensatorischen (Abschnitt 4.4.1) und einen nichtkompensatorischen (Abschnitt 4.4.2) Anteil des Aggregators. In Abschnitt 4.4.3 verknüpft man diese mit Hilfe einer Parametrisierung und nutzt als Parameter den Kompensationsfaktor.

### 4.4.1 Der kompensatorische Anteil

Bevor der kompensatorische Anteil des Aggregators hergeleitet wird, wird zuerst Definition 11 auf Seite 60 reduziert auf die Aspekte, welche die aktuelle Situation betreffen:

**Definition 15.** *Seien*

$$(\mu_i, \omega_i), \quad i \in \mathbb{N}_n$$

*Paare, bestehend aus einer unscharfen Menge  $\mu_i \in \mathcal{F}_X^\emptyset$  und einem Attributgewicht  $\omega_i \in \mathbb{N}$ . Gesucht ist eine kommutative, stabile, idempotente, stetige, monotone, nicht injektive, nicht strengmonotone, Abbildung  $f_1$  mit der Eigenschaft:*

$$f_1 : (\mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \\ \{(\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega_n)\} \mapsto \mu$$

*welche Rationalitätsanforderung 9a für alle  $n \in \mathbb{N}$  erfüllt. D. h. die unscharfen Mengen  $\mu_i$  sollen im Rahmen einer Mittelwertbildung unter Beachtung der Gewichte  $\omega_i$  in die Aggregation eingehen.*

*Des Weiteren muss gelten*

$$\mu_1 = \dots = \mu_n = \emptyset \Rightarrow \mu = \emptyset.$$

Zu verwenden ist gemäß Definition 13 auf Seite 63 ein Mittelwertoperator, derer in der Literatur drei Modelle diskutiert werden: das additive, multiplikative und multilineare. Für genaue Definitionen siehe [72]. Das einzige dieser Verfahren, welches befriedigend auf unscharfe Entscheidungstheorie übertragen wurde, ist das additive. Dieses wird als einfache additive Gewichtung oder Simple Additive Weighting (SAW) bezeichnet [43, 58, 105, 49, 48]. Ausführliche Diskussionen über unscharfe Erweiterungen des SAW findet man in [27], Anwendungsbeispiele in [84].

Die klassische Definition des SAW lautet [105]:

**Definition 16.** *Seien  $n \in \mathbb{N}$  Attribute mit Attributgewichten  $\omega_i > 0$  gegeben. Sei  $A$  eine Alternative und  $\nu(A_i) \in \mathbb{R}$  der Nutzen dieser Alternative bzgl. des  $i$ -ten Attributs. Dann lässt sich der Gesamtnutzen*

$$\nu(A) := \frac{\sum_{i \in \mathbb{N}_n} \omega_i \nu(A_i)}{\sum_{i \in \mathbb{N}_n} \omega_i}$$

*als die gewichtete Summe aller Einzelwerte ermitteln.*

Zum SAW existieren unscharfe Erweiterungen, bei denen sowohl die Nutzenwerte  $\nu(A_i)$ , als auch die Gewichte  $\omega_i$  durch unscharfe Mengen ersetzt werden. Durch Definition 15 ist jedoch nur die Ersetzung der Nutzenwerte durch unscharfe Mengen gefordert, da zur Darstellung der Gewichte natürliche Zahlen verwendet werden.

Stellt man in Definition 16 den Nutzen  $\nu(A_i)$  durch unscharfe Mengen  $\mu_i$  dar und summiert lediglich über Eingabeparameter ungleich der leeren Menge im ersten Argument, erhält man die Definition des kompensatorischen Anteils des Aggregators, wie er in dieser Arbeit verwendet werden soll:

**Satz 1.** Seien

$$(\mu_i, \omega_i), \quad i \in \mathbb{N}_n$$

Paare, bestehend aus einer unscharfen Menge  $\mu_i \in \mathcal{F}_X^\emptyset$  und einem Attributgewicht  $\omega_i \in \mathbb{N}$ . Es existiere ein  $i \in \mathbb{N}_n$  mit  $\mu_i \neq \emptyset$ . Dann ist die Abbildung

$$f_1 : (\mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \\ \{(\mu_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, \omega_n)\} \mapsto \left( \sum_{i \in \mathbb{N}_n \wedge \mu_i \neq \emptyset} \omega_i \mu_i \right) / \left( \sum_{i \in \mathbb{N}_n} \omega_i \right)$$

kommutativ, stabil, idempotent, stetig, strengmonoton, injektiv und erfüllt Rationalitätsanforderung 9a.

*Beweis.* Aus der Kommutativität, Stabilität, Idempotenz, strengen Monotonie und Injektivität der punktweisen Addition und Multiplikation folgen diese Eigenschaften für die Abbildung  $f_1$ . Per Definition werden nur stetige unscharfe Mengen als Nutzen- und Wissensfunktionen zugelassen, womit die Stetigkeit von  $f_1$  folgt.

Die Gültigkeit von Rationalitätsanforderung 9a folgt aus Definition 14 auf Seite 67.  $\square$

Die Funktion  $f_1$  ist injektiv und strengmonoton. Diese Eigenschaften dürfen vom endgültigen Aggregator nicht erfüllt werden. Es wird daher gefordert, dass der im nächsten Abschnitt zu definierende nichtkompensatorische Aggregator weder injektiv noch strengmonoton, aber monoton ist.

#### 4.4.2 Der nichtkompensatorische Anteil

Wie im letzten Unterabschnitt, soll auch für die Herleitung des nichtkompensatorischen Anteils zuerst Definition 11 von Seite 60 auf die den nichtkompensatorischen Anteil des Aggregators betreffenden Aspekte reduziert werden:

**Definition 17.** Seien  $\mu_1, \dots, \mu_n \in \mathcal{F}_X^\emptyset$  unscharfe Mengen. Gesucht ist eine kommutative, stabile, idempotente, stetige, monotone, nicht injektive, nicht strengmonotone Abbildung  $f_2$  mit der Eigenschaft:

$$f_2 : (\mathcal{F}_X^\emptyset)^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \\ \{\mu_1, \dots, \mu_n\} \mapsto \mu.$$

Weiterhin muss Rationalitätsanforderung 9b gewährleistet sein, d. h. die unscharfe Menge  $\mu$  darf keinen höheren Nutzen (kein höheres Wissen) repräsentieren, als jede der unscharfen Mengen  $\mu_1, \dots, \mu_n$ .

Da sich die Attributgewichte nur auf den kompensatorischen Anteil des Aggregators auswirken, werden diese in Definition 17 nicht erwähnt. Auch werden die Kompensationsfaktoren  $a_i$  nicht benutzt, da Abbildung  $f_2$  per Definition nichtkompensatorisch ist.

Gemäß Definition 13 auf Seite 63 in Verbindung mit Definition 14 auf Seite 67 ist  $f_2$  aus der Menge der  $t$ -Normen auszuwählen. Jedoch erfüllt keine  $t$ -Norm, bis auf den Minimumoperator, das Axiom der Stabilität [84]. Damit ist der einzige in Frage kommende Operator der Minimumoperator. Da dieser weder injektiv noch streng monoton, aber monoton ist [84], ist auch die Forderung, welche im Anschluss an Satz 1 gestellt wurde, erfüllt.

Der Minimumoperator kann allerdings nicht ohne Modifikation benutzt werden, da – siehe Abschnitt 3.2.2 auf Seite 37 – verschiedenen Abszissenbereichen unterschiedliche Interpretationen zugeordnet wurden. Abszissenwerte  $x$  mit:

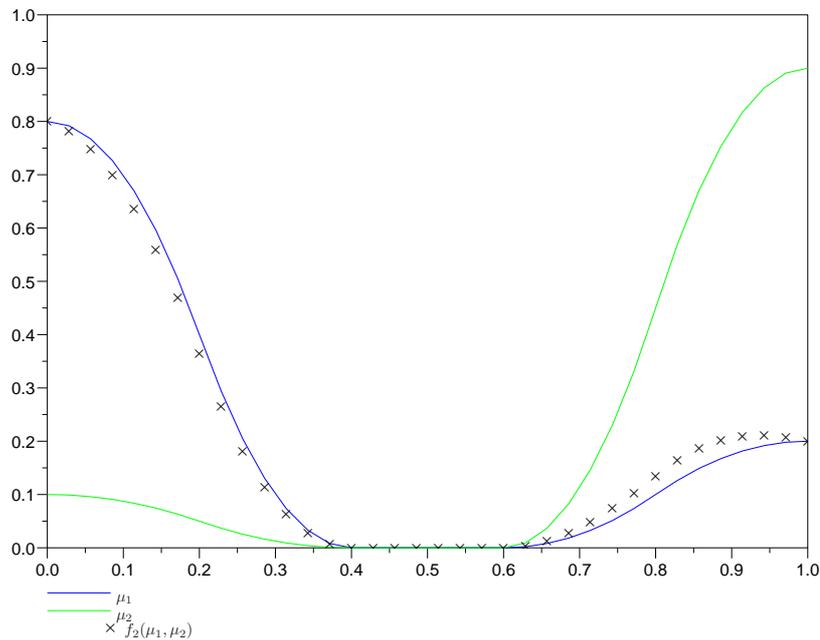


Abbildung 4.9: Nichtkompensatorische Aggregation durch Maximierung im linken und Minimierung im rechten Bereich der Abszisse

- $x \in [0, 1 - \alpha] =: T_1$  repräsentieren geringen Nutzen (geringes Wissen),
- $x \in [1 - \alpha, \alpha] =: T_2$  repräsentieren mittleren Nutzen (mittleres Wissen) und
- $x \in [\alpha, 1] =: T_3$  repräsentieren hohen Nutzen (hohes Wissen).

Um Rationalitätsanforderung 9b korrekt umzusetzen, muss diese Unterteilung berücksichtigt werden:

- Die Benutzung des Minimumoperators ist in  $T_3$  unproblematisch: Hier stellen höhere Ordinatenwerte höheren Nutzen dar. Damit ist gewährleistet, dass der Minimumoperator sämtliche Ordinatenwerte „auf den kleinsten minimiert“.
- In  $T_1$  ist die Situation umgekehrt: Hier repräsentieren hohe Ordinatenwerte geringen Nutzen. In diesem Intervall muss daher die Wirkung des Minimumoperators umgedreht werden: Eine Nutzenfunktion mit hohen Werten in diesem Bereich muss andere Ordinatenwerte „nach oben ziehen“.

**Beispiel 22.** Betrachte die Nutzenfunktionen  $\mu_1$  und  $\mu_2$  in Abbildung 4.9.

Nutzenfunktion  $\mu_1$  repräsentiert negative und positive Werte, jedoch überwiegen die negativen, zu erkennen an den hohen Ordinatenwerten im linken Bereich. Nutzenfunktion  $\mu_2$  repräsentiert ebenfalls negative und positive Werte, jedoch überwiegen die positiven, zu erkennen an den hohen Ordinatenwerten im rechten Bereich.

Der Graph  $f_2(\mu_1, \mu_2)$  stellt den nichtkompensatorischen Anteil des Aggregators dar. Im linken Bereich stehen hohe Ordinatenwerte für niedrigen Nutzen. Hier kommt der Maximumoperator zum Einsatz. Im rechten Bereich, in dem hohe Ordinatenwerte einen hohen Nutzen darstellen, der Minimumoperator.

Die Tatsache, dass die Funktion  $f_2(\mu_1, \mu_2)$  nicht vollständig deckungsgleich mit dem Graphen der Funktion  $\mu_1$  verläuft, rührt daher, dass zur Verknüpfung des Minimum- und Maximumoperators keine Fallunterscheidung, sondern eine Linearkombination zum Einsatz kommt. Siehe die Erläuterung weiter unten.

Es bleibt zu evaluieren, welcher Operator in dem Teilintervall  $T_2$  anzuwenden ist, welches mittlere Nutzenwerte darstellt. Man macht sich den Umstand zunutze, dass die Aufteilung des Intervalls  $X$  in die drei Teilintervalle

$$T_1 := [0, 1 - \alpha] \quad T_2 := [1 - \alpha, \alpha] \quad T_3 := [\alpha, 1]$$

symmetrisch ist. Dadurch ist gewährleistet, dass Abszissenwerte  $x < \frac{1}{2}$  stets negative, Abszissenwerte  $x > \frac{1}{2}$  stets positive Nutzenwerte repräsentieren, wie auch immer der Wert  $\alpha$  definiert ist, siehe die Diskussion in Abschnitt 3.2.2 ab Seite 37. Diese Symmetrieeigenschaft gewährleistet die sinnvolle Anwendung des Maximumoperator in dem gesamten linken Halbintervall  $[0, \frac{1}{2}]$ . Analog kommt in dem Teilintervall  $[\frac{1}{2}, 1]$  der Minimumoperator zum Einsatz.

Den Maximum- und Minimumoperator verknüpft man anhand einer Linearkombination und wählt als Parameter den Abszissenwert  $x \in X$ : Je kleiner der Abszissenwert, desto stärker wirkt der Maximumoperator, je größer der Abszissenwert, umso mehr der Minimumoperator.

Prinzipiell könnte statt einer Linearkombination auch eine Fallunterscheidung durchgeführt werden: Für unscharfe Mengen  $\mu_1, \dots, \mu_n$  setze

$$\tilde{\mu}(x) := \begin{cases} \max\{\mu_1(x), \dots, \mu_n(x)\} & \forall x \in [0, 0.5[ \\ \min\{\mu_1(x), \dots, \mu_n(x)\} & \forall x \in [0.5, 1] \end{cases}$$

Die unscharfe Menge  $\tilde{\mu}$  ist jedoch in  $x = \frac{1}{2}$  nicht notwendig stetig – siehe Abbildung 4.10 – was im Widerspruch zu Axiom 7 und damit zu Rationalitätsanforderung 4 steht.

Folgende Definition fasst alles zusammen:

**Satz 2.** Seien  $\mu_1, \dots, \mu_n \in \mathcal{F}_X^\emptyset$  unscharfe Mengen. Dann ist die Funktion

$$f_2 : (\mathcal{F}_X^\emptyset)^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \\ (\mu_1, \dots, \mu_n) \mapsto \{(x, \mu(x)) \mid x \in X\},$$

mit

$$\mu(x) := x \cdot \min\{\mu_i(x) \mid i \in \mathbb{N} \wedge \mu_i \neq \emptyset\} \\ + (1 - x) \cdot \max\{\mu_i(x) \mid i \in \mathbb{N} \wedge \mu_i \neq \emptyset\}, \quad \forall x \in X$$

und

$$\mu := \emptyset \text{ falls } \mu_i = \emptyset \forall i \in \mathbb{N}_n$$

kommutativ, stabil, idempotent, stetig, monoton, nicht injektiv und nicht streng monoton. Des Weiteren ist Rationalitätsanforderung 9b erfüllt.

*Beweis.* Analog zu Satz 1. Die Stetigkeit von  $f_2$  folgt aus der Stetigkeit von Linearkombinationen.  $\square$

#### 4.4.3 Parametrisierung des kompensatorischen mit dem nicht-kompensatorischen Anteil

Analog den letzten Abschnitten, soll zuerst Definition 11 auf 60 an die aktuelle Situation angepasst werden:

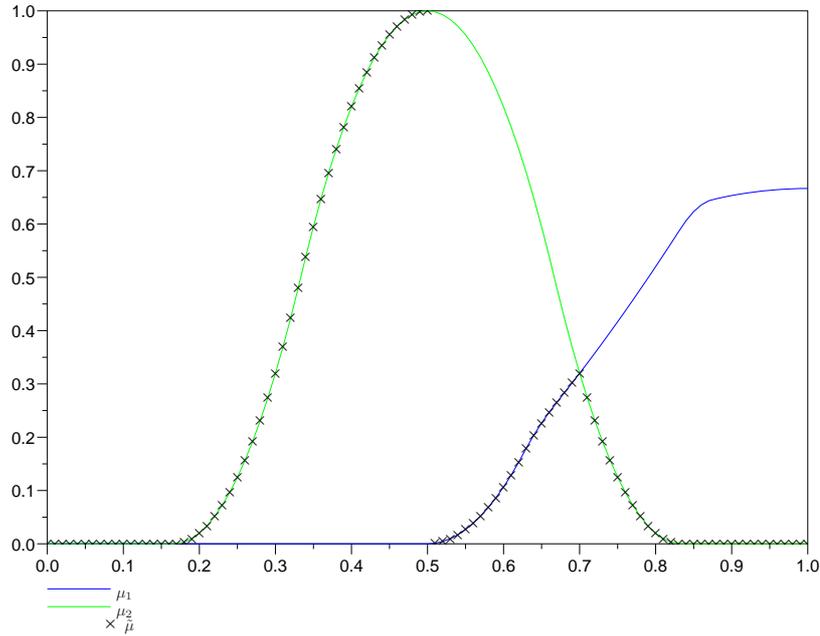


Abbildung 4.10: Realisierung des nichtkompensatorischen Aggregators mit Hilfe einer Fallunterscheidung

**Definition 18.** Seien

$$A_i := (\mu_i, a_i, \omega_i), \quad i \in \mathbb{N}_n$$

Tripel, bestehend aus einer unscharfen Menge  $\mu_i \in \mathcal{F}_{X^\emptyset}$ , einem Kompensationsfaktor  $a_i \in X^\emptyset$  und einem Attributgewicht  $\omega_i \in \mathbb{N}$ . Gesucht ist eine Funktion der Form

$$f : (\mathcal{F}_{X^\emptyset} \times X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_{X^\emptyset} \times X^\emptyset \\ \{(\mu_1, a_1, \omega_1), \dots, (\mu_n, a_n, \omega_n)\} \mapsto (\mu, a),$$

welche im ersten Ausgabeparameter kommutativ, stabil, idempotent, stetig, monoton, nicht injektiv, nicht strengmonoton ist und Rationalitätsanforderung 9 für alle  $n \in \mathbb{N}$  erfüllt. Des Weiteren soll

$$\mu_1 = \dots = \mu_n = \emptyset \Rightarrow \mu = \emptyset$$

und

$$a = \begin{cases} \emptyset, & a_i = \emptyset \quad \forall i \in \mathbb{N}_n, \\ \min\{a_i \mid i \in \mathbb{N}_n \wedge a_i \neq \emptyset\}, & \text{sonst} \end{cases}$$

gelten. Bzgl. der  $a_i$  wird

$$\forall i_1, \dots, i_m \in \mathbb{N}_n : a_{i_1} = \dots = a_{i_m} = 1 \\ \Rightarrow f(A_{i_1}, \dots, A_{i_m}) = f_1((\mu_{i_1}, \omega_{i_1}), \dots, (\mu_{i_m}, \omega_{i_m})),$$

sowie

$$\forall i_1, \dots, i_m \in \mathbb{N}_n : a_{i_1} = \dots = a_{i_m} = 0 \\ \Rightarrow f(A_{i_1}, \dots, A_{i_m}) = f_2(\mu_{i_1}, \dots, \mu_{i_m})$$

gefordert: Für alle kompensatorischen Nutzenfunktionen soll  $f$  dem kompensatorischen Anteil  $f_1$  gemäß Satz 1 entsprechen. Analog soll  $f$  für alle nichtkompensatorischen Nutzenfunktionen dem nichtkompensatorischen Anteil  $f_2$  gemäß Satz 2 entsprechen.

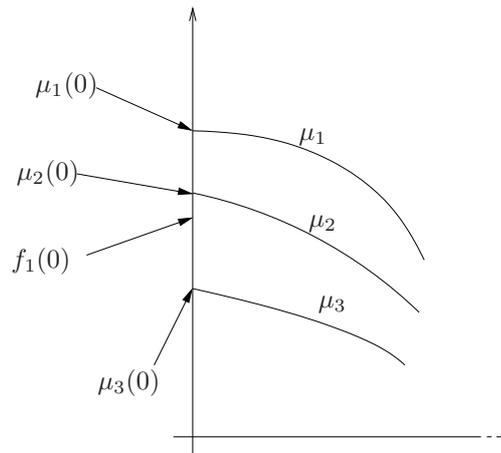


Abbildung 4.11: Berechnung des Wertes  $f_1(0)$

Die Herausforderung in der Definition von  $f$  liegt darin, dass die Kompensationsfaktoren  $a_i$  reelle Zahlen aus dem Intervall  $X$  sind und sich gemäß ihrer Lage innerhalb des Intervalls  $X$  auf die Aggregation auswirken sollen. Zusätzlich ist jeder Nutzenfunktion ein eventuell anderer Kompensationsfaktor zugewiesen.

Der Aggregator wird nun schrittweise hergeleitet:

1. Zerteile das Problem: Löse es einzeln für jeden Abszissenwert  $x \in X$ .
2. Berechne für jedes  $x \in X$  den Wert des kompensatorischen Anteils  $f_1$ :

$$f_1(x) := \left( \sum_{i \in \mathbb{N}_n \wedge \mu_i \neq \emptyset} \omega_i \mu_i(x) \right) / \left( \sum_{i \in \mathbb{N}_n} \omega_i \right)$$

**Beispiel 23.** In Abbildung 4.11 ist die Situation für den Wert  $x := 0$  skizziert. Dargestellt sind die Funktionswerte dreier unscharfer Mengen  $\mu_1, \mu_2, \mu_3$ , sowie der Wert  $f_1(0)$ . Dieser berechnet sich durch:

$$f_1(0) = \left( \sum_{i=1}^3 \omega_i \mu_i(0) \right) / \left( \sum_{i=1}^3 \omega_i \right).$$

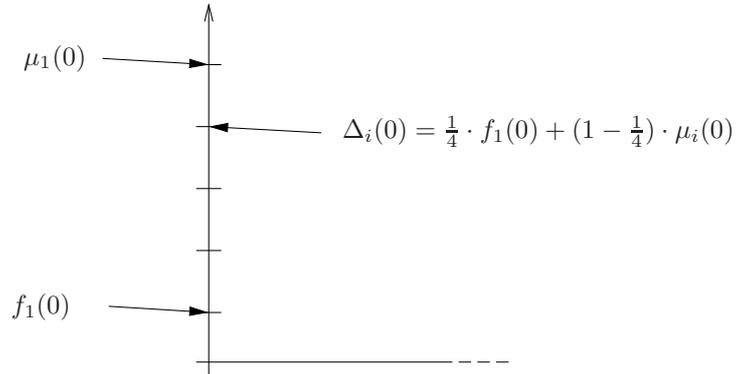
3. Berechne für jede Funktion  $\mu_i$  für jedes  $x \in X$  die gewichtete Summe aus dem Ordinatenwert  $\mu_i(x)$  und dem Wert  $f_1(x)$ . Nutze als Gewicht den Kompensationsfaktor  $a_i$ :

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1(x) &:= a_1 f_1(x) + (1 - a_1) \mu_1(x) \\ &\vdots \\ \Delta_n(x) &:= a_n f_1(x) + (1 - a_n) \mu_n(x) \end{aligned} \right\} \forall x \in X.$$

Für eine nichtkompensatorische Nutzenfunktion  $\mu_i$  gilt z. B.

$$\Delta_i(x) = \mu_i(x) = \underbrace{a_i}_{=0} \cdot f_1(x) + \underbrace{(1 - a_i)}_{=1-0} \cdot \mu_i(x).$$

Analog gilt für eine kompensatorische Nutzenfunktion  $\Delta_i(x) = f_1(x)$ . Mit diesem Vorgehen wird gesichert, dass die Position des Kompensationsfaktors  $a_i$  innerhalb des Intervalls  $X$  berücksichtigt ist: Je geringer der Abstand von  $a_i$  zum Wert 0, desto näher liegt  $\Delta_i(x)$  an dem Funktionswert  $\mu_i(x)$ . Je geringer der Abstand von  $a_i$  zur 1, desto näher liegt  $\Delta_i(x)$  an dem Mittelwert  $f_1(x)$ .

Abbildung 4.12: Bestimmung des Wertes  $\Delta_i(0)$  in Beispiel 24

**Beispiel 24.** In Abbildung 4.12 ist die Situation für eine Nutzenfunktion  $\mu_i$  an der Stelle  $x = 0$  dargestellt. Eingezeichnet sind die Punkte  $\mu_i(0)$  und  $f_1(0)$ . Für  $a_i = \frac{1}{4}$  liegt die gewichtete Summe

$$\Delta_i(0) := \underbrace{a_i}_{=\frac{1}{4}} \cdot f_1(0) + \underbrace{(1 - a_i)}_{=1 - \frac{1}{4}} \cdot \mu_i(0)$$

auf der Strecke zwischen  $f_1(0)$  und  $\mu_i(0)$  genau an der Stelle, welche von  $f_1(0)$  den Abstand

$$\frac{3}{4} \cdot |f_1(0) - \mu_i(0)|$$

und von  $\mu_i(0)$  den Abstand

$$\frac{1}{4} \cdot |f_1(0) - \mu_i(0)|$$

hat.

4. Fasse für jedes  $x \in X$  alle  $\Delta_i(x)$ ,  $i \in \{1, \dots, n\}$  zu einer Menge  $M_x$  zusammen:

$$M_x := \{\Delta_1(x), \dots, \Delta_n(x)\} \cup \{f_1(x)\} \quad \forall x \in X.$$

Die Elemente dieser Menge repräsentieren den Ordinatenwert jeder Nutzenfunktion  $\mu_i$  an der Stelle  $x$  im Verhältnis zum gewichteten Mittelwert  $f_1$ . Als Maß wird der Kompensationsfaktor benutzt.

5. Benutze nun den nichtkompensatorischen Anteil  $f_2$ : Wie in Abschnitt 4.4.2 gilt auch hier, dass der Aggregator nicht lediglich als das Minimum der Mengen  $M_x$  für alle  $x \in X$  definiert werden darf. Analog der Argumentation in Abschnitt 4.4.2 wird für Werte  $x < \frac{1}{2}$  der Maximum-, für Werte  $x > \frac{1}{2}$  der Minimumoperator benutzt. Diese Werte werden mit einer Linearkombination verknüpft, wobei als Parameter der Abszissenwert  $x$  dient:

$$f(x) := (1 - x) \cdot \max M_x + x \cdot \min M_x, \quad \forall x \in X.$$

Das ist auch die endgültige Form der Aggregatorfunktion.

Der nächste Satz fasst alles zusammen:

**Satz 3.** Seien

$$A_i := (\mu_i, a_i, \omega_i), \quad i \in \mathbb{N}_n$$

Tripel, bestehend aus einer unscharfen Menge  $\mu_i \in \mathcal{F}_X^\emptyset$ , einem Kompensationsfaktor  $a_i \in X^\emptyset$  und einem Attributgewicht  $\omega_i \in \mathbb{N}$ . Es gelte

$$\mu_1 = \dots = \mu_n = \emptyset \Rightarrow \mu = \emptyset$$

und

$$a = \begin{cases} \emptyset & a_i = \emptyset \ \forall i \in \mathbb{N}_n, \\ \min\{a_i \mid i \in \mathbb{N}_n \wedge a_i \neq \emptyset\} & \text{sonst.} \end{cases}$$

Für den Fall

$$\exists i \in \mathbb{N}_n : \mu_i \neq \emptyset$$

setze

$$f_1(x) := f_1((\mu_1(x), \omega_1), \dots, (\mu_n(x), \omega_n)), \quad \forall x \in X$$

analog Satz 1. Definiere

$$M_x := \{a_i f_1(x) + (1 - a_i) \mu_i(x) \mid i \in \mathbb{N}_n\} \cup \{f_1(x)\}, \quad \forall x \in X.$$

Sei  $f_2$  wie in Satz 2. Wende  $f_2$  für alle  $x \in X$  auf die Mengen  $M_x$  an:

$$\mu(x) := (1 - x) \cdot \max M_x + x \cdot \min M_x, \quad \forall x \in X.$$

Die so erhaltene Funktion

$$f : (\mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \\ \{A_1, \dots, A_n\} \mapsto (\mu, a).$$

ist im ersten Ausgabeparameter kommutativ, stabil, idempotent, stetig, monoton, nicht injektiv, nicht strengmonoton und erfüllt Rationalitätsanforderung 9 für alle  $n \in \mathbb{N}$ .

*Beweis.* Die Kommutativität von  $f$  folgt aus der Kommutativität der Addition, Multiplikation und der Kommutativität des Minimum- bzw. Maximumoperators. Die Stabilität folgt aus der Tatsache, dass keine  $t$ -Konormen oder  $t$ -Normen Verwendung finden, welche ungleich dem Minimum- bzw. Maximumoperator sind.

Zur Idempotenz: Betrachte das Tripel  $A_1 := (\mu_1, a_1, \omega_1)$  und berechne

$$f(\underbrace{A_1, \dots, A_1}_{n\text{-mal}})$$

Trivialerweise gilt  $f_1(x) = \mu_1(x)$ ,  $x \in X$  und

$$M_x = \{\underbrace{\mu_1(x), \dots, \mu_1(x)}_{n+1\text{-mal}}\}.$$

Damit ist  $f(x) = \mu_1(x)$  für alle  $x \in X$ .

Die Stetigkeit folgt aus der Forderung, dass als Eingaben im ersten Parameter nur stetige Nutzen- und Wissensfunktionen zugelassen sind und der Parametrisierung des Minimum- mit dem Maximumoperator durch Linearkombinationen. Der Nachweis der Monotonie ist trivial.

Da der Maximum- und Minimumoperator nicht injektiv sind, folgt diese Eigenschaft auch für die Funktion  $f$ , ebenso die strenge Monotonie.

Rationalitätsanforderung 9 ist erfüllt, da der kompensatorische Anteil  $f_1$  Rationalitätsanforderung 9a erfüllt und der nichtkompensatorische Anteil  $f_2$  Rationalitätsanforderung 9b. Rationalitätsanforderung 9c ist erfüllt, da in der Definition der Mengen  $M_x$  die Parametrisierung der Elemente durch die Lage des Kompensationsfaktors innerhalb des Intervalls  $X$  realisiert wird.  $\square$

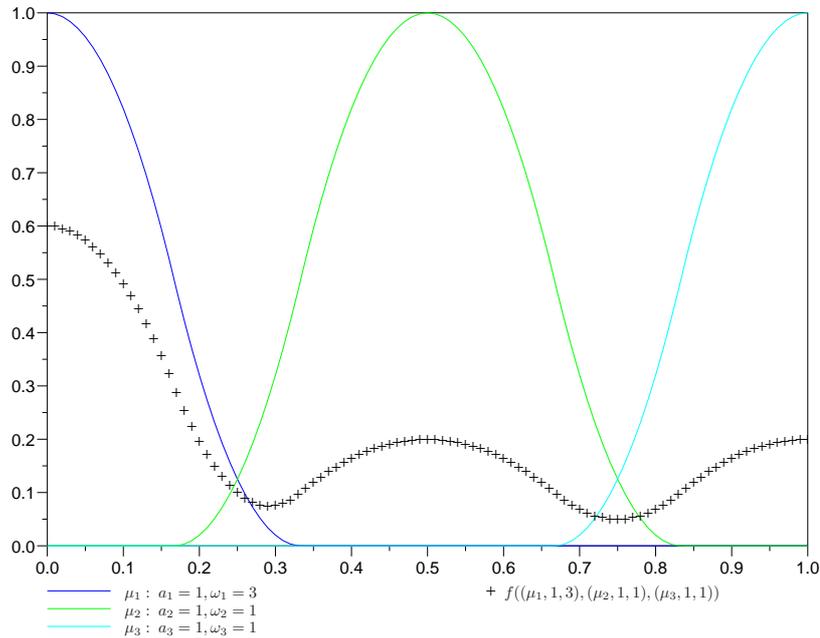


Abbildung 4.13: Unscharfe Mengen in Szenario 1

## 4.5 Vier Beispielszenarien

In diesem Abschnitt wird die Funktion des Aggregators an Beispielen demonstriert. Der Schwerpunkt liegt auf der Konstruktion von Extremsituationen, so dass zu erkennen ist, wie der Aggregator arbeitet. Ausgangspunkt ist, dass verschiedene unscharfe Mengen, zusammen mit einem Kompensationsfaktor und einem Attributgewicht bereits existieren.

Die benutzten unscharfen Mengen können sowohl Nutzenfunktionen, als auch Wissensfunktionen darstellen.

### 4.5.1 Szenario 1

Abbildung 4.13 stellt die in Szenario 1 verwendeten unscharfen Mengen  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $\mu_3$  dar. Anhand der Kompensationsfaktoren, dargestellt in der Legende, ist zu erkennen, dass sämtliche unscharfe Mengen kompensatorisch sind ( $a_1 = a_2 = a_3 = 1$ ). Der kompensatorische Anteil  $f_1$  kommt zum Tragen, zu erkennen an der Mittelwertbildung. Bedingt durch die dreifache Gewichtung der Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_1$  geht diese stärker in die Mittelwertbildung ein, zu erkennen an dem Anstieg in Intervall  $[0, 0.2]$ .

### 4.5.2 Szenario 2

Abbildung 4.14 zeigt dieselben unscharfen Mengen, jedoch mit anderen Kompensationsfaktoren und Attributgewichten versehen. Menge  $\mu_1$ , welche einen negativen Nutzen darstellt, wurde durch die Zuweisung  $a_1 := 0.1$  als „gering kompensatorisch“ eingestuft. Deutlich ist zu erkennen, dass im Intervall  $[0, \frac{1}{3}]$  (Es gilt  $\alpha := \frac{2}{3}$  in allen Szenarien) die aggregierte Zugehörigkeitsfunktion nur gering unter der Funktion  $\mu_1$  verläuft. In  $[\frac{2}{3}, 1]$

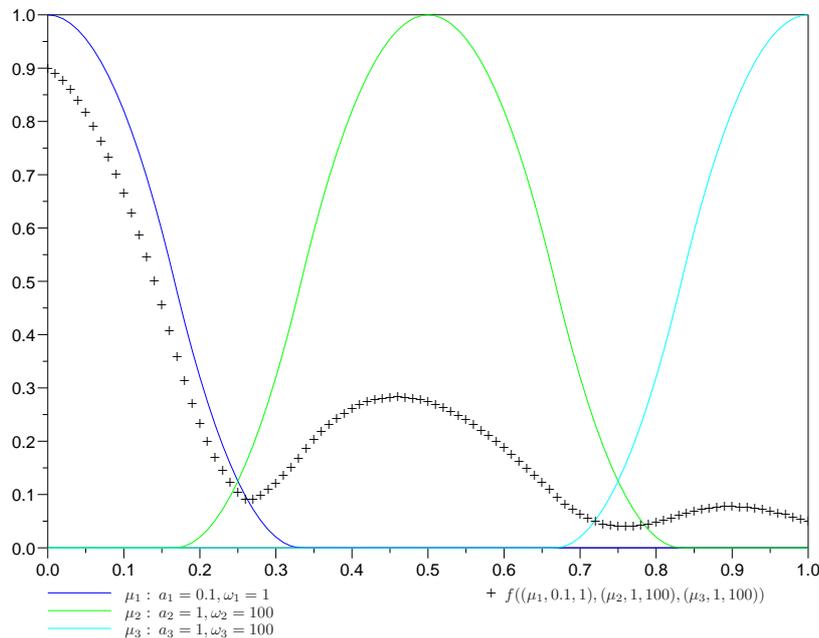


Abbildung 4.14: Unscharfe Mengen in Szenario 2

verläuft die Funktion nur gering über der Abszisse, d. h. die hohen Ordinatenwerte der Funktion  $\mu_3$  in dem Intervall  $[\frac{2}{3}, 1]$  kommen nicht zum Tragen. Setzte man  $a_1 := 0$ , d. h.  $\mu_1$  wäre überhaupt nicht kompensatorisch, würde die aggregierte Zugehörigkeitsfunktion nahezu deckungsgleich mit dem Graphen der unscharfen Menge  $\mu_1$  verlaufen.

Um die Tauglichkeit des Aggregators unter Beweis zu stellen, wurden zusätzlich die Gewichte der Nutzenfunktionen  $\mu_2$  und  $\mu_3$  auf den Wert 100 gesetzt. Trotz dieser extremen Gewichtung ist die korrekte Umsetzung des Kompensationsfaktors  $a_1 = 0.1$  zu erkennen.

### 4.5.3 Szenario 3

Abbildung 4.15 demonstriert die Wirkung eines niedrigen Kompensationsfaktors für positive Werte. Dargestellt sind wieder drei Nutzenfunktionen  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  und  $\mu_3$ , wobei  $\mu_1$  einen mittleren,  $\mu_2$  einen mittleren bis hohen und  $\mu_3$  einen hohen Nutzen darstellt. Sämtliche Funktionen sind mit Gewicht 1 versehen.

Nutzenfunktion  $\mu_2$  wurde als einzige der Funktionen als nichtkompensatorisch gesetzt ( $a_2 = 0$ ). Da im Intervall  $[0, \frac{1}{2}]$  grundsätzlich negative Werte dargestellt werden, die Ordinatenwerte der Funktion  $\mu_1$  aber über denen der nichtkompensatorischen Funktion  $\mu_2$  liegen, kommt hier der kompensatorische Anteil  $f_1$  – d. h. Mittelwertbildung – zum Einsatz.

Im Teilintervall  $[\frac{1}{2}, 1]$ , in dem positive Werte dargestellt werden, wirkt Mittelwertbildung nur solange, wie der errechnete Mittelwert nicht oberhalb der Funktion  $\mu_2$  liegt. Ab dem Abszissenwert  $x \approx 0.875$  liegen die Ordinatenwerte der nichtkompensatorischen Funktion  $\mu_2$  unterhalb des Mittelwertes, so dass hier die aggregierte Zugehörigkeitsfunktion – bedingt durch die Minimumbildung des nichtkompensatorischen Anteils  $f_2$  – fast deckungsgleich mit dem Graphen der Nutzenfunktion  $\mu_2$  verläuft. Deutlich wird die

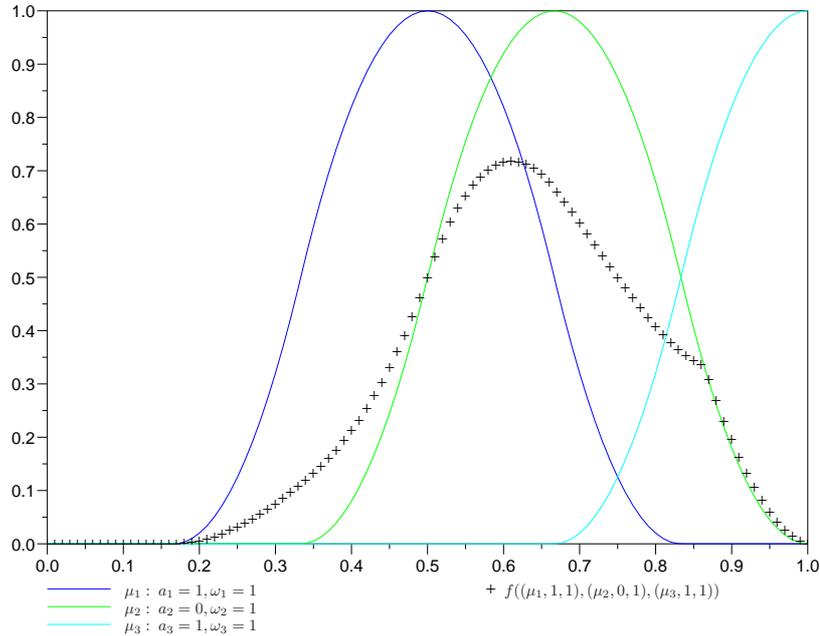


Abbildung 4.15: Unscharfe Mengen in Szenario 3

	Attribut 1	Attribut 2	Attribut 3
Nutzenfunktionen	$\mu_{N_1}$	$\mu_{N_2}$	$\mu_{N_3}$
Kompensationsfaktoren Nutzen	$a_{N_1} = 0$	$a_{N_2} = 1$	$a_{N_3} = 1$
Wissensfunktionen	$\mu_{W_1}$	$\mu_{W_2}$	$\mu_{W_3}$
Kompensationsfaktoren Wissen	$a_{W_1} = 1$	$a_{W_2} = 1$	$a_{W_3} = 1$
Attributgewichte	$\omega_1 = 3$	$\omega_2 = 1$	$\omega_3 = 1$

Tabelle 4.3: Werte des Beispiels 19

Umsetzung der Rationalitätsanforderung 9b, welche besagt, dass für einen in die Aggregation eingehenden nichtkompensatorischen Nutzen, der aggregierte Nutzen nicht höher sein darf, als der dieser nichtkompensatorischen Funktion.

#### 4.5.4 Szenario 4: Wiederholung Beispiel 19

Dieser Abschnitt betrachtet erneut Beispiel 19 auf Seite 53 und wendet den Aggregator auf dieses an. Tabelle 4.3 wiederholt die Bezeichnungen und Wertbelegungen. Die Abbildungen 4.16 und 4.17 stellen die aggregierte Nutzen- bzw. Wissensfunktion grafisch dar.

In Abbildung 4.16 ist deutlich die Wirkung des Kompensationsfaktors  $a_{N_1} = 0$  zu erkennen. Dass die aggregierte Nutzenfunktion  $\mu_N$  in  $[\frac{1}{2}, 1]$  nicht vollständig deckungsgleich mit der Abszisse verläuft, ist dadurch zu erklären, dass die Maximum- mit der Minimumbildung in dem Aggregator linear kombiniert und nicht mit Hilfe einer Fallunterscheidung realisiert wurde, siehe die Diskussion in Abschnitt 4.4.2 auf Seite 69.

Abbildung 4.17 zeigt die aggregierte Wissensfunktion  $\mu_W$ . Deutlich ist die Mittelwertbildung zu erkennen, in die die Funktion  $\mu_{W_1}$  bedingt durch die hohe Attributgewichtung besonders stark eingeht.

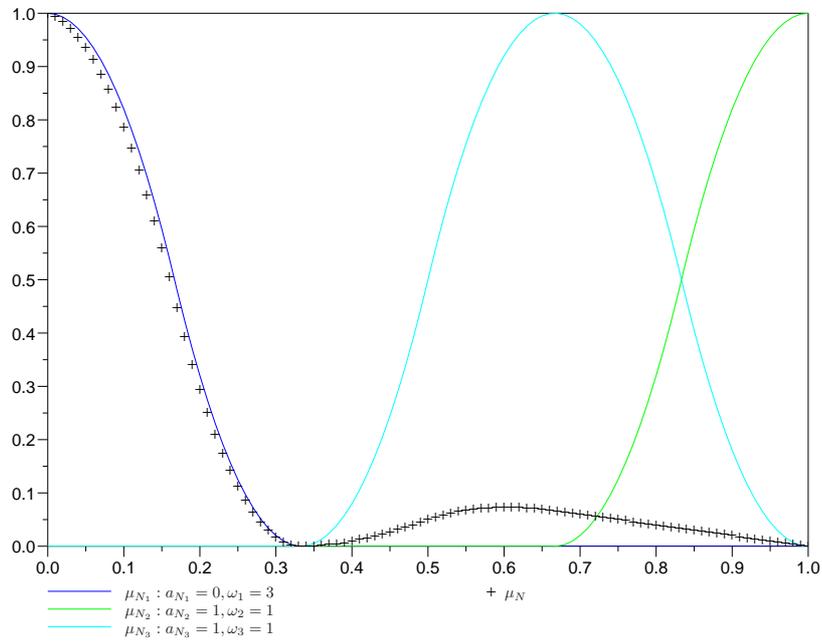


Abbildung 4.16: Nutzenfunktionen in Beispiel 19

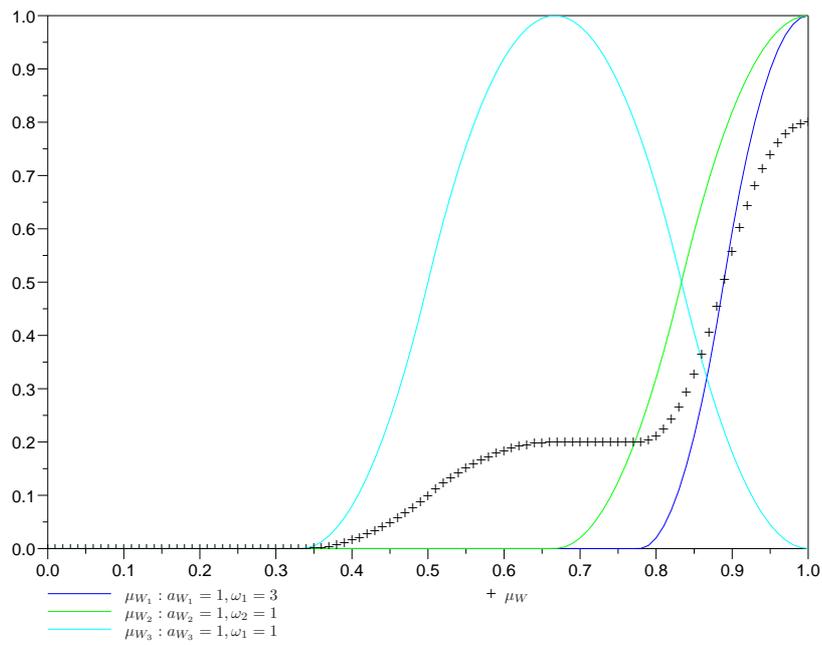


Abbildung 4.17: Wissensfunktionen in Beispiel 19

## 4.6 Zusammenfassung

Inhalt dieses Kapitels war die Herleitung und Definition eines Aggregators, welcher Nutzen- bzw. Wissensfunktionen, dargestellt durch unscharfe Mengen, zu einer aggregierten Nutzen- bzw. Wissensfunktion zusammenfasst. Dieser Aggregator ist so konstruiert, dass das genaue Maß angegeben werden kann, zu dem ein Attributnutzen substituierbar ist. Auch kann die Bedeutung der Attribute untereinander durch Gewichte repräsentiert werden.

Ausgehend von einem System umgangssprachlich formulierter Rationalitätsanforderungen an den Aggregator, wurden diese in mathematische Axiome umgesetzt. Die in der Literatur zur Verfügung stehenden unscharfen Mengenoperatoren wurden – eingeteilt in verschiedene Kategorien – aufgezählt und anhand der von dem Aggregator zu erfüllenden Axiome auf ihre Brauchbarkeit für die aktuelle Arbeit überprüft. Aus dieser Vorauswahl wurde ein kompensatorischer und ein nichtkompensatorischer Anteil des Aggregators konzipiert und durch Parametrisierung zu einer Funktion zusammengefasst, welche alle Rationalitätsanforderungen erfüllt.

# Kapitel 5

## Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktionen

Nachdem in Kapitel 3 eine Definition für Attributwerte erarbeitet und in Kapitel 4 die Aggregation verschiedener Werte zu einem Gesamtwert diskutiert wurde, liegt der Schwerpunkt dieses Kapitels auf der Bestimmung der Attributwerte: Ausgehend von den Ergebnissen von V&V-Tätigkeiten sollen Nutzen- bzw. Wissensfunktionen bestimmt werden, welche diese Ergebnisse reflektieren.

Zum Aufbau des Kapitels: Nachdem das zu lösende Problem erörtert und eine mathematische Problemspezifikation erstellt wurde, werden in Abschnitt 5.2 die zu beachtenden Randbedingungen diskutiert. Es wird – aus dem Kontext der Domäne VV&A und aus dem allgemeinen Blickwinkel der unscharfen Mengenlehre – hinterfragt, mit welchen Problemen man der Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen konfrontiert ist und worauf man zu achten hat.

Die Abschnitte 5.3, 5.4 und 5.5 präsentieren ein strukturiertes Vorgehen zur Quantifizierung des Nutzens und des Wissens über ein Modellattribut in Form unscharfer Mengen. Schließlich wird dieses Kapitel durch mehrere Beispiele in Kapitel 5.6 und eine Zusammenfassung beendet.

### 5.1 Problemstellung

In diesem Abschnitt wird das zu lösende Problem spezifiziert: Ausgangslage ist, dass eine V&V-Tätigkeit durchgeführt wurde, deren Ergebnis in ein Wertbaumattribut überführt werden soll. Wertbaumattribute haben gemäß Definition 10 auf Seite 46 folgende Form:

$$(\mu_N, a_N, \mu_W, a_W, \omega) \in \mathcal{F}_X^\emptyset \times X^\emptyset \times \mathcal{F}_X \times X \times \mathbb{N}.$$

Die Bestimmung des Attributgewichtes  $\omega$  ist für jedes Attribut bereits beim Aufstellen des Wertbaumes geschehen. Auch liegt gemäß der Diskussion in Abschnitt 3.3.2 ab Seite 45 der Fokus dieser Arbeit nicht auf der Betrachtung verschiedener Gewichtungsverfahren; vielmehr kann von bereits vorhandenen Gewichtungsvektoren im Wertbaum ausgegangen werden, so dass die Bestimmung der Attributgewichte  $\omega$  in diesem Kapitel nicht betrachtet zu werden braucht.

Es bleibt übrig, eine Nutzenfunktion  $\mu_N$  mit Kompensationsfaktor  $a_N$  und eine Wissensfunktion  $\mu_W$  mit Kompensationsfaktor  $a_W$  zu bestimmen.

Um das Problem zu teilen, beschränkt man sich zuerst darauf, die Nutzenfunktion  $\mu_N$  mit Kompensationsfaktor  $a_N$  festzulegen. Hat man hierfür eine Lösung gefunden, wird man versuchen, diese an das Problem „Finden der Wissensfunktion“ anzupassen.

Weiter kann angenommen werden, dass minimales Wissen über das aktuell betrachtete Attribut vorliegt und man eine Nutzenfunktion generieren kann. Die Lösung wäre sonst trivial und man setzte  $\mu_N := a_N := \emptyset$ .

Das – nun deutlich reduzierte – Problem kann wie folgt formuliert werden: Bei der Verifikation und Validierung eines Modells wurde eine V&V-Tätigkeit durchgeführt. Generiert werden soll aus dem Ergebnis dieser Tätigkeit eine Nutzenfunktion  $\mu_N \in \mathcal{F}_X$  zusammen mit einem Kompensationsfaktor  $a_N \in X$ .

## 5.2 Analyse der Randbedingungen

In diesem Abschnitt werden die Randbedingungen des Problems „Finden der Zugehörigkeitsfunktion“ untersucht. Zuerst wird erarbeitet, von welcher Form Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten sind – zum Beispiel Messergebnisse, Experteneinschätzungen usw. Ist man sich darüber nicht im Klaren, kann das Problem nicht gelöst werden.

Der zweite Unterabschnitt untersucht, warum die Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen schwierig ist, unabhängig vom Problemfeld Verifikation und Validierung. Häufig in der Literatur diskutierte Probleme und Herausforderungen werden aufgezählt.

### 5.2.1 Die Form der Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten

In Abschnitt 2.1 auf Seite 13 wurde erläutert, dass der Akkreditierungsagent meistens die Durchführung von V&V-Aktivitäten an Experten delegieren wird. Gründe sind die vielfältigen Anwendungsdomänen der Modellbildung und Simulation, aber auch die Vielfalt der zur Verfügung stehenden V&V-Techniken:

**Beispiel 25.** *Betrachte die Validierung eines LKW-Fahrsimulators. Mit Hilfe von Face Validation [17, 47] soll die Originaltreue der Fahrgeräusche beurteilt werden. Der Test wird von einem erfahrenen Fahrlehrer durchgeführt, dessen umgangssprachliche Aussage das Ergebnis der Untersuchung ist.*

Auch wird der Akkreditierer oft nicht in der Lage sein, Rohdaten von V&V-Aktivitäten zu interpretieren, wiederum, weil ihm das notwendige Domänenwissen fehlt:

**Beispiel 26.** *Bei der Validierung des LKW-Simulators in Beispiel 25 wird mit Hilfe eines Tests überprüft, zu welchem Grad der Kraftaufwand, welcher zum Drehen des Lenkrades notwendig ist, im Simulator und realen LKW übereinstimmt. Mit Hilfe eines statistischen Verfahrens wird ein Graph ermittelt, welcher die durchschnittliche Abweichung für jede Lenkradstellung in Prozent beschreibt.*

Bis auf triviale Beispiele werden Rohdaten von V&V-Tätigkeiten also immer einer Experteninterpretation unterzogen werden, um sie dem Akkreditierer zugänglich zu machen.

Damit stellt sich die Frage, was der Experte interpretiert: Um eine Vorstellung zu bekommen, wie Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten aussehen, bietet es sich an, vorhandene Aufzählungen von V&V-Techniken zu konsultieren. Die umfangreichste findet man in [17, 9], in der über siebzig verschiedene Verfahren erläutert werden. Angelehnt an [12, 10] kann man diese – sehr abstrakt und idealisierend – in zwei Kategorien einteilen:

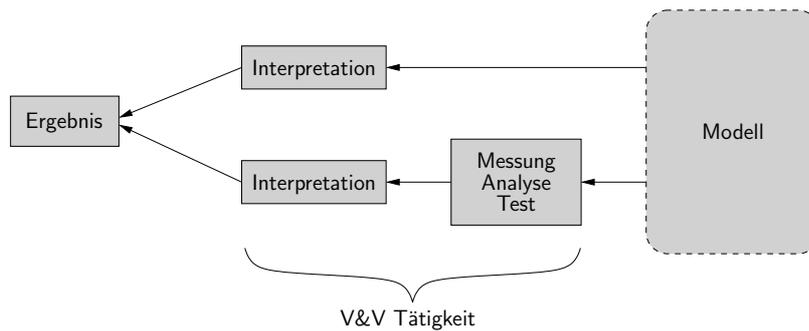


Abbildung 5.1: Kategorisierung von V&V-Tätigkeiten (angelehnt an [12])

- Die V&V-Technik beinhaltet eine physikalische Messung, einen Test oder eine Analyse. Hierdurch werden Rohdaten – in Form von Zahlenwerten auf einer Skala – gemessen, welche ein Experte interpretiert, siehe Beispiel 26.
- Es wird keine Messung oder Test durchgeführt. Der Experte soll anhand seiner Beobachtung eine Stellungnahme abgeben, siehe Beispiel 25.

Abbildung 5.1 ist angelehnt an [12] und stellt diese Kategorisierung grafisch dar: Im unteren Bereich ist die Situation, dass zuerst mit Hilfe einer Messung, eines Tests oder einer Analyse am Modell Rohdaten gewonnen werden, welche ein Experte interpretiert, zeigt. Im oberen Bereich wird lediglich eine Experteninterpretation durchgeführt.

Für die vorliegende Aufgabe, ausgehend von einer V&V-Tätigkeit eine Nutzenfunktion in Form einer unscharfen Menge zu bestimmen, lässt sich festhalten: Der Akkreditierer wird grundsätzlich mit Expertenaussagen konfrontiert werden. Diese resultieren entweder aus der Interpretation von Mess-, Analyse- oder Testdaten oder direkt aus der Beurteilung eines bestimmten Aspekts des Modells durch den Experten.

## 5.2.2 Allgemeine Schwierigkeiten bei der Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen

Dieser Abschnitt diskutiert Herausforderungen, unabhängig von der Domäne V&V, denen man begegnet, möchte man ein Konzept zur Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen aufstellen. Zusammengetragen wurden sie aus allgemeiner Literatur über unscharfe Entscheidungsanalyse [103, 26, 27, 84, 104, 37].

### Unzureichende Literaturstellen

Die auffälligste Schwierigkeit ist, dass es wenig Vorschläge in der Literatur gibt, wie umgangssprachliche Expertenaussagen auf Zugehörigkeitsfunktionen übertragen werden sollen. Schwab [84] stellt fest, dass der überwiegende Teil der Literatur davon ausgeht, dass Zugehörigkeitsfunktionen bereits vorliegen oder der Entscheider in der Lage ist, diese anzugeben. Zimmermann [103] schreibt: “So far hardly any formal axiomatic justification for specific kinds of membership functions has been offered. Authors normally argue pragmatically by assuming some kind of membership function and then going on to see ‘whether it works’.” In [27], welches als Standardwerk der unscharfen Entscheidungstheorie gilt, wird lediglich ein Verfahren vorgeschlagen, wie vorher definierte Adjektive, zum Beispiel “good” oder “moderate”, auf unscharfe Zahlen abgebildet werden. Dieses kann nicht befriedigen, da sich der Experte auf einen einzigen Begriff festlegen

muss und genau diese Einschränkung möchte man überwinden, siehe die in Abschnitt 2.4 auf Seite 25 beschriebenen Anforderungen.

Als weiteres Beispiel, dass nur wenig Literatur zu dem Thema „Finden der Zugehörigkeitsfunktion“ zur Verfügung steht, lässt sich [35] – welches sich als Kompendium der unscharfen Mengenlehre versteht – anführen. Von den 654 Seiten des Werkes sind nur 7 dieser Thematik gewidmet.

### Integration scharfer und binärer Werte

Viele unscharfe entscheidungstheoretische Verfahren verlangen, sämtliche Attributwerte als unscharfe Mengen darzustellen, selbst für den Fall, dass einzelne Werte ihrer Natur her scharf sind, zum Beispiel als reelle Zahlen vorliegen. Die Begründung liegt in der Kommensurabilitätsforderung an Attributwerte, siehe Abschnitt 3.1.1 auf Seite 33.

Hier muss eine Entscheidung getroffen werden, wie mit scharfen Werten umgegangen werden soll. Ein Vorschlag [94, 98] ist, einen auf einer Messskala gemessenen scharfen Wert  $\delta$  als unscharfe Menge mit lediglich einem Element zu interpretieren. Dagegen wird in [45] argumentiert, dass bei dieser Betrachtung lediglich die Betrachtung geändert wird, von Unschärfe kann keine Rede sein.

Auch binäre Testergebnisse fallen in die Kategorie „scharfe Werte“: Adäquate Darstellungen der Aussagen „Test bestanden“ bzw. „Test nicht bestanden“ müssen gefunden werden.

### Das Problem Mensch

Eine weitere Schwierigkeit liegt in der Festlegung, wie ein Experte befragt werden soll. In der empirischen Sozialforschung wurde gezeigt, dass falsche Befragungsmethoden zu „Antwortverzerrungen“, d. h. zu einer Verfälschung des Ergebnisses, führen. Um diese gering zu halten, wurden in dem Forschungsgebiet „Befragungsmethoden“ strukturierte Vorgehensweisen konzipiert, wie man Personen Informationen entnehmen kann. Einen Überblick präsentieren [90, 6, 22].

Zusammenfassend lassen sich folgende Anforderungen festhalten, möchte man ein Verfahren konzipieren, welches Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten strukturiert auf unscharfe Mengen abbildet:

- Der Akkreditierer wird grundsätzlich mit umgangssprachlichen Expertenaussagen konfrontiert werden. Diese Aussagen beurteilen entweder einen bestimmten Aspekt eines Modells direkt oder das Ergebnis eines Tests, einer Analyse oder einer Messung.
- Die Versorgung mit Lösungsansätzen aus der Literatur ist unzureichend.
- Mit Mess-, Test- und Analyseergebnissen auch in scharfer Form, zum Beispiel als reelle Zahl, muss umgegangen werden können.
- Die Expertenbefragung muss mit Hilfe wissenschaftlich fundierter Befragungsmethoden geschehen, um Antwortverzerrungen zu vermeiden.

Hiervon ausgehend wird in Abschnitt 5.3 zuerst ein Verfahren zur Bestimmung der Nutzenfunktion für Messungen, Tests und Analysen vorgestellt. In Abschnitt 5.4 wird dieses auf die Bestimmung der Nutzenfunktion für direkte Experteninterpretation übertragen.

## 5.3 Bestimmen der Nutzenfunktion für Messungen, Tests und Analysen

In diesem Abschnitt wird ein Verfahren vorgestellt, welches es ermöglicht, die Experteninterpretation einer Messung, eines Tests oder einer Analyse durch eine bestimmte Fragetechnik in eine Nutzenfunktion umzusetzen. Der Kompensationsfaktor wird automatisch generiert.

Im ersten Abschnitt wird der Begriff der linguistischen Variablen eingeführt, gefolgt von der Definition einer linguistischen Variable „Nutzen“ in Abschnitt 5.3.2. Abschnitt 5.3.3 diskutiert die zugrunde gelegte Befragungstechnik und Abschnitt 5.3.4 stellt das Verfahren zusammenhängend dar. Der letzte Abschnitt 5.3.5 ist Ergänzungen gewidmet.

### 5.3.1 Linguistische Variablen

Eine Variable ist ein Platzhalter, welcher einen Wert aufnimmt. Definiert man die Variable  $A$  als „Alter“ und setzt  $0 \leq A \leq 100$ , so kann  $A$  alle Werte zwischen 0 und 100 aufnehmen. Bei linguistischen Variablen wird das Symbol  $A$  ersetzt durch Zugehörigkeitsfunktionen, deren Wertbelegungen linguistische Bezeichner sind, zum Beispiel „groß“, „jung“ oder „mittel“. Die Motivation zur Betrachtung linguistischer Variablen wird durch folgendes Zitat von Zadeh deutlich, welcher sie „Variablen höherer Ordnung“ nannte: „In retreating from precision in the face of overpowering complexity, it is natural to explore the use of what might be called linguistic variables, that is, variables whose values are not numbers but words or sentences in a natural or artificial language.“ [98].

Folgende Definition ist angelehnt an [103, 26, 104]:

**Definition 19.** *Eine linguistische Variable ist ein Quintupel*

$$(x, T, U, G, M),$$

dessen Elemente folgende Bedeutung haben:

- $x$  ist der Name der linguistischen Variable.
- $T$  ist eine Menge linguistischer Terme, welche die Variable  $x$  annehmen kann.
- $U$  ist das Diskursuniversum. Dieses ist ein beliebige Menge, über der die linguistische Variable  $x$  betrachtet wird.
- $G$  ist eine syntaktische Regel, meistens dokumentiert in Form einer Grammatik. Diese ermöglicht es, aus einzelnen linguistischen Termen weitere zu generieren.
- $M$  ist eine Menge semantischer Regeln, welche jedem linguistischem Term  $T_i$  der Menge  $T$  eine unscharfe Menge zuordnet.

**Beispiel 27.** *Sei  $x$  eine linguistische Variable „Alter eines PKW“. Als Diskursuniversum wählt man  $U := [0, 15] \subset \mathbb{R}$ , d. h. die Anzahl der Jahre seit der ersten Zulassung. Die Termmenge  $T$  wird definiert als*

$$T := \{\text{jung}, \text{alt}\}.$$

Damit besteht die semantische Regelmenge  $M$  nur aus zwei Regeln: Sei

$$M(\text{jung}) := \{(u, \mu_{\text{jung}}(u)) \mid u \in U\}$$

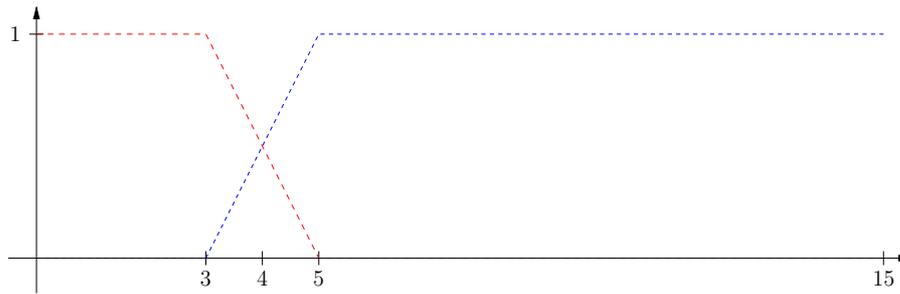


Abbildung 5.2: Linguistische Variable „Alter eines PKW“

mit

$$\mu_{jung}(u) := \begin{cases} 1 & u \in [0, 3], \\ -\frac{1}{2} \cdot u + \frac{5}{2} & u \in [3, 5], \\ 0 & u \in [5, 15] \end{cases}$$

die erste und

$$M(alt) := \{(u, \mu_{alt}(u)) \mid u \in U\}$$

mit

$$\mu_{alt}(u) := 1 - \mu_{jung}(u).$$

die zweite. Die syntaktische Regel  $G$  ist im aktuellen Fall leer. Abbildung 5.2 stellt die linguistische Variable grafisch dar. Der rote Graph repräsentiert  $\mu_{jung}$ , der blaue  $\mu_{alt}$ .

### 5.3.2 Definition einer linguistischen Variable „Nutzen“

In diesem Abschnitt wird eine linguistische Variable „Nutzen“ definiert. Diese wird in Abschnitt 5.3.4 als Ausgangspunkt dienen, den Nutzen eines Modells bzgl. eines bestimmten Aspekts darzustellen. Die ersten Schritte der Definition sind die Festlegung des Diskursuniversums  $U$  und der Termmenge  $T$ .

Die Festlegung des Diskursuniversums  $U$  ist trivial: In Abschnitt 3.1.1 wurde die Forderung der Kommensurabilität aufgestellt, was bedeutet, dass Wertbaumattribute zum Zwecke der Aggregation miteinander vergleichbar sein müssen. Umgesetzt wird diese Forderung, indem Nutzen- und Wissensfunktionen über dem Einheitsintervall  $X$  definiert werden, welches damit das Diskursuniversum darstellt:

$$U := X.$$

Der nächste Schritt ist die Festlegung der Termmenge  $T$ . Die Anzahl der zu definierenden Terme wird mindestens zwei und höchstens sieben bis neun sein. Mindestens zwei, da eine eintermale linguistische Variable trivial ist, höchstens sieben bis neun, da sieben bis neun Entitäten das Maximum dessen darstellen, welches ein Mensch noch als Ganzes erfassen kann, ohne unwillkürlich Unterteilungen vorzunehmen [67].

Ausgehend von der Aufteilung des Einheitsintervalls – siehe Abschnitt 3.2.2 auf Seite 37 – in die Bereiche

$$\left. \begin{array}{l} [0, 1 - \alpha] \Leftrightarrow \text{geringer Nutzen} \\ [1 - \alpha, \alpha] \Leftrightarrow \text{mittlerer Nutzen} \\ [\alpha, 1] \Leftrightarrow \text{hoher Nutzen} \end{array} \right\} \alpha \in \left[ \frac{1}{2}, \frac{3}{4} \right]$$

wird  $T$  die Terme

„hoher Nutzen“, „mittlerer Nutzen“, „geringer Nutzen“

enthalten. Ergänzt man noch die Zwischenwerte „mittlerer bis hoher Nutzen“, „geringer bis mittlerer Nutzen“ und die Steigerungen „sehr geringer Nutzen“ und „sehr hoher Nutzen“, liegen sieben Werte vor. Das ist auch die verwendete Termmenge:

$$T := \{T_1, \dots, T_7\}$$

mit

$$\begin{aligned} T_1 &:= \text{„sehr hoher Nutzen“}, \\ T_2 &:= \text{„hoher Nutzen“}, \\ T_3 &:= \text{„mittlerer bis hoher Nutzen“}, \\ T_4 &:= \text{„mittlerer Nutzen“}, \\ T_5 &:= \text{„geringer bis mittlerer Nutzen“}, \\ T_6 &:= \text{„geringer Nutzen“}, \\ T_7 &:= \text{„sehr geringer Nutzen“}. \end{aligned}$$

Abgekürzt werden diese Terme durch „sehr hoch“, „hoch“, „mittel bis hoch“ usw. Weitere Terme, zum Beispiel „sehr sehr hoch“ oder „mittelmäßig bis hoch, eher hoch“ könnten problemlos definiert werden. Jedoch erscheint der Sinn einer feineren Unterteilung gerade vor dem Hintergrund der steigenden Anzahl von Termen fraglich.

Die letzte Festlegung bei der Definition der linguistischen Variable „Nutzen“ betrifft die Definition einer semantischen Regelmenge  $M$ , d. h. die Zuordnung einer unscharfen Menge  $\mu_{T_i}$  zu jedem  $T_i \in T$ . Die Strategie ist, zuerst eine unscharfe Menge  $\mu_{T_2}$  für den Term „hoher Nutzen“ zu finden und anschließend aus dieser Menge weitere zu generieren.

Intuitiv wird  $\mu_{T_2}$  in dem Intervall  $[0, \alpha]$  den Wert 0, in  $[\alpha, 1]$  den Wert 1 annehmen und monoton steigend sein. Eine Realisierung dieser Eigenschaften durch einen Polygonzug wie in Abbildung 5.2 scheidet aus, da Polygonzüge nicht differenzierbar sind. Der Graph von  $\mu_{T_2}$  wird vielmehr  $S$ -förmig sein, was auch in der Literatur [42, 97] verlangt wird: Empirische Untersuchungen attestieren  $S$ -förmigen Zugehörigkeitsfunktionen große Realitätsnähe.

Eine Möglichkeit,  $S$ -förmige unscharfe Mengen zu definieren, geht zurück auf einen Vorschlag von Zadeh [99], welcher die Wahrheitswerte „true“ und „false“ durch unscharfe Mengen modellierte, siehe auch Abschnitt 3.2.2 auf Seite 37. Zadeh benutze als Diskursuniversum das Einheitsintervall  $X$  und definierte:

$$\mu_{\text{true}}(x) := \begin{cases} 0 & 0 \leq x \leq \alpha, \\ 2 \cdot \left(\frac{x-\alpha}{1-\alpha}\right)^2 & \alpha \leq x \leq \frac{\alpha+1}{2}, \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-\alpha}\right)^2 & \frac{\alpha+1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases} \quad \text{mit} \quad \alpha \in \left[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}\right].$$

Die Menge  $\mu_{\text{false}}$  entspricht dem Spiegelbild der Menge  $\mu_{\text{true}}$ :

$$\mu_{\text{false}}(x) := \mu_{\text{true}}(1-x)$$

und Abbildung 5.3 stellt beide Mengen grafisch dar. Ausgehend von Zadehs Vorschlag bildet man die unscharfen Mengen  $\mu_{\text{true}}$  und  $\mu_{\text{false}}$  auf die Nutzenwerte „hoher Nutzen“ und „geringer Nutzen“ ab:

$$\mu_{\text{true}} \mapsto \mu_{T_2} \quad \text{und} \quad \mu_{\text{false}} \mapsto \mu_{T_6}$$

Zusätzlich muss man den Parameter  $\alpha$  festlegen: Sinnvoll erscheint eine äquidistante Aufteilung des Einheitsintervalls, in die Bereiche „hoher Nutzen“, „geringer Nutzen“, „mittlerer Nutzen“, d. h.  $\alpha := \frac{2}{3}$ .

Weiterhin definiert man die Menge  $\mu_{T_4}$  als das Komplement der Mengen  $\mu_{T_2}$  und  $\mu_{T_6}$ , was plausibel erscheint, da ein mittlerer Nutzen ein Nutzen ist, welcher weder hoch noch niedrig ist.

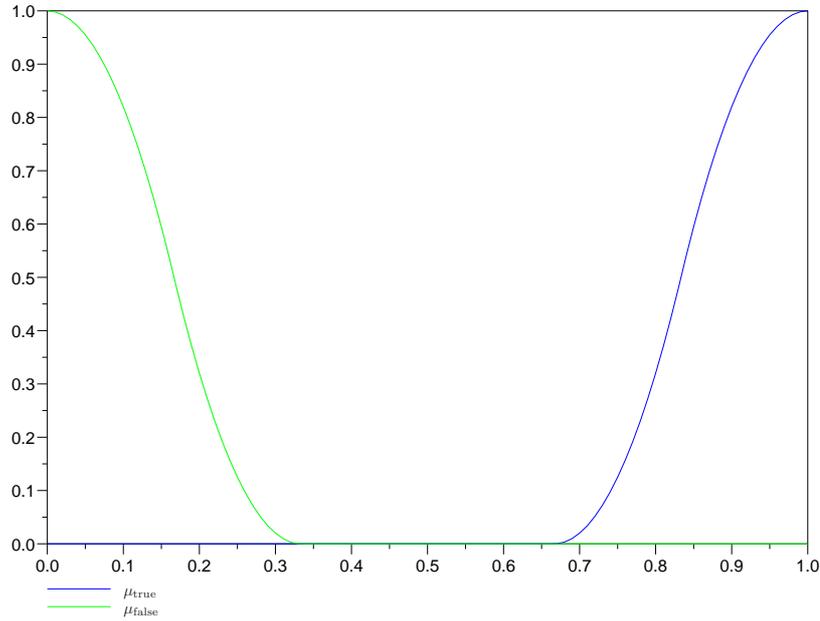


Abbildung 5.3: „true“ und „false“ als unscharfe Mengen modelliert [99]

Man hat bis jetzt Repräsentationen für die Terme „hoher Nutzen“, „mittlerer Nutzen“ und „geringer Nutzen“ festgelegt. Die Mengen  $\mu_{T_5}$  und  $\mu_{T_3}$  definiert man, indem man die Stützmenge  $\text{supp}(\mu_{T_4})$  der Menge  $\mu_{T_4}$ :

$$\text{supp}(\mu_{T_4}) := \{x \in X \mid \mu_{T_4}(x) \neq 0\}$$

auf die Länge  $\frac{1}{4}$  staucht und in die Teilintervalle  $[0, \frac{1}{2}]$  bzw.  $[\frac{1}{2}, 1]$  verschiebt, siehe Abbildung 5.4. Ebenso staucht man die Stützmenge der Mengen  $\mu_{T_2}$  und  $\mu_{T_6}$  auf die Länge  $\frac{1}{6}$  und erhält unscharfe Mengen zur Darstellung der Terme „sehr hoher Nutzen“ und „sehr geringer Nutzen“, siehe Abbildung 5.5.

Folgende Definition fasst Alles zusammen und definiert die semantische Regelmenge der in dieser Arbeit verwendeten linguistischen Variable „Nutzen“:

**Definition 20.** Sei  $\alpha := \frac{2}{3}$ . Definiere

$$\mu_{T_2}(x) := \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \alpha, \\ 2 \cdot \left(\frac{x-\alpha}{1-\alpha}\right)^2, & \alpha \leq x \leq \frac{\alpha+1}{2}, \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-\alpha}\right)^2, & \frac{\alpha+1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

und

$$\mu_{T_6}(x) := \mu_{T_2}(1-x).$$

Sei des Weiteren

$$f : \left[0, \frac{1}{3}\right] \rightarrow X, \quad x \mapsto \mu_{T_6}(x)$$

und

$$g : \left[0, \frac{1}{3}\right] \rightarrow X, \quad x \mapsto 1 - f(x).$$

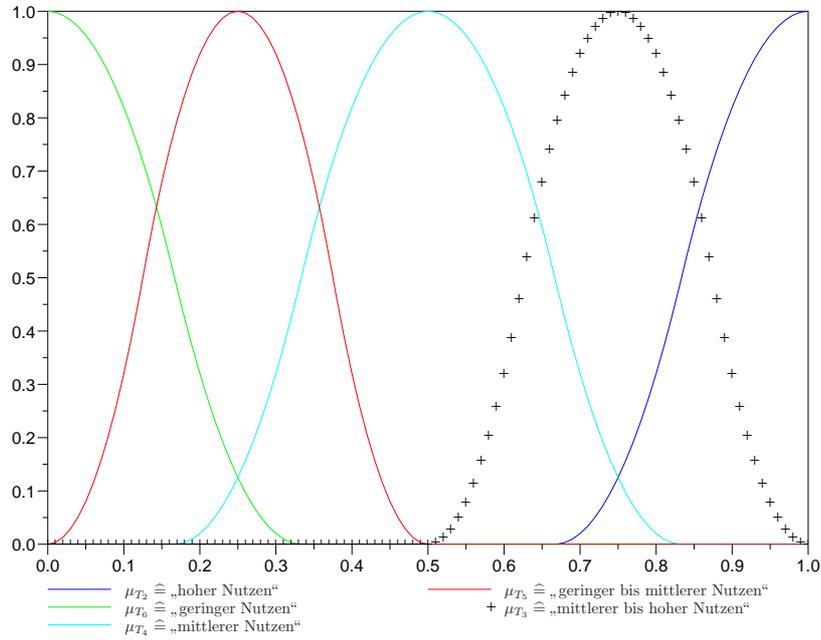


Abbildung 5.4: Termuniversum der Variable „Nutzen“ Teil 1

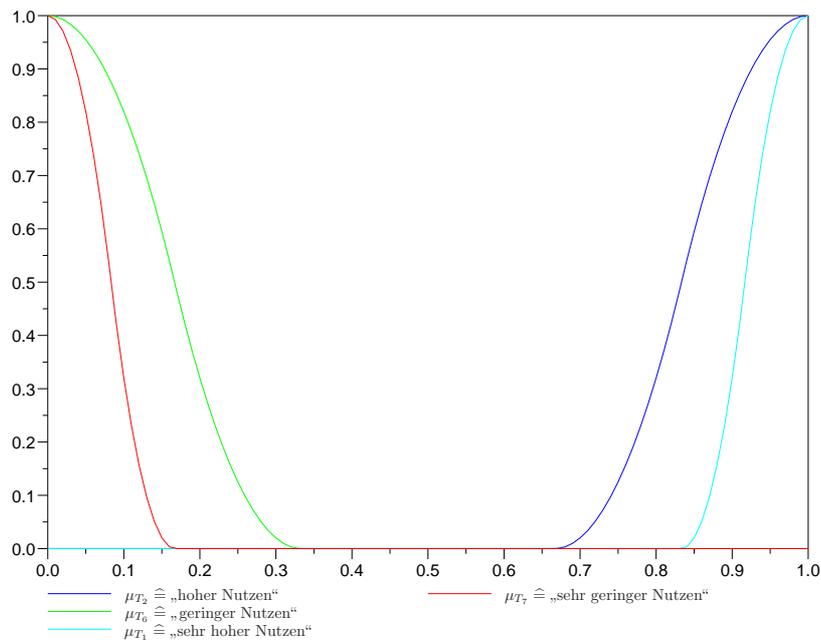


Abbildung 5.5: Termuniversum der Variable „Nutzen“ Teil 2

Setze

$$\mu_{T_4}(x) := \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \frac{1}{6}, \\ g\left(x - \frac{1}{2}\right), & \frac{1}{6} \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ f\left(x - \frac{1}{2}\right), & \frac{1}{2} \leq x \leq \frac{5}{6}, \\ 0, & \frac{5}{6} \leq x \leq 1. \end{cases}$$

Seien weiter  $\tilde{f}$  und  $\tilde{g}$  gegeben mit

$$\tilde{f} : \left[0, \frac{1}{4}\right] \rightarrow X, \quad x \mapsto f\left(x \cdot \frac{4}{3}\right)$$

und

$$\tilde{g} : \left[0, \frac{1}{4}\right] \rightarrow X, \quad x \mapsto 1 - \tilde{f}(x).$$

Dann definiere

$$\mu_{T_5}(x) := \begin{cases} \tilde{g}(x), & 0 \leq x \leq \frac{1}{4}, \\ \tilde{f}\left(x - \frac{1}{4}\right), & \frac{1}{4} \leq x \leq \frac{1}{2}, \\ 0, & \frac{1}{2} \leq x \leq 1 \end{cases}$$

und

$$\mu_{T_3}(x) := \mu_{T_5}(1 - x).$$

Definiere schließlich  $\tilde{\alpha} := \frac{\alpha+1}{2}$  und damit

$$\mu_{T_1}(x) := \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq \tilde{\alpha}, \\ 2 \cdot \left(\frac{x-\tilde{\alpha}}{1-\tilde{\alpha}}\right)^2, & \tilde{\alpha} \leq x \leq \frac{\tilde{\alpha}+1}{2}, \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-\tilde{\alpha}}\right)^2, & \frac{\tilde{\alpha}+1}{2} \leq x \leq 1, \end{cases}$$

und weiter

$$\mu_{T_7}(x) := \mu_{T_1}(1 - x).$$

Zu bemerken ist, dass die Definition der  $\mu_{T_1}, \dots, \mu_{T_7}$  zum Teil willkürlich ist. Die Begründung ist, dass die Anforderung aus Definition 10 auf Seite 46, lediglich stetige, differenzierbare und über dem Einheitsintervall definierte unscharfe Mengen zu verwenden, die Menge der in Frage kommenden unscharfen Mengen nicht stark einschränkt. Man hat sich für bestimmte zu entscheiden, obwohl andere nicht weniger gut geeignet wären. Im Folgenden werden in Form einer Punktaufzählung heuristische Begründungen gegeben, warum man sich gegen einige in der Literatur vorgestellte Konzepte entschieden hat. Jedoch ist es unmöglich, alle Alternativen gegeneinander abzuwägen und zu diskutieren:

- Zimmermann benutzt in dem Type B Membership Modell [103] zur Modellierung  $S$ -förmiger unscharfer Mengen die Exponentialfunktion. Zadehs Vorschlag hat jedoch den Vorteil der einfacheren Handhabbarkeit. Insbesondere bietet das Type B Membership Modell Funktionen, welche das Verständnis des Modells erschweren, im aktuellen Kontext jedoch nicht benötigt werden.

Eine weitere Alternative zur Modellierung  $S$ -förmiger Zugehörigkeitsfunktionen ist die Verwendung des Arcustangens [44].

Auch existiert der Vorschlag, zur Modellierung linguistischer Terme unscharfe Zahlen zu verwenden [103, 26, 27, 93]. In Abschnitt 3.2.2 ab Seite 37 wurden jedoch unscharfe Zahlen von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen.

- Eine Alternative zur Definition der unscharfen Mengen  $\mu_{T_1}$  und  $\mu_{T_7}$  ist die Verwendung linguistischer Modifizierer (engl. Hedges) [103].

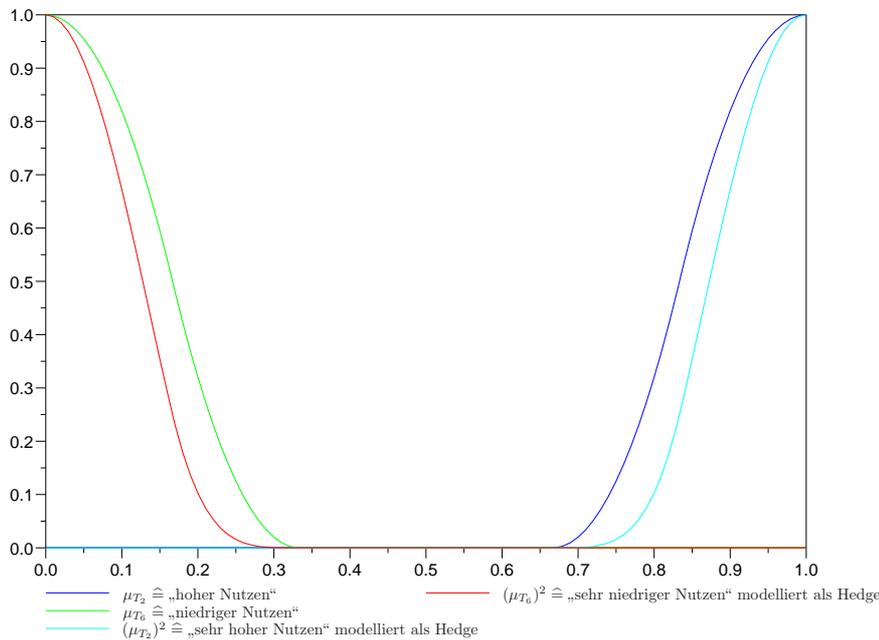


Abbildung 5.6: Modellierung linguistischer Werte durch Hedges

**Beispiel 28.** Ausgehend von der unscharfen Menge  $\mu_{T_2}$ , welche den linguistischen Wert „hoher Nutzen“ repräsentiert, definiert man Mengen für die Werte „sehr hoher Nutzen“ und „sehr sehr hoher Nutzen“, indem man die Ordinatenwerte der Menge  $\mu_{T_2}$  gemäß der Häufigkeit des Modifizierers „sehr“ potenziert:

$$\begin{aligned}
 \text{„sehr hoher Nutzen“} &\hat{=} \{(x, (\mu_{T_2}(x))^2) \mid x \in X\} \\
 \text{„sehr sehr hoher Nutzen“} &\hat{=} \{(x, (\mu_{T_2}(x))^3) \mid x \in X\} \\
 &\vdots
 \end{aligned}$$

Analog können Mengen zur Repräsentation der Werte „sehr niedrig“, „sehr sehr niedrig“ usw. konstruiert werden.

Gegen die Benutzung von Hedges spricht, dass sich die unscharfe Menge  $\mu_{T_1} \hat{=}$  „sehr hoher Nutzen“ aus Definition 20 deutlich von  $\mu_{T_2} \hat{=}$  „hoher Nutzen“ unterscheidet, was für  $(\mu_{T_2})^2$  nicht der Fall ist, analog  $\mu_{T_6} \hat{=}$  „niedriger Nutzen“ und  $(\mu_{T_6})^2$ . Es besteht die Gefahr der Verwechslung, insbesondere bei der Darstellung vieler Mengen in einer Grafik, siehe Abbildung 5.6.

- Eine weitere – lediglich heuristische begründete – Festlegung ist  $\alpha := \frac{2}{3}$  in Definition 20. Grundsätzlich kann man  $\alpha$  aus dem gesamten Intervall  $[\frac{1}{2}, \frac{3}{4}]$  wählen, siehe die Abbildungen 5.7 und 5.8. In diesen sind die unscharfen Mengen  $\mu_{T_2}$ ,  $\mu_{T_6}$  und  $\mu_{T_4}$  für  $\alpha := \frac{1}{2}$  und  $\alpha := \frac{3}{4}$  dargestellt.

Jedoch ist bei  $\alpha := \frac{1}{2}$  eine starke Verwischung der Mengen zu erkennen, so dass zweifelhaft erscheint, ob nach einer Aggregation mehrerer Attributwerte Abszissenbereiche existieren, deren Ordinatenwert Null ist. Bei einem Wert  $\alpha := \frac{3}{4}$  erscheint fraglich, warum den Stützmengen der Mengen

$$\mu_2 \hat{=} \text{„hoher Nutzen“} \quad \mu_6 \hat{=} \text{„geringer Nutzen“}$$

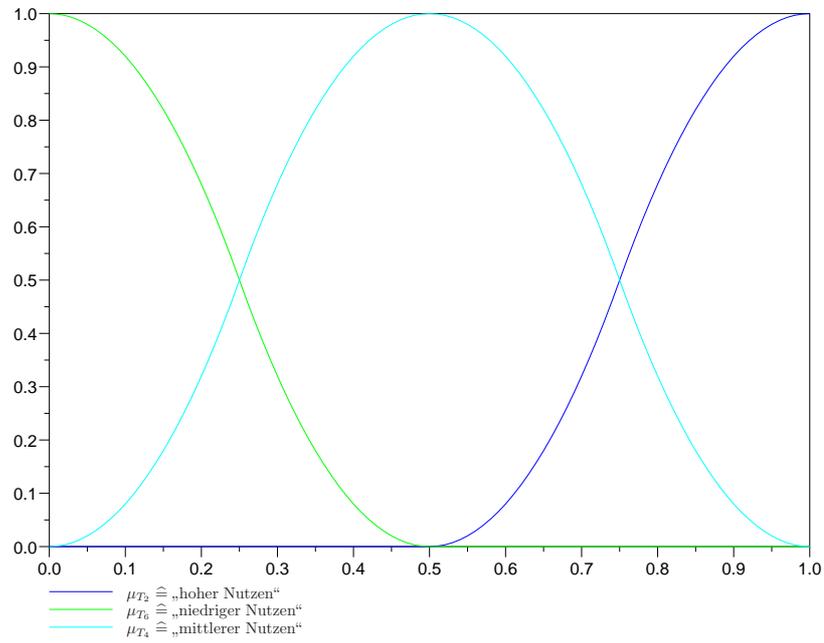


Abbildung 5.7: Definition eines Termuniversums mit der Festlegung  $\alpha := \frac{1}{2}$

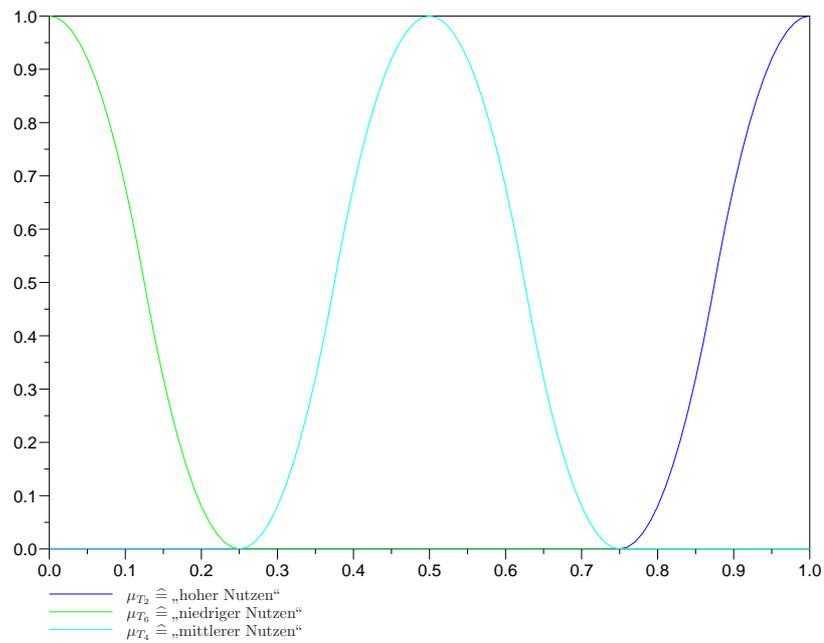


Abbildung 5.8: Definition eines Termuniversums mit der Festlegung  $\alpha := \frac{3}{4}$

also

$$\text{supp}(\mu_2) = \left[0, \frac{1}{4}\right] \quad \text{und} \quad \text{supp}(\mu_6) = \left[\frac{3}{4}, 1\right]$$

eine Breite von lediglich  $\frac{1}{4}$  eingeräumt wird, der Stützmenge

$$\text{supp}(\mu_4) = \left[\frac{1}{4}, \frac{3}{4}\right]$$

des Terms „mittlerer Nutzen“ dagegen eine Breite von  $\frac{1}{2}$ . Jedenfalls lässt sich  $\alpha := \frac{2}{3}$  als bester Kompromiss zwischen diesen Extremen begründen, zumal die Aufteilung der Abszisse in drei äquidistante Teilintervalle intuitiv erscheint.

### 5.3.3 Die Idee der verwendeten Befragungstechnik

Die linguistische Variable „Nutzen“ soll im Weiteren verwendet werden, um Expertenaussagen zu modellieren. Eine ad-hoc Lösung ist, den Experten aufzufordern, aus der Menge der linguistischen Terme:

$$\begin{aligned} T_1 &= \text{„sehr hoher Nutzen“} \\ T_2 &= \text{„hoher Nutzen“} \\ T_3 &= \text{„mittlerer Nutzen“} \\ &\vdots \end{aligned}$$

einen auszuwählen. Dieses Vorgehen ist jedoch nicht zweckmäßig, siehe den Punkt „Das Problem Mensch“ in Abschnitt 5.2.2 auf Seite 83. Der in dieser Arbeit beschriebene Vorschlag ist angelehnt an [84] und wird im nächsten Abschnitt zu einer strukturierten Befragungstechnik ausgebaut werden. Die Idee besteht aus drei Teilen:

- Um Antwortverzerrungen zu vermeiden, welche aus der Kenntnis des Ergebnisses herrühren, beurteilt der Experte vor der Durchführung der V&V-Tätigkeit sämtliche mögliche Ergebnisse.
- Der Experte gibt für jeden linguistischen Term  $T_i \in T$  an, ob dieser auf ein mögliches Ergebnis zutrifft oder nicht.
- Die Entscheidung des Experten, ob ein bestimmter Term auf ein mögliches Ergebnis zutrifft oder nicht, ist nicht bi-, sondern ternär. In [84] wird von einer „subjektiven Klasseneinteilung der Alternativen“ gesprochen. Liegt das Ergebnis vor, wird aus allen auf das Ergebnis zutreffenden Termen – repräsentiert durch ihre unscharfen Mengen – der Mittelwert gebildet.

### 5.3.4 Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion für Messungen, Tests und Analysen

In diesem Abschnitt werden die linguistische Variable „Nutzen“ und eine bestimmte Befragungstechnik zusammengeführt und ein Verfahren zur Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktion für Messungen, Tests und Analysen beschrieben. Zusätzlich wird jeder Schritt an einem Beispiel erläutert, welches bewusst nicht der Domäne VV&A entstammt. Hiermit wird sichergestellt, dass der Fokus beim Leser auf dem Verfahren und nicht dem Beispiel liegt.

Der Abschnitt beschränkt sich auf die Erläuterung des Verfahrens, um eine zusammenhängende Beschreibung zu gewährleisten. Ergänzungen und Bemerkungen werden in den nächsten Abschnitt 5.3.5 ausgelagert, so weit dies ohne Verständniseinbußen möglich ist.

**Ausgangssituation:** Ein V&V-Agent hat die Aufgabe, eine V&V-Technik durchführen zu lassen, bei der eine Messung, ein Test oder eine Analyse ausgewertet wird. Das Ergebnis, dargestellt auf einer eindimensionalen Messskala, soll durch einen Experten interpretiert und in Form einer Nutzenfunktion modelliert werden.

**Beispiel 29.** *Eine Privatperson möchte einen Gebrauchtwagen kaufen. Ein betrachtetes Attribut ist die Kilometerleistung der Angebote. Der Käufer wird von einem Experten unterstützt.*

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte und V&V-Agent beschreiben umgangssprachlich die möglichen Ergebnisse der Tätigkeit und unterziehen diese einer Bewertung.

**Beispiel 29. Fortsetzung:** *Der Experte sagt aus: „Anzustreben ist eine Laufleistung von circa 70.000 bis 100.000 km. Ein paar mehr gehen auch. Weniger als 70.000 sind in Ordnung, aber darauf sollte man keinen Wert legen.“*

2. **Definition des Diskursuniversums:** Der Experte gibt Auskunft über die möglichen Ausgänge des Experiments. Ergebnis ist ein Intervall  $U := [a, b]$ , wobei  $a$  der niedrigste und  $b$  der höchste Wert ist, welcher als Ergebnis auftreten kann.

**Beispiel 29. Fortsetzung:** *Als Diskursuniversum wird*

$$U := [0, 140.000]$$

*gewählt. D. h. sämtliche betrachteten Gebrauchtwagenangebote haben eine Kilometerleistung zwischen 0 und 140.000 km.*

Hierbei ist zu unterscheiden zwischen einem theoretisch möglichen und einem sinnvollen Diskursuniversum. Im Beispiel sind Gebrauchtwagenangebote denkbar, welche eine höhere Laufleistung als 140.000 km aufweisen, jedoch ändert sich ab dieser Laufleistung der Nutzen der Angebote nicht mehr.

3. **Definition linguistischer Werte:** Der Experte definiert linguistische Werte  $\tilde{T} := \{\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots\}$  mit denen man die möglichen Ergebnisse umgangssprachlich beschreiben kann. Ergebnis soll eine vollständige Überdeckung des Diskursuniversums durch diese Werte sein.

Auch legt der Experte für jedes  $\tilde{T}_i \in \tilde{T}$  einen Kompensationsfaktor  $a_{\tilde{T}_i} \in X$  fest. Dieser drückt aus, zu welchem Grad das Ergebnis der V&V-Tätigkeit kompensatorisch wäre, entspräche es vollständig diesem Term.

**Beispiel 29. Fortsetzung:** *Der Experte definiert:*

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Zu viele Kilometer“}, 0) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Genau richtig, leider im oberen Bereich, nahe bei 100k“}, 0.9) \\ (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Genau richtig, sogar im unteren Bereich, nahe bei 70k“}, 0.9) \\ (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Mehr Kilometer als ich wollte, geht aber noch“}, 0.6) \\ (\tilde{T}_5, a_{\tilde{T}_5}) &:= (\text{„Sogar weniger als 50k Kilometer. Sehr gut!“}, 1) \end{aligned}$$

Anzustreben sind fünf bis neun linguistische Werte, da diese in Schritt 5 auf die Terme der linguistischen Variable „Nutzen“ abgebildet werden.

Mit der Festlegung eines Kompensationsfaktors für jeden Term  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots$  wird der Anforderung genüge getan, dass Kompensationsfaktoren abhängig sind vom Attributwert und nicht vom Attribut.

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Der Experte bestimmt für jedes  $\tilde{T}_i \in \tilde{T}$  über  $U := [a, b]$  eine Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{T}_i}$  nach folgendem Verfahren.

Für jedes  $\tilde{T}_i \in \tilde{T}$ :

- Bestimme die  $x \in U$  für die  $\tilde{T}_i$  sicher zutrifft. Setze  $\mu_{\tilde{T}_i}(x) := 1$ .
- Bestimme die  $x \in U$  für die  $\tilde{T}_i$  sicher nicht zutrifft. Setze  $\mu_{\tilde{T}_i}(x) := 0$ .
- Bestimme die  $x \in U$  für die  $\tilde{T}_i$  genau zur Hälfte zutrifft. Setze  $\mu_{\tilde{T}_i}(x) := \frac{1}{2}$ .
- Generiere Zugehörigkeitsfunktionen

$$\mu_{\tilde{T}_i} : U \rightarrow X, \quad \forall \tilde{T}_i \in \tilde{T}.$$

Ergänze die nicht definierten Bereiche von  $U$  wie folgt:

$$\begin{aligned} \exists x_1, x_2 \in U : & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_1) = 0 \\ & \quad \wedge \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_2) = \frac{1}{2} \\ & \quad \wedge \quad \forall x \in [x_1, x_2] : \mu_{\tilde{T}_i}(x) \text{ undef.} \\ \implies & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x) = 2 \cdot \left( \frac{x-x_1}{1-x_1} \right)^2, \quad \forall x \in [x_1, x_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists x_1, x_2 \in U : & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_1) = \frac{1}{2} \\ & \quad \wedge \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_2) = 1 \\ & \quad \wedge \quad \forall x \in [x_1, x_2] : \mu_{\tilde{T}_i}(x) \text{ undef.} \\ \implies & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x) = 1 - 2 \cdot \left( \frac{x-1}{1-x_1} \right)^2, \quad \forall x \in [x_1, x_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists x_1, x_2 \in U : & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_1) = 1 \\ & \quad \wedge \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_2) = \frac{1}{2} \\ & \quad \wedge \quad \forall x \in [x_1, x_2] : \mu_{\tilde{T}_i}(x) \text{ undef.} \\ \implies & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x) = 2 \cdot \left( \frac{x-1}{1-x_1} \right)^2, \quad \forall x \in [x_1, x_2] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \exists x_1, x_2 \in U : & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_1) = \frac{1}{2} \\ & \quad \wedge \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x_2) = 0 \\ & \quad \wedge \quad \forall x \in [x_1, x_2] : \mu_{\tilde{T}_i}(x) \text{ undef.} \\ \implies & \quad \mu_{\tilde{T}_i}(x) = 1 - 2 \cdot \left( \frac{x-x_1}{1-x_1} \right)^2, \quad \forall x \in [x_1, x_2] \end{aligned}$$

**Beispiel 29. Fortsetzung:** Erläutert wird das Verfahren anhand:

$\tilde{T}_2 :=$  „Genau richtig, leider im oberen Bereich, nahe bei 100.000“.

Zur einfacheren Darstellung wird das Diskursuniversum in Fünftausenderschritte diskretisiert. Sämtliche Angaben verstehen sich als „Kilometer mal Tausend“.

- (a) Folgenden Elementen des Diskursuniversums wird Zugehörigkeitsgrad 1 zugeordnet:

$$\{90, 95, 100\}.$$

- (b) Folgenden Elementen des Diskursuniversums wird Zugehörigkeitsgrad 0 zugeordnet:

$$\{0, 5, 10, \dots, 70, 75, 80\} \cup \{105, 110, 115, \dots, 130, 135, 140\}.$$

- (c) Folgenden Elementen des Diskursuniversums wird Zugehörigkeitsgrad  $\frac{1}{2}$  zugeordnet:

$$\{85\}$$

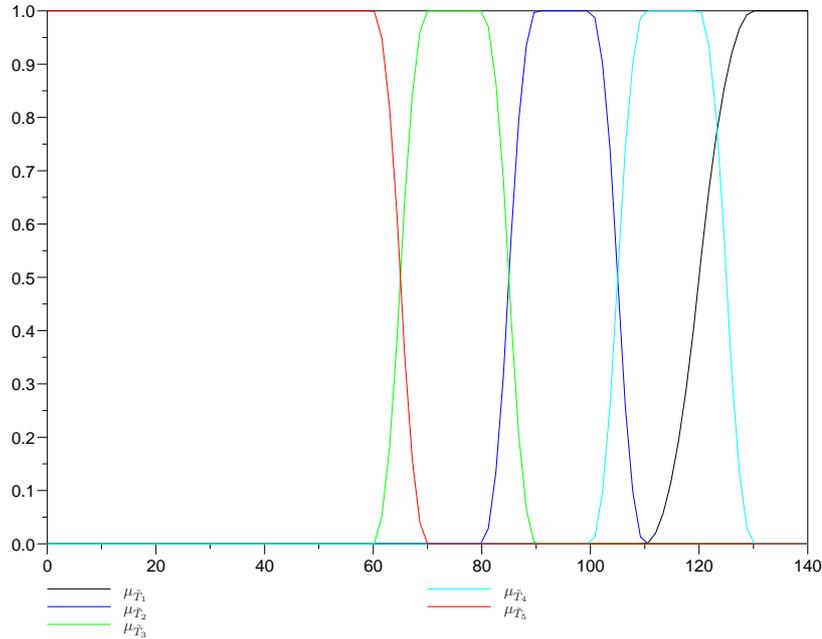


Abbildung 5.9: In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen (Abzissenwerte repräsentieren km\*1000)

Die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{T}_2}(x)$  hat damit die Form:

$$\mu_{\tilde{T}_2}(x) = \begin{cases} 0, & 0 \leq x \leq 80 \\ 2 \cdot \left(\frac{x-80}{1-80}\right)^2, & 80 \leq x \leq 85 \\ 1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-85}\right)^2, & 85 \leq x \leq 90 \\ 1, & 90 \leq x \leq 100 \\ 1 - \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{x-1}{1-100}\right)^2\right), & 100 \leq x \leq \frac{100+105}{2} \\ 1 - \left(2 \cdot \left(\frac{x-x_1}{1-x_1}\right)^2\right), & \frac{100+105}{2} \leq x \leq 105 \\ 0, & 105 \leq x \leq 200 \end{cases}$$

Analog werden die Zugehörigkeitsfunktionen der Terme  $\tilde{T}_1, \tilde{T}_3, \tilde{T}_4, \tilde{T}_5$  generiert. Eine Übersicht liefert Tabelle 5.1 und Abbildung 5.9.

$x \in U$	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140
$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0.5	1	1
$\mu_{\tilde{T}_2}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_3}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_4}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0	0
$\mu_{\tilde{T}_5}(x)$	1	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 5.1: In Beispiel 29 durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte

5. Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“: Entspricht die Menge der linguistischen Terme  $\tilde{T}$  nicht der Termmen-

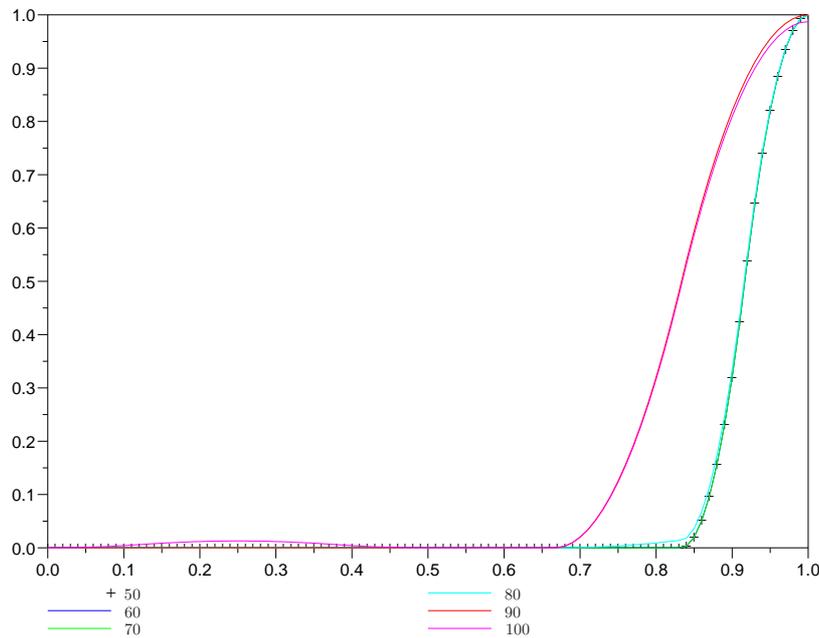


Abbildung 5.10: In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen für verschiedene Laufleistungen (Alle Angaben in km\*1000)

ge  $T$  der Variable „Nutzen“ aus Abschnitt 5.3.2, wird eine Abbildung  $t : \tilde{T} \rightarrow T$  erstellt. Die Kompensationsfaktoren werden übernommen.

**Beispiel 29. Fortsetzung:** *Der Autokäufer und Experte definieren:*

$t : \tilde{T} \rightarrow T$

„Zu viele Kilometer“  $\mapsto$  „sehr gering“

„Genau richtig, leider im oberen Bereich, nahe bei 100.000“  $\mapsto$  „hoch“

„Genau richtig, sogar im unteren Bereich, nahe bei 70.000“  $\mapsto$  „sehr hoch“

„Mehr Kilometer als ich wollte, geht aber noch“  $\mapsto$  „gering bis mittel“

„Sogar weniger als 50.000 Kilometer. Sehr gut!“  $\mapsto$  „sehr hoch“

## 6. Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:

Für ein gemessenes  $y \in U$  berechne die Nutzenfunktion  $\mu_N$  durch

$$\mu_N : [0, 1] \rightarrow [0, 1], \quad x \mapsto \min \left\{ \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \mu_{\tilde{T}_i}(y) \cdot \mu_{t(\tilde{T}_i)}(x), 1 \right\}$$

und den Kompensationsfaktor  $a_N$  durch

$$a_N := \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \mu_{\tilde{T}_i}(y) \cdot a_{\tilde{T}_i} \right) / \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \mu_{\tilde{T}_i}(y) \right).$$

**Beispiel 29. Fortsetzung:** *Für jede Laufleistung eines Gebrauchtwagens erhält man eine Zugehörigkeitsfunktion. In den Abbildungen 5.10 und 5.11 sind für verschiedene Kilometerleistungen Nutzenfunktionen abgebildet.*

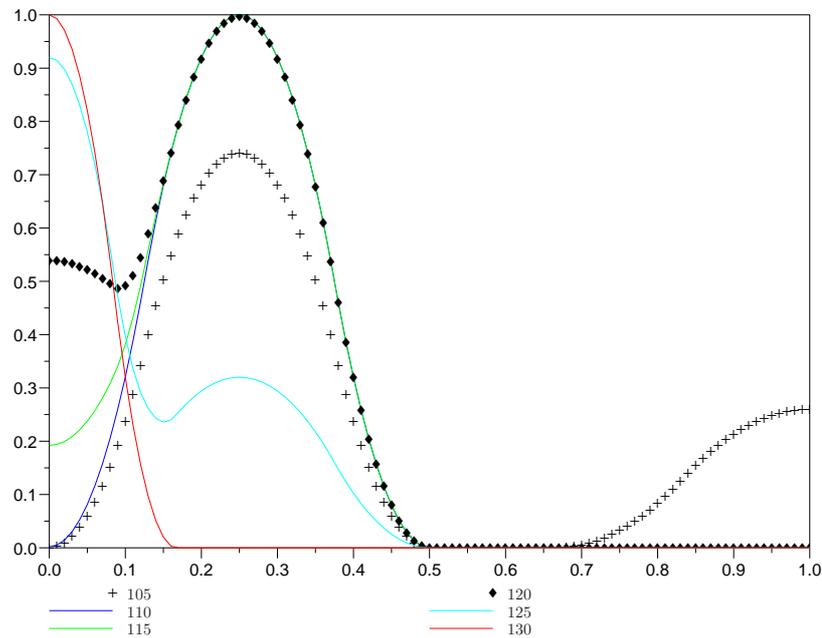


Abbildung 5.11: In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen für verschiedene Laufleistungen (Alle Angaben in  $\text{km} \cdot 1000$ )

### 5.3.5 Erläuterungen und Bemerkungen

- Eine Prämisse des vorgestellten Verfahrens ist die Kooperation der Anwender: Jedes Verfahren, bei dem menschliche Einschätzung eine Rolle spielt, kann durch ungenügende Mitarbeit ad absurdum geführt werden. Es wird daher immer die Zuarbeit des Domänenexperten zum V&V-Prozess impliziert.

Das gesamte Verfahren versteht sich zudem als iterativer Prozess und ein möglicher Vorschlag, wie Zugehörigkeitsfunktionen bestimmt werden können. Stellt sich heraus, dass die generierte Zugehörigkeitsfunktion einer Überprüfung nicht Stand hält, müssen Teile des Verfahrens oder das Verfahren wiederholt werden.

- In der Praxis kann der Fall eintreten, dass die Ergebnisinterpretation nicht durch einen, sondern mehrere Experten durchgeführt wird. Entscheidungstheoretisch handelt es sich um Gruppenentscheidungen [48]. Ergebnisinterpretationen durch mehrere Experten bzw. Gruppenentscheidungen wurden jedoch in Abschnitt 2.5 auf Seite 31 von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen.
- Im Falle eines Tests, dessen Ausgang binär ist, kann das Verfahren drastisch reduziert werden:

**Beispiel 30.** *Ein Auftraggeber verlangt, dass eine zu entwickelnde Simulation HLA-kompatibel ist, welches durch einen Test [30] sichergestellt werden soll. Das Testergebnis lautet entweder „bestanden“ oder „nicht bestanden“.*

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Die möglichen Testergebnisse sind „bestanden“ bzw. „nicht bestanden“. Im Falle eines Nichtbestehens würde das Modell nicht akkreditiert werden.

2. **Definition des Diskursuniversums:** Das Diskursuniversum besteht aus den möglichen Testausgängen:

$$U := \{\text{bestanden, nicht bestanden}\}$$

3. **Definition einer Menge linguistischer Werte:** Die Menge  $\tilde{T}$  entspricht gerade dem Diskursuniversum:

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„bestanden“}, 1) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„nicht bestanden“}, 0) \end{aligned}$$

Man setzt  $a_{\tilde{T}_1} = 0$ , da dass das Modell ohne ein Bestehen des Tests nicht akzeptiert werden wird.

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt im aktuellen Beispiel.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der linguistischen Variable „Nutzen“:** Man definiert folgende Abbildung:

$$\begin{aligned} t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ &\text{„Test bestanden“} \mapsto \text{„sehr hoch“} \\ &\text{„Test nicht bestanden“} \mapsto \text{„sehr gering“} \end{aligned}$$

Die Begründung, dass das Bestehen des Tests zu dem Nutzenwert „sehr hoch“ führt, ist, dass falls zur Verifikation und Validierung lediglich Tests herangezogen werden, deren Ausgang „bestanden“ bzw. „nicht bestanden“ lautet, kein Grund existiert, warum der Simulation nicht der höchste zu erreichende Nutzen zugesprochen wird.

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Trivial im aktuellen Beispiel.

- Die in Schritt 5 definierte Abbildung  $t$  muss injektiv sein. Der Grund ist, dass mit unterschiedlichen linguistischen Termen unterschiedlicher Nutzen beschrieben wird: In Beispiel 29 wäre nicht nachvollziehbar, wenn zwei Terme, etwa „Zu viele Kilometer“ und „Genau richtig, leider im oberen Bereich, nahe bei 100.000“ auf denselben Nutzenwert, zum Beispiel „hoher Nutzen“ abgebildet würden.
- In der Beschreibung der Ausgangssituation wurde verlangt, dass die betrachteten Mess-, Test- oder Analyseergebnisse auf einer eindimensionalen Messskala als Teilmenge der reellen Zahlen dargestellt werden können. Diese Forderung ist aufgrund der in Schritt 3 des Verfahrens durchzuführenden Berechnungen notwendig. Es kann davon abgewichen werden, falls es möglich ist, die potenziellen Messergebnisse auf die reellen Zahlen abzubilden, Schritt 3 des Verfahrens wäre immer noch durchführbar.

Eine weitere Alternative ist die Verwendung mehrdimensionaler Zugehörigkeitsfunktionen, falls die Menge der Testergebnisse mehrdimensional ist.

Beide Vorgehensweisen sollen jedoch von der weiteren Betrachtung ausgeschlossen werden, was dadurch gerechtfertigt ist, dass der überwiegende Teil der in [9] aufgelisteten V&V-Techniken, in denen Messungen, Tests oder Analysen durchgeführt werden, Ergebnisse auf eindimensionalen Messskalen produziert.

- Eine in der Literatur [84] diskutierte Alternative des Generierens von Zugehörigkeitsfunktionen besteht darin, die betrachteten Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum  $U$  und nicht als Nutzenfunktionen über dem Einheitsintervall  $X$  zu definieren. Bei einer anschließenden Aggregation verwendet man den Zugehörigkeitsgrad des gemessenen Wertes. Abbildung 5.12 erläutert das Vorge-

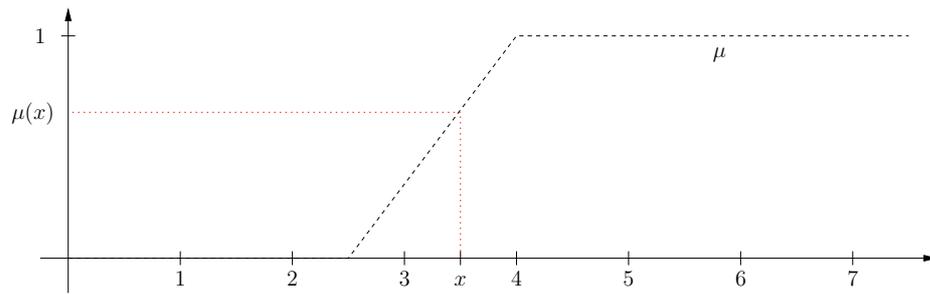


Abbildung 5.12: Fiktive Zugehörigkeitsfunktion

hen für ein einzelnes Attribut. Eine Zugehörigkeitsfunktion  $\mu$  in Form eines Polygonzuges ist über einem fiktiven Diskursuniversum  $U := [0, 7]$  abgetragen. Der Wert  $x$  repräsentiert den gemessenen Wert, der Ordinatenwert  $\mu(x)$  den Grad der Zugehörigkeit, welcher auch in der Aggregation benutzt wird.

Es wird deutlich, dass in diesem Vorgehen Attributwerte zwangsläufig durch reelle Zahlen  $\mu(x) \in X$  dargestellt werden. Genau das soll aber vermieden werden, siehe die Diskussion in Abschnitt 2.2.3 auf Seite 18.

- Eine weitere Möglichkeit, scharfe Messwerte als Zugehörigkeitsfunktionen über dem Einheitsintervall darzustellen, besteht in der Definition der Zugehörigkeitsfunktion zuerst über dem Diskursuniversum  $U := [a, b]$

$$\mu : U \rightarrow X$$

$$x \mapsto \begin{cases} 1, & x \text{ wurde gemessen} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

und anschließender Normierung:

$$\tilde{\mu} : X \rightarrow X$$

$$y \mapsto \mu(a + y \cdot (b - a)).$$

Die so erhaltenen Zugehörigkeitsfunktionen sind allerdings nicht stetig.

- Zum Schluss dieses Abschnitts soll ein konkreter Vorschlag gemacht werden, wie die Expertenbefragung in Schritt 3 geschehen kann: Im Falle eines kontinuierlichen Diskursuniversums, ist zuerst eine Diskretisierung durchzuführen. Diese darf nicht so grob sein, dass entscheidende Charakteristika der Zugehörigkeitsfunktion nicht mehr darstellbar sind, aber auch nicht so fein, dass der Experte aufgrund der Befragungen gelangweilt wird [90]. Wieder erscheint eine Einteilung in fünf bis neun Teilintervalle adäquat [67].

Vorgeschlagen wird folgende Strategie: Für jeden diskreten Wert  $x_i \in U$  wird der Experte befragt: „Trifft der Term  $\tilde{T}_i$  vollständig auf  $x_i$  zu?“ Auf Schritt 3 in Beispiel 29 übertragen: „Trifft die Aussage 'Genau richtig, leider im oberen Bereich, nahe bei 100.000 km' voll auf 90.000 km zu?“. In der unscharfen Mengenlehre spricht man von „Polling“ [37], in der Sozialforschung von „geschlossenen dichotomen Fragen“ [90]. Kann der Experte sich nicht sicher entscheiden, wird  $x_i$  mit Zugehörigkeitsgrad  $\frac{1}{2}$  belegt.

Auch dieses Vorgehen kann nur heuristisch begründet werden. Wenigstens erscheint objektiv sinnvoll, das Diskursuniversum zu diskretisieren, aber schon zur Begründung einer geschlossenen Formulierung der Fragen können keine objektiven Wertmaßstäbe mehr benutzt werden.

## 5.4 Bestimmen der Nutzenfunktion für Experteninterpretation

In diesem Abschnitt wird das vorgestellte Verfahren übertragen auf die Situation, dass ein Experte direkt, d. h. ohne Messung, Test oder Analyse, einen bestimmten Aspekt eines Modells beurteilt, siehe Abbildung 5.1 auf Seite 83. Wie in Abschnitt 5.3.4, erfolgt nach der Erläuterung jeden Schrittes eine Veranschaulichung durch ein Beispiel.

**Ausgangssituation:** Ein V&V-Agent hat die Aufgabe, eine V&V-Technik durchführen zu lassen, bei der ein Experte einen bestimmten Aspekt eines Modells umgangssprachlich beurteilt. Das Ergebnis soll als Nutzenfunktion  $\mu_N$  in einer unscharfen Wertbaumanalyse benutzt werden.

**Beispiel 31.** *Zur Validierung eines LKW-Fahrsimulators zieht der V&V-Agent einen erfahrenen Fahrlehrer hinzu. Mit Hilfe von Face-Validation [17, 47] soll dieser die Qualität der Fahrgeräusche im Simulator beurteilen.*

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte und V&V-Agent beschreiben umgangssprachlich die möglichen Ergebnisse der Tätigkeit und unterziehen diese einer Bewertung.

**Beispiel 31. Fortsetzung:** *Der Experte sagt aus: „Grundsätzlich wünscht man sich originale Geräusche im Simulator. Alle wichtigen Geräusche des realen Systems sollten vorhanden sein.“*

2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt.

3. **Definition linguistischer Werte:** Der Experte definiert linguistische Werte  $\tilde{T} := \{\tilde{T}_1, \tilde{T}_2, \dots\}$  mit denen die untersuchte Eigenschaft beschreiben werden kann. Zusätzlich definiert er für jedes  $\tilde{T}_i$  einen Kompensationsfaktor  $a_{\tilde{T}_i} \in [0, 1]$ . Dieser drückt aus, zu welchem Grad das Ergebnis der V&V-Tätigkeit kompensatorisch wäre, entspräche es vollständig diesem Term.

**Beispiel 31. Fortsetzung:** *Der Experte legt folgende Werte fest:*

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Sehr gute Geräuschkulisse. Kein Unterschied feststellbar“}, 1) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Alle wichtigen Geräusche sind vorhanden.} \\ &\quad \text{Man merkt jedoch, dass diese künstlich generiert sind“}, 1) \\ (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Wichtige Geräusche fehlen teilweise“}, 1) \\ (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Wichtige Geräusche werden falsch dargestellt.“}, 1) \end{aligned}$$

*Da eine authentische Geräuschkulisse im Beispiel keine Akkreditierungsvoraussetzung ist, werden sämtliche Kompensationsfaktoren auf 1 gesetzt.*

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt, da kein Diskursuniversum definiert wurde.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Analog Schritt 5 in Abschnitt 5.3.4.

**Beispiel 31. Fortsetzung:** *Der Experte und V&V-Agent legen fest:*

$$\begin{aligned} t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\ \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„hoch“} \\ \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„gering bis mittel“} \\ \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„sehr gering“} \end{aligned}$$

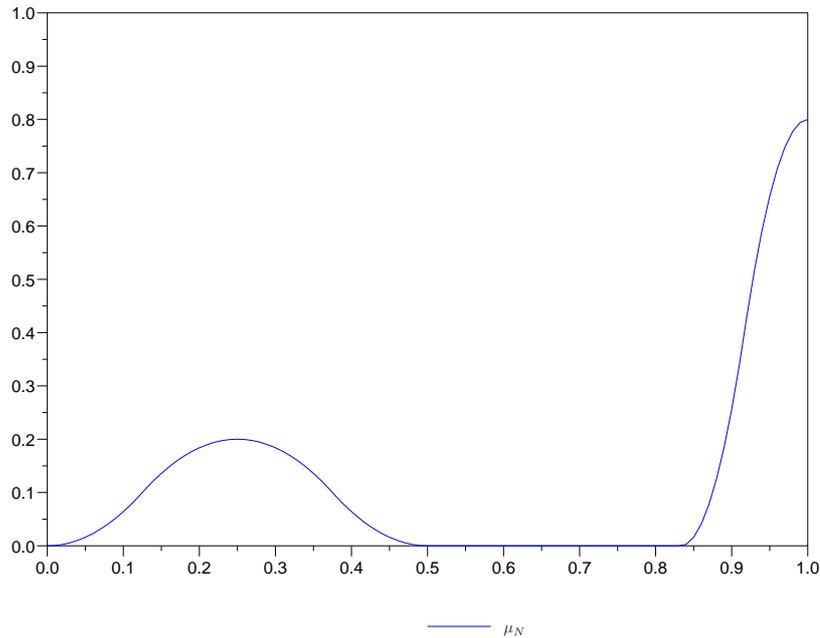


Abbildung 5.13: Generierte Nutzenfunktion in Beispiel 31

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Analog Schritt 3 in Abschnitt 5.3.4 gibt der Experte nach den Untersuchungen an, zu welchem Grad jeder linguistischer Wert  $\tilde{T}_i$  auf das Modell zutrifft. Der Grad  $\alpha_{\tilde{T}_i}$  wird für alle  $\tilde{T}_i$  auf dem Einheitsintervall abgetragen und die Zugehörigkeitsfunktion mit Hilfe einfacher additiver Gewichtung berechnet. Die Zugehörigkeitsgrade der linguistischen Werte  $\tilde{T}_i$  dienen als Gewichte:

$$\mu_N : X \rightarrow X, \quad x \mapsto \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \cdot \mu_{t(\tilde{T}_i)}(x) \right) / \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \right).$$

Den Kompensationsfaktor  $a_N$  berechne analog:

$$a_N := \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \cdot a_{\tilde{T}_i} \right) / \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \right)$$

**Beispiel 31. Fortsetzung:** Der Experte sagt aus: „Die Motorgeräusche stimmen mit dem Original überein, jedoch macht im Original das Getriebe ein knacksendes Geräusch, falls man nicht lange genug die Kupplung vor einem Schaltvorgang getreten hält. Dieses Geräusch sollte vorhanden sein.“ Er legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0.9, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 0.$$

Die berechnete Nutzenfunktion  $\mu_N$  ist in Abbildung 5.13 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu 1.

Auch die Beschreibung dieses Verfahrens soll durch zwei Bemerkungen ergänzt werden:

- In Schritt 6 ist keineswegs intuitiv, dass  $\mu_N(x) \in X$  für alle  $x \in X$  gilt: Es gebe ein  $i$  mit  $\alpha_{\tilde{T}_i} \neq 0$  (sonst wäre  $\mu_N(x) \equiv 0$ ). Wegen

$$\sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \geq 0$$

gilt jedoch

$$\left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \cdot \mu_{t(\tilde{T}_i)}(x) \right) / \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \right) \leq 1 \iff \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \cdot \mu_{t(\tilde{T}_i)}(x) \right) \leq \left( \sum_{\tilde{T}_i \in \tilde{T}} \alpha_{\tilde{T}_i} \right)$$

und damit auch

$$0 \leq \mu_N(x) \leq 1, \quad \forall x \in X.$$

- Schritt 6 des Verfahrens kann so modifiziert werden, dass die Nutzenfunktion nicht durch einfache additive Gewichtung, sondern mit dem in Kapitel 4 hergeleiteten Aggregator berechnet wird: Sei  $f$  wie in Satz 3 auf Seite 74 definiert und

$$n : X^n \rightarrow \mathbb{N}^n \\ \{\alpha_{\tilde{T}_1}, \dots, \alpha_{\tilde{T}_n}\} \mapsto \{\hat{\alpha}_{\tilde{T}_1}, \dots, \hat{\alpha}_{\tilde{T}_n}\}$$

eine Abbildung, welche die Zugehörigkeitsgrade der  $\tilde{T}_i$  auf natürliche Zahlen normiert. Dann kann die Nutzenfunktion  $\mu_N$  als erster Parameter des Funktionsaufrufes

$$f \left( (t(\tilde{T}_1), a_{\tilde{T}_1}, \hat{\alpha}_{\tilde{T}_1}), \dots, (t(\tilde{T}_1), a_{\tilde{T}_1}, \hat{\alpha}_{\tilde{T}_1}) \right)$$

ermittelt werden. Ein Vorteil dieses Vorgehens ist, dass die Kompensationsfaktoren der linguistischen Werte in die Berechnung integriert werden. Die Berechnung der Nutzenfunktion durch einfache additive Gewichtung hat jedoch den Vorteil der intuitiven Nachvollziehbarkeit.

## 5.5 Bestimmen der Wissensfunktion

In diesem Abschnitt wird schließlich ein Verfahren vorgeschlagen, wie die Wissensfunktion  $\mu_W$  eines Attributs ermittelt werden kann. Die Idee ist, das im letzten Abschnitt vorgestellte Verfahren zu nutzen, indem als zu beurteilender Aspekt das „Wissen über das aktuelle Attribut“ gesetzt wird und der V&V-Agent selbst die Rolle des Experten einnimmt. Damit wird das Generieren der Wissensfunktion als ein Anwendungsbeispiel interpretiert.

Der Zeitpunkt, zu dem die Wissensfunktion generiert wird, ist nicht explizit festgelegt. Auch sollte die Wissensfunktion ständig auf Aktualität überprüft werden, zum Beispiel wenn neue Einsichten über das Modell gewonnen wurden.

**Ausgangssituation:** Ein V&V-Agent hat die Aufgabe, für ein Wertbaumattribut die Wissensfunktion  $\mu_W$  mit zugehörigem Kompensationsfaktor  $a_W$  zu generieren.

**Beispiel 32.** *Der V&V-Agent validiert einen LKW-Fahrsimulator. Ein Attribut ist die Qualität der Fahrgeräusche im Simulator. Der V&V-Agent soll das Wissen über das Modell bzgl. des Attributs „Originaltreue der Fahrgeräusche“ quantifizieren.*

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Analog zu Abschnitt 5.3.4.

**Beispiel 32. Fortsetzung:** Im V&V-Plan ist die Überprüfung der Fahrgeräusche durch zwei voneinander unabhängige Fahrlehrer im Rahmen einer Face Validation [17, 47] und eine Geräuschemessung vorgesehen. Die Geräuschemessung zeichnet die Geräusche des realen Systems und des Modells auf und generiert zwei Messgraphen, welche einem Akustiker zur Beurteilung vorgelegt werden. Man spricht von Graphical Comparison [17].

Bei den Budgetverhandlungen bekommt der V&V-Agent lediglich die Face Validation, nicht aber die Graphical Comparison genehmigt. Die Face Validation wird zur vollsten Zufriedenheit des V&V-Agenten durchgeführt, beide Experten stimmen mit ihren Aussagen überein.

2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt.

3. **Definition linguistischer Werte:** In Anlehnung an die linguistische Variable „Nutzen“ definiert in Abschnitt 5.3.2, werden folgende linguistische Werte vorgeschlagen:

$$\begin{aligned}\tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“}\end{aligned}$$

Die Definition der Kompensationsfaktoren muss abhängig von der jeweiligen Situation vorgenommen werden. Es muss jeweils überprüft werden, ob das Wissen über das untersuchte Attribut für die Akkreditierung des Modells notwendig ist oder nicht.

**Beispiel 32. Fortsetzung:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$ . Da eine authentische Geräuschkulisse nicht notwendig für die Akkreditierung ist, setzt er  $a_{W_i} := 1$  für alle  $i \in \mathbb{N}_n$ .

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Folgende Abbildung wird erstellt:

$$\begin{aligned}t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\ \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„hoch“} \\ \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„mittel“} \\ \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„gering“} \\ \tilde{T}_5 &\mapsto \text{„sehr gering“}\end{aligned}$$

**Beispiel 32. Fortsetzung:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$ .

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Der V&V-Agent definiert für jedes  $\tilde{T}_i$  den Grad  $\alpha_{\tilde{T}_i} \in X$ , zu welchem dieser auf das aktuelle Attribut zutrifft. Die Berechnungen verlaufen analog zu Abschnitt 5.4.

**Beispiel 32. Fortsetzung:** Der V&V-Agent legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Zugehörigkeitsfunktion ist in Abbildung 5.14 dargestellt. Als Kompensationsfaktor wird der Wert 1 berechnet.

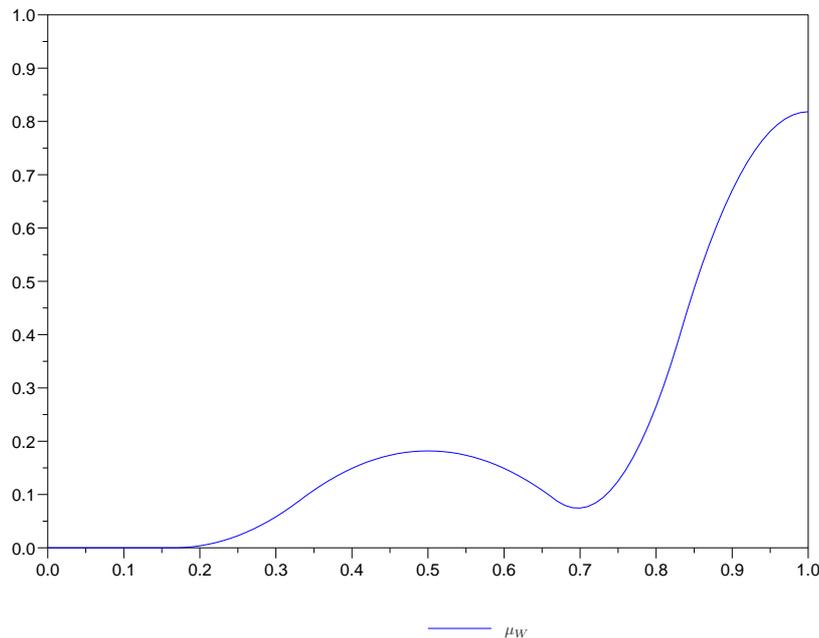


Abbildung 5.14: Generierte Wissensfunktion in Beispiel 32

## 5.6 Beispiele

Dieser Abschnitt diskutiert weitere Beispiele: Jeweils eines für Messungen, Tests und Analysen mit anschließender Experteninterpretation – Abschnitt 5.3.4 – und ein Beispiel für reine Experteninterpretation – Abschnitt 5.4. Wieder sind die Beispiele bewusst nicht der Domäne VV&A entnommen, um sie einfach und nachvollziehbar zu halten. Wie schon in den vorhergehenden Abschnitten, wird ein bestimmter Aspekt beim Kauf eines PKW betrachtet und dieser soll, analog der Anwendung in der VV&A, im Rahmen einer unscharfen Wertbaumanalyse Aufschluss über den Nutzen des KFz geben. Zusätzlich soll mit der Wissensfunktion quantifiziert werden, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

### 5.6.1 Alter eines Gebrauchtwagens

**Ausgangssituation:** Eine Privatperson möchte einen Gebrauchtwagen kaufen, wozu ein Experte hinzugezogen wird. Ein betrachtetes Attribut ist das Alter der Gebrauchtwagen.

**Aufgabe:** Zu Bestimmen ist für jedes Alter eines Angebots eine Nutzen- und Wissensfunktion mit zugehörigen Kompensationsfaktoren.

#### Bestimmung der Nutzenfunktion

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte sagt aus: „Anzustreben ist ein Alter bis zu 3 Jahren. Ist der PKW jünger, ist der Nutzen höher, jedoch für uns nicht wichtig. Der PKW kann auch älter sein als 3 Jahre, aber nicht wesentlich.“

$x \in U$	0	1	2	3	4	5
$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1
$\mu_{\tilde{T}_2}(x)$	0	0	0	0	1	0
$\mu_{\tilde{T}_3}(x)$	1	1	1	1	0	0
$\mu_{\tilde{T}_4}(x)$	1	1	$\frac{1}{2}$	1	0	0

Tabelle 5.2: In Abschnitt 5.6.1 ermittelte Zugehörigkeitswerte

- Definition des Diskursuniversums:** Als Diskursuniversum wird  $U := [0, 7]$  festgelegt, d. h. das Alter des KFz in Jahren. Als obere Grenze setzt man 7 Jahre, da ab diesem Alter sich der Nutzen nicht ändert.
- Definition linguistischer Werte:** Autokäufer und Experte definieren folgendes Termuniversum:

$$\begin{aligned}
 (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Zu alt“}, 0) \\
 (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Alt, aber geht noch“}, 0.5) \\
 (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Alter OK“}, 1) \\
 (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Neuer als 3 Jahre, eigentlich nicht notwendig“}, 1)
 \end{aligned}$$

- Bestimmen einer Zugehörigkeitsfunktion für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Nachdem das Diskursuniversum auf die Werte  $U := \{0, 1, \dots, 5\}$  diskretisiert wurde, wird für jedes  $\tilde{T}_i$  eine Zugehörigkeitsfunktion  $\mu_{\tilde{T}_i}$  generiert. Eine Übersicht liefert Tabelle 5.2 zusammen mit Abbildung 5.15. Zum Beispiel werden dem Experten zu  $\tilde{T}_2$  folgende Fragen gestellt:

- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 0 Jahre zu?“
- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 1 Jahr zu?“
- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 2 Jahre zu?“
- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 3 Jahre zu?“
- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 4 Jahre zu?“
- „Trifft die Beschreibung 'Zu alt' auf einen PKW des Alters 5 Jahre zu?“

- Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Autokäufer und Experte definieren:

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr gering“} \\
 \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„gering bis mittel“} \\
 \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„hoch“} \\
 \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„sehr hoch“}
 \end{aligned}$$

- Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Gemäß der Berechnungsvorschrift in Abschnitt 5.3.4 erhält man für jedes mögliche Alter eines Gebrauchtwagens eine Nutzenfunktion. In Abbildung 5.16 sind diverse Nutzenfunktionen für Gebrauchtwagen verschiedener Alterswerte skizziert. Abbildung 5.17 stellt Nutzenfunktionen im Bereich des Schwellwertes von 3 Jahren grafisch dar und Tabelle 5.3 zeigt die errechneten Kompensationsfaktoren.

### Bestimmung der Wissensfunktion

- Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Das Alter eines PKW kann anhand des Datums der ersten Zulassung im Fahrzeugschein ermittelt werden, d. h. alles notwendige Wissen ist vorhanden.

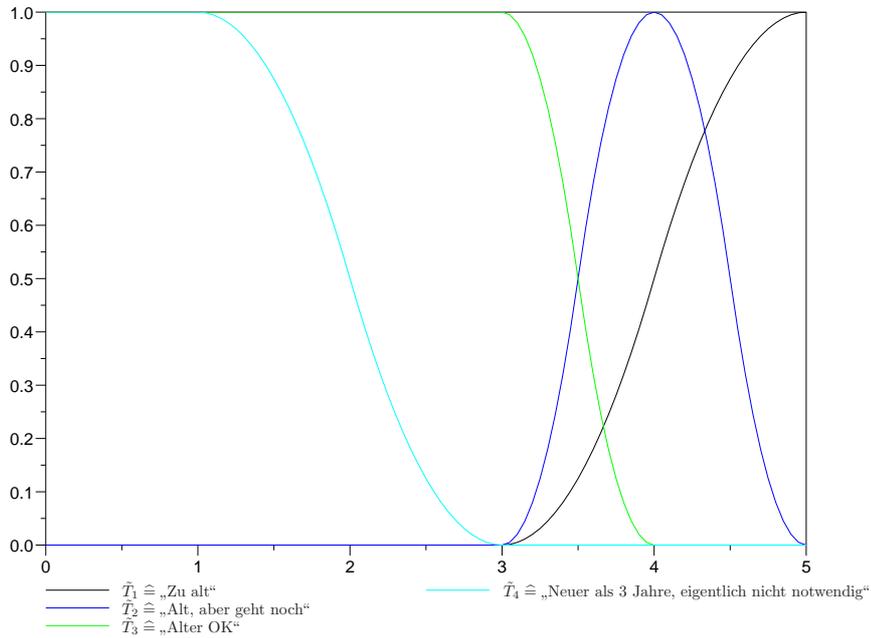


Abbildung 5.15: In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum  $U$  — Abszissenwerte repräsentieren das Alter des PKW in Jahren

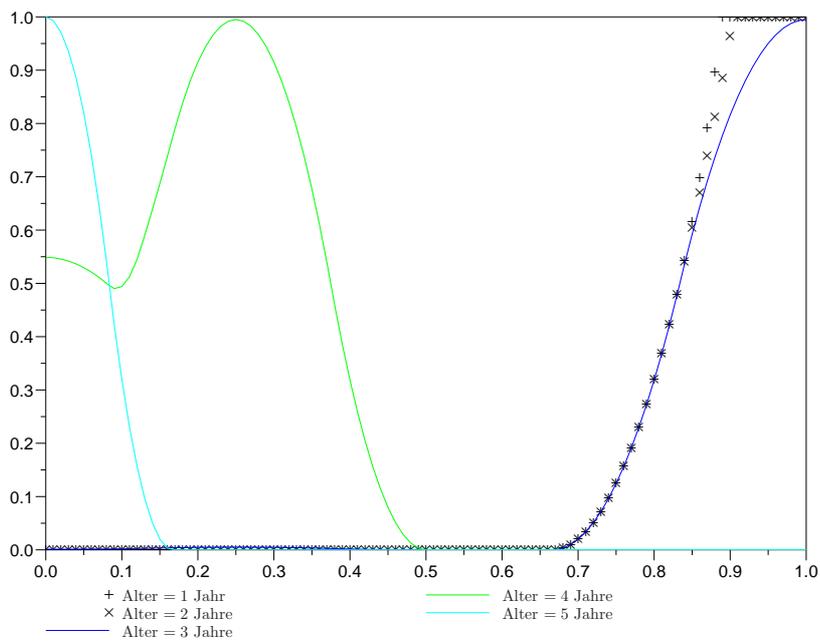


Abbildung 5.16: Nutzenfunktionen für verschiedene Alterswerte von Gebrauchtwagen über dem Einheitsintervall

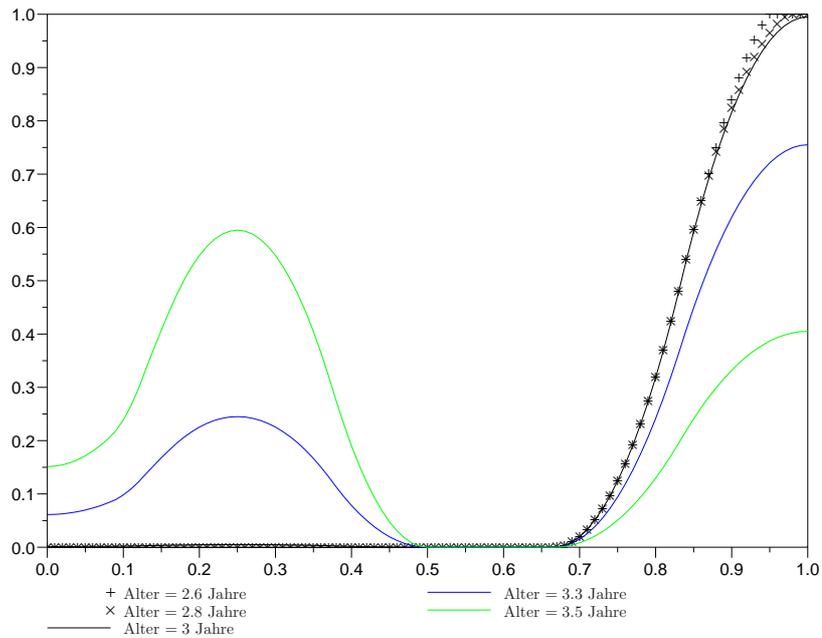


Abbildung 5.17: Nutzenfunktionen über dem Einheitsintervall für verschiedene Alterswerte von Gebrauchtwagen im Bereich des Schwellwertes von 3 Jahren

Alter des KFz in Jahren	0	1	2	2.6	2.8	3	3.3	3.5	4	5
Kompensationsfaktor	1	1	1	1	1	0.996	0.826	0.610	0.322	0

Tabelle 5.3: In Abschnitt 5.6.1 ermittelte Kompensationsfaktoren

2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** Wird aus Abschnitt 5.5 übernommen.
4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf das Termuniversum:** Wird aus Abschnitt 5.5 übernommen.
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \dots = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die Zugehörigkeitsfunktion entspricht der Nutzenfunktion „sehr hoch“ in Abbildung 5.5. Der Kompensationsfaktor ist 1.

### 5.6.2 Zustand Karosserie

**Ausgangssituation:** Eine Privatperson möchte einen Gebrauchtwagen kaufen und lässt sich von einem Experten beraten. Ein betrachtetes Attribut ist der Zustand der Karosserie.

**Aufgabe:** Für ein betrachtetes Angebot ist eine Nutzen- bzw. Wissensfunktion zu bestimmen.

#### Bestimmung der Nutzenfunktion

Die Bestimmung der Nutzenfunktion geschieht gemäß Abschnitt 5.4:

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte sagt aus: „Es sollten keine Roststellen zu sehen sein. Allerdings kann man keine Aussage über Karosserieteile treffen, welche überspachtelt wurden.“
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der Experte legt folgende linguistische Werte mit Kompensationsfaktoren fest:

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Sehr guter Zustand. Keine Roststellen sichtbar“}, 1) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Lediglich kleine Roststellen durch Steinschlag“}, 0.95) \\ (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Einige Roststellen sind vorhanden“}, 0.3) \\ (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Viele Roststellen vorhanden“}, 0) \\ (\tilde{T}_5, a_{\tilde{T}_5}) &:= (\text{„Sehr viele Roststellen, teilweise schon Löcher“}, 0) \end{aligned}$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Folgende Abbildung wird definiert:

$$\begin{aligned} t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\ \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„hoch“} \\ \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„gering bis mittel“} \\ \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„gering“} \\ \tilde{T}_5 &\mapsto \text{„sehr gering“} \end{aligned}$$

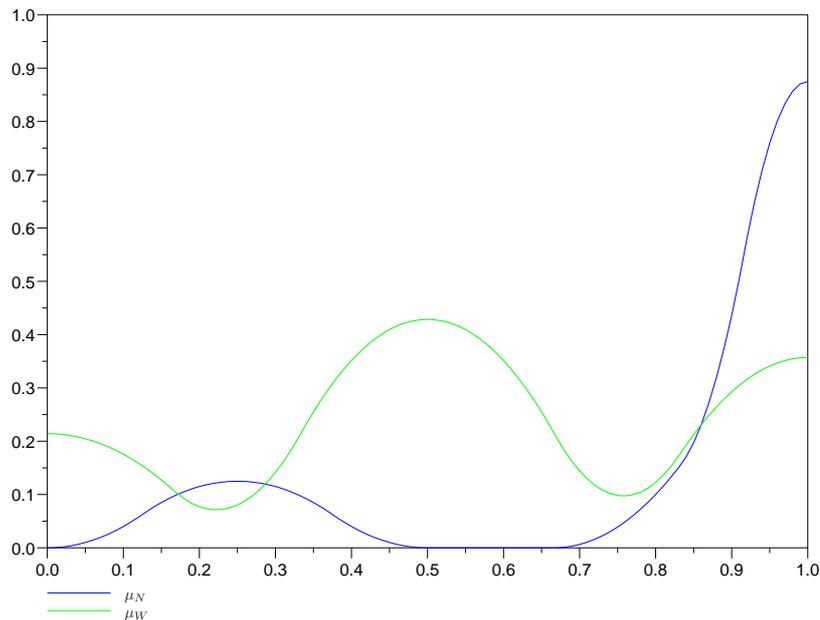


Abbildung 5.18: Ermittelte Nutzen- und Wissensfunktion in Abschnitt 5.6.2

#### 6. Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:

Der Experte sagt aus: „Das Auto ist prinzipiell in sehr gutem Zustand. Ich kann lediglich zwei sehr kleine Roststellen feststellen. Allerdings sind hinten rechts drei Stellen überspachtelt.“ Aufgrund dieser Aussage werden folgende Zugehörigkeitsgrade festgelegt:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0.9, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.5, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Nutzenfunktion  $\mu_N$  ist in Abbildung 5.18 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu

$$\frac{1 \cdot 0.9 + 0.95 \cdot 0.5 + 0.3 \cdot 0.2}{0.9 + 0.5 + 0.2} \approx 0.896.$$

#### Bestimmung der Wissensfunktion

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Gemäß der Expertenaussage ist das verfügbare Wissen über das Attribut abhängig davon, ob Karosseriestellen existieren, welche überspachtelt wurden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5
3. **Definition linguistischer Werte:** Experte und Autokäufer übernehmen die  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5. Die Kompensationsfaktoren setzen sie wie folgt:

$$a_{\tilde{T}_1} = 1, \quad a_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad a_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad a_{\tilde{T}_4} = a_{\tilde{T}_5} = 0.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Käufer und Experte übernehmen die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5.
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Aufgrund des Teils der Aussage: „... Allerdings sind hinten rechts drei Stellen überspachtelt.“ ist im aktuellen Fall die Bestimmung der Zugehörigkeitsgrade nicht einfach. Es kann nicht überprüft werden, ob es sich um Roststellen handelt oder nicht. Folgende Zugehörigkeitsgrade werden festgelegt:

$$\alpha_{\bar{T}_1} = 0, \quad \alpha_{\bar{T}_2} = 0.5, \quad \alpha_{\bar{T}_3} = 0.6, \quad \alpha_{\bar{T}_4} = 0.3, \quad \alpha_{\bar{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion ist in Abbildung 5.18 dargestellt. Als Kompensationsfaktor wird der Wert

$$\frac{0.9 \cdot 0.5 + 0.2 \cdot 0.6}{0.5 + 0.6 + 0.3} \approx 0.407$$

berechnet.

## 5.7 Zusammenfassung

Inhalt dieses Kapitels war die Erarbeitung eines Konzepts zur Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen im Rahmen einer unscharfen Wertbaumanalyse zur Unterstützung der VV&A.

Nach einer Problemspezifikation wurden die zu beachtenden Randbedingungen diskutiert, unterteilt in diejenigen aus der Domäne VV&A und diejenigen, welche den Entscheider allgemein bei der Generierung von Zugehörigkeitsfunktionen in der unscharfen Mengenlehre konfrontieren.

Anschließend wurden die grundlegenden Ideen – der Begriff der linguistischen Variable im Zusammenhang mit einer bestimmten Fragetechnik – in ein strukturiertes Vorgehen zur Bestimmung von Zugehörigkeitsfunktion für Messungen, Tests und Analysen umgesetzt.

Schließlich wurde das Verfahren übertragen auf die Situation, dass das Ergebnis einer V&V-Tätigkeit nicht auf einer Messung, einem Test oder einer Analyse aufbaut, sondern lediglich eine Experteneinschätzung durchgeführt wird. Die Bestimmung der Wissensfunktion wurde als Anwendung einer Experteneinschätzung interpretiert, wobei der V&V-Agent selbst als Experte fungiert.



## Kapitel 6

# Interpretation und Visualisierung des Ergebnisses

In diesem Kapitel wird der letzte Schritt einer unscharfen Wertbaumanalyse betrachtet: die Interpretation des Ergebnisses. Während in den Phasen Aufstellen des Wertbaums, Belegen der Attribute mit Werten und Aggregation der Attributwerte zu einem Gesamtwert zwischen traditioneller und unscharfer Wertbaumanalyse der Unterschied darin besteht, zum Einen mit reellen Zahlen, zum Anderen mit unscharfen Mengen zu arbeiten, existiert nun ein konzeptueller Unterschied: Bei traditioneller Wertbaumanalyse erhält der Entscheider bereits durch die Aggregation einen einzigen Wert präsentiert. Im Gegensatz dazu wird er bei unscharfer Wertbaumanalyse mit einer unscharfen Menge konfrontiert, welche erst in einen einzigen Wert transferiert werden muss. In der Literatur [44] hat sich für diesen Prozess der Name Defuzzyfizierung etabliert.

Im aktuellen Kontext würde die Nutzen- und Wissensfunktion des Gesamtwertes einer Defuzzyfizierung unterzogen, um dem Anwender ein Gesamtergebnis in Form zweier Skalare zu präsentieren. Nicht nur, dass von diesem Vorgehen in dieser Arbeit Abstand genommen wird; Es wird von der Applikation einer Defuzzyfizierungsmethode abgeraten. Stattdessen wird eine Alternative zur Interpretation aggregierter Attributwerte vorgeschlagen, deren Schwerpunkt auf einer zusammenhängenden Visualisierung liegt.

Das Kapitel beginnt mit einer Erläuterung wichtiger Defuzzyfizierungsmethoden. Anschließend wird anhand eines Beispiels erläutert, warum in dieser Arbeit von einer Defuzzyfizierung nicht nur Abstand genommen, sondern abgeraten wird.

Abschnitt 6.2 präsentiert einen Vorschlag, wie anstatt einer Defuzzyfizierung Attributwerte, aggregierte Attributwerte und Mengen von Attributwerten grafisch so aufbereitet werden können, dass dem Entscheider ein Gesamtüberblick gegeben wird. Die Idee des Konzepts ist die zusammenhängende Darstellung des Nutzens und des Wissen über das Modell bzgl. eines Attributs.

Ein zusammenhängendes Beispiel und eine Zusammenfassung beenden das Kapitel.

### 6.1 Defuzzyfizierung

Dieser Abschnitt diskutiert die Defuzzyfizierung. Zwei Methoden werden vorgestellt und anhand eines Beispiels erläutert. Anschließend wird begründet, warum die in dieser Arbeit entwickelten Konzepte keine Defuzzyfizierung vorsehen.

Zuerst wird der Begriff der Defuzzyfizierung selbst definiert [37]:

	$\mu_1$	$\mu_2$	$\mu_3$	$\mu_4$	$\mu_5$
$\text{coa}(\mu_i)$	0.91	0.09	0.5	0.65	$[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$
$\text{cog}(\mu_i)$	0.903	0.0972	0.5	0.650	0.5

Tabelle 6.1: Center of Area und Center of Gravity Werte der unscharfen Mengen  $\mu_1, \dots, \mu_5$  in Abbildung 6.1 (jeweils auf drei Dezimalstellen gerundet)

**Definition 21.** Sei  $M$  eine Menge und  $\mu := \{(x, \mu(x)) \mid x \in M\}$  eine unscharfe Menge über  $M$ . Den Prozess des Bestimmens eines skalaren Repräsentanten  $d \in M$  der unscharfen Menge  $\mu$  nennt man Defuzzifizierung von  $\mu$ .

Die Methoden zur Defuzzifizierung sind vielfältig. Zwei erschöpfende Aufzählungen findet man in [37, 44]. Sehr oft benutzte Verfahren sind die Center of Area- und Center of Gravity-Methode:

**Definition 22. Center of Area**

Sei  $\mu := \{(x, \mu(x)) \mid x \in \mathbb{R}\}$  eine unscharfe Menge über  $\mathbb{R}$ . Sei

$$\text{supp}(\mu) := \{x \in \mathbb{R} \mid \mu(x) \neq 0\}$$

die Stützmenge von  $\mu$ . Dann ist der Wert Center of Area von  $\mu$ ,  $\text{coa}(\mu)$ , definiert als das  $m \in \mathbb{R}$  für welches gilt:

$$\int_{\min \text{supp}(\mu)}^m \mu(x) dx = \int_m^{\max \text{supp}(\mu)} \mu(x) dx.$$

Intuitiv ist  $\text{coa}(\mu)$  der Wert, welcher den Flächeninhalt, den der Graph  $\mu(x)$  mit der Abszisse bildet, in zwei gleiche Anteile teilt.

**Definition 23. Center of Gravity**

Sei  $\mu := \{(x, \mu(x)) \mid x \in \mathbb{R}\}$  eine unscharfe Menge über  $\mathbb{R}$ . Dann ist der Wert Center of Gravity von  $\mu$ ,  $\text{cog}(\mu)$ , definiert als

$$\text{cog}(\mu) := \left( \int_{-\infty}^{\infty} x \mu(x) dx \right) / \left( \int_{-\infty}^{\infty} \mu(x) dx \right).$$

Physikalisch ist  $\text{cog}(\mu)$  der Schwerpunkt der Fläche, welche der Graph von  $\mu$  mit der Abszisse  $x$  einschließt.

**Beispiel 33.** In Abbildung 6.1 und Tabelle 6.1 sind fünf unscharfe Mengen mit den dazu gehörenden Center of Area- und Center of Gravity-Werten dargestellt.

Die Entscheidung gegen die Verwendung einer Defuzzifizierung in dieser Arbeit hat viele Gründe. Der auffälligste ist jedoch, dass der Center of Area-Wert nicht eindeutig ist. So gilt gemäß Tabelle 6.1:

$$m \in \left[ \frac{1}{3}, \frac{2}{3} \right] \Leftrightarrow \left( \int_{\min \text{supp}(\mu_5)}^m \mu_5(x) dx = \int_m^{\max \text{supp}(\mu_5)} \mu_5(x) dx \right).$$

Ein Intervall als Ergebnis widerspricht jedoch der Intention, mit Hilfe von Defuzzifizierung einen skalaren Gesamtwert zu ermitteln.

Ein weiterer Nachteil der Defuzzifizierung lässt sich heuristisch begründen: Sobald dem Anwender ein Gesamtwert aufbereitet wird, ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass dieser

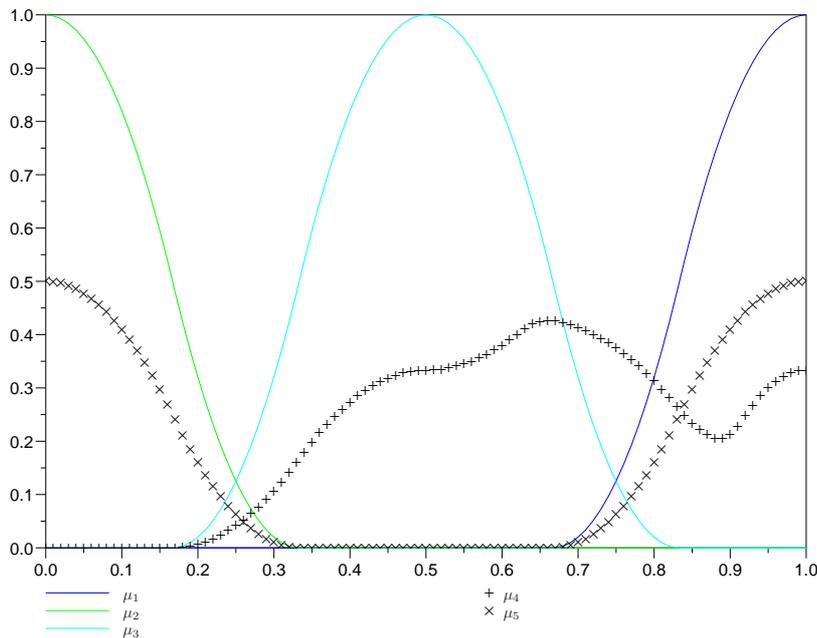


Abbildung 6.1: Unscharfe Mengen in Beispiel 33

lediglich den Gesamtwert betrachtet, ohne sich detailliert mit den Ergebnissen auseinander zu setzen. Wichtige Details können übersehen werden, zum Beispiel besteht ein großer Unterschied, ob man in Abbildung 6.1 lediglich den Gesamtwert der Nutzenfunktion  $\mu_4$ , d. h.  $\text{cog}(\mu_4) = 0.65$  registriert, oder die gesamte unsharp Menge  $\mu_4$  betrachtet.

Auch wird das Ausmaß der Abstraktion deutlich, welche bei der Defuzzifizierung vorgenommen wird. Zum Beispiel gilt:

$$\text{cog}(\mu_3) = \text{cog}(\mu_5) \quad \text{und} \quad \text{coa}(\mu_3) \in \text{coa}(\mu_5),$$

obwohl die Graphen  $\mu_3$  und  $\mu_5$  einen fundamental verschiedenen Verlauf haben. Somit ist es unmöglich, von einem durch Defuzzifizierung gewonnenen Gesamtwert auch nur annähernd auf die Struktur der repräsentierten unsharp Mengen zu schließen.

Vergegenwärtigt man sich die Forderung aus Kapitel 2, dass ein Ziel dieser Arbeit die Modellierung umgangssprachlicher Expertenaussagen ist, erscheint die Verwendung von Defuzzifizierungsmethoden grotesk, da bei Defuzzifizierung genau dieser Forderung entgegenwirkt wird.

Aufgrund dieser Argumente wird in der vorliegenden Arbeit von einer Defuzzifizierung des Ergebnisses Abstand genommen und diese nicht weiter betrachtet. Nichtsdestotrotz soll darauf hingewiesen werden, dass eine Vielzahl von Anwendungen der unsharp Mengenlehre existieren, welche Defuzzifizierung durchführen, da in diesen Bereichen die Ausgabe eine einzige reelle Zahl benötigt. Eine beispielhafte Aufzählung findet man in [103].

## 6.2 Grafische Aufbereitung der Attributwerte

In diesem Abschnitt wird ein Vorschlag erörtert, wie einzelne Attributwerte, Mengen von Attributwerten und aggregierte Werte – anstatt einer Defuzzifizierung – grafisch so auf-

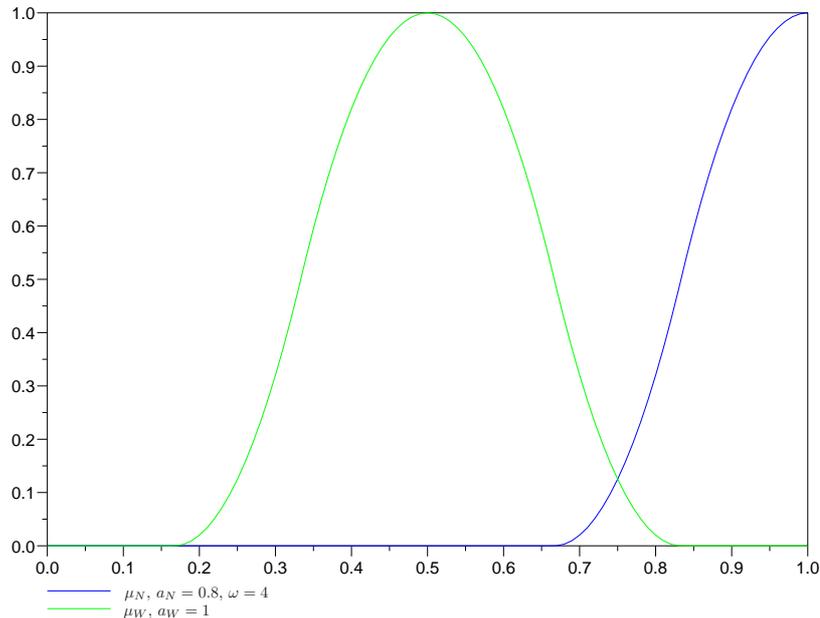


Abbildung 6.2: Getrennte Darstellung der Elemente eines Attributs

bereitet werden können, dass der Anwender sämtliche wichtige Merkmale übersichtlich präsentiert bekommt.

Gerade die in Abschnitt 3.2.1 begründete Trennung der Repräsentation von Nutzen und Wissen in verschiedene unscharfe Mengen kann zu einer Überforderung des Nutzers durch zu viele Merkmale führen: Selbst bei einem Wertbaum, welcher aus dem Gesamtwert und drei Attributen besteht, wirken insgesamt 15 Werte auf den Gesamtwert ein, bedingt durch die Definition der Attributwerte in Definition 10 auf Seite 46:

$$(\mu_N, \mu_W, a_N, a_W, \omega) \in \mathcal{F}_{X^\emptyset} \times \mathcal{F}_X \times X^\emptyset \times X \times \mathbb{N}.$$

Wiederum besteht der Gesamtwert aus 4 Einzelwerten, so dass der Anwender mit insgesamt 19 Werten konfrontiert ist.

In [12, 10] wird zur übersichtlichen Attributdarstellung die Verwendung von Kiviat Diagrammen vorgeschlagen. Diese sind im aktuellen Kontext nicht anwendbar, da nur mit reellen Zahlen, nicht aber unscharfen Mengen umgegangen werden kann.

Das hier vorgestellte Verfahren bietet die Möglichkeit, sowohl einzelne Attributwerte, Mengen von Attributwerten, als auch Attribute, welche durch Aggregation erzeugt wurden, grafisch aufzubereiten. Der Fall einzelner Attributwerte und Mengen von Attributwerten wird in Abschnitt 6.2.1, die Repräsentation aggregierter Attributwerte in Abschnitt 6.2.2 diskutiert.

### 6.2.1 Visualisierung einzelner Attributwerte

Es ist grundsätzlich möglich, einen Attributwert grafisch durch die Präsentation aller einzelner Komponenten darzustellen, siehe Abbildung 6.2. Hier werden Nutzen bzw. Wissenfunktion gemeinsam in einem zweidimensionalen Koordinatensystem veranschaulicht. Zur Darstellung mehrerer Attribute ist dieses Vorgehen allerdings nicht mehr übersichtlich. Erstrebenswert ist vielmehr eine Darstellung:

- welche eine übersichtliche Präsentation mehrerer Attributwerte in einem Diagramm zulässt und
- Nutzen- und Wissensfunktion desselben Attributs zusammengehörend darstellt.

Die zugrunde liegende Idee benutzt das Konzept unscharfer Relationen [103]:

**Definition 24.** Seien  $M_1, M_2$  Mengen. Dann ist

$$R := \{((x, y), \mu_R(x, y)) \mid (x, y) \in M_1 \times M_2\}$$

zusammen mit einer Abbildung

$$\mu_R : M_1 \times M_2 \rightarrow X$$

eine unscharfe Relation über dem Produktraum  $M_1 \times M_2$ .

Alternative Definitionen findet man in [37, 44]. Man bildet nun aus der Nutzenfunktion  $\mu_N$  und Wissensfunktion  $\mu_W$  eines Attributwertes eine unscharfe Relation:

**Definition 25.** Sei ein Attributwert

$$A := (\mu_N, \mu_W, a_N, a_W, \omega) \in \mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathcal{F}_X \times X^\emptyset \times X \times \mathbb{N}$$

gegeben. Definiere die unscharfe Relation

$$R_A := \{((x, y), \mu_{R_A}(x, y)) \mid (x, y) \in X^2\}$$

durch die Abbildung

$$\begin{aligned} \mu_{R_A} &: X^2 \rightarrow X \\ (x, y) &\mapsto \mu_N(x) \cdot \mu_W(y) \end{aligned}$$

Stellt man das Attribut aus Abbildung 6.2 als Relation in einem dreidimensionalen Koordinatensystem dar, erhält man die Darstellung in Abbildung 6.3. Auf der  $x$ -Achse wird der Nutzen abgetragen, auf der  $y$ -Achse die Darstellung des Wissens. Deutlich ist zu erkennen, dass ein hoher Nutzenwert vorliegt, über den das Wissen moderat ist.

Zu dieser Darstellung ist zu bemerken, dass die erste Projektion der Relation  $R_A$  nicht notwendig der Nutzenfunktion  $\mu_N$  entspricht. Analog entspricht die zweite Projektion der Relation  $R_A$  nicht notwendig der Wissensfunktion  $\mu_W$ :

**Definition 26.** Sei

$$R := \{((x, y), \mu_R(x, y)) \mid (x, y) \in X^2\}$$

eine unscharfe Relation. Dann nennt man die unscharfen Mengen

$$R^{(1)} := \{x, \max_y \mu_R(x, y) \mid (x, y) \in X^2\}$$

und

$$R^{(2)} := \{y, \max_x \mu_R(x, y) \mid (x, y) \in X^2\}$$

erste und zweite Projektion der unscharfen Relation  $R$ .

**Satz 4.** Seien  $\mu_1, \mu_2 \in \mathcal{F}_X$  unscharfe Mengen. Sei  $R$  eine Relation dieser unscharfen Mengen gemäß Definition 25. Dann gilt

$$R^{(1)} = \mu_1 \iff \sup \mu_2 = 1$$

und

$$R^{(2)} = \mu_2 \iff \sup \mu_1 = 1.$$

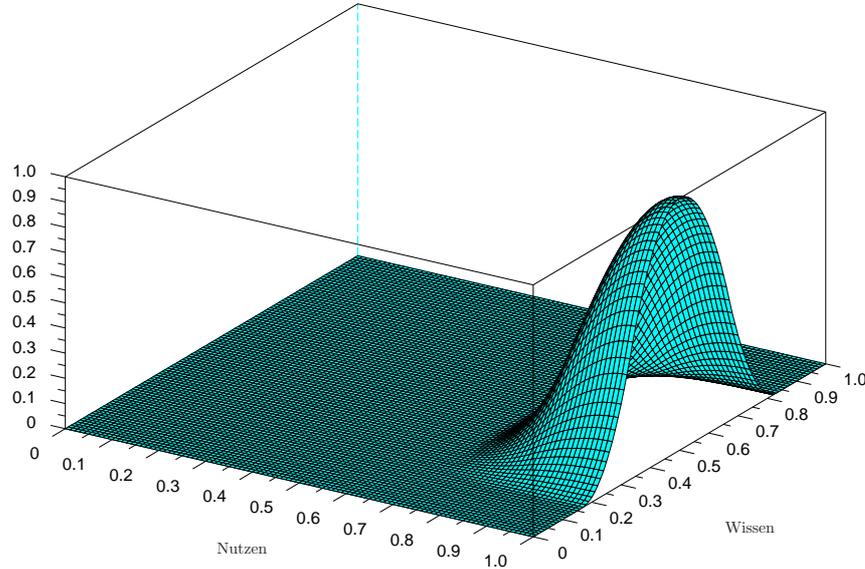


Abbildung 6.3: Gemeinsame Darstellung der Nutzen- und Wissensfunktion

*Beweis.* Sei  $x \in X$  beliebig, aber fest. Zeige

$$R^{(1)}(x) = \mu_1(x) \iff \sup \mu_2 = 1.$$

Es gilt

$$\begin{aligned} R^{(1)}(x) &= \mu_1(x) \\ \Leftrightarrow \max_y \{ \mu_R(x, y) \} (x) &= \mu_1(x) \\ \Leftrightarrow \max_y \{ \mu_1(x) \cdot \mu_2(y) \} (x) &= \mu_1(x) \\ \Leftrightarrow \exists y \in X : \mu_2(y) &= 1. \end{aligned}$$

Analog zeigt man die zweite Behauptung.  $\square$

**Beispiel 34.** Betrachte den in Abbildung 6.4 dargestellten Attributwert  $A_1$  mit Nutzenfunktion  $\mu_{N_{A_1}}$  und Wissensfunktion  $\mu_{W_{A_1}}$ . Betrachte des Weiteren die dreidimensionale Darstellung in Abbildung 6.5. Deutlich ist zu erkennen, dass die zweite Projektion nicht der Wissensfunktion  $\mu_{W_{A_1}}$  entspricht.

Zur Visualisierung mehrerer Attributwerte in derselben Grafik benutzt man eine Vereinigung unscharfer Relationen, welche über den Maximumoperator definiert ist [103]:

**Definition 27.** Seien die unscharfen Relationen  $R_1, \dots, R_n$  über dem Produktraum  $X^2$  gegeben. Definiere die Vereinigung der  $R_i$  durch

$$R_{\cup R_i} := \{ ((x, y), \max_{\mu_{R_i}}(x, y)) \mid (x, y) \in X^2 \}.$$

**Beispiel 35.** Seien zusätzlich zu der Nutzenfunktion  $\mu_{N_{A_1}}$  und Wissensfunktion  $\mu_{W_{A_1}}$  des Attributs  $A_1$  aus Beispiel 34 die Attribute  $A_2$  und  $A_3$  mit Nutzenfunktionen  $\mu_{N_{A_2}}, \mu_{N_{A_3}}$  bzw. Wissensfunktionen  $\mu_{W_{A_2}}, \mu_{W_{A_3}}$  gegeben, siehe Abbildung 6.6. Abbildung 6.7 stellt diese zusammen mit Attribut  $A_1$  aus Abbildung 6.4 mit Hilfe von Definition 27 grafisch dar. Die bessere Übersichtlichkeit der einzelnen Attributwerte gegenüber der Darstellung in den Abbildungen 6.4 und 6.6 ist deutlich.

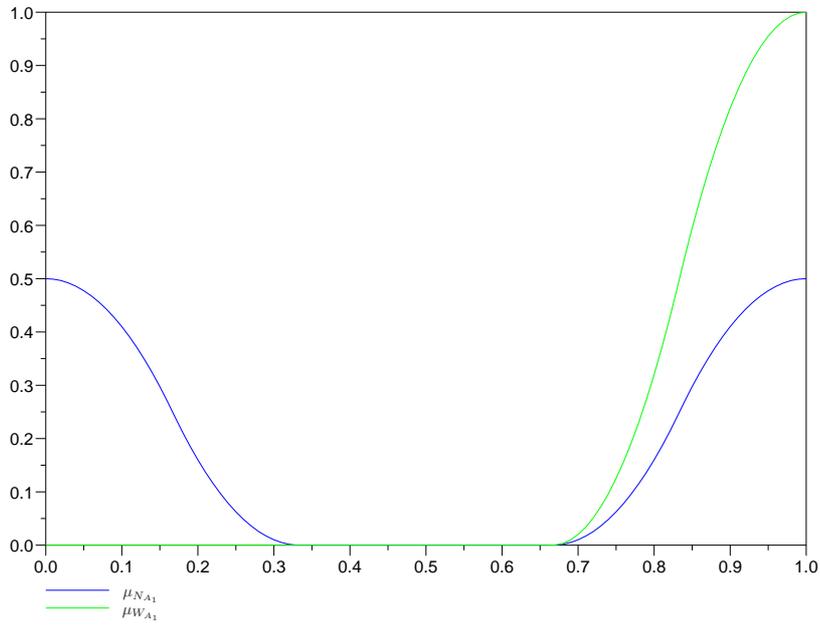


Abbildung 6.4: Nutzen- und Wissensfunktion in Beispiel 34

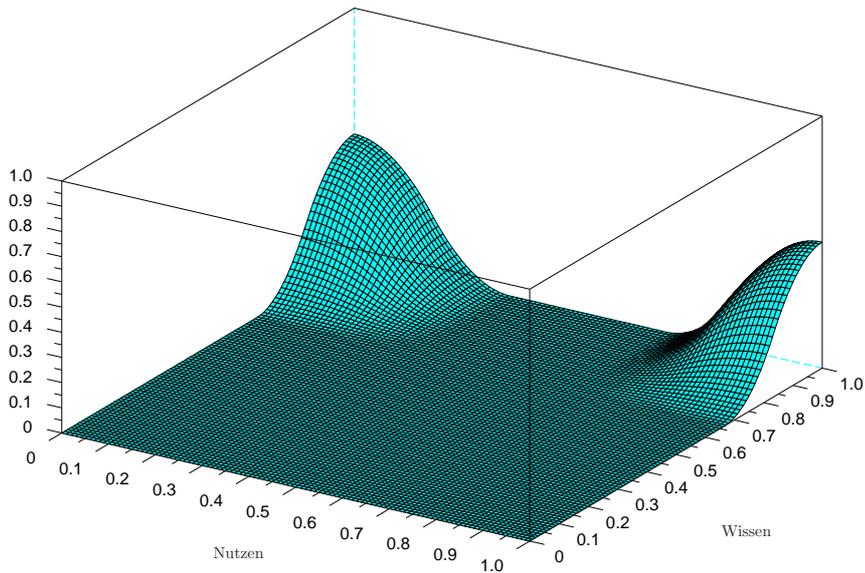


Abbildung 6.5: Dreidimensionale Darstellung des Attributwertes  $A_1$  in Beispiel 34

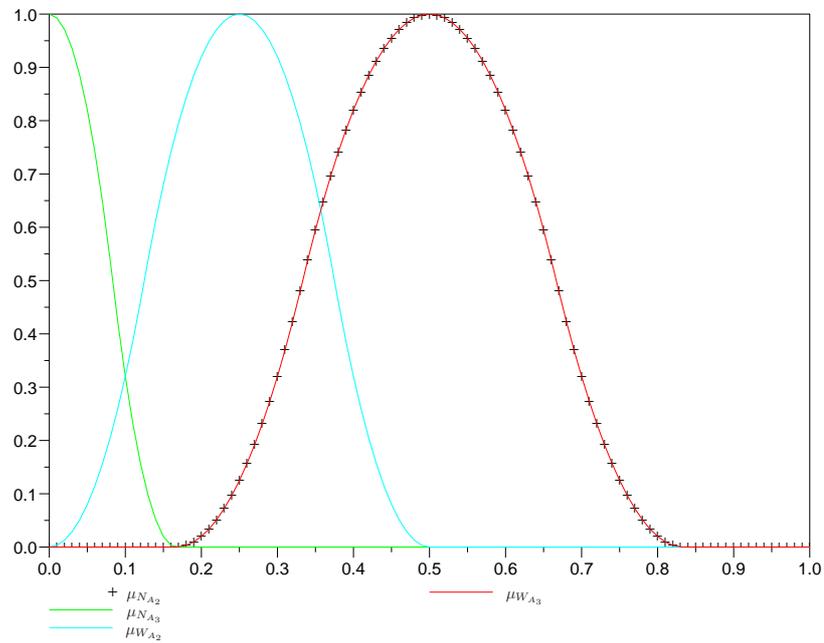


Abbildung 6.6: Darstellung der Attributwerte  $A_2$  und  $A_3$  in Beispiel 35

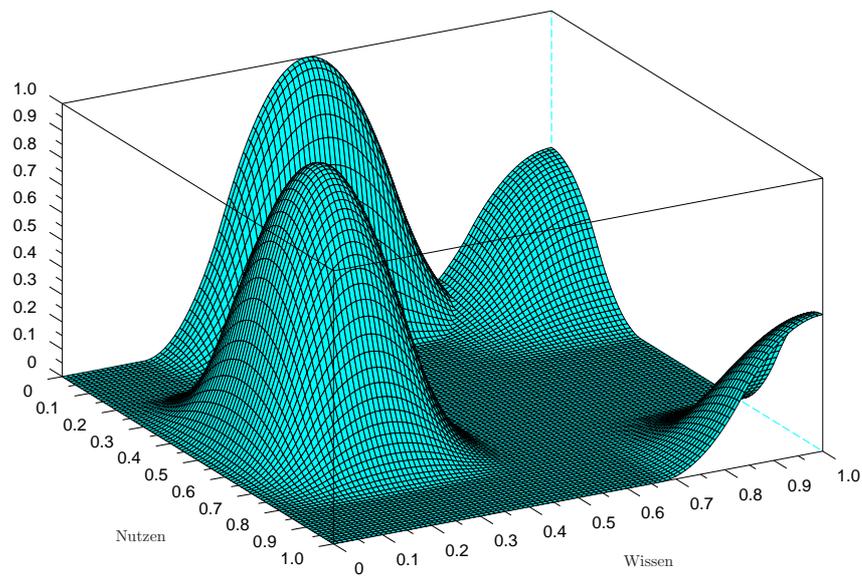


Abbildung 6.7: Gemeinsame Darstellung der Attributwerte  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  aus den Abbildungen 6.4 und 6.6

Die dreidimensionale grafische Aufbereitung der Attributwerte visualisiert nicht die Kompensationsfaktoren der Attributwerte. Eine Möglichkeit, dieses zu realisieren ist, die Attributgraphen zu färben. Sinnvoll wäre eine Farbgebung:

$$\begin{aligned} a = 0 &\Leftrightarrow \text{Darstellung in rot,} \\ a = 1 &\Leftrightarrow \text{Darstellung in grün.} \end{aligned}$$

Für Kompensationsfaktoren innerhalb des Intervalls  $[0, 1]$  ist eine entsprechende Mischfarbe zu wählen. Gegen eine Färbung der Attributgraphen spricht jedoch, dass man sich bei unterschiedlichen Kompensationsfaktoren für Wissen und Nutzen für die Einfärbung gemäß einem Wert zu entscheiden hat.

Ein weiterer Nachteil der Darstellung gemäß Definition 27 ist, dass es zu einer Überdeckung von Attributgraphen kommen kann. Betrachtet man Abbildung 6.7 ohne die einzelnen Nutzen- bzw. Wissensfunktionen zu kennen, ist nicht ersichtlich, ob die Graphen der Attribute  $A_2$  und  $A_3$  weitere verdecken. Eine Möglichkeit, diesen Nachteil zu umgehen, ist eine alternative Darstellung, bei der sämtliche Attributwerte zwar innerhalb eines Koordinatensystems repräsentiert würden, in diese aber „hineingesehen werden kann“. Das Problem würde allerdings grafisch und nicht mathematisch gelöst.

Auch ist die Situation, dass die Nutzenfunktion eines Attributs die leere Menge ist, nicht grafisch darstellbar. Das ist genau dann der Fall, wenn über das Modell bzgl. des Attributs kein Wissen vorhanden ist, vergleiche Definition 10 auf Seite 46.

## 6.2.2 Visualisierung des Gesamtwertes

Der Argumentation im letzten Abschnitt folgend, wünscht man sich eine grafische Aufbereitung auch für Attributwerte, welche durch Aggregation zustande gekommen sind. Folgende Aufzählung skizziert eine ad-hoc Lösung:

- Gegeben seien mehrere Attribute  $A_1, \dots, A_n$ .
- Benutze den in Satz 3 auf Seite 74 definierten Aggregator, um einen aggregierten Attributwert  $A$  mit Nutzenfunktion  $\mu_N$  und Wissensfunktion  $\mu_W$  zu ermitteln.
- Bilde gemäß Definition 25 die Relation  $R_A$  der unscharfen Mengen  $\mu_N$  und  $\mu_W$ .

Dieses Vorgehen funktioniert nicht:

**Beispiel 36.** *Betrachte das Attribut  $A_1$  mit Nutzenfunktion  $\mu_{N_{A_1}}$  und Wissensfunktion  $\mu_{W_{A_1}}$  in Abbildung 6.8. Betrachte des Weiteren Attribut  $A_2$  mit Nutzenfunktion  $\mu_{N_{A_2}}$  und Wissensfunktion  $\mu_{W_{A_2}}$  in Abbildung 6.9. Die aggregierte Nutzenfunktion  $\mu_N$  bzw. aggregierte Wissensfunktion  $\mu_W$  dieser Attributwerte ist in Abbildung 6.10 dargestellt. Als unscharfe Relationen sind beide Attributwerte in Abbildung 6.11 dargestellt. Aggregiert man  $A_1$  und  $A_2$  zu dem Gesamtattribut  $A$  und bildet die Relation  $R_A$ , erhält man eine Darstellung wie in Abbildung 6.12 und nicht, wie man erwartet, eine Darstellung wie in Abbildung 6.13.*

Die richtige Vorgehensweise ist, für gegebene Attributwerte  $A_1, \dots, A_n$  zuerst die Relationen  $R_{A_1}, \dots, R_{A_n}$  gemäß Definition 25 auf Seite 117 zu bilden und dann diese Relationen zu aggregieren.

Für die in Satz 3 auf Seite 74 definierte Aggregatorfunktion bedeutet das, dass diese modifiziert werden muss, so dass nicht unscharfe Mengen, sondern Relationen unscharfer Mengen aggregiert werden:

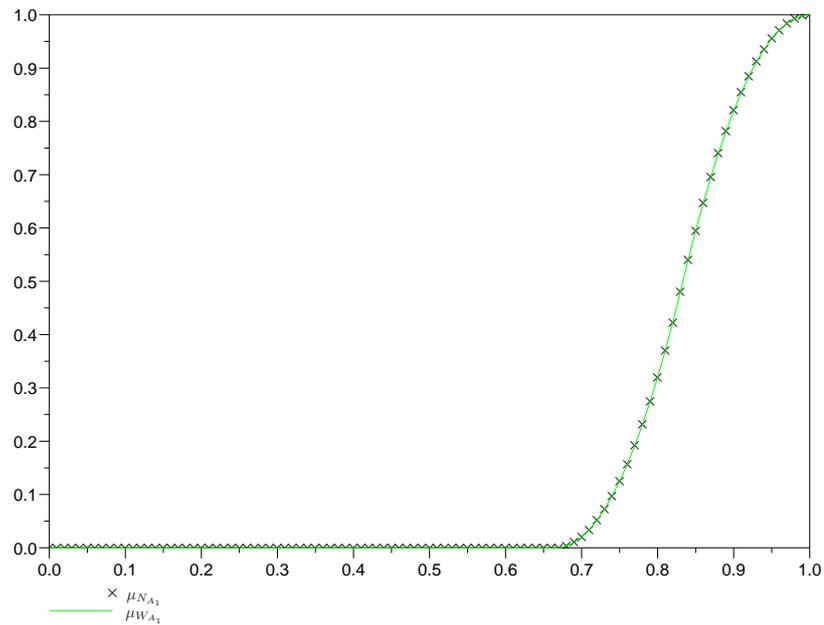


Abbildung 6.8: Nutzen- und Wissensfunktionen des Attributs  $A_1$  in Beispiel 36

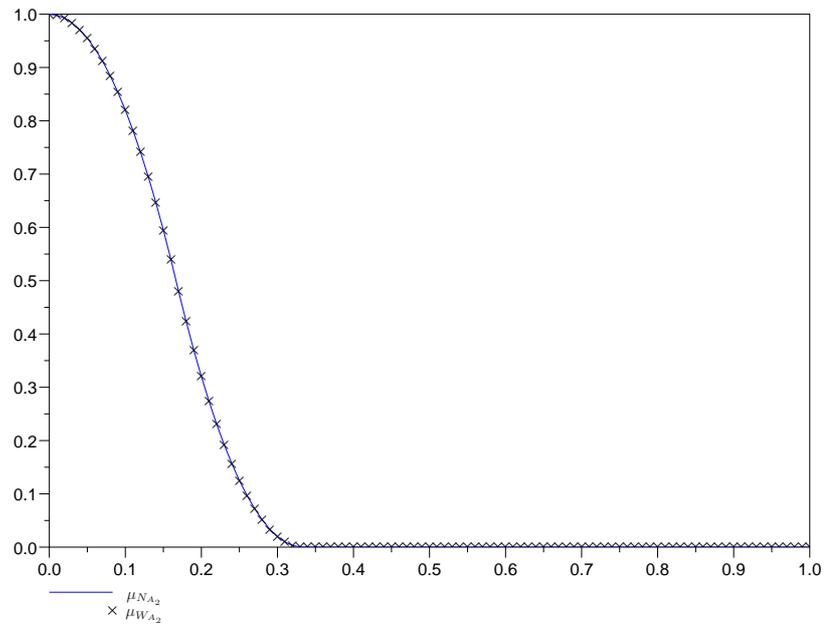


Abbildung 6.9: Nutzen- und Wissensfunktionen des Attributs  $A_2$  in Beispiel 36

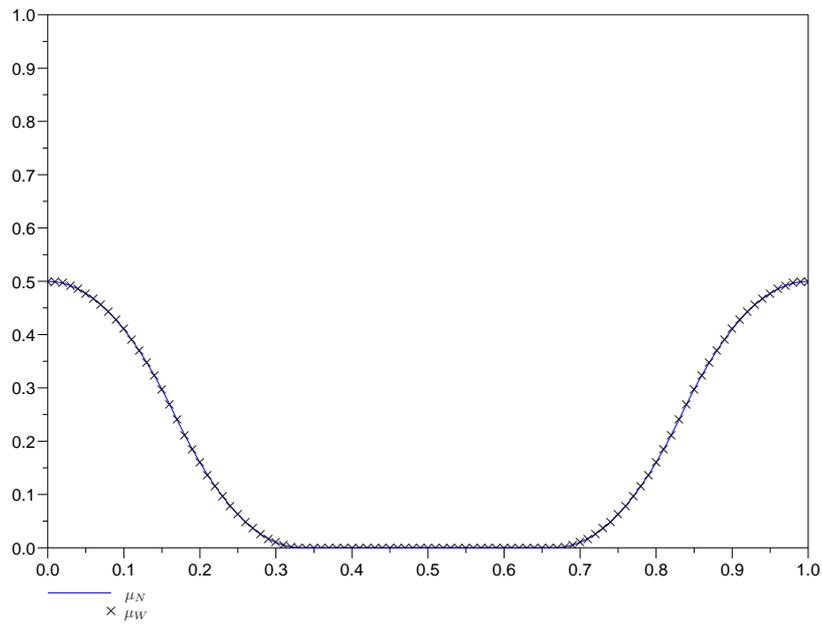


Abbildung 6.10: Aggregierte Nutzen- und Wissensfunktionen in Beispiel 36

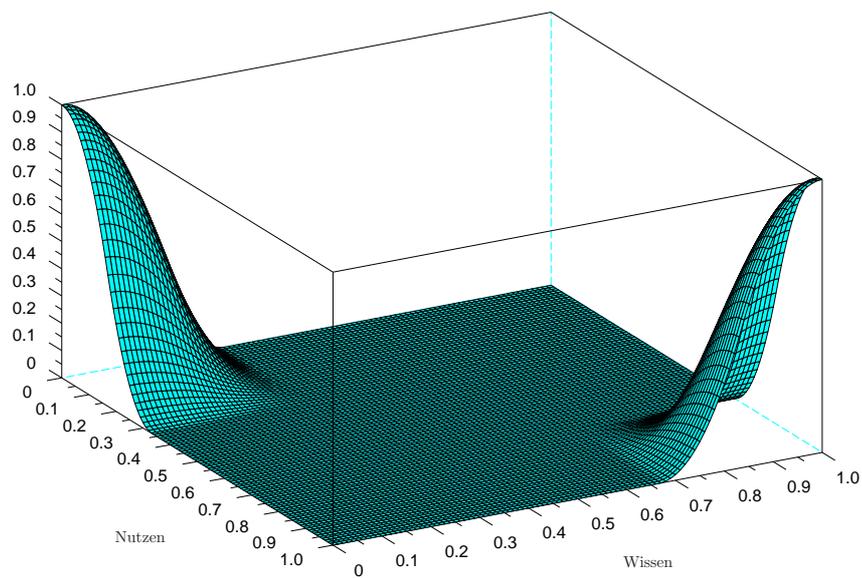


Abbildung 6.11: Gemeinsame Darstellung der Attributwerte A und B aus Beispiel 36

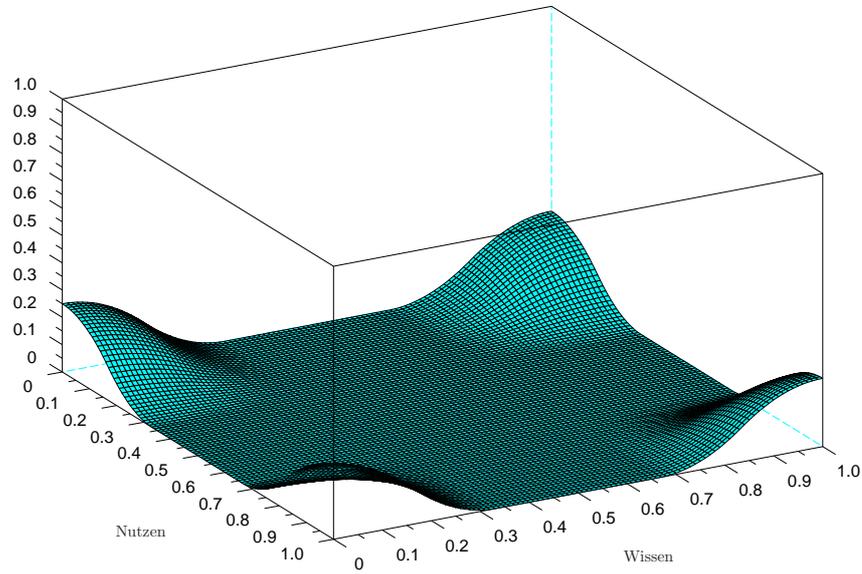


Abbildung 6.12: Falsche Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 36

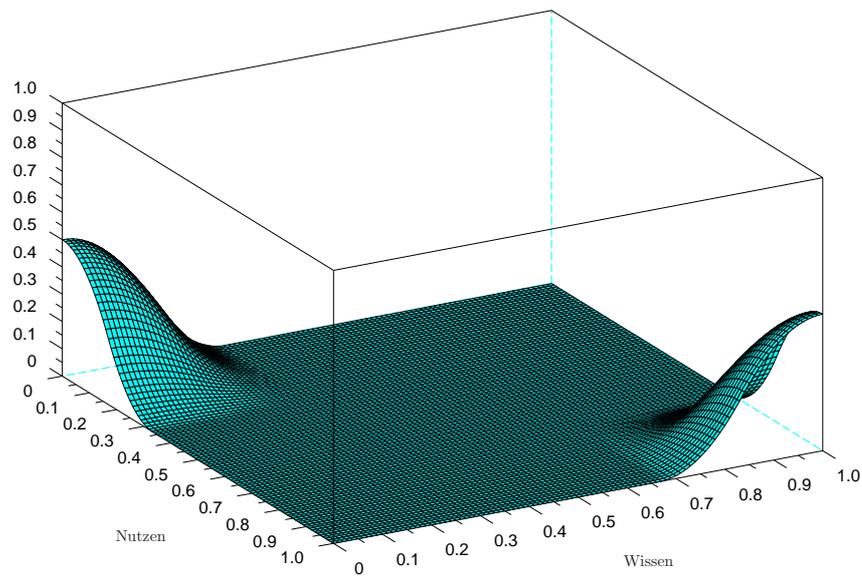


Abbildung 6.13: Richtige Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 36

**Definition 28.** Seien  $R_1, \dots, R_n$  Attributwerte der Form

$$R_i := (\mu_i, a_{N_i}, a_{W_i}, \omega_i).$$

Dabei sind die  $\mu_i$  unscharfe Relationen über dem Produktraum  $X^2$  dargestellt als Funktion:

$$\mu : X^2 \rightarrow X.$$

Die Interpretation der Symbole  $a_{N_i}$ ,  $a_{W_i}$  und  $\omega_i$  ist analog Satz 3 auf Seite 74. Sei  $\mathcal{R}_{X^2}$  analog  $\mathcal{F}_X$  die Menge aller stetig differenzierbaren unscharfen Relationen über  $X^2$ .

Definiere analog Satz 1 auf Seite 69 den kompensatorischen Anteil  $g_1$  der Aggregation durch punkt weise einfache additive Gewichtung:

$$g_1 : (\mathcal{R}_{X^2} \times \mathbb{N})^n \rightarrow \mathcal{R}_{X^2} \\ ((\mu_1(x, y), \omega_1), \dots, (\mu_n(x, y), \omega_n)) \mapsto (\sum_{i=1}^n \omega_i \mu_i(x, y)) / (\sum_{i=1}^n \omega_i)$$

Definiere analog zu Abschnitt 4.4.3 auf Seite 71 für jeden Punkt  $(x, y) \in X^2$  die Menge  $M_{(x,y)}$  durch

$$M_{(x,y)} := \{a_{N_i} a_{W_i} g_1(x, y) + (1 - a_{N_i} a_{W_i}) \mu_i(x, y) \mid i \in \mathbb{N}_n\} \cup \{g_1(x, y)\}$$

und damit die Funktion  $g_2$ :

$$g_2 : (\mathcal{R}_{X^2} \times X^2)^n \rightarrow \mathcal{R}_{X^2} \\ ((\mu_1(x, y), a_{N_1}, a_{W_1}), \dots, (\mu_n(x, y), a_{N_n}, a_{W_n})) \mapsto M_{(x,y)}$$

Kombiniere  $g_1$  und  $g_2$  linear, indem analog Satz 3 auf Seite 74 das Produkt des  $x$ -Wertes (Nutzenachse) und des  $y$ -Wertes (Wissensachse) als Linearfaktor genutzt wird. Erhalte die endgültige Form des Aggregators für Attributwerte, welche als unscharfe Relationen vorliegen:

$$g : (\mathcal{R}_{X^2} \times X^2 \times \mathbb{N})^n \rightarrow (\mathcal{R}_{X^2} \times X) \\ ((\mu_1, a_{N_1}, a_{W_1}, \omega_1)(x, y), \dots, (\mu_n, a_{N_n}, a_{W_n}, \omega_n)(x, y)) \mapsto (\tilde{g}, a)$$

mit

$$\tilde{g} := (1 - xy) \max M_{(x,y)} + xy \min M_{(x,y)}$$

und

$$a_N := \min\{a_{N_i} a_{W_i} \mid i \in \mathbb{N}_n\},$$

sowie

$$a_W := \min\{a_{W_i} \mid i \in \mathbb{N}_n\}.$$

Auch für den Fall aggregierter Attributwerte, entsprechen die Projektionen der aggregierten Relationen nicht notwendig der aggregierten Nutzen- bzw. Wissensfunktion:

**Satz 5.** Seien  $A_1, \dots, A_n$  Attributwerte gemäß Definition 10 auf Seite 46:

$$A_i := (\mu_{N_i}, \mu_{W_i}, a_{N_i}, a_{W_i}, \omega_i) \in \mathcal{F}_X^\emptyset \times \mathcal{F}_X \times X^\emptyset \times X \times \mathbb{N}.$$

Sei

$$A := (\mu_N, \mu_W, a_N, a_W) = f(A_1, \dots, A_n)$$

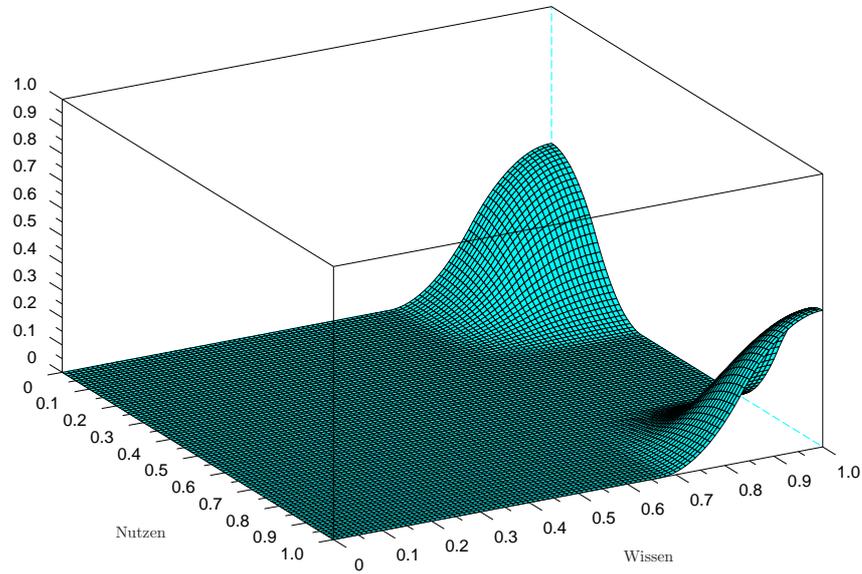
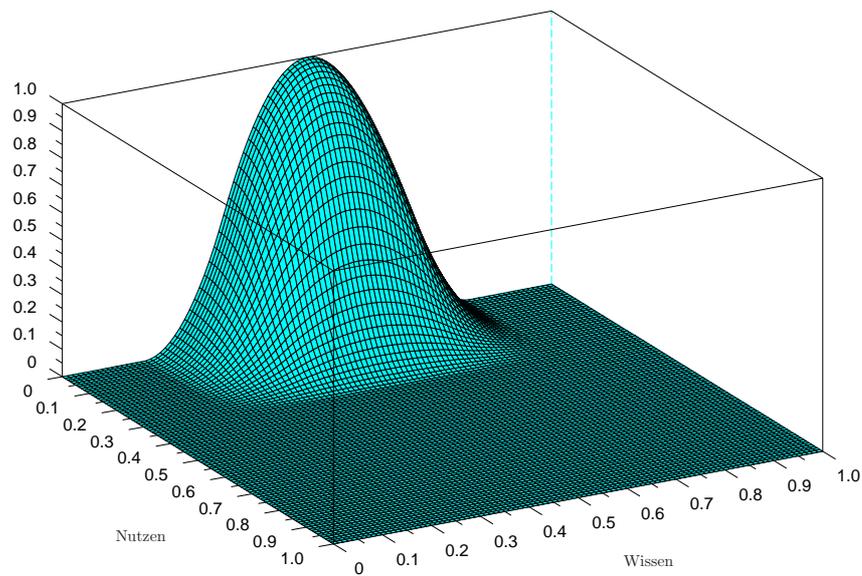
der aggregierte Attributwert gemäß Satz 3 auf Seite 74. Seien  $R_{A_1}, \dots, R_{A_n}$  Relationen der Attributwerte  $A_1, \dots, A_n$  gemäß Definition 25 auf Seite 117. Sei

$$R := g(R_{A_1}, \dots, R_{A_n})$$

die aggregierte Relation gemäß Definition 28. Dann gilt für die Projektionen  $R^{(1)}$  und  $R^{(2)}$  des Gesamtwertes  $R$  nicht notwendig

$$R^{(1)} = \mu_N \quad \text{bzw.} \quad R^{(2)} = \mu_W.$$

*Beweis.* Durch Gegenbeispiel: Betrachte die Attribute  $A_1$  und  $A_2$ , dargestellt als unscharfe Relationen  $R_{A_1}$  bzw.  $R_{A_2}$  in den Abbildungen 6.14 und 6.15. Abbildung 6.16 stellt die unscharfen Mengen  $R_{R_{A_1} \cup R_{A_2}}^{(1)} =: R^{(1)}$  und die aggregierte Nutzenfunktion  $\mu_N$  dar.  $\square$

Abbildung 6.14: Relation  $R_{A_1}$  im Beweis zu Satz 5Abbildung 6.15: Relation  $R_{A_2}$  im Beweis zu Satz 5

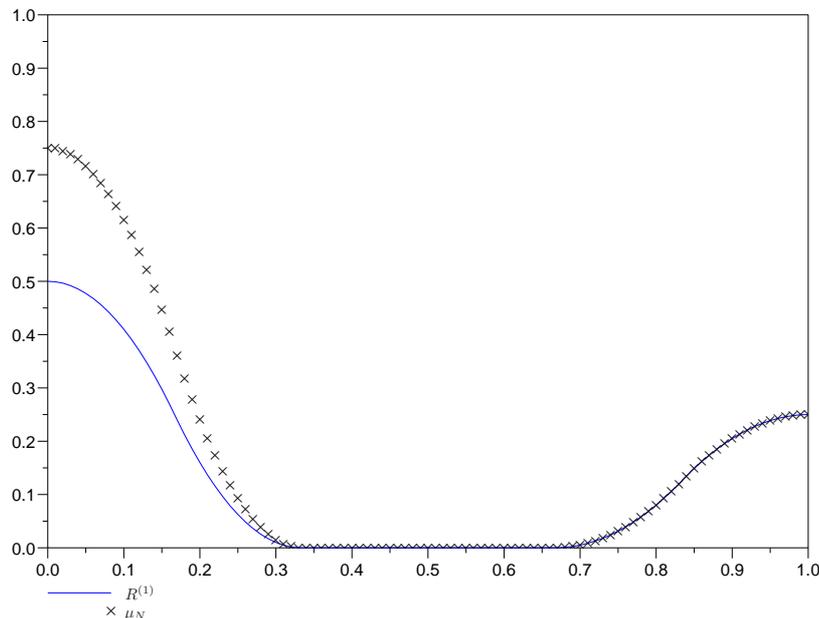


Abbildung 6.16: Grafische Darstellung des Gegenbeispiels im Beweis zu Satz 5. Deutlich ist  $R^{(1)} \neq \mu_N$  zu erkennen.

	Attribut $A_1$	Attribut $A_2$	Attribut $A_3$
Nutzenfunktionen	$\mu_{N_{A_1}}$	$\mu_{N_{A_2}}$	$\mu_{N_{A_3}}$
Kompensationsfaktoren Nutzen	$a_{N_{A_1}} = 0$	$a_{N_{A_2}} = 1$	$a_{N_{A_3}} = 1$
Wissensfunktionen	$\mu_{W_{A_1}}$	$\mu_{W_{A_2}}$	$\mu_{W_{A_3}}$
Kompensationsfaktoren Wissen	$a_{W_{A_1}} = 1$	$a_{W_{A_2}} = 1$	$a_{W_{A_3}} = 1$
Attributgewichte	$\omega_{A_1} = 1$	$\omega_{A_2} = 3$	$\omega_{A_3} = 3$

Tabelle 6.2: In Beispiel 37 benutzte Werte

### 6.2.3 Zusammenfassendes Beispiel

In diesem Abschnitt wird an einem zusammenhängenden Beispiel die Funktionsweise der grafischen Aufbereitung von Attributwerten besprochen. Wie in den Abschnitten 3.4, 4.5 und 5.6 liegt der Schwerpunkt auf der Konstruktion von Extremsituationen, so dass zu erkennen ist, wie die Konzepte ineinander greifen:

**Beispiel 37.** *Betrachte analog zu Beispiel 25 auf Seite 82 die Verifikation und Validierung eines LKW-Fahrsimulators. Der Wertbaum bestehe lediglich aus den Attributen HLA-Kompatibilität (Attribut  $A_1$ ), Übersichtlichkeit der grafischen Benutzeroberfläche (Attribut  $A_2$ ) und Originaltreue der Fahrgeräusche (Attribut  $A_3$ ). Tabelle 6.2 stellt zusammen mit den Abbildungen 6.17 und 6.18 die Attributbelegungen grafisch dar.*

*In Abbildung 6.19 sind sämtliche Attributwerte als einzelne Relationen dargestellt, Abbildung 6.20 veranschaulicht den Gesamtwert als aggregierte Relation. Deutlich wird wieder die Wirkung des Kompensationsfaktors  $\mu_{N_{A_1}} = 0$ . Obwohl die Attribute  $A_2$  und  $A_3$  dreifach gewichtet sind, ist deutlich die Nichtkompensierbarkeit von  $A_1$  zu erkennen.*

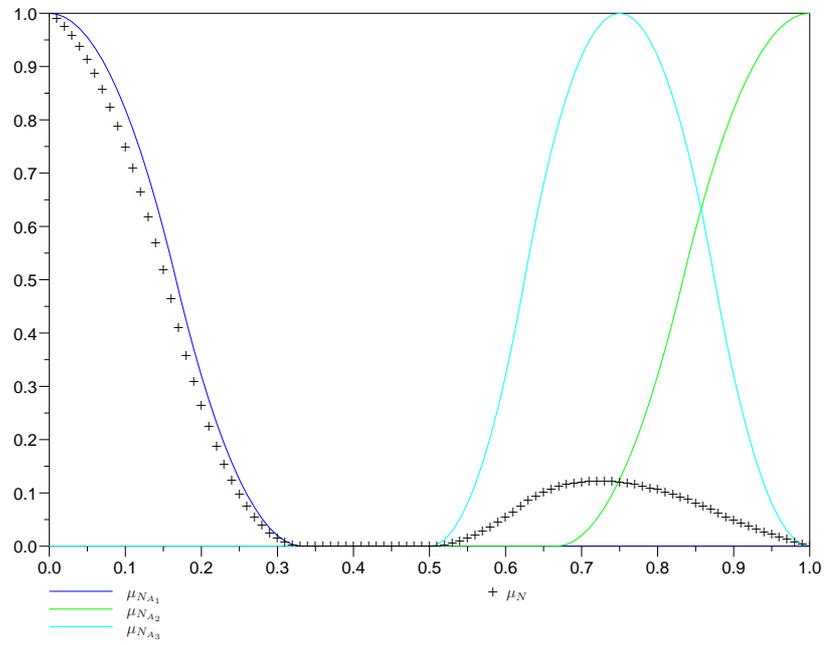


Abbildung 6.17: Nutzenfunktionen in Beispiel 37

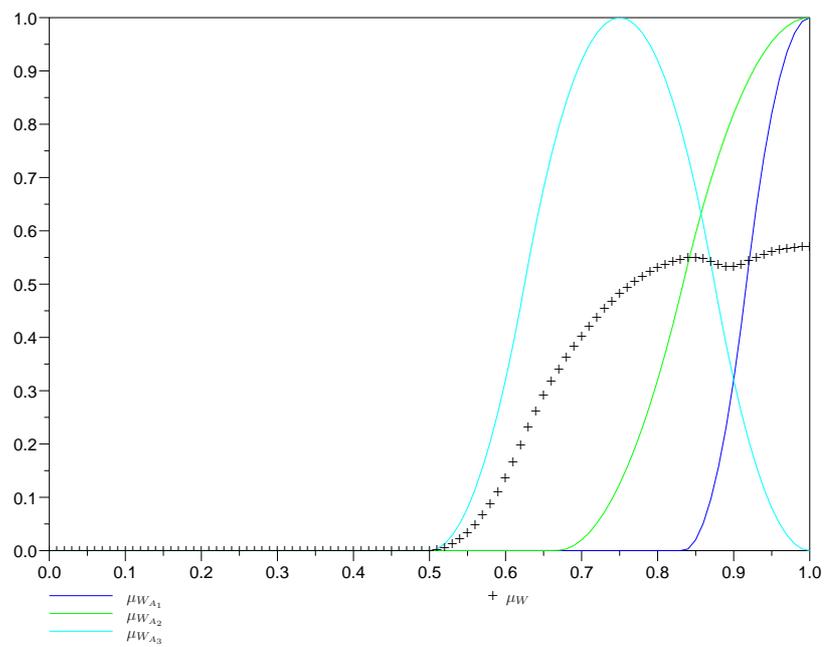


Abbildung 6.18: Wissensfunktionen in Beispiel 37

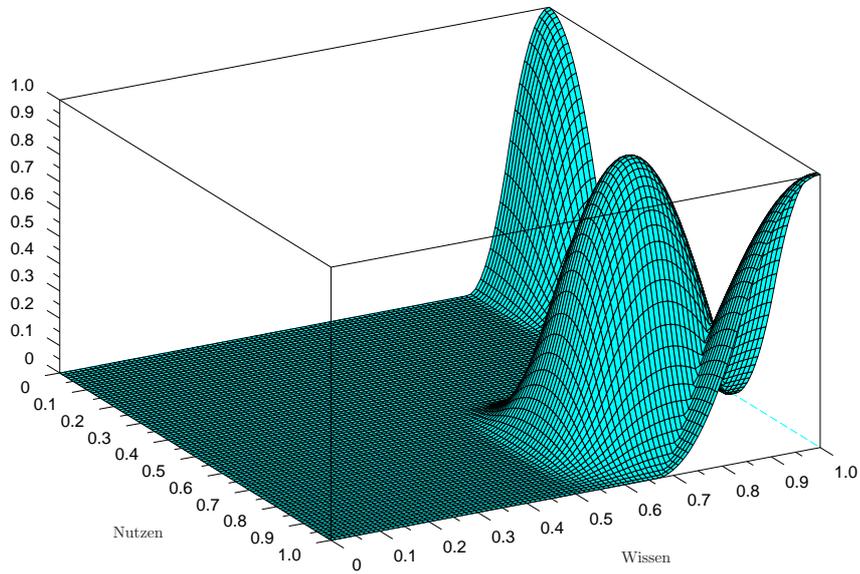


Abbildung 6.19: Darstellung der Attribute  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  in Beispiel 37

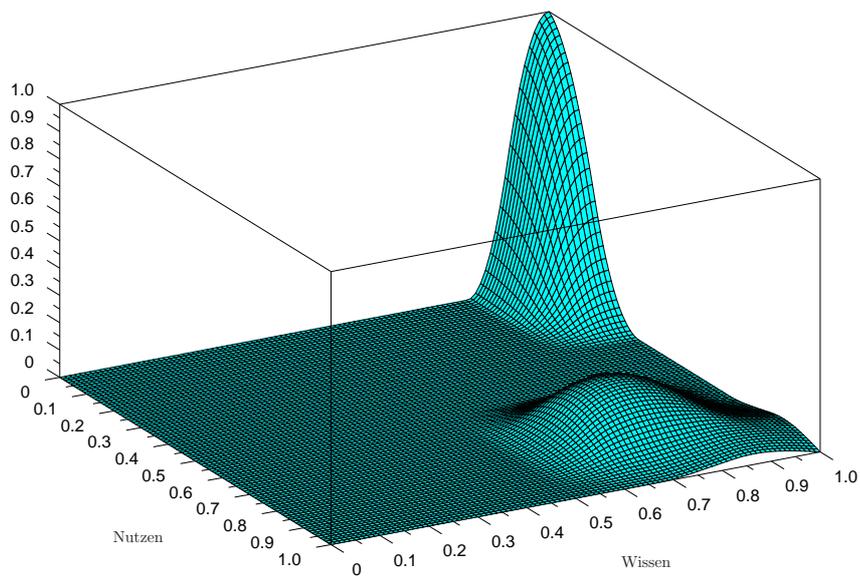


Abbildung 6.20: Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 37

### 6.3 Zusammenfassung

Inhalt dieses Kapitels ist die letzte Phase einer unscharfen Wertbaumanalyse: die Interpretation des aggregierten Wertes. Eine übliche Vorgehensweise für Verfahren, deren Ausgabedaten als unscharfe Mengen vorliegen, ist, aus diesen Mengen einen skalaren Gesamtwert zu bilden. Diesen Vorgang nennt man Defuzzyfizierung.

Am Anfang des Kapitels stand die Erörterung der Defuzzyfizierung selbst. Verschiedene Defuzzyfizierungsmethoden wurden betrachtet, und es wurde begründet, warum von einer Defuzzyfizierung in dieser Arbeit Abstand genommen wird.

Der Hauptteil des Kapitels – Abschnitt 6.2 – stellte ein Verfahren vor, um einzelne, aggregierte und Mengen von Attributwerten grafisch so aufzuarbeiten, dass der Anwender mit allen notwendigen Informationen innerhalb eines Diagramms versorgt wird. Zu diesem Zweck wurde der in Satz 3 definierte Aggregator übertragen auf die Situation, dass Nutzen und Wissen nicht in Form zweier unscharfer Mengen, sondern gemeinsam als unscharfe Relation vorliegen.

# Kapitel 7

## Gesamtbeispiel und Anwendungsoptionen

In diesem Kapitel kommen die in dieser Arbeit hergeleiteten Konzepte in einem Gesamtbeispiel zur Anwendung. Es wird der vollständige Ablauf einer unscharfen Wertbaumanalyse, inklusive der Aspekte, welche aus der klassischen Wertbaumanalyse ohne Modifikation übernommen werden, betrachtet. Wieder liegt der Schwerpunkt auf der Konstruktion von Extremsituationen. Die Intention ist die Verdeutlichung des Ineinandergreifens der Konzepte und die erfolgreiche Umsetzung der Anforderungen aus Abschnitt 2.4 auf Seite 25.

In Abschnitt 7.1 wird der verwendete Beispielrahmen eingeführt. Das zu untersuchende Modell wird vorgestellt, ebenso wird mit Hilfe des „V&V-Dreiecks“ [23] ein realitätsnaher Teil eines V&V-Plans aufgestellt, welcher anschließend in einen unscharfen Wertbaum umgesetzt wird.

Abschnitt 7.2 ist der umfangreichste Teil dieses Kapitels. Die Attribute des Wertbaums werden mit den in Kapitel 5 entwickelten Algorithmen mit Werten belegt. Anschließend kommt der in Kapitel 4 definierte Aggregator zur Anwendung. Statt einer Interpretation bzw. Defuzzifizierung der Gesamtwerte kommen auf jeder Ebene des Wertbaums die in Kapitel 6 erstellten Verfahren zum Einsatz. Die Anwendung der erarbeiteten Konzepte geht einher mit einer ausführlichen Diskussion.

Als weitere Anwendungsoption, welche über die in Abschnitt 2.4 gestellten Anforderungen hinausgeht, wird in Abschnitt 7.3 eine Sensitivitätsanalyse durchgeführt. Es wird demonstriert, wie die entwickelten Konzepte zur Fiskaloptimierung eingesetzt werden können. Abschnitt 7.4 präsentiert eine Zusammenfassung dieses Kapitels.

### 7.1 Der Beispielrahmen

In diesem Abschnitt wird ein Beispielrahmen vorgestellt, welcher in den nächsten Abschnitten als Ausgangspunkt dient. Zuerst wird das benutzte Modell erläutert. Anschließend wird mit Hilfe des „V&V-Dreiecks“ ein unscharfer Wertbaum aufgestellt, an dem die in diesem Kapitel besprochenen Untersuchungen durchgeführt werden. Der unscharfe Wertbaum wird schließlich in einen V&V-Plan überführt.

#### 7.1.1 Das betrachtete Modell

Bevor das Beispielmodell diskutiert wird, sollen die Überlegungen, welche zur Auswahl dieses Modells führten, skizziert werden: Es wurde ein Modell gewählt, dessen Verständ-

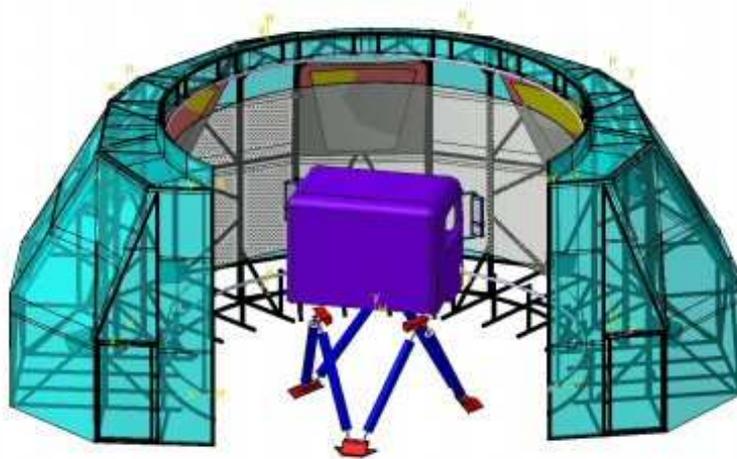


Abbildung 7.1: Konzeptskizze eines LKW-Fahrsimulators [88]

nis keine lange Einarbeitungszeit benötigt. Die Modelldomäne sollte die Eigenschaft haben, dass der Fokus beim Leser auf der Wirkung der in dieser Arbeit erstellen Konzepte und nicht auf dem Modell liegt. Allerdings darf das Modell nicht trivial sein. Einerseits könnte der Eindruck entstehen, dass die entwickelten Konzepte beschränkt blieben auf die Anwendung an trivialen bzw. sehr einfachen Modellen, andererseits besteht die Gefahr, dass das Beispiel nicht ergiebig genug ist, um daran die volle Wirkung der erarbeiteten Konzepte zu demonstrieren.

Angelehnt an [23] fiel die Wahl auf die Domäne Straßenverkehr, speziell wird ein LKW-Fahrsimulator betrachtet. Dieses Modell vereinigt alle der genannten Anforderungen: Jedes Individuum ist Straßenverkehrsteilnehmer und hat über das Aussehen und die Funktion eines Fahrsimulators eine Vorstellung.

Der Aufbau eines LKW-Fahrsimulators ist in Abbildung 7.1 dargestellt. Dieser besteht im Wesentlichen aus den Anteilen Fahrerkabine und Sichtsystem. Die Fahrerkabine wird eine Originalfahrzeugkabine sein, welche auch auf einem realen LKW montiert sein könnte. Befestigt ist sie auf einem Hydrauliksystem, welches die Fahrzeugbewegungen emuliert. Das Sichtsystem besteht aus Monitoren oder Leinwänden, auf denen eine rechnergenerierte Grafik der Umwelt präsentiert wird. Nach Möglichkeit sollte das Sichtsystem das Blickfeld des Fahrschülers vollständig abdecken. Nicht in Abbildung 7.1 dargestellt ist der Bedienplatz des Ausbilders. Dieser hat die Form eines Rechnerarbeitsplatzes und befindet sich außerhalb des Simulators.

### 7.1.2 Der exemplarische Wertbaum

Die Literatur schlägt verschiedene Möglichkeiten vor, wie V&V-Maßnahmen, angelehnt an einen bestimmten Modellbildungsprozess, zu strukturieren sind [5, 25]. In dieser Arbeit soll das in [23] beschriebene und in Abbildung 7.2 dargestellte „V&V-Dreieck“ benutzt werden.

Das „V&V-Dreieck“ setzt auf dem in Abschnitt 1.1 diskutierten so genannten „ITIS-Modellbildungsprozess“ auf und bietet dem Anwender eine Methodologie, V&V-Techniken so auszuwählen, dass einerseits eine komplette Überdeckung des Modellbildungsprozesses gewährleistet ist, zum Anderen das Risiko reflektiert wird, welches mit der Benutzung falscher Modellergebnissen einhergeht. In [23] wird diese Eigenschaft „Breite und Tiefe“ der V&V-Tätigkeiten genannt.

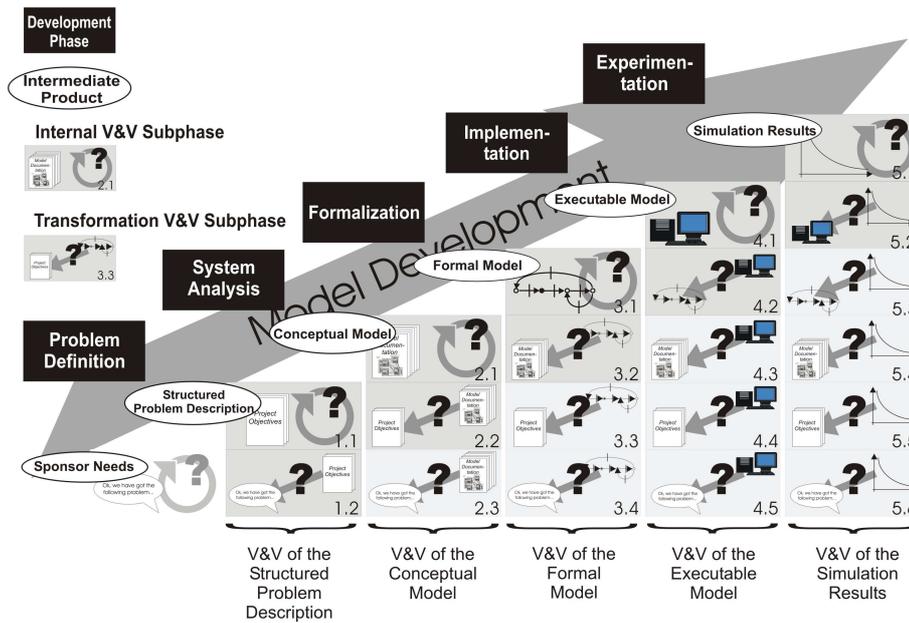


Abbildung 7.2: Das „V&V-Dreieck“ [23]

Die Strukturierungselemente des „V&V-Dreiecks“ sind Subphasen, welche sich in natürlicher Weise an die Zwischenprodukte und Arbeitsschritte im so genannten „ITIS-Modellbildungsprozess“ anordnen. Diese Subphasen sind damit prädestiniert in einer Wertbaumanalyse die oberste Ebene der Knoten darzustellen. Zusätzlich werden in [23] feinere Strukturierungen unterhalb der Subphasenebene besprochen.

Exemplarisch wird in diesem Abschnitt ein Wertbaum betrachtet, dessen Wurzel mit dem Attribut „Nutzen des Modells“ versehen wird. Die Knoten der ersten Ebene repräsentieren die Subphasen (4.4), „Transformale Verifikation des ausführbaren Modells gegen die strukturierte Problembeschreibung“, bzw. (4.1), „Interne V&V des ausführbaren Modells“. Die zweite Ebene des Wertbaums sind bereits Blätter, welche Ergebnisse von V&V-Tätigkeiten darstellen. Insgesamt soll der Wertbaum zehn Blätter enthalten, welche zu gleichen Anteilen auf die Knoten (4.1) und (4.4) verteilt sind. Abbildung 7.3 stellt den Wertbaum grafisch dar.

Bemerkt werden soll, dass der in diesem Abschnitt skizzierte Wertbaum nicht den Anspruch auf Vollständigkeit erhebt. Die Intention des Wertbaums ist die sinnvolle Darbietung einer Plattform zur Demonstration der in dieser Arbeit erstellten Konzepte. Wichtige Zwischenprodukte bzw. Arbeitsschritte des „ITIS-Modellbildungsprozesses“ werden von der Betrachtung ausgeklammert.

### 7.1.3 Ausschnitt des V&V-Plans

Normalerweise wird begleitend zur Modellentwicklung im Rahmen des VV&A-Prozesses ein V&V-Plan aufgestellt, welcher sämtliche durchzuführende V&V-Tätigkeiten beschreibt. Typische Inhalte eines V&V-Plans sind:

- Eine eindeutige Nummer, wo im Wertbaum die beschriebene V&V-Tätigkeit einzuordnen ist. Im aktuellen Beispiel besteht diese aus der Subphase des „V&V-Dreiecks“, welcher diese Tätigkeit zugeordnet ist und einer fortlaufenden Nummer. Zum Beispiel beschreibt (4.4.2) die zweite V&V-Tätigkeit in Subphase (4.4).
- Der Name der V&V-Tätigkeit, zusammen mit einer kurzen Beschreibung.

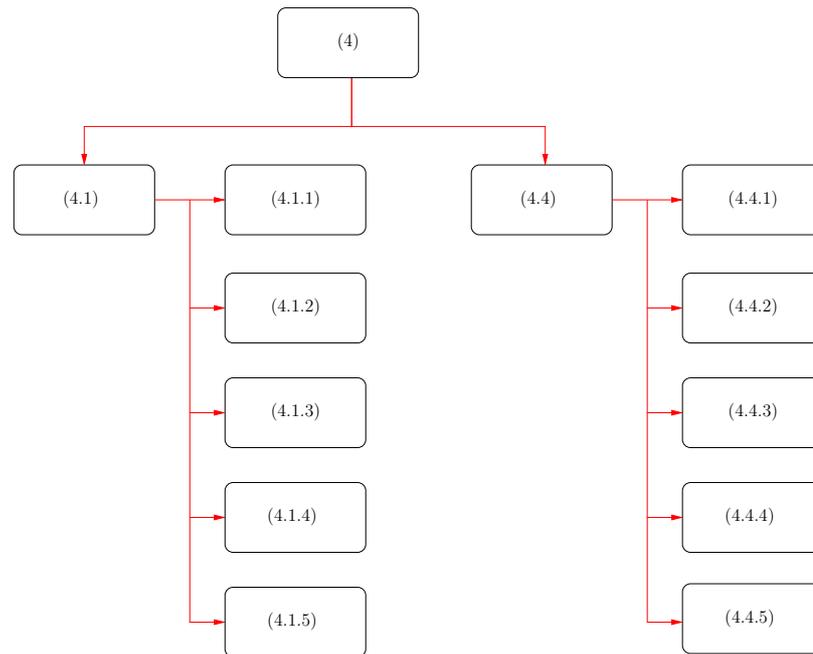


Abbildung 7.3: Verwendeter Wertbaum

- Eine Begründung, warum diese V&V-Tätigkeit durchgeführt wird. Für formale Verifikation wird das meist der Verweis auf die Dokumentation eines bereits erstellten Zwischenproduktes sein.
- Die für die Durchführung der V&V-Tätigkeit verantwortliche Person. Dies kann ein Entwickler oder der V&V-Agent selbst sein.
- Dritte Personen, zum Beispiel Domänenexperten oder Entwickler, welche bei der Durchführung der V&V-Tätigkeit mitwirken.
- Die Dauer der V&V-Aktivität.
- Eine Aufzählung, welche Dokumentation und Zwischenprodukte im Modellbildungsprozess zur Ausführung der V&V-Tätigkeit verfügbar sein müssen.
- Die für die Durchführung der V&V-Tätigkeit notwendige Infrastruktur. Zum Beispiel spezielle Messgeräte oder Hard- und Software.
- Die Kosten, die für die V&V-Technik veranschlagt werden, um eine Budgetkalkulation durchführen zu können.

Weitere Details zum Inhalt und Aufbau eines V&V-Plans können in [5] nachgelesen werden. Die folgenden Tabellen präsentieren den relevanten Ausschnitt des V&V-Plans.

<b>Attribut:</b>	<b>(4.1.1)</b>
Tätigkeit:	Execution Testing
Beschreibung:	Überprüfen der Echtzeitfähigkeit durch Berechnung der mittleren Systemreaktionszeit auf Anwendereingaben
Begründung:	Interaktive Trainingssimulatoren müssen Anwendereingaben so schnell in eine Systemreaktion umsetzen, dass der Anwender keine Verzögerung bemerkt.

Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Entwickler $E_1$
Dauer:	6 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell
Infrastruktur- forderungen:	Messgerät $M_1$
Kosten:	6 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 6 Stunden Vergütungsgruppe $E_1$ 6 Stunden Mietrate Messgerät $M_1$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.1.2)</b>
Tätigkeit:	Graphical Comparison
Beschreibung:	Überprüfen der Übereinstimmung des Kraftaufwandes zum Drehen des Lenkrades im realen LKW und Modell durch grafische Repräsentation der notwendigen Kraft und Vergleich der Graphen
Begründung:	Valide Trainingssimulatoren zeichnen sich durch eine dem realen System identische Bedienung aus; Wichtigste Bedieneinheit ist das Lenkrad.
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$
Dauer:	3 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell
Infrastruktur- forderungen:	Messgerät $M_2$
Kosten:	3 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 3 Stunden Vergütungsgruppe $D_1$ 3 Stunden Mietrate Messgerät $M_2$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.1.3)</b>
Tätigkeit:	Face Validation
Beschreibung:	Überprüfung der Übereinstimmung der Geräuschkulisse im Modell und realen Gerät durch einen Experten
Begründung:	Valide Trainingssimulatoren zeichnen sich durch eine reale Abbildung der Geräuschkulisse aus
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$
Dauer:	3 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell
Infrastruktur- forderungen:	Keine
Kosten:	3 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 3 Stunden Vergütungsgruppe $D_1$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.1.4)</b>
Tätigkeit:	Messung/Execution Testing
Beschreibung:	Überprüfung der Übereinstimmung des Sichtfeldes in den verschiedenen Rückspiegeln zwischen Realität und Modell
Begründung:	Zur Validität eines Fahrsimulators gehört die Übereinstimmung des Sichtfeldes in den Rückspiegeln. Diese Übereinstimmung ermöglicht den Umgang mit dem Phänomen „toter Winkel“.
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$ Entwickler $E_1$
Dauer:	6 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell
Infrastruktur- forderungen:	Messgerät $M_3$
Kosten:	6 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 6 Stunden Vergütungsgruppe $D_1$ 6 Stunden Vergütungsgruppe $E_1$ 6 Stunden Mietrate Messgerät $M_3$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.1.5)</b>
Tätigkeit:	Invalid Input Testing/Execution Testing
Beschreibung:	Der Simulator wird absichtlich falsch bedient, erwartete Reaktion des Systems ist ein kontrollierter Übungsabbruch (Provokation von Unfällen oder Lenken des LKW gegen Häuser)
Begründung:	Im SW-Engineering ist ein Indikator für Qualität die adäquate Reaktion des Programms auch auf unsinnige Benutzereingaben
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$ Entwickler $E_1$
Dauer:	2 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell
Infrastruktur- forderungen:	Keine
Kosten:	2 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 2 Stunden Vergütungsgruppe $D_2$ 2 Stunden Vergütungsgruppe $E_3$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.4.1)</b>
Tätigkeit:	Data Analysis
Beschreibung:	Überprüfen der Übereinstimmung der Länge der Ampelphasen zwischen Realität und Modell

Begründung:	In der strukturierten Problembeschreibung wurde gefordert, dass in der Umweltdarstellung die Länge der Ampelphasen der Realität entspricht.
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Entwickler $E_1$
Dauer:	2 Stunden
Benutzte Modell-dokumentation und Zwischenprodukte:	Quellcode des ausführbaren Modells Dokumentation der strukturierten Problembeschreibung
Infrastruktur-forderungen:	Keine
Kosten:	2 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 2 Stunden Vergütungsgruppe $E_1$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.4.2)</b>
Tätigkeit:	Compliance Testing (Standards Testing)
Beschreibung:	HLA Kompatibilitätstest gemäß [30]
Begründung:	In der strukturierten Problembeschreibung wurde die HLA-Fähigkeit des Modells gemäß diesem Test vorgeschrieben.
Verantwortlich:	Entwickler $E_1$
Mitwirkende:	Keine
Dauer:	6 Stunden
Benutzte Modell-dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell Dokumentation der strukturierten Problembeschreibung
Infrastruktur-forderungen:	Keine
Kosten:	6 Stunden Vergütungsgruppe $E_1$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.4.3)</b>
Tätigkeit:	Execution Testing
Beschreibung:	Überprüfung der Übereinstimmung des Bremsweges zwischen Modell und realem LKW
Begründung:	In der strukturierten Problembeschreibung wurde gefordert, dass sich der Bremsweg im Modell und realem LKW nicht wesentlich unterscheiden dürfen, insbesondere darf der Bremsweg im Modell nicht länger sein.
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$
Dauer:	6 Stunden
Benutzte Modell-dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell Dokumentation der strukturierten Problembeschreibung
Infrastruktur-forderungen:	Keine
Kosten:	6 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 6 Stunden Vergütungsgruppe $D_1$

<b>Attribut:</b>	<b>(4.4.4)</b>
------------------	----------------

Tätigkeit:	Field Testing
Beschreibung:	Fahrschüler absolvieren bis auf zwei Fahrstunden die komplette Ausbildung am Simulator, die Durchfallraten bei der praktischen Prüfung dürfen nicht wesentlich höher sein.
Begründung:	In der strukturierten Problembeschreibung wurde gefordert, dass der Simulator die Ausbildung am realen LKW auf ein Minimum reduzieren soll.
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Entwickler $E_1$ Personal der beteiligten Fahrschule
Dauer:	400 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell Dokumentation der strukturierten Problembeschreibung
Infrastruktur- forderungen:	
Kosten:	400 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 400 Stunden Vergütungsgruppe $E_1$ Kosten für Fahrschulpersonal

<b>Attribut:</b>	<b>(4.4.5)</b>
Tätigkeit:	Desk Checking
Beschreibung:	Überprüfung, ob alle in der Fahrprüfung relevanten Entitäten des realen Systems im Simulator nachgebildet wurden (zum Beispiel die Funktionalität des Fahrtenschreibers.)
Begründung:	In der strukturierten Problembeschreibung wurde gefordert, dass der Simulator die Ausbildung am realen Gerät auf ein Minimum reduzieren soll
Verantwortlich:	V&V-Agent $V_1$
Mitwirkende:	Domänenexperte $D_1$
Dauer:	3 Stunden
Benutzte Modell- dokumentation und Zwischenprodukte:	Ausführbares Modell Dokumentation der strukturierten Problembeschreibung
Infrastruktur- forderungen:	Keine
Kosten:	3 Stunden Vergütungsgruppe $V_1$ 3 Stunden Vergütungsgruppe $D_1$

## 7.2 Beispiel: Nutzen- und Wissensquantifizierung

In diesem Abschnitt wird die Anwendung der in den Kapiteln 3, 4 und 5 erstellten Konzepte zusammenhängend demonstriert. Die Attribute werden mit Werten belegt und aggregiert.

## 7.2.1 Ermittlung der Attributwerte

### Attribut (4.1.1)

**Ausgangssituation:** Der V&V-Agent und Entwickler messen die durchschnittliche Zeit, welche das System benötigt, um auf eine Benutzereingabe zu reagieren. Die Messungen werden für Lenkradbewegungen und die Bedienung der Bremse durchgeführt. Es werden so viele Messungen durchgeführt, dass ein aussagekräftiger Mittelwert gebildet werden kann, insbesondere soll die Varianz kleiner als 0.5 msec sein.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist für jedes mögliche Ergebnis der Messung eine Nutzenfunktion mit Kompensationsfaktor. Zusätzlich soll der V&V-Agent quantifizieren, wie gesichert das Wissen über diese Eigenschaft ist.

### Attribut (4.1.1) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Gemäß Abschnitt 5.3.4 auf Seite 93: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Messungen, Tests und Analysen.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Entwickler sagt aus: „Ein Mensch registriert bei Systemreaktionszeiten von weniger als 10 msec keine Anomalien. Natürlich sind kleinere Werte besser. Unterhalb einer Reaktionszeiten von 5 msec nimmt man definitiv keine Verzögerung wahr.“
2. **Definition des Diskursuniversums:**  $U := [3, 15]$ , d. h. die durchschnittliche Reaktionszeit des Systems in msec.
3. **Definition linguistischer Werte:**

$$\begin{aligned}(\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= („Zu langsam“, 0) \\(\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= („Bedingt echtzeitfähig“, 0.2) \\(\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= („Echtzeitfähig“, 1) \\(\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= („Spitzenwert“, 1)\end{aligned}$$

4. **Bestimmen einer Zugehörigkeitsfunktion für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Das Diskursuniversum wird zu

$$U := \{3, 4, \dots, 15\}$$

diskretisiert. Der V&V-Agent befragt den Entwickler nach den Zugehörigkeitswerten für jeden linguistischen Wert nach folgendem Beispiel:

- „Trifft die Beschreibung 'Zu langsam' auf den Durchschnittswert 12 msec voll, genau zur Hälfte oder überhaupt nicht zu?“

Eine Übersicht über die Antworten liefert Tabelle 7.11, die generierten Zugehörigkeitsfunktion sind in Abbildung 7.4 dargestellt.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}t &: \tilde{T} \rightarrow T \\„Zu langsam“ &\mapsto „sehr gering“ \\„Bedingt echtzeitfähig“ &\mapsto „gering bis mittel“ \\„Echtzeitfähig“ &\mapsto „hoch“ \\„Spitzenwert“ &\mapsto „sehr hoch“\end{aligned}$$

$x \in U$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	0	n/a	n/a	1	1	1
$\mu_{\tilde{T}_2}(x)$	0	0	0	0	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	1	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_3}(x)$	1	1	1	1	1	1	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_4}(x)$	1	1	1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0

Tabelle 7.11: Attribut (4.1.1): Zugehörigkeitswerte linguistischer Werte über dem Diskursuniversum (n/a  $\hat{=}$  „nicht durch Experten festgelegt“)

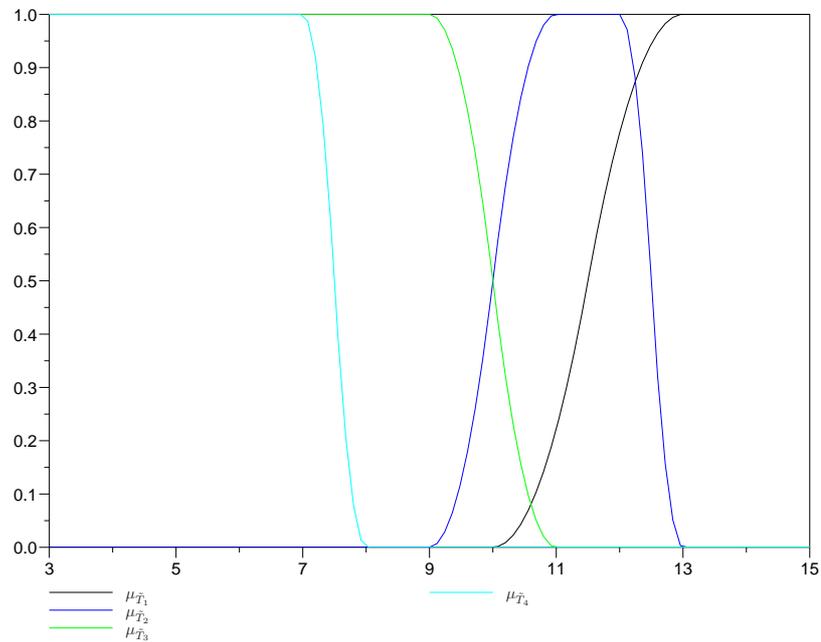


Abbildung 7.4: Attribut (4.1.1): Generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum

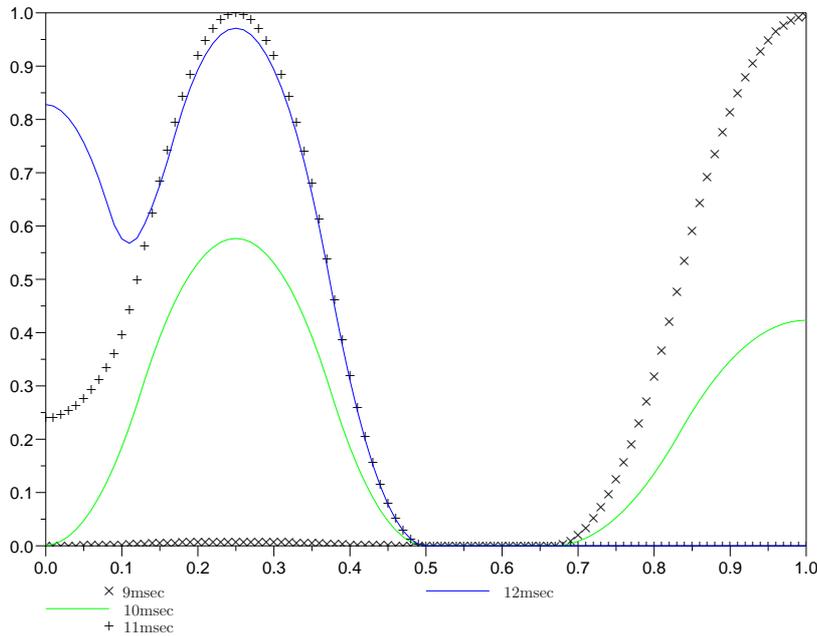


Abbildung 7.5: Attribut (4.4.1): Nutzenfunktionen für verschiedene Reaktionszeiten

Mittlere Reaktionszeit (in msec)	3	4	5	6	7	8	9
Kompensationsfaktor	1	1	1	1	1	1	0.994
Mittlere Reaktionszeit (in msec)	10	11	12	13	14	15	
Kompensationsfaktor	0.538	0.161	0.107	0	0	0	

Tabelle 7.12: Attribut (4.1.1): Kompensationsfaktoren für verschiedene Systemreaktionszeiten

**6. Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Gemäß der Berechnungsvorschrift in Abschnitt 5.3.4 erhält man für jede mittlere Reaktionszeit des Systems eine Zugehörigkeitsfunktion mit Kompensationsfaktor. Abbildung 7.5 stellt diverse Nutzenfunktionen für verschiedene Reaktionszeiten dar. Tabelle 7.12 zeigt die errechneten Kompensationsfaktoren.

Gemessen wird eine durchschnittliche Systemreaktionszeit von 9.5 msec, die entsprechende Nutzenfunktion  $\mu_{N(4.4.1)}$  ist in Abbildung 7.11 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu 0.856.

**Attribut (4.1.1) – Bestimmung der Wissensfunktion**

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

- 1. Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Die Varianz der gemessenen Werte, welche gemäß der Ausgangssituation nicht den Wert 0.5 übersteigen soll, wird herangezogen, um die Wissensfunktion zu bestimmen
- 2. Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.

3. **Definition linguistischer Werte:** V&V-Agent und Entwickler übernehmen die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}\tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“}\end{aligned}$$

Die Kompensationsfaktoren setzen sie wie folgt:

$$a_{\tilde{T}_1} = 1, \quad a_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad a_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad a_{\tilde{T}_4} = a_{\tilde{T}_5} = 0.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** V&V-Agent und Entwickler übernehmen die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ &\text{„Alles Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr hoch“} \\ &\text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„hoch“} \\ &\text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \mapsto \text{„mittel“} \\ &\text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \mapsto \text{„gering“} \\ &\text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr gering“}\end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Entwickler und V&V-Agent messen eine Varianz von 3 msec, aufgrund derer die Generierung der Wissensfunktion trivial ist. Folgende Zugehörigkeitsgrade werden festgelegt:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion  $\mu_{W(4.1.1)}$  ist in Abbildung 7.12 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

#### Attribut (4.1.2)

**Ausgangssituation:** Der V&V-Agent und Experte benutzen das Messgerät  $M_3$ , um am Simulator den Kraftaufwand zu messen, welcher notwendig ist, das Lenkrad in Abhängigkeit von der jeweiligen Lenkradposition zu drehen. In der technischen Dokumentation des LKW ist derselbe Graph für den realen LKW abgebildet. Beide Graphen werden verglichen.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche das Ergebnis des Vergleichs darstellt. Zusätzlich eine Wissensfunktion, welche das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs repräsentiert.

#### Attribut (4.1.2) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Gemäß Abschnitt 5.3.4 auf Seite 93: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Messungen, Tests und Analysen.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Domänenexperte sagt aus: „Grundsätzlich sollten beide Graphen übereinstimmen. In den äußeren Bereichen des Graphen ist die Übereinstimmung nicht essenziell, da extreme Lenkbewegungen selten durchgeführt werden.“

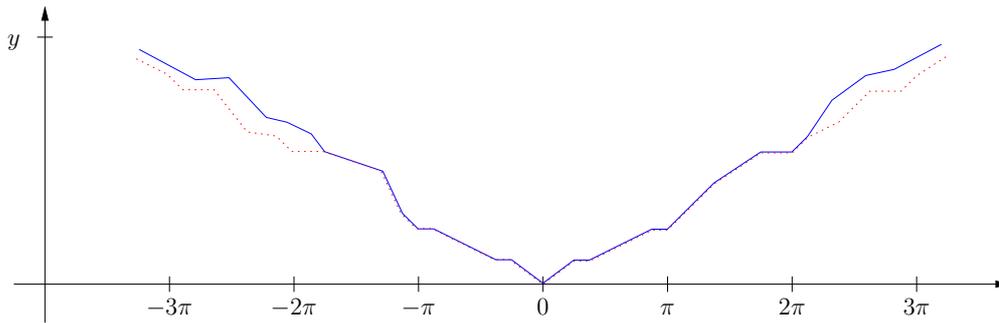


Abbildung 7.6: Notwendiger Kraftaufwand zum Drehen des Lenkrads (Ordinate) in Abhängigkeit von der Lenkradposition (Abszisse)

2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der Experte legt folgende linguistische Werte mit Kompensationsfaktoren fest:

- $(\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) :=$  („Graphen stimmen vollkommen überein“, 1)
- $(\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) :=$  („Graphen stimmen bis auf die äußeren Bereiche überein“, 1)
- $(\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) :=$  („Die Form der Graphen stimmt überein. Jedoch sind diese nicht deckungsgleich“, 1)
- $(\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) :=$  („Kaum Übereinstimmung“, 1)
- $(\tilde{T}_5, a_{\tilde{T}_5}) :=$  („Vollkommen unterschiedlich“, 0.5)

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„hoch“} \\
 \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„gering“} \\
 \tilde{T}_5 &\mapsto \text{„sehr gering“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Das Ergebnis der Messungen ist in Abbildung 7.6 dargestellt. Der blaue Graph repräsentiert die Messung im Simulator, der rote die Messung im realen LKW. Der Experte sagt aus: „Die Graphen stimmen – bis auf die äußeren Bereiche – miteinander überein. Die äußeren Bereiche sind vernachlässigbar.“ Er legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Nutzenfunktion  $\mu_{N(4.1.2)}$  ist in Abbildung 7.11 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu 1.

#### Attribut (4.1.2) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Gemäß der Vorgabe sollen beide Graphen berechnet und verglichen werden, was auch der Fall ist. Alles notwendige Wissen ist vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** V&V-Agent und Domänenexperte übernehmen die Werte von Attribut (4.1.1).
4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Identisch zu Attribut (4.1.1)
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Festlegung der Zugehörigkeitsgrade ist trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Zugehörigkeitsfunktion ist in Abbildung 7.12 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

### Attribut (4.1.3)

**Ausgangssituation:** Der Domänenexperte bedient den Simulator und beurteilt, ob die produzierten Geräusche dem realen LKW entsprechen.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche das Ergebnis darstellt. Zusätzlich eine Wissensfunktion, welche das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs repräsentiert.

### Attribut (4.1.3) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Gemäß Abschnitt 5.4 auf Seite 101: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Experteninterpretation.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Domänenexperte sagt aus: „Grundsätzlich sollten die produzierten Geräusche übereinstimmen. Auch sollte kein wichtiges Geräusch fehlen.“
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der Experte legt folgende linguistische Werte mit Kompensationsfaktoren fest:

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Geräuschkulisse ist perfekt“}, 1) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Alle Geräusche vorhanden“}, 1) \\ (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Man merkt, dass die Geräusche künstlich sind“}, 1) \\ (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Wichtige Geräusche fehlen“}, 1) \end{aligned}$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„hoch“} \\
 \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„gering bis mittel“} \\
 \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„sehr gering“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:**

Der Experte sagt aus: „Grundsätzlich stimmen die Geräusche des Simulators mit denen des realen LKW überein. Jedoch macht im realen LKW das Getriebe ein knacksendes Geräusch, falls man nicht lange genug vor einem Schaltvorgang die Kupplung tritt. Dieses Geräusch sollte vorhanden sein.“ Er legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.8, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 0.5.$$

Die berechnete Nutzenfunktion  $\mu_N$  (4.1.3) ist in Abbildung 7.11 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu 1.

**Attribut (4.1.3) – Bestimmung der Wissensfunktion**

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Gemäß der Vorgabe, soll die Überprüfung von einem erfahrenen Fahrlehrer durchgeführt werden, welchem genügend Zeit eingeräumt wird. Da dieses der Fall ist, ist alles notwendige Wissen vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die Werte des Attributs (4.1.1).
4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Identisch zu Attribut (4.1.1)
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Festlegung der Zugehörigkeitsgrade ist trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Zugehörigkeitsfunktion ist in Abbildung 7.12 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

**Attribut (4.1.4)**

**Ausgangssituation:** Das Sichtfeld der Rückspiegel im realen LKW soll mit dem Simulator verglichen werden. Diese V&V-Tätigkeit ist wichtig, da der Umgang mit dem Phänomen „Toter Winkel“ geübt werden muss.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche repräsentiert, in wieweit die Sichtfelder übereinstimmen. Zusätzlich soll der V&V-Agenten quantifizieren, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

**Attribut (4.1.4) – Bestimmung der Nutzenfunktion**

Die V&V-Tätigkeit wird von der Projektleitung gestrichen. Als Begründung wird die hohe Miete für Messgerät  $M_2$  angeführt. Der V&V-Agent setzt:

$$\mu_{N_{(4.1.4)}} := a_{N_{(4.1.4)}} := \emptyset.$$

**Attribut (4.1.4) – Bestimmung der Wissensfunktion**

Es ist kein Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs vorhanden. Diese Aussage entspricht dem linguistischen Wert  $\tilde{T}_5$  in Abschnitt 5.5: „Kein Wissen vorhanden“. Als Kompensationsfaktor für das Wissen wird 0 gesetzt, da der V&V-Agent die Übereinstimmung des „toten Winkels“ im Simulator und realen LKW als essenziell für die Validität ansieht.

**Attribut (4.1.5)**

**Ausgangssituation:** Der V&V-Agent soll überprüfen, ob der Simulator auf falsche Bedienungen adäquat reagiert.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche repräsentiert, ob der Simulator eine falsche Bedienung erkennt. Zusätzlich soll der V&V-Agenten quantifizieren, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

**Attribut (4.1.5) – Bestimmung der Nutzenfunktion**

Gemäß Beispiel 30 auf Seite 98: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion für binäre Tests.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der V&V-Agent stellt insgesamt fünf Testszenarien zusammen:

- Lenken des LKW gegen eine Häuserwand,
- Rammen eines PKW,
- Überfahren eines Passanten,
- Überschreiten der zulässigen Höchstgeschwindigkeit um das Doppelte.

Das erwartete Verhalten ist eine Fehlermeldung und ein kontrolliertes Programmende.

2. **Definition des Diskursuniversums:** Das Diskursuniversum besteht aus den möglichen Testausgängen:

$$U := \{\text{Alle Tests bestanden, Mindestens einen Test nicht bestanden}\}$$

3. **Definition linguistischer Werte:** Die Menge  $\tilde{T}$  entspricht dem Diskursuniversum:

$$\begin{aligned} (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Alle Tests bestanden“}, 1) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Mindestens einen Test nicht bestanden“}, 1) \end{aligned}$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt im aktuellen Beispiel.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Man definiert folgende Abbildung:

$$t : \tilde{T} \rightarrow T$$

„Alle Tests bestanden“  $\mapsto$  „sehr hoch“  
 „Mindestens einen Test nicht bestanden“  $\mapsto$  „sehr gering“

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Der Entwickler bedient den Simulator und spielt alle Szenarien durch. Der Simulator verhält sich wie erwünscht: Es kommt zu einem kontrollierten Programmende und dem Anzeigen einer Fehlermeldung.

#### Attribut (4.1.5) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Gemäß der Vorgabe soll der Test vollständig absolviert werden, was auch der Fall ist. Alles notwendige Wissen ist vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** V&V-Agent und Domänenexperte übernehmen die Werte des Attributs (4.1.1).
4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Identisch zu Attribut (4.1.1)
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Festlegung der Zugehörigkeitsgrade ist trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion ist in Abbildung 7.12 auf Seite 158 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

#### Attribut (4.4.1)

**Ausgangssituation:** Der V&V-Agent konsultiert einen Experten und möchte anhand des Quellcodes überprüfen, inwieweit die Ampelphasen, d. h. die Länge der Rot- und Grünphasen, im Modell und der Realität übereinstimmen. Die Umweltdarstellung besteht aus einem Straßensystem, welches einem real existierenden Straßensystem einer deutschen Großstadt entspricht.

Bei der Überprüfung der Modelldaten stellt sich heraus, dass die Umweltdaten Teil eines hinzu gekauften Programmpaketes sind, welches nicht im Quellcode vorliegt. Der V&V-Agent und Experte umgehen das Problem, indem sie den Simulator bedienen und die Länge Ampelphasen jeder Kreuzung, welche in der Simulation passiert wird, notieren. Diese Werte vergleichen sie mit den Realdaten.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist für jede mögliche durchschnittliche Abweichung der Länge der Ampelphasen eine Nutzenfunktion mit Kompensationsfaktor. Zusätzlich soll der V&V-Agent quantifizieren, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

$x \in U$	70	75	80	85	90	95	100
$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$	1	1	$\frac{1}{2}$	0	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_2}(x)$	0	0	1	1	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_3}(x)$	0	0	0	$\frac{1}{2}$	1	1	1
$\mu_{\tilde{T}_4}(x)$	0	0	0	0	0	1	1

Tabelle 7.13: Attribut (4.4.1): Durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte

### Attribut (4.4.1) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Gemäß Abschnitt 5.3.4 auf Seite 93: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Messungen, Tests und Analysen.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte sagt aus: „Die Werte sollten zu 90% übereinstimmen. Wir würden auch einen Wert bis 80% tolerieren, das ist jedoch die unterste Grenze.“
2. **Definition des Diskursuniversums:**  $U := [70, 100]$ , d. h. die durchschnittliche Abweichung in Prozent.
3. **Definition linguistischer Werte:**

$$\begin{aligned}
 (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Inakzeptabel“}, 0) \\
 (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Geht so“}, 0.2) \\
 (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Guter Wert“}, 1) \\
 (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= (\text{„Stimmt vollkommen überein“}, 1)
 \end{aligned}$$

4. **Bestimmen einer Zugehörigkeitsfunktion für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Das Diskursuniversum wird auf die Werte

$$U := \{70, 75, \dots, 100\}$$

diskretisiert. Der V&V-Agent befragt den Experten für jedes  $\tilde{T}_i$  zu jedem Element  $x \in U$  nach folgendem Beispiel:

- „Trifft die Beschreibung 'Guter Wert' auf 70% voll, genau zur Hälfte oder überhaupt nicht zu?“

Eine Übersicht über die Antworten liefert Tabelle 7.13, die generierten Zugehörigkeitsfunktionen sind in Abbildung 7.7 dargestellt.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \text{„Inakzeptabel“} &\mapsto \text{„sehr gering“} \\
 \text{„Geht gerade so“} &\mapsto \text{„gering bis mittel“} \\
 \text{„Guter Wert“} &\mapsto \text{„hoch“} \\
 \text{„Stimmt vollkommen überein“} &\mapsto \text{„sehr hoch“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Gemäß der Berechnungsvorschrift in Abschnitt 5.3.4 erhält man für jede errechnete Abweichung in Prozent eine Zugehörigkeitsfunktion mit Kompensationsfaktor. Abbildung 7.8 stellt diverse Nutzenfunktionen für verschiedene Reaktionszeiten dar. Tabelle 7.14 zeigt die errechneten Kompensationsfaktoren.

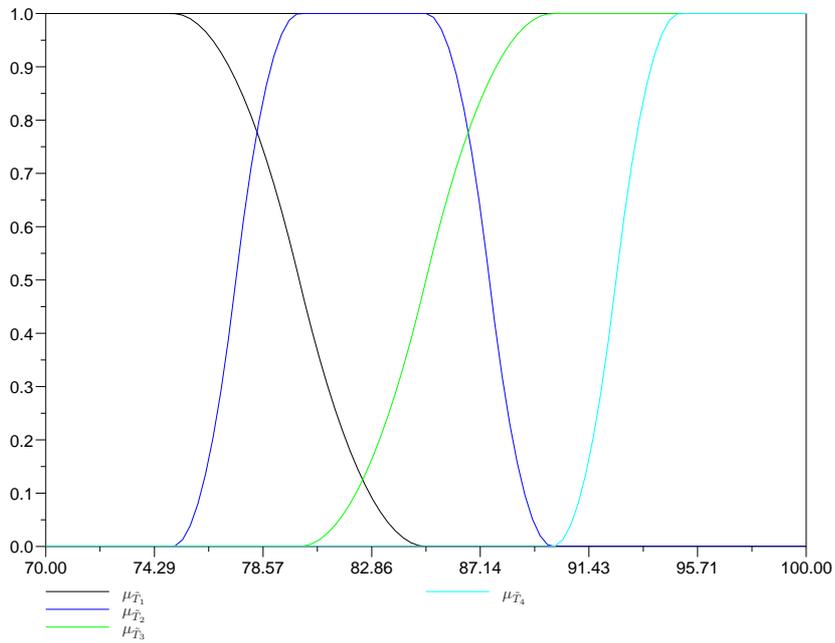


Abbildung 7.7: Attribut (4.4.1): Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum (Abszissenwerte repräsentieren gemessene Abweichungen in Prozent)

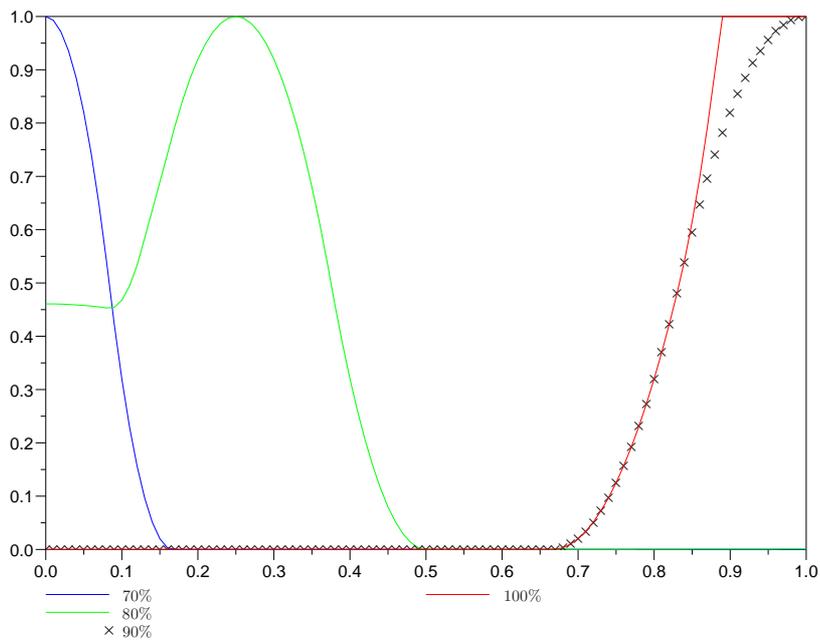


Abbildung 7.8: Attribut (4.4.1): Nutzenfunktionen für verschiedene Abweichungen in Prozent

Durchschnittliche Abweichung in Prozent	70	75	80	85	90	95	100
Kompensationsfaktor	0	0	0.137	0.488	1	1	1

Tabelle 7.14: Attribut (4.4.1): Ermittelte Kompensationsfaktoren

V&V-Agent und Experte ermitteln für 15 von insgesamt 45 Ampeln eine durchschnittliche Übereinstimmung von 94 %. Weitere Messungen würden zuviel Zeit in Anspruch nehmen. Die berechnete Nutzenfunktion mit zugehörigem Kompensationsfaktor ist in Abbildung 7.16 auf Seite 161 und Tabelle 7.18 auf Seite 161 dargestellt.

### Attribut (4.4.1) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Die Bestimmung der Wissensfunktion ist nicht trivial. Es wird ein durchschnittlicher Wert ermittelt, dieser beruht allerdings auf Messungen und nicht, wie gewünscht auf genauen Zahlenwerten. Auch hat man nur Informationen über 15 von insgesamt 45 Ampeln des Systems.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}
 \tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\
 \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\
 \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\
 \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\
 \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“}
 \end{aligned}$$

Alle Kompensationsfaktoren setzt der V&V-Agent auf den Wert 1:

$$a_{\tilde{T}_1} = a_{\tilde{T}_2} = a_{\tilde{T}_3} = a_{\tilde{T}_4} = a_{\tilde{T}_5} = 1.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 &\text{„Alles Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 &\text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„hoch“} \\
 &\text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \mapsto \text{„mittel“} \\
 &\text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \mapsto \text{„gering“} \\
 &\text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr gering“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Der V&V-Agent legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.5, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 0.3, \quad \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion ist in Abbildung 7.17 auf Seite 162 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

**Attribut (4.4.2)**

**Ausgangssituation:** Der Entwickler  $E_1$  führt den beschriebenen Test durch.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche repräsentiert, ob der Test bestanden wurde. Zusätzlich soll quantifiziert werden, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

**Attribut (4.4.2) – Bestimmung der Nutzenfunktion**

Gemäß Beispiel 30 auf Seite 98: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion für binäre Tests.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Entwickler führt den Test gemäß der Dokumentation durch.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Das Diskursuniversum besteht aus den möglichen Testausgängen:

$$U := \{\text{Test bestanden, Test nicht bestanden}\}.$$

3. **Definition linguistischer Werte:** Die Menge  $\tilde{T}$  entspricht gerade dem Diskursuniversum:

$$\begin{aligned}(\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Test bestanden“}, 0) \\ (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Test nicht bestanden“}, 1)\end{aligned}$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt im aktuellen Beispiel.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der linguistischen Variable „Nutzen“:** Man definiert folgende Abbildung:

$$\begin{aligned}t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ \text{„Test bestanden“} &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\ \text{„Test nicht bestanden“} &\mapsto \text{„sehr gering“}\end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Der Entwickler führt den Testlauf durch. Der Test wird erfolgreich absolviert.

**Attribut (4.4.2) – Bestimmung der Wissensfunktion**

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Da der Test wie vorgesehen durchgeführt wurde, ist alles notwendige Wissen vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}\tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“}\end{aligned}$$

Alle Kompensationsfaktoren setzt der V&V-Agent auf den Wert 1:

$$a_{\tilde{T}_1} = a_{\tilde{T}_2} = a_{\tilde{T}_3} = a_{\tilde{T}_4} = a_{\tilde{T}_5} = 1.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 &\text{„Alles Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 &\text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„hoch“} \\
 &\text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \mapsto \text{„mittel“} \\
 &\text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \mapsto \text{„gering“} \\
 &\text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr gering“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Der V&V-Agent legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion  $\mu_{W(4.4.2)}$  ist in Abbildung 7.17 auf Seite 162 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

#### Attribut (4.4.3)

**Ausgangssituation:** V&V-Agent und Domänenexperte ermitteln Bremswege für verschiedene Geschwindigkeiten des realen LKW. Im Simulator ist eine Teststrecke modelliert, auf der die Bremszeiten gemessen werden. Für die Real- und Simulatorzeiten werden jeweils die Durchschnitte berechnet.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist für jeden möglichen Durchschnittswert eine Nutzenfunktion mit Kompensationsfaktor, zusätzlich soll der V&V-Agent quantifizieren, wie gesichert das Wissen über dieses Attribut ist.

#### Attribut (4.4.3) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Gemäß Abschnitt 5.3.4 auf Seite 93: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Messungen, Tests und Analysen.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Der Experte sagt aus: „Die Bremswege müssen genau abgebildet werden. Zwar sind längere Bremswege im Simulator unproblematisch, ein kürzerer Bremsweg würde jedoch einer Akkreditierung widersprechen.“
2. **Definition des Diskursuniversums:** Das Diskursuniversum wird auf  $U := [0.98, 1.1]$  gesetzt. Die Elemente des Intervalls repräsentieren das Verhältnis des Bremsweges im Simulator zu dem Bremsweg im realen System. Zum Beispiel bedeutet ein Wert von 0.9, dass der Bremsweg im Simulator dem 0.9-fachen des realen Wertes entspricht.
3. **Definition linguistischer Werte:**

$$\begin{aligned}
 (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= (\text{„Unakzeptabel“}, 0) \\
 (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= (\text{„Bremswege im Simulator sind kürzer“}, 1) \\
 (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= (\text{„Bremswege im Simulator stimmen oder sind} \\
 &\quad \text{marginal kürzer“}, 1)
 \end{aligned}$$

$x \in U$	0.98	0.99	1	1.01	1.02	1.04	1.06	1.08	1.1
$\mu_{\tilde{T}_1}(x)$	0	0	0	1	1	1	1	1	1
$\mu_{\tilde{T}_2}(x)$	1	1	0	0	0	0	0	0	0
$\mu_{\tilde{T}_3}(x)$	0	0	1	0	0	0	0	0	0

Tabelle 7.15: Attribut (4.4.3): Durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte

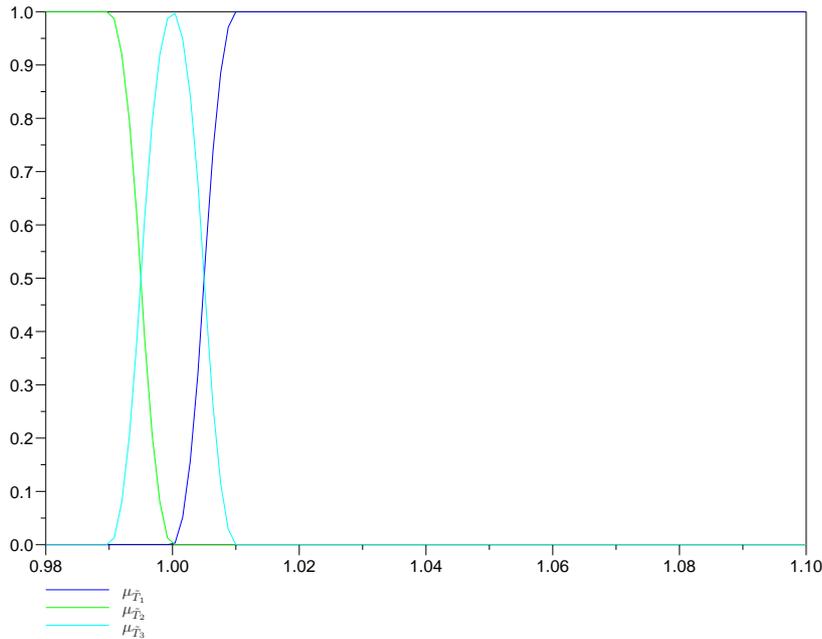


Abbildung 7.9: Attribut (4.4.3): Generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum. Die Abszissenwerte repräsentieren das Verhältnis des Bremsweges im Simulator zum realen LKW.

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Das Diskursuniversum wird auf die Menge  $U := \{0.98, 0.99, \dots, 1.1\}$  diskretisiert. Anschließend befragt der V&V-Agent den Experten für jedes  $\tilde{T}_i$  zu jedem  $x \in U$  nach folgendem Schema:

- „Trifft die Beschreibung 'Unakzeptabel' auf den Wert 0.9 voll, genau zur Hälfte oder überhaupt nicht zu?“

Eine Übersicht über die Antworten liefert Tabelle 7.15, die generierten Zugehörigkeitsfunktion sind in Abbildung 7.9 dargestellt.

5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr gering“} \\
 \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„mittel“} \\
 \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„hoch“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Gemäß der Berechnungsvorschrift in Abschnitt 5.3.4 erhält man für jedes errechne-

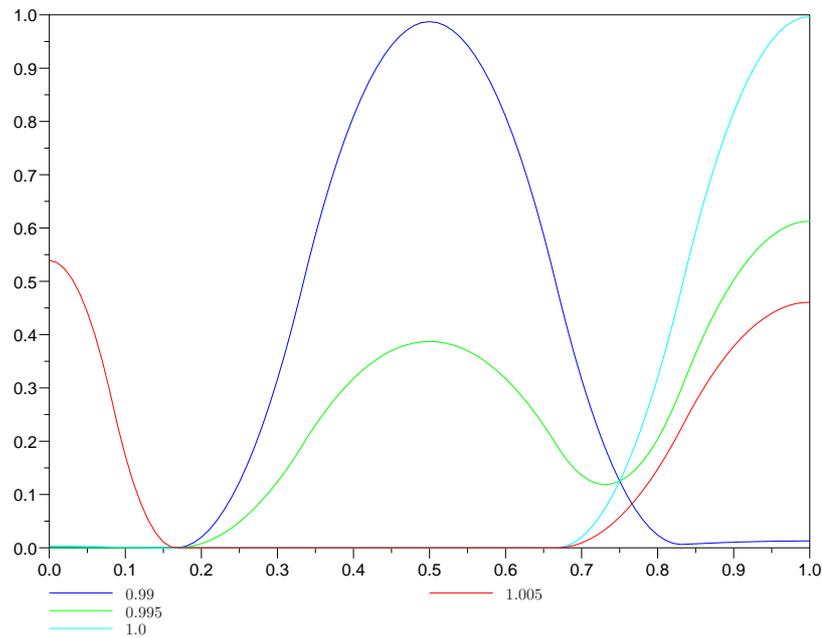


Abbildung 7.10: Attribut (4.4.3): Nutzenfunktionen für verschiedene Verhältnisse simulierter Bremsweg, realer Bremsweg

Verhältnis simulierter zu realem Bremsweg	0.98	0.99	1.00	1.01	1.02	1.03	1.04
Kompensationsfaktor	1	1	0.996	0	0	0	0
Verhältnis simulierter zu realem Bremsweg	1.05	1.06	1.07	1.08	1.09	1.10	
Kompensationsfaktor	0	0	0	0	0	0	

Tabelle 7.16: Attribut (4.1.3): Ermittelte Kompensationsfaktoren

te Verhältnis des Bremsweges eine Zugehörigkeitsfunktion mit Kompensationsfaktor. Abbildung 7.10 stellt diverse Nutzenfunktionen für verschiedene Verhältnisse dar. Tabelle 7.16 zeigt die errechneten Kompensationsfaktoren.

V&V-Agent und Experte berechnen ein Verhältnis von 0.995. Die berechnete Nutzenfunktion mit zugehörigem Kompensationsfaktor ist in Abbildung 7.16 auf Seite 161 und Tabelle 7.18 auf Seite 161 dargestellt.

### Attribut (4.4.3) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Sämtliche Brems-tests im Simulator ergaben bei mehrmaliger Wiederholung exakt dieselben Werte. Damit betrachtet der V&V-Agent alles notwendige Wissen als vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.

3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}\tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“}\end{aligned}$$

Die Kompensationsfaktoren setzt der V&V-Agent wie folgt:

$$a_{\tilde{T}_1} = 1, \quad a_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad a_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad a_{\tilde{T}_4} = a_{\tilde{T}_5} = 0.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned}t &: \tilde{T} \rightarrow T \\ &\text{„Alles Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr hoch“} \\ &\text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„hoch“} \\ &\text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \mapsto \text{„mittel“} \\ &\text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \mapsto \text{„gering“} \\ &\text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \mapsto \text{„sehr gering“}\end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Festlegung der Zugehörigkeitsgrade ist trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Zugehörigkeitsfunktion ist in Abbildung 7.16 auf Seite 161 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

#### Attribut (4.4.4)

**Ausgangssituation:** Im Rahmen eines Feldtests soll nachgewiesen werden, dass die Fahrschul Ausbildung – bis auf zwei Fahrstunden im realen LKW – vollständig im Simulator durchgeführt werden kann. Eine Fahrschule erklärt sich bereit, zehn Fahrschüler an dem Feldtest teilnehmen zu lassen.

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche repräsentiert, ob eine Ausbildung im Simulator ein vollwertiger Ersatz für die Ausbildung im realen LKW ist. Zusätzlich soll der V&V-Agent quantifizieren, wie gesichert das Wissen über diese Eigenschaft ist.

#### Attribut (4.4.4) – Bestimmung der Nutzenfunktion

Die V&V-Tätigkeit wird von der Projektleitung gestrichen. Begründet wird diese Maßnahme mit der Dauer von 12 Wochen. Der V&V-Agent setzt:

$$\mu_{N(4.4.4)} := a_{N(4.4.4)} := \emptyset.$$

**Attribut (4.4.4) – Bestimmung der Wissensfunktion**

Über Attribut (4.4.4) ist kein Wissen vorhanden. Diese Aussage entspricht dem linguistischen Wert  $\tilde{T}_5$  in Abschnitt 5.5, welcher auf die Nutzenfunktion „sehr gering“ abgebildet wird. Als Kompensationsfaktor wird 1 gesetzt. Für den V&V-Agenten ist die Durchführung der Tätigkeit relevant, jedoch wird kein akkreditierungskritischer Sachverhalt untersucht.

**Attribut (4.4.5)**

Der V&V-Agent und Domänenexperte ermitteln die Mindestinhalte einer Führerscheinprüfung. Für alle Prüfungsinhalte wird untersucht, ob die zu bedienende Einheit im Simulator korrekt nachgebildet ist. (Zum Beispiel muss die korrekte Bedienung des Fahrtschreibers nachgewiesen werden.)

**Aufgabe:** Zu bestimmen ist eine Nutzenfunktion, welche das Ergebnis der Überprüfung darstellt. Zusätzlich eine Wissensfunktion, welche das Wissen über das Modell bzgl. dieses Attributs repräsentiert.

**Attribut (4.4.5) – Bestimmung der Nutzenfunktion**

Gemäß Abschnitt 5.4 auf Seite 101: Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktionen für Experteninterpretation.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Domänenexperte und V&V-Agent einigen sich auf die Zielvorstellung, dass die Anordnung und Bedienung der Instrumente grundsätzlich übereinstimmen muss. Übereinstimmen muss die Anordnung und Bedienung von Instrumenten und Geräten, welche das Einhalten von Sicherheitsbestimmungen betreffen.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent und Experte legen folgende Werte fest:

$$\begin{aligned}
 (\tilde{T}_1, a_{\tilde{T}_1}) &:= („Alle Entitäten vorhanden“, 1) \\
 (\tilde{T}_2, a_{\tilde{T}_2}) &:= („Unwichtige Entitäten fehlen“, 0.8) \\
 (\tilde{T}_3, a_{\tilde{T}_3}) &:= („Wichtige Entitäten fehlen“, 0.2) \\
 (\tilde{T}_4, a_{\tilde{T}_4}) &:= („Mindestens eine sicherheitsrelevante Entität fehlt“, 0)
 \end{aligned}$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.4.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:**

$$\begin{aligned}
 t &: \tilde{T} \rightarrow T \\
 \tilde{T}_1 &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\
 \tilde{T}_2 &\mapsto \text{„mittel bis hoch“} \\
 \tilde{T}_3 &\mapsto \text{„gering“} \\
 \tilde{T}_4 &\mapsto \text{„sehr gering“}
 \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Es stellt sich heraus, dass im Wesentlichen alle Instrumente und Geräte vorhanden sind. Jedoch fehlt im Simulator ein Feuerlöscher, dessen korrekte Bedienung bei der

Fahrprüfung überprüft wird. Der V&V-Agent legt folgende Zugehörigkeitsgrade fest:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 1.$$

Die Nutzenfunktion  $\mu_{N(4.4.4)}$  ist in Abbildung 7.16 auf Seite 161 dargestellt. Der Kompensationsfaktor berechnet sich zu 0.

#### Attribut (4.4.5) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Gemäß der Vorgabe, sollen alle Geräte und Instrumente verglichen werden. Dieses ist der Fall. Damit ist alles notwendige Wissen vorhanden.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die Werte des Attributs (4.1.1).
4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Identisch zu Attribut (4.1.1)
6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Festlegung der Zugehörigkeitsgrade ist trivial:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die Wissensfunktion ist in Abbildung 7.16 auf Seite 161 dargestellt. Der Kompensationsfaktor hat den Wert 1.

## 7.2.2 Aggregation der Attributwerte

In diesem Abschnitt werden die Attributwerte zu Gesamtwerten aggregiert. Konkret handelt es sich um die in Abschnitt 7.1.3 definierten Attribute (4.1), (4.4) und (4), siehe Abbildung 7.3 auf Seite 134.

#### Attribut (4.1)

In Abbildung 7.11 sind die Nutzenfunktionen, in Abbildung 7.12 die Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken, dargestellt. Zusätzlich stellt Abbildung 7.13 die Attributwerte (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3), (4.1.5) als unscharfe Relationen dar. Attributwert (4.1.4) kann aufgrund  $\mu_{N(4.1.4)} = \emptyset$  nicht in dieser Form präsentiert werden. Die aggregierte Nutzen- bzw. Wissensfunktion –  $\mu_{N(4.1)}$  und  $\mu_{W(4.1)}$  – des Attributs (4.1) ist in Abbildung 7.14 auf Seite 159 dargestellt. Deutlich ist die Wirkung der Wissensfunktion  $\mu_{N(4.1.4)}$  von Attribut (4.1.4) in Verbindung mit dem niedrigen Kompensationsfaktor  $a_{N(4.1.4)} = 0$  zu erkennen.

Bei der Darstellung des Attributs (4.1) als unscharfe Relation in Abbildung 7.15 auf Seite 160 ist jedoch Vorsicht geboten: Bedingt durch

$$\mu_{N(4.1.4)} = \emptyset,$$

kann Attribut (4.1.4) nicht in die Abbildung integriert werden. Es wird nur die Aggregation der Attribute (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3) und (4.1.5) dargestellt.

Tabelle 7.17 fasst alle numerischen Werte zusammen, welche Attribut (4.1) betreffen.

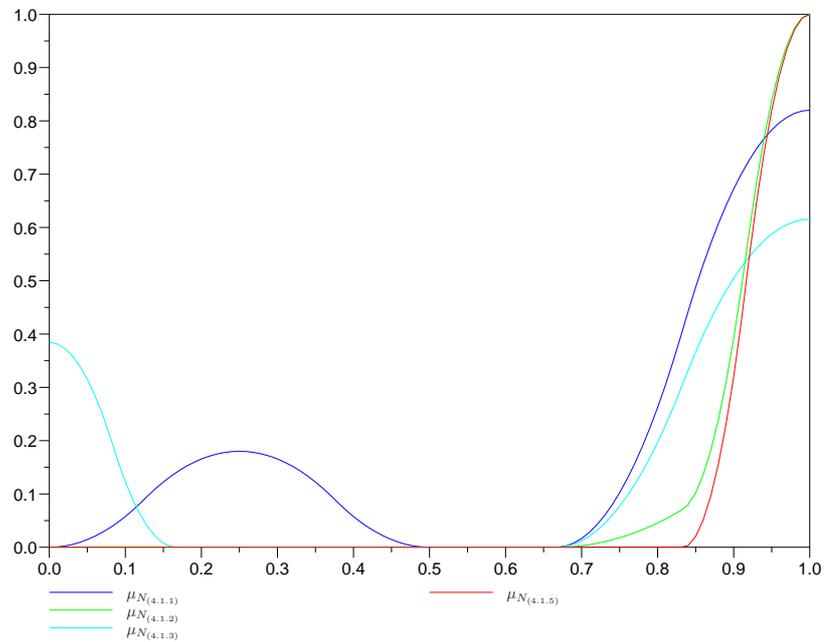


Abbildung 7.11: Nutzenfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken.  
Es gilt  $\mu_{N(4.1.4)} = \emptyset$ .

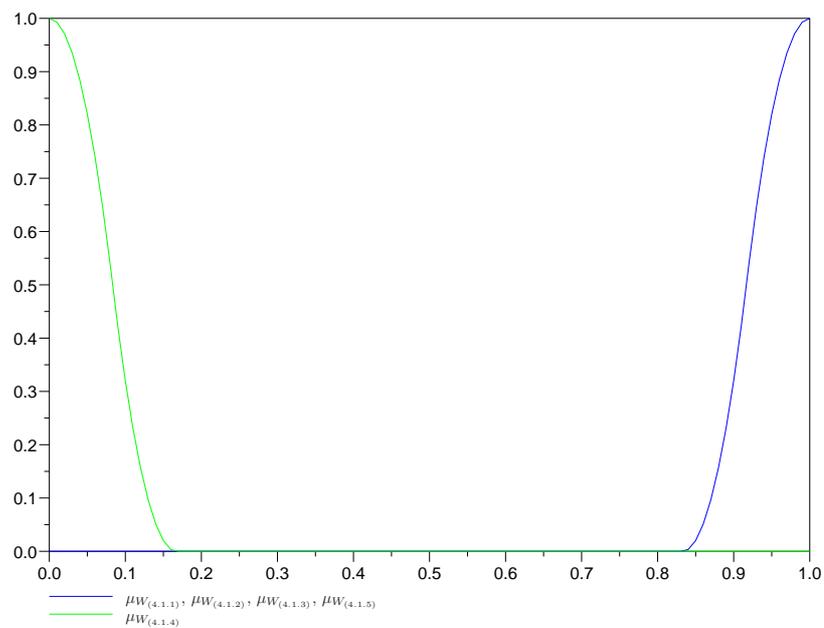


Abbildung 7.12: Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken

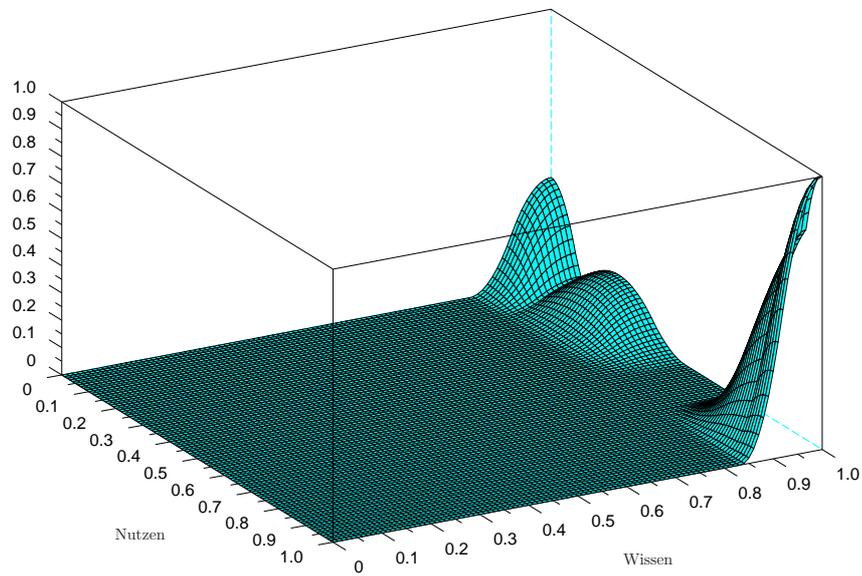


Abbildung 7.13: Gemeinsame Darstellung der Attribute (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3), (4.1.5) als unscharfe Relationen

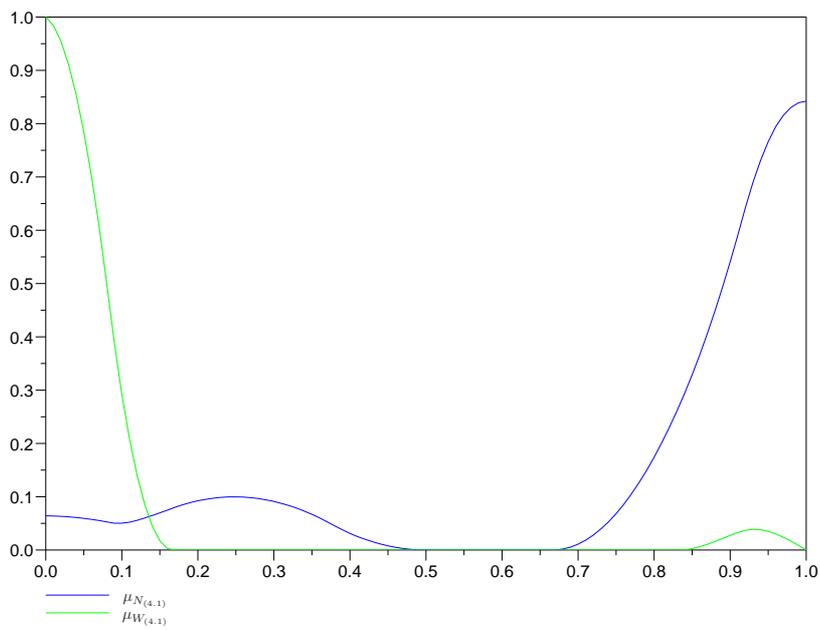


Abbildung 7.14: Nutzen- und Wissensfunktion des Attributs (4.1)

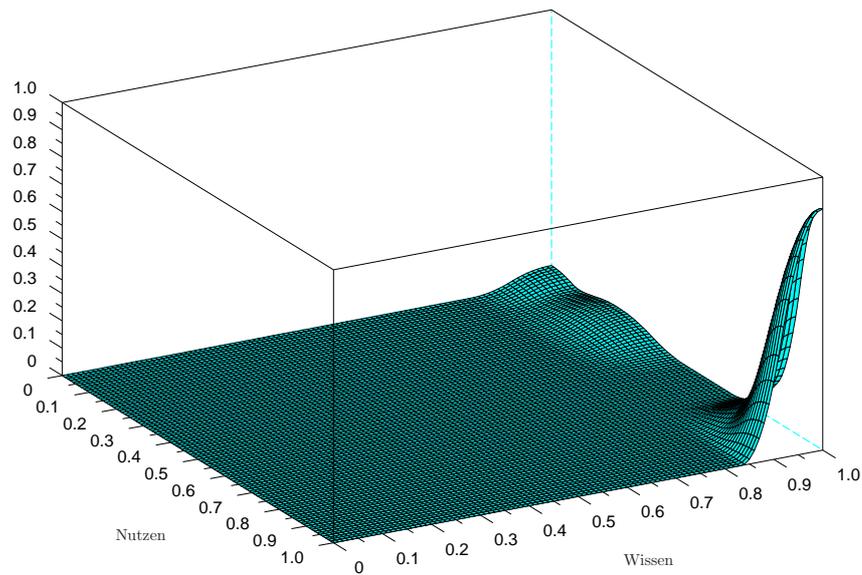


Abbildung 7.15: Darstellung des Attributs (4.1) als unscharfe Relation

Attribut	(4.1.1)	(4.1.2)	(4.1.3)	(4.1.4)	(4.1.5)	(4.1)
$\omega$	3	1	1	1	1	1
$a_N$	0.856	1	1	$\emptyset$	1	0.856
$a_W$	1	1	1	0	1	0

Tabelle 7.17: Gewichte und Kompensationsfaktoren der Attribute (4.1.1) – (4.1.5) und (4.1)

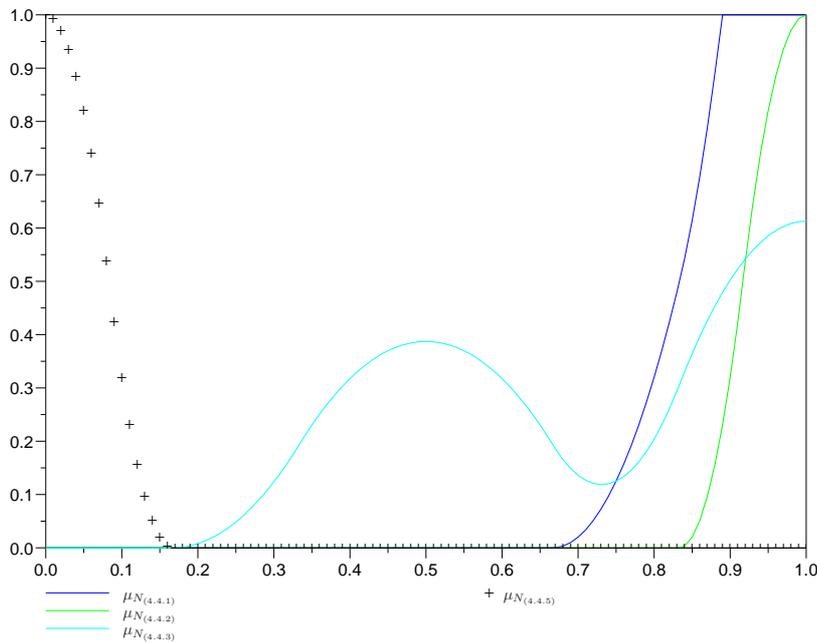


Abbildung 7.16: Nutzenfunktionen, welche auf Attribut (4.4) wirken. Es gilt  $\mu_{N(4.4.4)} = \emptyset$ .

Attr. $x$	(4.4.1)	(4.4.2)	(4.4.3)	(4.4.4)	(4.4.5)	(4.4)
$\omega_x$	1	2	2	3	1	1
$a_{N_x}$	1	1	1	n/a	0	0
$a_{W_x}$	1	1	1	0	1	0

Tabelle 7.18: Gewichte und Kompensationsfaktoren der Attribute (4.4.1) – (4.4.5) und (4.4) (n/a  $\hat{=}$  „nicht durch Experten festgelegt“)

### Attribut (4.4)

In Abbildung 7.16 sind sämtliche Nutzenfunktionen, in Abbildung 7.17 sämtliche Wissensfunktion, welche auf Attribut (4.4) wirken, dargestellt. Abbildung 7.18 zeigt die Attribute (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) und (4.4.5) als unscharfe Relationen.

Die aggregierte Nutzen- und Wissensfunktion des Attributs (4.4) –  $\mu_{N(4.4)}$  und  $\mu_{W(4.4)}$  – findet man in Abbildung 7.19. Deutlich zu erkennen ist die Wirkung des nichtkompensatorischen geringen Wissens über Attribut (4.4.4) bzw. des nichtkompensatorischen geringen Nutzens, welcher von Attribut (4.4.5) repräsentiert zu sehen.

Das Attribut (4.4) ist in Abbildung 7.20 als unscharfe Relation dargestellt. Diese ist nicht unproblematisch: Da

$$\mu_{N(4.4.4)} = \emptyset$$

gilt, kann Attribut (4.4.4) nicht in die Abbildung integriert werden. Es werden nur die Attribute (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) und (4.4.5) repräsentiert. Schließlich fasst Tabelle 7.18 alle numerischen Werte zusammen, welche Attribut (4.4) betreffen.

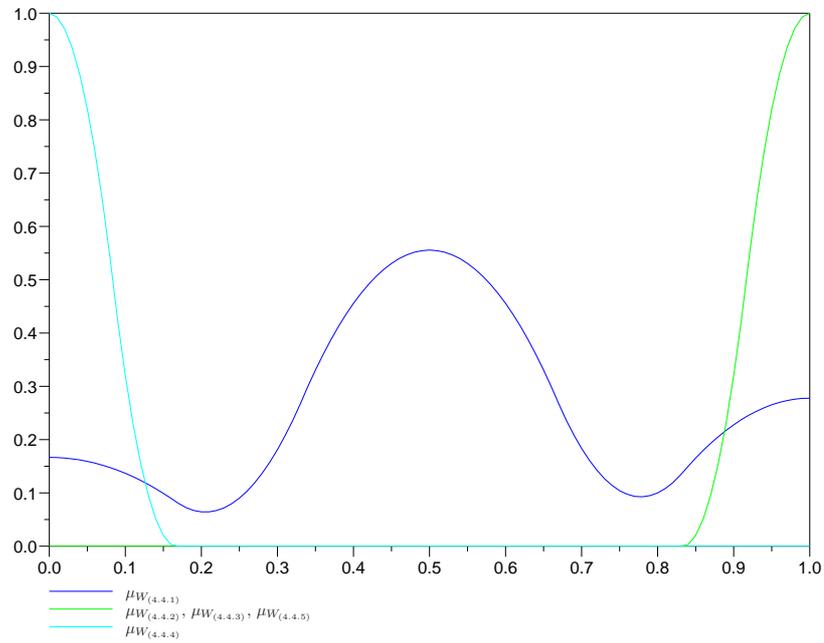


Abbildung 7.17: Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.4) wirken

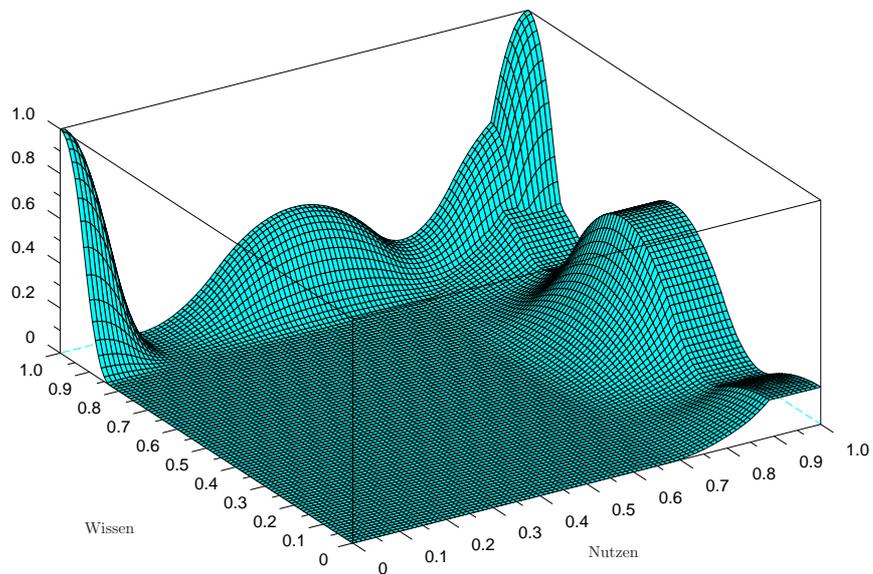


Abbildung 7.18: Darstellung der Attributwerte (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) und (4.4.5) als unscharfe Relationen

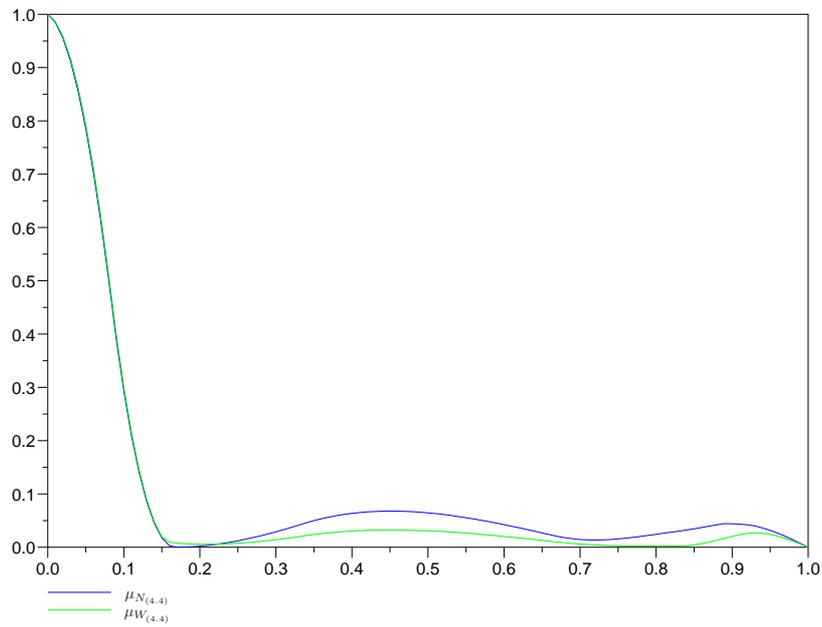


Abbildung 7.19: Attribut (4.4): Nutzen- und Wissensfunktion

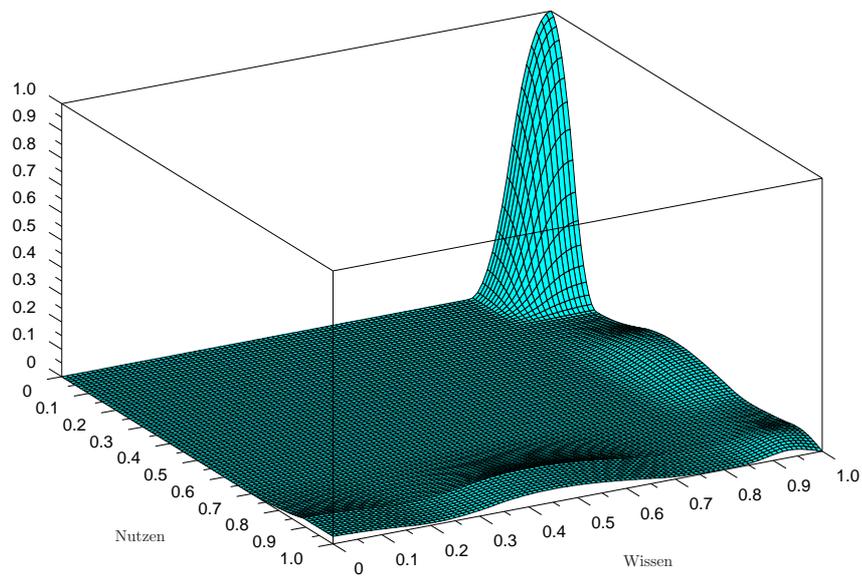


Abbildung 7.20: Darstellung von Attribut (4.4) als unscharfe Relation. Es gilt  $\mu_{N(4.4.4)} = \emptyset$ .

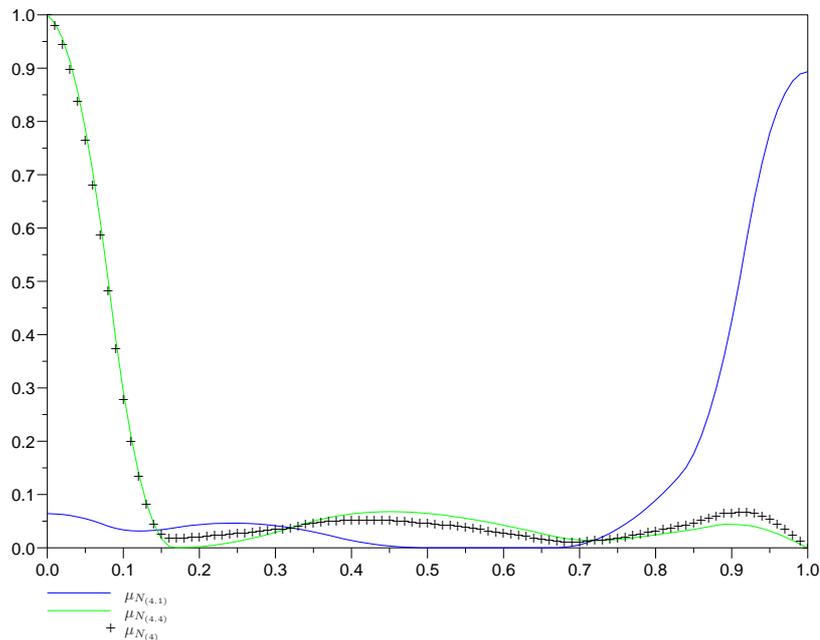


Abbildung 7.21: Nutzenfunktionen der Attribute (4.1), (4.4) und (4)

### Attribut (4)

Attribut (4) stellt die Wurzel des Wertbaums dar und repräsentiert den Gesamtnutzen des Modells.

Abbildung 7.21 zeigt die Nutzenfunktion des Attributs. Zum Vergleich sind ebenfalls die auf das Attribut wirkenden Nutzenfunktionen  $\mu_{N(4.1)}$  und  $\mu_{N(4.4)}$  dargestellt. Deutlich ist die Wirkung des niedrigen Kompensationsfaktors aus Attribut (4.4.5), welcher sich unmittelbar auf Attribut (4.4) auswirkt, zu erkennen.

Abbildung 7.22 bereitet die Wissensfunktionen  $\mu_{N(4)}$ ,  $\mu_{N(4.1)}$  und  $\mu_{N(4.4)}$  grafisch auf.

Man stellt fest, dass, obwohl über acht von zehn Attributen ein mindestens durchschnittlicher Wissensgrad vorhanden ist, das gesamte, aggregierte Wissen über das Modell als sehr gering berechnet wird. Dieses ist auf das nichtvorhandene Wissen in den Attributen (4.1.4) und (4.4.4) zurück zu führen. Aus diesem Grund wird auch auf eine dreidimensionale Darstellung des Attributwertes als unscharfe Relation verzichtet: Dadurch, dass bei dieser Form der Datenaufbereitung die Attribute (4.1.4) und (4.4.4) nicht reflektiert werden, ist die Gefahr der Irritation beim Anwender zu groß.

## 7.3 Beispiel: Sensitivitätsanalyse zur Fiskaloptimierung

In diesem Abschnitt wird eine Anwendung der Konzepte dieser Arbeit vorgestellt, die über die bisher durchgeführte Nutzen- und Wissensquantifizierung hinausgeht: Sensitivitätsanalyse. Der traditionelle Einsatz einer Sensitivitätsanalyse ist die Untersuchung, wie stabil die Ausgabe einer Wertbaumanalyse auf Änderungen der Eingaben reagiert: “Sensitivity analysis is used to examine how robust the choice of an alternative is to changes in the figures used in the analysis.” [43].

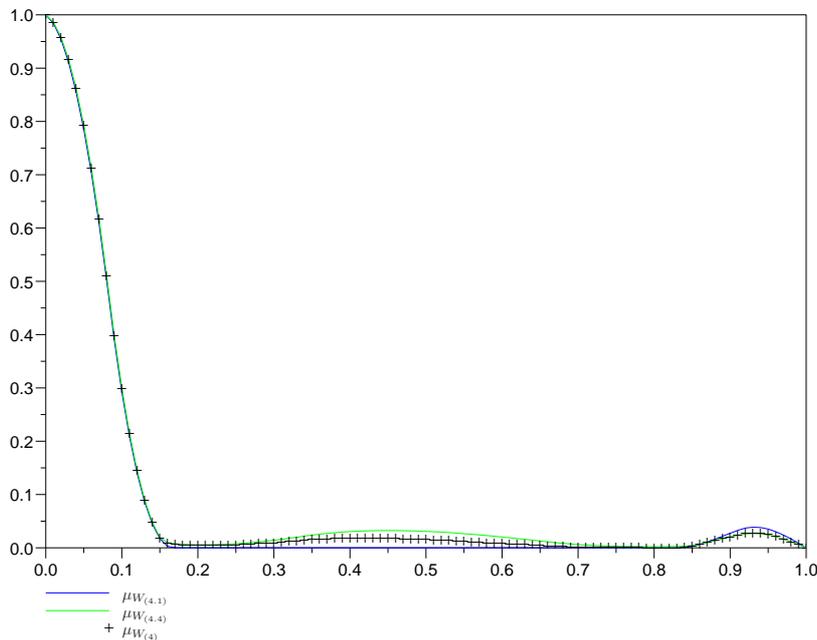


Abbildung 7.22: Wissensfunktionen der Attribute (4.1), (4.4) und (4)

Überträgt man die Idee der Sensitivitätsanalyse auf die aktuelle Situation, erhält man folgende Fragestellung: Für welche Attribute führt eine geringe Verbesserung zu einer maximalen Verbesserung des Gesamtwertes? Diese Frage kann man sowohl auf die Nutzen-, als auch auf die Wissensquantifizierung übertragen: An welcher Stelle lohnt sich eine Nachbesserung des Modells, falls man einen geringen Nutzen festgestellt hat am Meisten, bzw. an welcher Stelle wird die Durchführung weiterer V&V-Tätigkeiten mit einem maximalen Erkenntnisgewinn, d. h. höherem Wissen über das Modell, belohnt?

Der Wert, gegenüber dem man den Nutzen- bzw. Erkenntnisgewinn berechnet, sind die finanziellen Ressourcen, welche zu investieren sind. Man rechnet gegen, was einem ein höherer Nutzen Wert ist, welchen man aufgrund von Nachbesserungen am Modell gewinnt, bzw. man rechnet gegen, was einem eine höhere Kenntnis über das Modell Wert ist, in dem man weitere V&V durchführt. Das ist auch der Grund, warum in der Darstellung des V&V-Plans in Abschnitt 7.1.3 symbolisch die Kosten für die entsprechenden V&V-Tätigkeiten eingetragen wurden.

Die nächsten beiden Abschnitte machen einen Vorschlag, wie eine Sensitivitätsanalyse zur Fiskaloptimierung aussehen kann. Zuerst wird eine Nutzenoptimierung, anschließend eine Wissensoptimierung durchgeführt. Das Verfahren lässt sich beliebig auf weitere Aspekte des Modellbildungs- bzw. V&V-Prozesses übertragen, zum Beispiel auf die zu veranschlagende Zeit, den Personaleinsatz usw.

### 7.3.1 Fiskaloptimierte Nutzenmaximierung

In diesem Abschnitt wird ein Vorschlag gemacht, wie finanzielle Investitionen in die Verbesserung eines Modells so getätigt werden können, dass eine maximale Nutzenverbesserung erreicht wird. Als Beispiel dient der im letzten Abschnitt diskutierte Verifikations-

und Validierungsprozess eines LKW-Fahrsimulators. Speziell der sehr geringe Gesamtnutzen des Modells, dargestellt durch die Funktion  $\mu_{N_{(4)}}$  in Abbildung 7.21 auf Seite 164.

Deutlich ist in Abbildung 7.21 zu erkennen, dass der geringe Gesamtnutzen des Modells durch die Nutzenfunktion  $\mu_{N_{(4.4)}}$  im Zusammenhang mit den Kompensationsfaktoren

$$a_{N_{(4.4)}} = 0 \quad \text{bzw.} \quad a_{N_{(4.1)}} = 0.856$$

verursacht wird. Siehe Tabelle 7.18 auf Seite 161, bzw. Tabelle 7.17 auf Seite 160.

Eine Untersuchung des geringen Nutzens des Attributs (4.4) führt auf die Nutzenfunktionen  $\mu_{N_{(4.4.1)}}$ ,  $\mu_{N_{(4.4.2)}}$ ,  $\mu_{N_{(4.4.3)}}$  und  $\mu_{N_{(4.4.5)}}$  in Abbildung 7.16 auf Seite 161. Hier ist, in Verbindung mit der Belegung der Kompensationsfaktoren

$$a_{N_{(4.4.1)}} = a_{N_{(4.4.2)}} = a_{N_{(4.4.3)}} = 1, \quad a_{N_{(4.4.5)}} = 0$$

– siehe Tabelle 7.18 auf Seite 161 – zu erkennen, dass der schlechte Nutzen des Attributs (4.4) auf den des Attributs (4.4.5) zurückzuführen ist. Alle anderen Nutzenfunktionen in Abbildung 7.16 stellen einen hohen bzw. mittleren Nutzen dar und sind als kompensatorisch gekennzeichnet.

Die Dokumentation der durchgeführten V&V-Tätigkeit zu Attribut (4.4.5) auf Seite 156 zeigt, dass lediglich durch das Fehlen eines Feuerlöschers im Simulator das Attribut mit einem niedrigen Nutzenwert belegt wurde. Bessert man hier nach, ergäbe sich für Attribut (4.4.5) folgende Situation: Es wären „alle wichtigen Entitäten vorhanden“, so dass man die Zugehörigkeitsgrade in Schritt 6 des Verfahrens modifizierte zu:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 1, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = \alpha_{\tilde{T}_3} = \alpha_{\tilde{T}_4} = 0.$$

Hiermit würde auch der Kompensationsfaktor neu festgesetzt werden, und zwar auf  $a_{N_{(4.4.5)}} = 1$ .

In Abbildung 7.23 sind die Nutzenfunktionen dargestellt, welche von einer Modifikation betroffenen wären: Die korrigierte Nutzenfunktion  $\mu_{N_{(4.4.5)}}$  des Attributs (4.4.5) selbst, die Nutzenfunktion  $\mu_{N_{(4.4)}}$  der Subphase (4.4) und schließlich der Gesamtnutzen des Modells  $\mu_{N_{(4)}}$ . Deutlich ist der Zuwachs des Gesamtnutzens zu erkennen: Vergleiche die Funktion  $\mu_{N_{(4)}}$  in Abbildung 7.23 mit  $\mu_{N_{(4)}}$  in Abbildung 7.21 auf Seite 164.

Betrachtet man die Nutzenfunktionen der einzelnen Attributwerte in den Abbildungen 7.11 auf Seite 158 und 7.16 auf 161, so ist zu erkennen, dass weitere Nachbesserungen an dem Modell wahrscheinlich nicht zu einer signifikanten Nutzensteigerung führen werden: Die einzigen Nutzenfunktionen, welche in dem Teilintervall  $[0, \frac{1}{3}]$  Ordinatenwerte ungleich 0 aufweisen, sind die der Attribute (4.1.1) und (4.1.3). Da diese aber als voll kompensatorisch eingestuft sind:

$$a_{N_{(4.1.1)}} = a_{N_{(4.1.3)}} = 1,$$

siehe Tabelle 7.17 auf Seite 160, wirken sie sich nicht sehr stark auf den Gesamtnutzen aus. Das Gleiche gilt für Attribut (4.4.3), welches als einziges in dem Teilintervall  $[\frac{1}{3}, \frac{2}{3}]$  Ordinatenwerte ungleich Null aufweist.

Nicht hinwegtäuschen darf der nun hohe Gesamtnutzen des Modells, dargestellt durch die modifizierte Nutzenfunktion  $\mu_{N_{(4)}}$ , über die Tatsache, dass über die Attribute (4.1.4) und (4.4.4) kein Wissen verfügbar ist, und daher keine Nutzenfunktion existiert. Die aufgestellte Gesamtnutzenfunktion  $\mu_{N_{(4)}}$  ist immer unter diesem Aspekt zu betrachten.

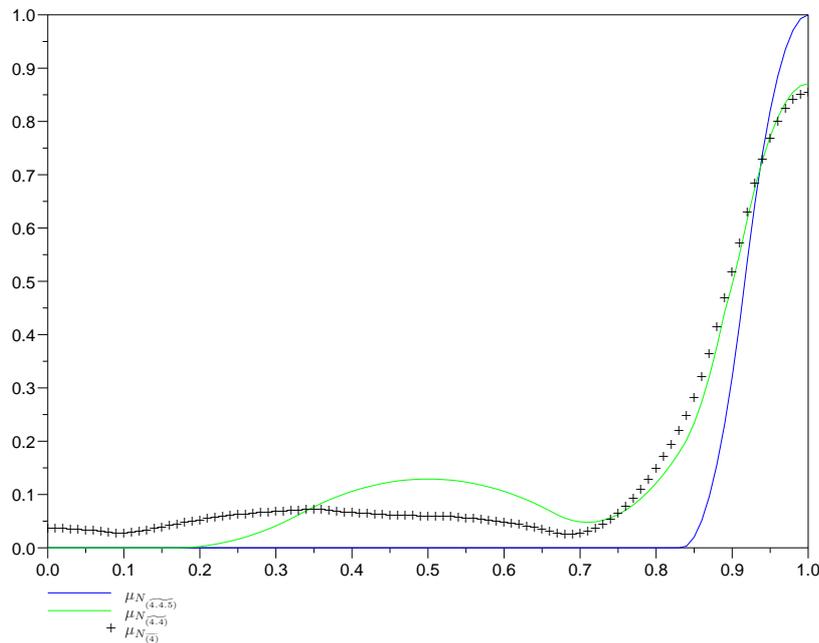


Abbildung 7.23: Modifizierte Nutzenfunktionen in Abschnitt 7.3.1

### 7.3.2 Fiskaloptimierte Wissensmaximierung

Dieser Abschnitt schlägt analog dem letzten ein Verfahren zur Wissensmaximierung vor. Ausgangssituation ist, dass der Wissenstand über das Modell sehr gering ist, siehe die Wissensfunktionen  $\mu_{W_{(4.1)}}$ ,  $\mu_{W_{(4.4)}}$  und  $\mu_{W_{(4)}}$  in Abbildung 7.22 auf Seite 165. Der Grund sind die Attribute (4.1.4) und (4.4.4), über die überhaupt kein Wissen vorliegt, siehe  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  in Abbildung 7.12 auf Seite 158 und  $\mu_{W_{(4.4.4)}}$  in Abbildung 7.17 auf Seite 162. Auch gilt

$$a_{W_{(4.1.4)}} = \mu_{W_{(4.4.4)}} = 0,$$

so dass das fehlende Wissen nicht kompensiert werden kann.

Der Grund, warum über diese beiden Attribute überhaupt kein Wissen existiert, liegt für Attribut (4.1.4) an der sehr hohen Miete für ein notwendiges Messgerät, siehe Seite 145, für Attribut (4.4.4) an dem hohen Aufwand eines Feldversuchs, siehe Seite 155. Die Projektleitung wird sich also entscheiden müssen, entweder für die Durchführung weiterer V&V-Aktivitäten mehr Geld zu investieren oder einen sehr geringen Kenntnisstand über das Modell zu akzeptieren. In der Realität wird die Entscheidung aus einem Kompromiss bestehen: Es wird mehr Geld zur Verfügung gestellt, jedoch nicht soviel, dass beide Aktivitäten vollständig durchgeführt werden können. Vielmehr wird der V&V-Agent abwägen müssen, an welchen Stellen weitere Investitionen sinnvoll sind.

Eine Beobachtung betrifft die Kompensationsfaktoren der betrachteten Attributwerte:

$$a_{W_{(4.1.4)}} = \mu_{W_{(4.4.4)}} = 0,$$

siehe Tabelle 7.17 auf Seite 160 und Tabelle 7.18 auf Seite 161. Ist man nicht in der Lage, über Attribut (4.1.4) und (4.4.4) überhaupt Wissen zu akquirieren, wird das Gesamtwissen auf einem geringem Stand bleiben: Die Funktion  $\mu_{W_{(4)}}$  wird sich nicht ändern.

Nichtsdestotrotz ist damit zu rechnen, dass sich das Gesamtwissen über das Modell überproportional erhöht, sobald über die Attribute (4.1.4) und (4.4.4) mehr Wissen verfügbar wird: Sämtliche Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken, stellen hohe Werte dar, siehe Abbildung 7.12 auf Seite 158 und Abbildung 7.17 auf Seite 162. Gelingt es, das Wissen über die Attribute (4.1.4) und (4.4.4) so weit zu erhöhen, dass dieses zumindest zum Teil kompensatorisch ist, kommt genau zu diesem Grad Mittelwertbildung zum Einsatz.

Auch spielt die zur Verfügung stehende Zeit eine Rolle: Für die Messungen bzgl. Attribut (4.1.4) werden im V&V-Plan insgesamt 6 Stunden veranschlagt, für die Durchführung des Feldtests bei Attribut (4.4.4) insgesamt 400 Stunden!

Im fiktiven Beispiel entschließt sich die Projektleitung, mehr Geld und Zeit in die Durchführung von V&V-Aktivitäten zu investieren, macht aber auch deutlich, dass die Priorität auf einer schnellen Durchführung liegt. Der V&V-Agent macht folgenden Vorschlag, welcher akzeptiert wird.

- Für Attribut (4.1.4) – Überprüfung der Übereinstimmung der Sichtfelder im Rückspiegel des Simulators und Modells – wird die Überprüfung lediglich für den rechten Rückspiegel durchgeführt. Der Grund ist zweigeteilt: Stimmen hier die Daten des Modells mit denen der Realität überein, ist die Wahrscheinlichkeit hoch, dass die Daten auch für den linken Rückspiegel übereinstimmen. Der Hauptgrund der Untersuchung ist das Phänomen des „toten Winkels“: Das Trainieren des Umgangs mit diesem ist jedoch für die rechte LKW-Seite wichtiger als für die linke, da Zweiradfahrer, welche meistens rechts von LKWs fahren, die Verkehrsteilnehmer sind, welche primär durch den „toten Winkel“ gefährdet sind.
- Bzgl. Attribut (4.4.4) wird eine komplette Fahrausbildung lediglich für zwei Fahrschüler durchgeführt. Bei einem durchschnittlichen Aufwand von 50 Fahrstunden bis zur Prüfung, ergibt sich ein Gesamtaufwand von 100 Stunden für insgesamt zwei Fahrschüler für die simulatorgestützte Ausbildung. Nichtsdestotrotz leidet die statistische Relevanz, da man über eine relativ kleine Stichprobe verfügt.

Man macht sich folgende Überlegung zunutze: Besteht mindestens ein Fahrschüler die Prüfung, hat der Simulator auf jeden Fall seinen Zweck erfüllt und es ist nachgewiesen, dass eine simulatorgestützte Fahrschulung mit diesem Modell möglich ist. Nur in der Situation, dass beide Fahrschüler die Prüfung nicht bestehen, besteht eine hohe Wahrscheinlichkeit, dass der Grund bei dem Modell und nicht bei den Fahrschülern zu finden ist.

Analog zu Abschnitt 7.2.1 wird für die nun veränderten Rahmenbedingungen das Bestimmen der neuen Wissensfunktionen  $\mu_{W_{\widetilde{(4.1.4)}}}$  und  $\mu_{W_{\widetilde{(4.4.4)}}}$  dargestellt.

#### Attribut (4.1.4) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

1. **Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Wie vom V&V-Agenten vorgeschlagen, werden sämtliche Messungen lediglich für den rechten Rückspiegel durchgeführt. Das Ergebnis ist positiv, die Abweichungen liegen im Bereich von Messfehlern.
2. **Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.

3. **Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \end{aligned}$$

Als Kompensationsfaktoren werden festgelegt:

$$a_{\tilde{T}_1} = 1, \quad a_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad a_{\tilde{T}_3} = 0.5, \quad a_{\tilde{T}_4} = 0, \quad a_{\tilde{T}_5} = 0.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned} t : \quad \tilde{T} &\rightarrow T \\ \text{„Alles Wissen vorhanden“} &\mapsto \text{„sehr hoch“} \\ \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} &\mapsto \text{„hoch“} \\ \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} &\mapsto \text{„mittel“} \\ \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} &\mapsto \text{„gering“} \\ \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} &\mapsto \text{„sehr gering“} \end{aligned}$$

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Zugehörigkeitsgrade werden wie folgt festgelegt:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.3, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.8, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = 0, \quad \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Wissensfunktion  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  ist in Abbildung 7.24 dargestellt. Als Kompensationsfaktor wird der Wert

$$a_{W_{(4.1.4)}} = \frac{0.9 \cdot 0.3 + 0.5 \cdot 0.8}{0.9 + 0.5} = 0.479 \dots$$

berechnet.

#### Attribut (4.4.4) – Bestimmung der Wissensfunktion

Gemäß Abschnitt 5.5 auf Seite 103.

- Umgangssprachliche Beschreibung der Zielvorstellung:** Wie vom V&V-Agenten vorgeschlagen, absolvieren lediglich zwei Versuchspersonen die komplette Fahrschulung am Simulator. Beide Fahrschüler bestehen die Prüfung, so dass davon ausgegangen werden kann, dass das Modell grundsätzlich seinen Zweck erfüllt. Zu einer vollständigen Nutzenquantifizierung des Modells wäre jedoch eine höhere statistische Signifikanz in Form mehrerer Probanden notwendig.
- Definition des Diskursuniversums:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
- Definition linguistischer Werte:** Der V&V-Agent übernimmt die linguistischen Werte  $\tilde{T}_1, \dots, \tilde{T}_5$  aus Abschnitt 5.5:

$$\begin{aligned} \tilde{T}_1 &:= \text{„Alles Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_2 &:= \text{„Alles wichtige Wissen vorhanden“} \\ \tilde{T}_3 &:= \text{„Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“} \\ \tilde{T}_4 &:= \text{„Essenzielle Wissensteile fehlen“} \\ \tilde{T}_5 &:= \text{„Überhaupt kein Wissen vorhanden“} \end{aligned}$$

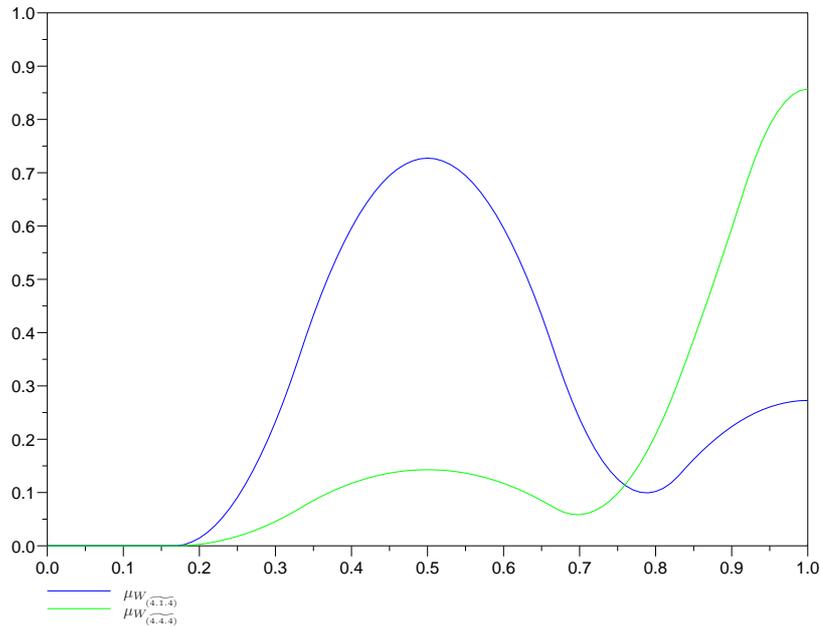


Abbildung 7.24: Modifizierte Wissensfunktionen in Abschnitt 7.3.2

Als Kompensationsfaktoren werden festgelegt:

$$a_{\tilde{T}_1} = 1, \quad a_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad a_{\tilde{T}_3} = 0.5, \quad a_{\tilde{T}_4} = 0, \quad a_{\tilde{T}_5} = 0.$$

4. **Bestimmen von Zugehörigkeitsfunktionen für jeden linguistischen Wert über dem Diskursuniversum:** Entfällt gemäß Abschnitt 5.5.
5. **Abbilden der linguistischen Werte auf die Termmenge der Variable „Nutzen“:** Der V&V-Agent übernimmt die Abbildung  $t$  aus Abschnitt 5.5:

$$t : \tilde{T} \rightarrow T$$

„Alles Wissen vorhanden“  $\mapsto$  „sehr hoch“  
 „Alles wichtige Wissen vorhanden“  $\mapsto$  „hoch“  
 „Wissen ist teilweise vorhanden, teilweise fehlt es“  $\mapsto$  „mittel“  
 „Essenzielle Wissensteile fehlen“  $\mapsto$  „gering“  
 „Überhaupt kein Wissen vorhanden“  $\mapsto$  „sehr gering“

6. **Bestimmen der Zugehörigkeitsfunktion und des Kompensationsfaktors:** Die Zugehörigkeitsgrade werden wie folgt festgelegt:

$$\alpha_{\tilde{T}_1} = 0.3, \quad \alpha_{\tilde{T}_2} = 0.9, \quad \alpha_{\tilde{T}_3} = 0.2, \quad \alpha_{\tilde{T}_4} = \alpha_{\tilde{T}_5} = 0.$$

Die berechnete Zugehörigkeitsfunktion ist in Abbildung 7.24 dargestellt. Als Kompensationsfaktor wird der Wert

$$a_{W_{(4.4.4)}} = \frac{1 \cdot 0.3 + 0.9 \cdot 0.9 + 0.5 \cdot 0.2}{0.3 + 0.9 + 0.2} = 0.864 \dots$$

berechnet.

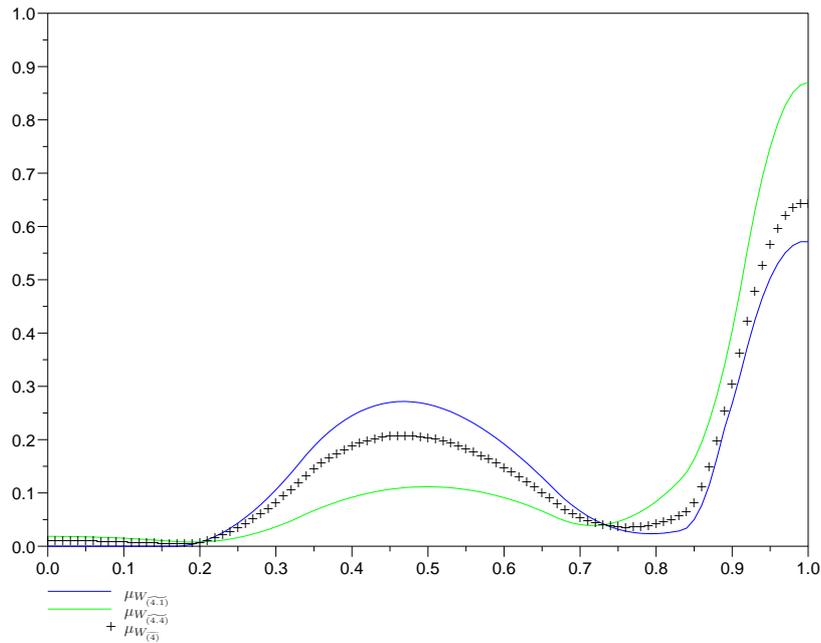


Abbildung 7.25: Von der Modifikation der Funktionen  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  und  $\mu_{W_{(4.4.4)}}$  betroffene Wissensfunktionen in Abschnitt 7.3.2

Attributnummer	(4.1.4)	(4.4.4)	(4.1)	(4.4)	(4)
$a_{W_x}$	0.479	0.864	0.479	0.864	0.479

Tabelle 7.19: Von den modifizierten Wissensfunktionen  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  und  $\mu_{W_{(4.4.4)}}$  betroffene Kompensationsfaktoren in Abschnitt 7.3.2

In Abbildung 7.25 sind die Wissensfunktionen, welche durch die Modifikation der Wissensfunktionen  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  und  $\mu_{W_{(4.4.4)}}$  betroffen sind, dargestellt. Tabelle 7.19 stellt die durch die Modifikation veränderten numerischen Werte dar. Zum Einen ist eine grundsätzliche Verbesserung des Gesamtwissens über das Modell festzustellen. Der entscheidende Punkt ist jedoch die Wirkung der modifizierten Kompensationsfaktoren: Bedingt durch die Erhöhung der Kompensationsfaktoren:

$$a_{W_{(4.1.4)}} = a_{W_{(4.4.4)}} = 0$$

auf

$$a_{W_{(4.1.4)}} = 0.479 \quad \text{und} \quad a_{W_{(4.4.4)}} = 0.864$$

kommt bei der Berechnung der Wissensfunktion  $\mu_{W_{(4.1.4)}}$  Mittelwertbildung fast zur Hälfte zum Einsatz; für  $\mu_{W_{(4.4.4)}}$  fließt Mittelwertbildung zu über 86% in das Ergebnis ein – vergleiche die Definition der Aggregatorfunktion in Satz 3 auf Seite 74.

Die Diskussion der Sensitivitätsanalyse soll mit einer Bemerkung abgeschlossen werden: Die Nutzen- bzw. Wissensmaximierung wurde in den letzten beiden Abschnitten getrennt durchgeführt, d. h. zuerst wurde der Nutzen maximiert, anschließend wurde durch weiteren monetären Einsatz das Wissen über das Modell maximiert. In der Praxis werden diese beiden Aufgaben jedoch immer interdependent ablaufen. Zum Beispiel wurde in Abschnitt 7.3.1 überhaupt nicht in Betracht gezogen, dass zwei Attribute existieren, deren Nutzenfunktion die leere Menge ist.

Eine sinnvolle Hilfestellung zur interdependenten Nutzen- bzw. Wissenmaximierung ist die gemeinsame grafische Aufbereitung von Nutzen und Wissen, diskutiert in Kapitel 6.

Auch soll bemerkt werden, dass der Prozess der Sensitivitätsanalyse iterativen Charakter hat. Es ist denkbar, mehrere Zyklen der Nutzen- und Wissensmaximierung zu durchlaufen. Dieser iterative Charakter gewinnt umso mehr an Bedeutung, falls eine Optimierung des betrachteten Modells hinsichtlich mehrerer Faktoren zu erfolgen hat, zum Beispiel Zeit, Geld, Personal, Sicherheitsrichtlinien usw.

## 7.4 Zusammenfassung

Ziel dieses Kapitels war die Demonstration der in dieser Arbeit entwickelten Konzepte an einem Gesamtbeispiel. In Abschnitt 7.1 wurde der Beispielrahmen diskutiert. Es wurde ein real existierendes Simulationsmodell vorgestellt, gefolgt von der Aufstellung eines V&V-Plans.

In Abschnitt 7.2 wurde anhand dieses V&V-Plans eine Nutzen- bzw. Wissensmaximierung durchgeführt. Die Attribute des Wertbaums wurden mit Werten belegt und anschließend aggregiert.

Abschnitt 7.3 fokussierte auf eine weitere Anwendungsoption der vorgestellten Konzepte: Sensitivitätsanalyse zur Nutzen- und Wissensmaximierung. Ein Vorschlag wurde gemacht, ausgehend von einem bestimmten Budget-, Zeit- bzw. Personalansatz den Nutzen eines bzw. das Wissen über ein Modell zu maximieren. Schwerpunkt dieses Abschnitts war daher auch der entwicklungsbegleitende Charakter der vorgestellten Konzepte.

# Kapitel 8

## Schlussbetrachtung

Ziel dieser Arbeit war die Herleitung eines entscheidungstheoretischen Nutzenmodells, welches es ermöglicht, mit Hilfe einer unscharfen Wertbaumanalyse den Nutzen und das Wissen über Modelle und Simulationen so zu quantifizieren, dass entwicklungsabschließend die Akkreditierungsentscheidung und entwicklungsbegleitend der V&V-Prozess unterstützt werden kann, jeweils mit dem Ziel der Nutzen- und Risikobewertung.

In Kapitel 2 wurde das Konzept der klassischen Wertbaumanalyse – momentan implementiert in rechnergestützten Werkzeugen – einer kritischen Würdigung unterzogen. Das Ergebnis war die Identifikation von Defiziten, welche den Einsatz dieser Methodik im produktiven Einsatz fragwürdig erscheinen lassen. Die identifizierten Defizite wurden benutzt, um das in dieser Dissertation zu lösende Problem strukturiert darzustellen:

Das Konzept der klassischen Wertbaumanalyse – instrumentalisiert zur Unterstützung der Verifikation, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen – sollte durch unscharfe Nutzentheorie so erweitert werden, dass folgende Anforderungen erfüllt sind:

- **Anforderung 1:** Quantifizierung des Nutzens und des Wissens über das betrachtete Modell.
- **Anforderung 2:** Unterscheidung kompensatorischer und nichtkompensatorischer Modellattribute, unabhängig von einer durch Gewichte dargestellten Priorisierung.
- **Anforderung 3:** Erstellung eines Konzepts zur strukturierten Umsetzung von Ergebnissen von V&V-Tätigkeiten – insbesondere umgangssprachlicher Expertenaussagen – auf Zugehörigkeitsfunktionen mit dem Ziel der beliebig genauen Modellierung der Semantik dieser Aussagen bzgl. der Modellqualität.

Der Aufbau der Dissertation orientierte sich an dem Ablauf einer unscharfen Nutzwertanalyse: Aufstellen des Wertbaums und Definition der Struktur der Attributwerte in Kapitel 3, Definition einer Aggregatorfunktion in Kapitel 4, Bestimmung der Zugehörigkeitsfunktionen in Kapitel 5, schließlich die Interpretation des Ergebnisses in Kapitel 6.

Folgende Merkmale kennzeichnen die Neuerungen bzw. Weiterentwicklungen bestehender Konzepte und belegen, dass die genannten Anforderungen nicht nur erfüllt, sondern sogar – wie Punkt 4 der Aufzählung dargestellt – übererfüllt wurden:

- Im Gegensatz zu momentan implementierten Konzepten ist es nicht nur möglich, den Nutzen des betrachteten Modells, sondern auch das Wissen über das

Modell absolut zu quantifizieren. Beantwortet werden die Fragen: „Was für einen Nutzen hat das Modell?“ und zusätzlich „Was und wie viel weiß man bzw. was und wie viel weiß man nicht über das Modell?“.

- Zusätzlich zu der in aktuellen Implementierungen gegebenen Möglichkeit, Modelleigenschaften durch Gewichtung zu priorisieren, bietet das in dieser Dissertation entwickelte Verfahren die Möglichkeit, die Substituierbarkeit von Modellattributen genau festzulegen. Dieses erfolgt sogar für jedes Attribut einzeln, unabhängig vom jeweiligen Attributwert.

Realisiert wurde diese Forderung durch die Herleitung eines axiomatisch begründeten und mathematisch abgesicherten Aggregationsoperators, welcher sowohl die Forderung der unterschiedlichen Priorisierbarkeit der Modelleigenschaften durch traditionelle Gewichtung, als auch die detailliert festlegbare Substituierbarkeit von Attributwerten gestattet.

- Es wurde ein strukturiertes Verfahren entwickelt, wie entwicklungsbegleitend Ergebnisse von Verifikations- und Validierungstätigkeiten – mit dem Fokus auf umgangssprachlichen Expertenaussagen – so durch Zugehörigkeitsfunktionen modelliert werden können, dass die Semantik umgangssprachlicher Aussagen bzgl. der Modellqualität bis zu jedem gewünschten Detailgrad abgebildet werden kann.

Als weiterer Schwerpunkt der Thematik „Finden der Zugehörigkeitsfunktion“ wurde ein Verfahren etabliert, welches Messergebnisse – produziert im Rahmen des Verifikations- und Validierungsprozesses – automatisch in Zugehörigkeitsfunktionen umsetzt.

- Über die in Kapitel 2 festgelegten Anforderungen hinaus wurde der Interpretation des Gesamtwertes besondere Aufmerksamkeit geschenkt: Statt der – in der unscharfen Nutzentheorie üblichen – Defuzzifizierung des Ergebnisses und Berechnung eines einzigen reellen Wertes, wurde ein Verfahren entwickelt, welches es gestattet, den Nutzen und das Wissen über das Modell interdependent grafisch so aufzuarbeiten, dass beim Anwender weder ein entscheidungstheoretischer Hintergrund, noch ein Verständnis für die Funktionsweise der verwendeten Algorithmen vorausgesetzt werden muss. Dieses prädestiniert den Einsatz der Konzepte auch im industriellen Umfeld.

Schließlich wurde die Praxistauglichkeit der entwickelten Konzepte in deren Funktion als Entscheidungshilfe anhand einer real existierenden Simulation dargestellt. Hier zeigte sich, dass die Anwendungsoptionen der Konzepte weit über die in den Anforderungen genannte Nutzen- bzw. Wissensquantifizierung hinausgehen: Im Rahmen des Gesamtbeispiels wurde das entwickelte entscheidungs- bzw. nutzentheoretische Modell nicht nur in seiner Funktion als Werkzeug zur Nutzen- und Wissensquantifizierung dargestellt. Zusätzlich wurde es in der Rolle eines Entscheidungsunterstützungswerkzeuges zur Fiskaloptimierung präsentiert. Ausgehend von einer bestimmten Budgetgrenze wurden anhand verschiedener Szenarien durchzuführende V&V-Aktivitäten so ausgewählt, dass eine maximale Steigerung des Modellnutzens erzielt wird. Andere Anwendungen sind denkbar, einige wurden in Kapitel 7 kurz angesprochen.

Interessant dürfte die Fragestellung sein, auf welche weiteren Anwendungsdomänen – unabhängig vom Themenfeld VV&A – sich die entwickelten Konzepte übertragen lassen. Es lässt sich festhalten, dass eine Übertragung auf jede Anwendungsdomäne möglich sein sollte, in der:

- Entscheider intensiv auf die Zuarbeit von Experten angewiesen sind und
- Entscheidungen nicht aufgrund von Information per se getroffen werden, sondern auch die Qualität der Information quantifiziert werden muss.

Ad-hoc Beispiele sind die Quantifizierung der Glaubwürdigkeit eines Zeugen bei Gerichtsprozessen oder die Lagebeurteilung in einem Gefecht beim militärischen Operations Research.

Abschließend kann gesagt werden, dass mit dem in dieser Dissertation entwickelten Modell ein vielseitig anwendbares, in sich konsistentes Instrumentarium bereitgestellt wurde, das gegenüber klassischen – nicht auf unscharfer Nutzentheorie basierender – Entscheidungshilfen wesentliche Vorzüge aufweist.



# Anhang A

## Rollenbezeichnungen

Folgende Rollenbezeichnungen werden in dieser Dissertation verwendet (Die Beschreibungen entsprechen denen in [80]):

- **Akkreditierungsagent:** “The organization designated by the M&S Application Sponsor (user) to conduct an accreditation assessment for an M&S application.”
- **Domänenexperte:** “An individual who, by virtue of education, training, or experience, has greater than a journeyman’s expertise in a particular technical or operational discipline, system, or process and has been selected or appointed to participate in the validation of a model or simulation.”
- **Modellierer:** “The individual, group or organization responsible for actually developing or modifying a simulation in accordance with a set of design requirements and specifications. Also referred to as developer.”
- **V&V-Agent:** “The individual, group, or organization designated by the V&V proponent (user) to verify and validate a model, simulation, or simulation federation. The V&V agent provides information to the accreditation agent to support the recommendation to accredit a model, simulation, or simulation federation for a specific purpose.”
- **M&S-Anwender:** “The individual, group, or organization that employs or will employ a model, simulation, or federation, its products, or its services to achieve a set of objectives.”



# Anhang B

## Definition des Akkreditierungsbegriffs

In der Literatur existieren zwei konkurrierende Definitionen des Begriffs Akkreditierung: Zum Einen wird Akkreditierung als die offizielle Bestätigung betrachtet, dass ein Modell für einen bestimmten Zweck geeignet ist:

**Definition 29.** *“Accreditation is the official certification that a model, simulation, or federation of models and simulations and its associated data are acceptable for use for a specific purpose.”*[80]

Ein alternativer Vorschlag findet sich in [11]:

**Definition 30.** *“Accreditation is a procedure by which an authoritative body gives formal recognition that a body or person is competent to carry out specific tasks. Certification is a procedure by which a third party gives written assurance that a product, process or service confirms to specified characteristics.”*[77]

Für den letzten Vorschlag spricht, dass dem ISO-Standard gefolgt wird. Betrachte zum Beispiel die Unternehmenszertifizierung nach ISO9000 [55]: In der Bundesrepublik Deutschland spricht die Trägergemeinschaft für Akkreditierung GmbH (TGA) [3] Akkreditierungen aus. Durch eine derartige Akkreditierung erhält eine privates Unternehmen, die (offizielle) Erlaubnis, weitere Unternehmen gemäß ISO9000 zu zertifizieren. Eine Entscheidung zugunsten Definition 30 leistet daher einen Beitrag zur Begriffvereinheitlichung über Anwendungsdomänen hinweg.

Eine Liste der in der Bundesrepublik Deutschland akkreditierter Unternehmen findet man in [53]. Analog findet man eine Liste zertifizierter Unternehmen in [54].



# Abkürzungen

In dieser Arbeit werden folgende Abkürzungen verwendet:

AHP	Analytic Hierachy Process
cm	Zentimeter
CoA	Center of Area
CoG	Center of Gravity
FEDEP	Federation Development and Execution Process
GDM	Group Decision Making
HLA	High-Level-Architecture
IT	Informationstechnologie
ITIS	Institut für Technik Intelligenter Systeme e. V.
km	Kilometer
MADM	Multi Attribute Decision Making
MODM	Multi Objective Decision Making
msec	Millisekunden
M&S	Modellbildung und Simulation
msec	Millisekunden
SAW	Simple Additive Weighting
V&V	Verifikation und Validierung
VV&A	Verifikation, Validierung und Akkreditierung



# Bezeichnungen

In dieser Arbeit gelten folgende Bezeichnungen:

$x.xxx\dots$	Fließkommazahl in Dezimaldarstellung
$M, M_1, M_2, \dots$	Nichtleere Mengen
$M_1 \setminus M_2$	$\{x \mid x \in M_1 \wedge x \notin M_2\}$
$M_1 \times \dots \times M_n$	Kartesisches Produkt der Mengen $M_1, \dots, M_n$
$M^n$	$n$ -faches kartesisches Produkt der Menge $M$
$M^\emptyset$	$M \cup \{\emptyset\}$
$[a, b]$	$\{x \mid x \geq a \wedge x \leq b\}$
$]a, b]$	$[a, b] \setminus \{a\}$
$[a, b[$	$[a, b] \setminus \{b\}$
$]a, b[$	$]a, b] \cap [a, b[$
$\inf M$	Infimum der Menge $M$
$\sup M$	Supremum der Menge $M$
$\overline{[a, b]}$	$\inf [a, b]$
$\underline{[a, b]}$	$\sup [a, b]$
$\mathbb{N}$	Natürliche Zahlen
$\mathbb{N}_n$	$\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq n\}$
$\mathbb{Q}$	Rationale Zahlen
$\mathbb{Q}_+$	Positive rationale Zahlen
$\mathbb{R}$	Reelle Zahlen
$X$	Abgeschlossenes Einheitsintervall $[0, 1]$
$\mu, \mu_1, \mu_2, \dots$	Beliebige unscharfe Mengen
$\mu_M$	Unschärfe Menge über der Grundmenge $M$
$\mathcal{F}_M$	Menge der stetig differenzierbaren unscharfen Mengen über dem Universum $M$ mit Bildbereich $[0, 1]$
$k(\mu)$	Punktweises Komplement der unscharfen Menge $\mu$
$\alpha$	Crossoverpoint gemäß [99]
$\text{supp}(\mu)$	Stützmenge der unscharfen Menge $\mu$ : $\{x \in X \mid \mu(x) \neq 0\}$
$R_M$	Unschärfe Relation über $M$
$\mathcal{R}_M$	Menge der unscharfen Relationen über $M$
$R_{R_1 \cup \dots \cup R_n}$	Vereinigung der unscharfen Relationen $R_1, \dots, R_n$
$A, A_1, A_2, \dots$	Attributwerte
$\mu_N$	Nutzenfunktion eines Attributwertes
$\mu_W$	Wissensfunktion eines Attributwertes
$\omega, \omega_1, \omega_2, \dots$	Attributgewichte
$a_N$	Kompensationsfaktor der Nutzenfunktion $\mu_N$
$a_W$	Kompensationsfaktor der Wissensfunktion $\mu_W$



# Abbildungsverzeichnis

1.1	In Kapitel 1 diskutierte Begriffe . . . . .	1
1.2	Der „ITIS-Modellbildungsprozess“ [23, 65] . . . . .	4
1.3	Verifikation und Validierung: Konzeptskizze . . . . .	6
1.4	Zusammenhang zwischen Intensität durchgeführter V&V-Tätigkeiten, Modellnutzen, Kosten und Glaubwürdigkeit – angelehnt an [85, 17, 82] . . . . .	8
2.1	Darstellung der Expertenaussage in Beispiel 7 mit Hilfe einer Zugehörigkeitsfunktion (blauer Graph) . . . . .	23
2.2	In Beispiel 8 verwendete Attributwerte . . . . .	24
2.3	In Beispiel 8 verwendete Werte (Fortsetzung) . . . . .	24
2.4	Gemeinsame Darstellung der Nutzen- und Wissensfunktion eines Attributwerts . . . . .	29
2.5	Getrennte Darstellung der Nutzenfunktionen $\mu_{N_{A_1}}$ , $\mu_{N_{A_2}}$ und $\mu_{N_{A_3}}$ der Attribute $A_1$ , $A_2$ und $A_3$ . . . . .	29
2.6	Getrennte Darstellung der Wissensfunktionen $\mu_{W_{A_1}}$ , $\mu_{W_{A_2}}$ und $\mu_{W_{A_3}}$ der Attribute $A_1$ , $A_2$ und $A_3$ . . . . .	30
2.7	Gemeinsame Darstellung der Attribute $A_1$ , $A_2$ und $A_3$ . . . . .	30
3.1	Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{GP}$ der unscharfen Menge „Große Person“ . . . . .	37
3.2	Repräsentation der Wahrheitswerte true und false durch unscharfe Mengen über dem Einheitsintervall . . . . .	38
3.3	Umgangssprachliche Beschreibungen der Körpergröße dargestellt durch unscharfe Mengen über dem Einheitsintervall . . . . .	39
3.4	Darstellung von Nutzenwerten durch unscharfe Mengen . . . . .	40
3.5	Wissensquantifizierung durch Modifikation der Zugehörigkeitsfunktion in Ordinatenrichtung . . . . .	41
3.6	Beispiel für aggregierte Zugehörigkeitsfunktion . . . . .	42
3.7	Quantifizierung von Wissen durch Modifikation der Zugehörigkeit der Nutzenfunktion in Abszissenrichtung . . . . .	43
3.8	Diskutierte Nutzen- und Wissensfunktionen in Beispiel 18 Szenario 1 und 2 . . . . .	48
4.1	Nutzenfunktionen in Beispiel 19 . . . . .	53
4.2	Wissensfunktionen in Beispiel 19 . . . . .	54
4.3	Kategorisierung unscharfer Mengenoperatoren . . . . .	62
4.4	Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen $\mu_1$ und $\mu_2$ durch $t$ -Konormen . . . . .	63
4.5	Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen $\mu_1$ und $\mu_2$ durch Mittelwertoperatoren . . . . .	64
4.6	Beispiele für die Verknüpfung zweier unscharfer Mengen $\mu_1$ und $\mu_2$ durch $t$ -Normen . . . . .	64
4.7	Aggregation zweier unscharfer Mengen mit Hilfe eines parametrisierten Operators . . . . .	65
4.8	Entscheidungstheoretische Kategorisierung unscharfer Mengenoperatoren . . . . .	67

4.9	Nichtkompensatorische Aggregation durch Maximierung im linken und Minimierung im rechten Bereich der Abszisse . . . . .	70
4.10	Realisierung des nichtkompensatorischen Aggregators mit Hilfe einer Fallunterscheidung . . . . .	72
4.11	Berechnung des Wertes $f_1(0)$ . . . . .	73
4.12	Bestimmung des Wertes $\Delta_i(0)$ in Beispiel 24 . . . . .	74
4.13	Unschärfe Mengen in Szenario 1 . . . . .	76
4.14	Unschärfe Mengen in Szenario 2 . . . . .	77
4.15	Unschärfe Mengen in Szenario 3 . . . . .	78
4.16	Nutzenfunktionen in Beispiel 19 . . . . .	79
4.17	Wissensfunktionen in Beispiel 19 . . . . .	79
5.1	Kategorisierung von V&V-Tätigkeiten (angelehnt an [12]) . . . . .	83
5.2	Linguistische Variable „Alter eines PKW“ . . . . .	86
5.3	„true“ und „false“ als unscharfe Mengen modelliert [99] . . . . .	88
5.4	Termuniversum der Variable „Nutzen“ Teil 1 . . . . .	89
5.5	Termuniversum der Variable „Nutzen“ Teil 2 . . . . .	89
5.6	Modellierung linguistischer Werte durch Hedges . . . . .	91
5.7	Definition eines Termuniversums mit der Festlegung $\alpha := \frac{1}{3}$ . . . . .	92
5.8	Definition eines Termuniversums mit der Festlegung $\alpha := \frac{3}{4}$ . . . . .	92
5.9	In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen (Abszissenwerte repräsentieren $\text{km} \cdot 1000$ ) . . . . .	96
5.10	In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen für verschiedene Laufleistungen (Alle Angaben in $\text{km} \cdot 1000$ ) . . . . .	97
5.11	In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen für verschiedene Laufleistungen (Alle Angaben in $\text{km} \cdot 1000$ ) . . . . .	98
5.12	Fiktive Zugehörigkeitsfunktion . . . . .	100
5.13	Generierte Nutzenfunktion in Beispiel 31 . . . . .	102
5.14	Generierte Wissensfunktion in Beispiel 32 . . . . .	105
5.15	In Beispiel 29 generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum $U$ — Abszissenwerte repräsentieren das Alter des PKW in Jahren . . . . .	107
5.16	Nutzenfunktionen für verschiedene Alterswerte von Gebrauchtwagen über dem Einheitsintervall . . . . .	107
5.17	Nutzenfunktionen über dem Einheitsintervall für verschiedene Alterswerte von Gebrauchtwagen im Bereich des Schwellwertes von 3 Jahren . . . . .	108
5.18	Ermittelte Nutzen- und Wissensfunktion in Abschnitt 5.6.2 . . . . .	110
6.1	Unschärfe Mengen in Beispiel 33 . . . . .	115
6.2	Getrennte Darstellung der Elemente eines Attributs . . . . .	116
6.3	Gemeinsame Darstellung der Nutzen- und Wissensfunktion . . . . .	118
6.4	Nutzen- und Wissensfunktion in Beispiel 34 . . . . .	119
6.5	Dreidimensionale Darstellung des Attributwertes $A_1$ in Beispiel 34 . . . . .	119
6.6	Darstellung der Attributwerte $A_2$ und $A_3$ in Beispiel 35 . . . . .	120
6.7	Gemeinsame Darstellung der Attributwerte $A_1, A_2, A_3$ aus den Abbildungen 6.4 und 6.6 . . . . .	120
6.8	Nutzen- und Wissensfunktionen des Attributs $A_1$ in Beispiel 36 . . . . .	122
6.9	Nutzen- und Wissensfunktionen des Attributs $A_2$ in Beispiel 36 . . . . .	122
6.10	Aggregierte Nutzen- und Wissensfunktionen in Beispiel 36 . . . . .	123
6.11	Gemeinsame Darstellung der Attributwerte $A$ und $B$ aus Beispiel 36 . . . . .	123
6.12	Falsche Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 36 . . . . .	124
6.13	Richtige Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 36 . . . . .	124
6.14	Relation $R_{A_1}$ im Beweis zu Satz 5 . . . . .	126
6.15	Relation $R_{A_2}$ im Beweis zu Satz 5 . . . . .	126
6.16	Grafische Darstellung des Gegenbeispiels im Beweis zu Satz 5. Deutlich ist $R^{(1)} \neq \mu_N$ zu erkennen. . . . .	127
6.17	Nutzenfunktionen in Beispiel 37 . . . . .	128

6.18	Wissensfunktionen in Beispiel 37 . . . . .	128
6.19	Darstellung der Attribute $A_1, A_2, A_3$ in Beispiel 37 . . . . .	129
6.20	Darstellung des Gesamtwertes in Beispiel 37 . . . . .	129
7.1	Konzeptskizze eines LKW-Fahrsimulators [88] . . . . .	132
7.2	Das „V&V-Dreieck“ [23] . . . . .	133
7.3	Verwendeter Wertbaum . . . . .	134
7.4	Attribut (4.1.1): Generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum . . . . .	140
7.5	Attribut (4.4.1): Nutzenfunktionen für verschiedene Reaktionszeiten . . . . .	141
7.6	Notwendiger Kraftaufwand zum Drehen des Lenkrads (Ordinate) in Abhängigkeit von der Lenkradposition (Abszisse) . . . . .	143
7.7	Attribut (4.4.1): Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum (Abszissenwerte repräsentieren gemessene Abweichungen in Prozent) . . . . .	149
7.8	Attribut (4.4.1): Nutzenfunktionen für verschiedene Abweichungen in Prozent . . . . .	149
7.9	Attribut (4.4.3): Generierte Zugehörigkeitsfunktionen über dem Diskursuniversum. Die Abszissenwerte repräsentieren das Verhältnis des Bremsweges im Simulator zum realen LKW. . . . .	153
7.10	Attribut (4.4.3): Nutzenfunktionen für verschiedene Verhältnisse simulierter Bremsweg, realer Bremsweg . . . . .	154
7.11	Nutzenfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken. Es gilt $\mu_{N(4.1.4)} = \emptyset$ . . . . .	158
7.12	Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.1) wirken . . . . .	158
7.13	Gemeinsame Darstellung der Attribute (4.1.1), (4.1.2), (4.1.3), (4.1.5) als unscharfe Relationen . . . . .	159
7.14	Nutzen- und Wissensfunktion des Attributs (4.1) . . . . .	159
7.15	Darstellung des Attributs (4.1) als unscharfe Relation . . . . .	160
7.16	Nutzenfunktionen, welche auf Attribut (4.4) wirken. Es gilt $\mu_{N(4.4.4)} = \emptyset$ . . . . .	161
7.17	Wissensfunktionen, welche auf Attribut (4.4) wirken . . . . .	162
7.18	Darstellung der Attributwerte (4.4.1), (4.4.2), (4.4.3) und (4.4.5) als unscharfe Relationen . . . . .	162
7.19	Attribut (4.4): Nutzen- und Wissensfunktion . . . . .	163
7.20	Darstellung von Attribut (4.4) als unscharfe Relation. Es gilt $\mu_{N(4.4.4)} = \emptyset$ . . . . .	163
7.21	Nutzenfunktionen der Attribute (4.1), (4.4) und (4) . . . . .	164
7.22	Wissensfunktionen der Attribute (4.1), (4.4) und (4) . . . . .	165
7.23	Modifizierte Nutzenfunktionen in Abschnitt 7.3.1 . . . . .	167
7.24	Modifizierte Wissensfunktionen in Abschnitt 7.3.2 . . . . .	170
7.25	Von der Modifikation der Funktionen $\mu_{W(4.1.4)}$ und $\mu_{W(4.4.4)}$ betroffene Wissensfunktionen in Abschnitt 7.3.2 . . . . .	171



# Tabellenverzeichnis

1.1	Vorschlag zur Quantifizierung der Auswirkung falscher Modellergebnisse [70] . . . . .	10
2.1	Verwendete Werte in Beispiel 6; Attribut $A_5$ 5 stellt den Kopplungstest dar . . . . .	19
2.2	Beispiel für die Abbildung linguistischer Werte auf Intervalle [12] . . . . .	21
3.1	Beispiele für die Abbildung linguistischer Universen auf die Wahrheitswerte true und false . . . . .	39
4.1	In Beispiel 19 benutzte Werte . . . . .	53
4.2	Abbildung mathematischer Axiome auf Rationalitätsanforderungen (z. T. $\hat{=}$ „zum Teil“) . . . . .	60
4.3	Werte des Beispiels 19 . . . . .	78
5.1	In Beispiel 29 durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte . . . . .	96
5.2	In Abschnitt 5.6.1 ermittelte Zugehörigkeitswerte . . . . .	106
5.3	In Abschnitt 5.6.1 ermittelte Kompensationsfaktoren . . . . .	108
6.1	Center of Area und Center of Gravity Werte der unscharfen Mengen $\mu_1, \dots, \mu_5$ in Abbildung 6.1 (jeweils auf drei Dezimalstellen gerundet) . . . . .	114
6.2	In Beispiel 37 benutzte Werte . . . . .	127
7.11	Attribut (4.1.1): Zugehörigkeitswerte linguistischer Werte über dem Diskursuniversum ( $n/a \hat{=}$ „nicht durch Experten festgelegt“) . . . . .	140
7.12	Attribut (4.1.1): Kompensationsfaktoren für verschiedene Systemreaktionszeiten . . . . .	141
7.13	Attribut (4.4.1): Durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte . . . . .	148
7.14	Attribut (4.4.1): Ermittelte Kompensationsfaktoren . . . . .	150
7.15	Attribut (4.4.3): Durch Befragung ermittelte Zugehörigkeitswerte . . . . .	153
7.16	Attribut (4.1.3): Ermittelte Kompensationsfaktoren . . . . .	154
7.17	Gewichte und Kompensationsfaktoren der Attribute (4.1.1) – (4.1.5) und (4.1) . . . . .	160
7.18	Gewichte und Kompensationsfaktoren der Attribute (4.4.1) – (4.4.5) und (4.4) ( $n/a \hat{=}$ „nicht durch Experten festgelegt“) . . . . .	161
7.19	Von den modifizierten Wissensfunktionen $\mu_{W_{(4.1.4)}}$ und $\mu_{W_{(4.4.4)}}$ betroffene Kompensationsfaktoren in Abschnitt 7.3.2 . . . . .	171



# Literaturverzeichnis

- [1] *Merriam-Webster Online*. <http://www.m-w.com>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [2] *Orca Computer Inc*. <http://www.orcacomputer.com>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [3] *Trägergemeinschaft für Akkreditierung GmbH (TGA)*. <http://www.tga-gmbh.de>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [4] *Entwicklungsstandard für IT-Systeme des Bundes – Vorgehensmodell*. Allgemeiner Umdruck Nr. 250/1, 1997
- [5] *International Test Operations Procedure (ITOP) – General Guidance for Modeling and Simulation Verification and Validation Information Exchange*. U.S. Army Developmental Test Command, Technology Management Division (CSTE-DTC-TT-M), 314 Longs Corner Road, Aberdeen Proving Ground, Maryland 21005-5055, Dezember 2005
- [6] ATTESLANDER, P.: *Methoden der empirischen Sozialforschung*. de Gruyter, 1985
- [7] BAAS, S. M. ; KWAKERNAAK, H.: Rating and Ranking of Multiple Aspect Alternative Using Fuzzy Sets. In: *Automatica* 13 (1977), S. 47–58
- [8] BALCI, O.: Guidelines for Successful Simulation Studies. In: BALCI, O. (Hrsg.) ; SADOWSKI, R. P. (Hrsg.) ; NANCE, R. E. (Hrsg.): *Proceedings of the 1990 Winter Simulation Conference*, 1990, S. 25–32
- [9] BALCI, O.: Verification, Validation and Accreditation of Simulation Models. In: ANDRADÓTTIR, S. (Hrsg.) ; HEALY, K. J. (Hrsg.) ; WITHERS, D. H. (Hrsg.) ; NELSON, B.L. (Hrsg.): *Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference*, 1997, S. 135–141
- [10] BALCI, O.: A Methodology for Certification of Modeling and Simulation Applications. In: *ACM Transactions on Modeling and Computer Simulation* 11 (2001), Oktober, Nr. 4, S. 352–377
- [11] BALCI, O.: Verification, Validation, and Certification of Modeling and Simulation Applications. In: CHICK, S. (Hrsg.) ; SANCHEZ, P. J. (Hrsg.) ; FERRIN, D. (Hrsg.) ; MORRICE, D. J. (Hrsg.): *Proceedings of the 2003 Winter Simulation Conference*, 2003, S. 150–158
- [12] BALCI, O. ; ADAMS, R. J. ; MYERS, D. S. ; NANCE, R. E.: A Collaborative Evaluation Environment for Credibility Assessment of Modeling and Simulation Applications. In: YÜCESAN, E. (Hrsg.) ; CHEN, C.-H. (Hrsg.) ; SNOWDON, J. L. (Hrsg.) ; CHARNES, J. M. (Hrsg.): *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, 2002, S. 214–220

- [13] BALCI, O. ; SAADI, S. D.: Proposed Standard Processes for Certification of Modeling and Simulation Applications. In: YÜCESAN, E. (Hrsg.) ; CHEN, C.-H. (Hrsg.) ; SNOWDON, J. L. (Hrsg.) ; CHARNES, J. M. (Hrsg.): *Proceedings of the 2002 Winter Simulation Conference*, 2002, S. 1621–1627
- [14] BALCI, O. ; TALBERT, M. L. ; NANCE, R. E.: Application of the Analytic Hierarchy Process to Complex System Design Evaluation / Virginia Polytechnic Institute and State University. 1994 (24061-0106). – Forschungsbericht
- [15] BALCI, O. ; YILMAZ, L.: Object-oriented Simulation Model Verification and Validation. In: *Proceedings of the 1997 Summer Computer Simulation Conference* The Society for Modeling & Simulation International, 1997
- [16] BAMBERG, G. ; COENENBERG, A. G.: *Betriebswirtschaftslehre Entscheidungslehre*. Verlag Franz Vahlen, 1996
- [17] BANKS, J.: *Handbook of Simulation*. John Wiley & Sons, Inc., 1998
- [18] BELLMAN, R., GIERTZ, M.: On the Analytic Formalism of the Theory of Fuzzy Sets. In: *Information Sciences* 5 (1973), S. 153ff
- [19] BERNARDO, J. J. ; BLIN, J. M.: A Programming Model of Consumer Choice among Multi-Attributed Brands. In: *Journal of Consumer Research* 4 (1977), September, S. 111–118
- [20] BONISSONE, P. P.: A Fuzzy Sets Based linguistic Approach: Theory and Applications. In: GUPTA, M. M. (Hrsg.) ; SANCHEZ, E. (Hrsg.): *Approximate Reasoning in Decision Analysis*. North-Holland, 1982, S. 329–339
- [21] BONISSONE, P. P. ; DECKER, K. S.: Multi-Criteria Decision Analysis with Fuzzy Pairwise Comparisons: An Experiment in Trading-Off Precision and Complexity. In: KANAL, L. N. (Hrsg.) ; LEMMER, J.F. (Hrsg.): *Uncertainty in Artificial Intelligence*. 1986
- [22] BORTZ, J.: *Lehrbuch der empirischen Forschung für Sozialwissenschaftler*. Springer Verlag, 1984
- [23] BRADE, D.: *A Generalized Process for the Verification and Validation of Models and Simulation Results*, Universität der Bundeswehr München, Diss., 2003
- [24] BRADE, D. ; KÖSTER, A.: Risk-based Validation & Verification Levels Definition. In: *Proceedings of the 1. European Simulation Interoperability Workshop*, 2001
- [25] BRADE, D. ; YI, C.: Generisk VV&A process: En VV&A handbok från THALES JP 11.20 / FOI – Totalsförsvarets Forskningsinstitut. Systemteknik, 172 90 Stockholm, Sweden, Dezember 2004 ( FOI-R-1379-SE / ISSN 1650-1942). – Metodrapport
- [26] CARLSSON, C. ; FULLER, R.: *Fuzzy Reasoning in Decision Making and Optimization*. Physica-Verlag, 2002
- [27] CHEN, S. ; HWANG, C.: *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making*. Springer Verlag, 1992
- [28] CHENG, Y. M. ; MCINNIS, B.: An Algorithm for Multiple Attribute, Multiple Alternative Decision Problem Based on Fuzzy Sets with Application to Medical Diagnosis. In: *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics* SMC-10 (1980), S. 645–650
- [29] DAWES, R. M.: Social Selection Based on Multidimensional Criteria. In: *Journal of Abnormal and Social Psychology* 68 (1964), S. 104–109

- [30] DEFENSE MODELING AND SIMULATION OFFICE: *HLA Federate Compliance Test System*. <http://hlatest.msiac.dmsomil/>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [31] *Department of Defense Directive 5000.59: DoD Modeling and Simulation Management*. Januar 1994
- [32] *Department of Defense Instruction 5000.61: DoD Modeling and Simulation (M&S) Verification, Validation, and Accreditation (VV&A)*. Mai 2003
- [33] DONG, C. ; ZHANG, C. ; WANG, B.: Integration of Green Quality Function Deployment and Fuzzy Multi-Attribute Utility Theory-Based Cost Estimation for Environmentally Conscious Product Development. In: *International Journal of Environmentally Conscious Design & Manufacturing* 11 (2003), Nr. 1, S. 12–28
- [34] DUBOIS, D. ; PRADE, H.: *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Application*. Academic Press, 1980
- [35] DUBOIS, D. ; PRADE, H.: The Use of Fuzzy Numbers in Decision Analysis. In: GUPTA, M. M. (Hrsg.) ; SANCHEZ, E. (Hrsg.): *Fuzzy Information and Decision Processes*. North-Holland, 1982, S. 309–321
- [36] DUBOIS, D. ; PRADE, H.: Criteria Aggregation and Ranking of Alternatives in the Framework of Fuzzy Set Theory. In: *TIMS/Studies in the Management Science* 20 (1984), S. 209–240
- [37] DUBOIS, D. (Hrsg.) ; PRADE, H. (Hrsg.): *Fundamentals of Fuzzy Sets*. Kluwer Academic Publishers, 2000
- [38] FARWER, B. ; KASTEN, P.-A. ; KÖSTER, A. ; KOPKA, M.: *Nichtklassische Logiken*, Universität Hamburg, Diplomarbeit, 1993
- [39] FISHBURN, P. C.: *Utility Theory for Decision Making*. Wiley, 1970
- [40] FUNG, L. W. ; FU, K. S.: An Axiomatic Approach to Rational Decision Making in a Fuzzy Environment. In: ZADEH, L. A. (Hrsg.) ; FU, K. S. (Hrsg.) ; TANAKA, K. (Hrsg.) ; SHIMURA, M. (Hrsg.): *Fuzzy Sets and their Applications to Cognitive and Decision Processes*. 1975
- [41] GARIBALDI, J. M. ; JOHN, R. I.: Choosing Membership Functions of Linguistic Terms. In: *Proceedings of the 2003 IEEE International Conference on Fuzzy Systems (FUZZ-IEEE 2003)*, 2003, S. 578–583
- [42] GOGUEN, J. A.: The Logic of Inexact Concepts. In: *Synthese* 19 (1969), S. 325–373
- [43] GOODWIN, P. ; WRIGHT, G.: *Decision Analysis for Management Judgement*. John Wiley & Sons, 1991
- [44] GRAUEL, A.: *Fuzzy-Logik: Einführung in die Grundlagen mit Anwendungen*. Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG, 1995
- [45] HANNAN, E. L.: On the Efficiency of the Product Operator in Fuzzy Programming with Multiple Objectives. In: *Fuzzy Sets and Systems* 2 (1979), Nr. 3, S. 259–262
- [46] HELSINKI UNIVERSITY OF TECHNOLOGY SYSTEMS ANALYSIS LABORATORY: *Introduction to Value Tree Analysis*. [http://www.mcda.hut.fi/value\\_tree/](http://www.mcda.hut.fi/value_tree/). – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [47] HERMANN, C. F.: Validation Problems in Games and Simulations with Special Reference to Models of International Politics. In: *Behavioral Science* 12 (1967), Nr. 3, S. 216–231

- [48] HWANG, C.-L. ; LIN, M.-J.: *Group Decision Making under Multiple Criteria – Methods and Applications*. Springer Verlag, 1987
- [49] HWANG, C.-L. ; YOON, K.: *Multiple Attribute Decision Making, Methods and Applications, A State-of-the-Art Survey*. Springer Verlag, 1981
- [50] The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.: *IEEE Standard Glossary of Modeling and Simulation Terminology*. 1989
- [51] The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.: *IEEE Trial-Use Recommended Practice for Distributed Interactive Simulation – Verification, Validation, and Accreditation*. 1998
- [52] The Institute of Electrical and Electronics Engineers, Inc.: *IEEE Std 1516.3-2003 Recommended Practice for High Level Architecture (HLA) Federation Development and Execution Process (FEDEP)*. 2003
- [53] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: *Germany: Accreditation Bodies – Certification Bodies*. [http://www.iso.org/iso/en/info/ISODirectory/Country/country\\_DE.html#30](http://www.iso.org/iso/en/info/ISODirectory/Country/country_DE.html#30). – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [54] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: *Qualitätsmanagement – Das Forum zum Qualitätswesen*. <http://www.quality.de/qforum.htm>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [55] INTERNATIONAL ORGANIZATION FOR STANDARDIZATION: *Quality Management Systems – Fundamentals and Vocabulary*. <http://www.iso.org/iso/en/iso9000-14000/iso9000/iso9000index.html>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [56] KAUFMANN, A. ; GUPTA, M. M.: *Introduction to Fuzzy Arithmetic*. Van Nostrand, 1985
- [57] KEENEY, R. L.: Decision Analysis: An Overview. In: *Operations Research* 30 (1982), S. 803–838
- [58] KEENEY, R. L. ; RAIFFA, H.: *Decisions with Multiple Objectives: Preferences and Value Tradeoffs*. John Wiley & Sons, 1976
- [59] KOORDINIERUNGS- UND BERATUNGSSTELLE DER BUNDESREGIERUNG FÜR INFORMATIONSTECHNIK IN DER BUNDESVERWAHLTUNG: *V-Modell XT – Der Entwicklungsstandard für IT-Systeme des Bundes*. <http://www.vmodellxt.de>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [60] KOORDINIERUNGS- UND BERATUNGSSTELLE DER BUNDESREGIERUNG FÜR INFORMATIONSTECHNIK IN DER BUNDESVERWAHLTUNG: *V-Modell XT – Teil 4: V-Modell-Referenz Rollen, Version 1.01*. <http://www.vmodellxt.de>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [61] KÖSTER, A.: Determination and Propagation of Credibility in V&V Activities. In: *Proceedings of the European Simulation Multiconference*, 2002
- [62] KWAKERNAAK, H.: An Algorithm for Rating Multiple-Aspect Alternatives Using Fuzzy Sets. In: *Automatica* 15 (1979), S. 615–616
- [63] LAARHOVEN, P. J. M. ; PEDRYCZ, W.: A Fuzzy Extension of Saaty’s Priority Theory. In: *Fuzzy Sets and Systems* 11 (1983), Nr. 3, S. 229–241

- [64] LEHMANN, A. ; HOFMANN, M. ; KRIEGER, T. ; BERCHTOLD, C. ; BRADE, D. ; KÖSTER, A.: Verifizierung, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen – technischer Teil – / Institut für Technik Intelligenter Systeme e.V. an der Universität der Bundeswehr München. 2002. – Forschungsbericht
- [65] LEHMANN, A. ; LÜTHI, J. ; BERCHTOLD, C. ; BRADE, D. ; KÖSTER, A.: Zukunftsfelder der Modellbildung und Simulation / Institut für Technik Intelligenter Systeme e. V. an der Universität der Bundeswehr München. 2000. – Forschungsbericht
- [66] LUCERO, Y. C. ; NAVA, P. A.: A Method for Membership Function Generation from Training Samples. In: *Proceedings of the 1999 International Congress on Electronics and Electrical Engineering (ELECTRO 99)*, 1999
- [67] MILLER, G. A.: The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on Our Capacity for Processing Information. In: *The Psychological Review* 63 (1956), S. 81–97
- [68] MIZUMOTO, M.: Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, Part I: Cases of  $T$ -Norms,  $T$ -Conorms, and Averaging Operators. In: *Fuzzy Sets and Systems* 31 (1989), Nr. 2, S. 217–242
- [69] MIZUMOTO, M.: Pictorial Representations of Fuzzy Connectives, Part II: Cases of Compensatory Operators and Self-Dual Operators. In: *Fuzzy Sets and Systems* 32 (1989), Nr. 1, S. 45–79
- [70] MUESSIG, P. R. ; LAACK, D. R. ; WROBLESKI JR., J. W.: Optimizing the Selection of VV&A Activities – A Risk/Benefit Approach. In: ANDRADÓTTIR, S. (Hrsg.) ; HEALY, K. J. (Hrsg.) ; WITHERS, D. H. (Hrsg.) ; NELSON, B. L. (Hrsg.): *Proceedings of the 1997 Winter Simulation Conference*, 1997, S. 60–65
- [71] MUGRIDGE, C.: Verification, Validation and Accreditation of Models and Simulations Used for Test and Evaluation – A Risk/Benefit Based Approach / Defense Evaluation and Research Center UK. 1999. – Forschungsbericht
- [72] NITZSCH, R. von: *Entscheidung bei Zielkonflikten: Ein PC-gestütztes Verfahren*, T. H. Aachen, Dissertation, 1991
- [73] ORCA COMPUTER INC.: *Evaluation Environment Online Help*. <http://www.orcacomputer.com/eeHelp/eeHelp.htm>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [74] PHILLIPS, L. D.: Decision Analysis in the 1990's. In: *Tutorial Papers in Operational Research*, *Operational Research Society* (1989)
- [75] POHL, S. ; BRADE, D.: *Representing Results of V&V-Activities in Fuzzy Decision Analysis Value Trees*. European Simulation Interoperability Workshop, 05E-SIW-012, 2005
- [76] POHL, S. ; BRADE, D.: *Using Fuzzy Multi Attribute Decision Theory in the Accreditation of Models, Simulations, and Federation*. Spring Simulation Interoperability Workshop, 05S-SIW-042, 2005
- [77] RAE, A. ; ROBERTS, P. ; HAUSEN, H.-L.: *Software Evaluation for Certification: Principles, Practice, and Legal Liability*. McGraw-Hill, 1995
- [78] ROBINS, E. S.: An Investigation into the Efficacy of the Consistency Ratio with Matrix Order – Limits of the AHP / Technology Evaluation Center Inc. 65 Water Street, Worcester, MA, 01604, 1999 (ARL97-ER-D01). – Forschungsbericht

- [79] ROSENBERG, L.: *Verification and Validation Implementation at NASA*. Version: May 2001. <http://www.stsc.hill.af.mil/crosstalk/2001/05/rosenberg.html>. Cross Talk – The Journal of Defense Software Engineering. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [80] Recommended Practices Guide, Glossary / Defense Modeling and Simulation Office. 1901 N. Beauregard Street, Suite 500, Alexandria, Virginia, 22311-1705, Oktober 2001. – Forschungsbericht
- [81] SAATY, T. L.: *The Analytic Hierarchy Process*. McGraw-Hill, Inc., 1980
- [82] SARGENT, R. G.: Validation and Verification of Simulation Models. In: FARRINGTON, P. A. (Hrsg.) ; NEMBARD, H. B. (Hrsg.) ; STURROCK, D. T. (Hrsg.) ; VANS, G. W. (Hrsg.): *Proceedings of the 1999 Winter Simulation Conference*, 1999, S. 39–48
- [83] SCHMIDT, B.: *Systemanalyse und Modellaufbau – Grundlagen der Simulationstechnik*. Springer Verlag, 1985
- [84] SCHWAB, K.-D.: *Ein auf dem Konzept der unscharfen Mengen basierendes Entscheidungsmodell bei mehrfacher Zielsetzung*, T. H. Aachen, Dissertation, 1983
- [85] SHANNON, R. G.: *Systems Simulation. The Art and Science*. Prentice-Hall, Inc., 1975
- [86] SIMON, H. A.: A Behavioral Model of Rational Choice. In: *Quarterly Journal of Economics* 69 (1955), S. 99–114
- [87] SIMULATION INTEROPERABILITY STANDARDS ORGANIZATION (SISO) – FIDELITY IMPLEMENTATION STUDY GROUP (ISG): *Fidelity ISG Glossary Version 3.0*. Dezember 1998
- [88] TECHNISCHE UNIVERSITÄT MÜNCHEN (TUM) – LEHRSTUHL FÜR FAHRZEUGTECHNIK: *Der FTM Fahrsimulator*. <http://www.ftm.mw.tum.de/deutsch/lehrstuhl/projekte/fahrsimulator.htm>. – Online-Ressource, Abruf: 2. Juni 2005
- [89] TRIANTAPHYLLOU, E. ; MANN, S. H.: Using the Analytic Hierarchy Process for Decision Making in Engineering Applications: Some Challenges. In: *International Journal of Industrial Engineering: Applications and Practice* 2 (1995), Nr. 1, S. 35–44
- [90] TÜRSCHMANN, C. W.: *Computergestützte Befragung in der empirischen Sozialforschung: Theorie, Methode und Technik; dargestellt an Untersuchungen aus der Sportsoziologie*. Bartels & Wernitz, 1981
- [91] WERNERS, B.: *Interaktive Entscheidungsunterstützung durch ein flexibles mathematisches Programmierungssystem*. Minerva Publ., 1984
- [92] WISSENSCHAFTLICHER RAT DER DUDENREDAKTION (Hrsg.): *Der Duden: in 12 Bänden; das Standardwerk zur deutschen Sprache, Band 5, Fremdwörterbuch*. 7. Auflage. Bibliographisches Institut & F. A. Brockhaus AG, 2001
- [93] WU, C. S. ; POLTE, T. ; REFFELDT, D.: A Fuzzy Logic System for Process Monitoring and Quality Evaluation in GMAW. In: *Welding Journal* (2002), Februar, S. 33–s–38–s
- [94] YAGER, R. R.: A New Methodology for Ordinal Multiple Aspect Decisions Based upon Fuzzy Sets. In: *Decision Science* 12 (1981), S. 589–600

- [95] YAGER, R. R.: Some Procedures for Selecting Fuzzy Settheoretic Operators. In: *International Journal of General System* 8 (1982), S. 115–124
- [96] ZADEH, L. A.: Fuzzy Sets. In: *Information Control* 8 (1965), S. 338–353
- [97] ZADEH, L. A.: Similarity Relations and Fuzzy Orderings. In: *Information Science* 3 (1971), S. 177–206
- [98] ZADEH, L. A.: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex System and Decision Processes. In: *IEEE Trans. On Systems, Man, and Cybernetics* SMC-2 (1973), S. 28–44
- [99] ZADEH, L. A.: The Concept of a Linguistic Variable and its Application to Approximate Reasoning / Berkeley. 1973 (Memorandum ERL-M 411). – Forschungsbericht
- [100] ZEIGLER, B. P. ; PRAEHOFER, H. ; KIM, T. G.: *Theory of Modeling and Simulation – Integrating Discrete Event and Continuous Dynamic Systems 2nd Edition*. Academic Press, 2000
- [101] ZHAO, W.: *Feature-based Composite Structure Cost Estimation with Fuzzy Multi-attribute Utility Theory*. <http://ww2.cs.fsu.edu/~wankzhao/colloquium/research.html>. – Online-Ressource, Abruf: 9. Februar 2006
- [102] ZHOU, Q. ; PURVIS, M. ; KASABOV, N.: A Membership Function Selection Method for Fuzzy Neural Networks, Progress in Connectionist-Based Information Systems. In: *Proceedings of the 1997 International Conference on Neural Information Processing and Intelligent Systems – ICONIP/ANZIIS/ANNES'97*, 1998, S. 785–788
- [103] ZIMMERMANN, H. J.: *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Kluwer Academic Publishers, 1991
- [104] ZIMMERMANN, H. J.: *Fuzzy Sets, Decision Making and Expert Systems*. Kluwer Academic Publishers, 1993
- [105] ZIMMERMANN, H.-J. ; GUTSCHE, L.: *Multi-Criteria Analyse*. Springer Verlag, 1991
- [106] ZIMMERMANN, H. J. ; ZYSNO, P.: Latent Connectives in Human Decision-Making. In: *Fuzzy Sets and Systems* 4 (1980), S. 37–52



# Erklärung

Ich versichere an Eides statt, dass ich die der Fakultät für Informatik der Universität der Bundeswehr München vorgelegte Dissertation mit dem Thema

Ein auf unscharfer Wertbaumanalyse basierendes Konzept zur Unterstützung der Verifikation, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen

ohne fremde Hilfe erstellt, bei der Abfassung keine anderen als die im Schriftenverzeichnis angeführten Hilfsmittel benutzt und die wissenschaftlichen Leistungen eigenständig erbracht habe.

Die Dissertation wurde betreut von Prof. Dr. Axel Lehmann.

Mit Zustimmung des Dekans der Fakultät für Informatik der Universität der Bundeswehr München – Herrn Prof. Dr. Schmerl – vom 11. September 2005, habe ich Teilergebnisse der Dissertation in

- POHL, S. ; BRADE, D.: *Representing Results of V&V-Activities in Fuzzy Decision Analysis Value Trees*. European Simulation Interoperability Workshop, 05E-SIW-012, 2005
- POHL, S. ; BRADE, D.: *Using Fuzzy Multi Attribute Decision Theory in the Accreditation of Models, Simulations, and Federation*. Spring Simulation Interoperability Workshop, 05S-SIW-042, 2005
- POHL, S.: *Using Fuzzy Value Tree Analysis to Support the Verification, Validation, and Accreditation of Models and Simulation*. Symposium on Modeling and Simulation Tools for Emerging Telecommunication Networks: Needs, Trends, Challenges, Solutions. Munich, 2005

vorveröffentlicht.

Ich habe an keiner in- oder ausländischen wissenschaftlichen Hochschule ein Gesuch um Zulassung zur Promotion eingereicht oder die vorliegende oder eine ähnliche Arbeit als Dissertation vorgelegt.

Die Promotionsordnung der Universität der Bundeswehr München ist mir bekannt.

Neubiberg, den 14. September 2005

(Siegfried Pohl)



UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN  
FAKULTÄT FÜR INFORMATIK

Thema der Dissertation: Ein auf unscharfer Wertbaumanalyse basierendes Konzept zur Unterstützung der Verifikation, Validierung und Akkreditierung von Modellen und Simulationen

Verfasser: Siegfried Pohl

Promotionsausschuss:

Vorsitzender: Prof. Dr. Cornelius Greither

1. Berichterstatter: Prof. Dr. Axel Lehmann

2. Berichterstatter: Prof. Dr. Reiner K. Huber

1. Prüferin: Prof. Dr. Gabrijela Dreo Rodosek

2. Prüfer: Prof. Dr.-Ing. Mark Minas

Tag der Prüfung: 8. Februar 2006

Mit der Promotion erlangter  
akademischer Grad: Doktor der Naturwissenschaften  
(Dr. rer. nat.)

Neubiberg, den 9. Februar 2006

*(Siegfried Pohl)*