

Charakterisierung und Modellierung kurzfaserverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen

Roland Krivachy

Schriftenreihe $\dot{\mathcal{E}}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik

Herausgeber Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier

Heft Nr. 12

Charakterisierung und Modellierung kurzfaserverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen

Roland Krivachy

Von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Universität der
Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-
Ingenieurs (Dr.-Ing.) genehmigte Dissertation

Schriftenreihe $\dot{\mathcal{E}}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik

Herausgeber Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
 Priv.-Doz. Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier

Heft Nr. 12

Die Deutsche Bibliothek - CIP-Einheitsaufnahme

Krivachy, Roland:

Charakterisierung und Modellierung kurzfaserverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen.

Freiburg: Fraunhofer Institut für Kurzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, 2007

($\dot{\epsilon}$ – Forschungsergebnisse aus der Kurzeitdynamik; Heft 12)

ISBN 978-3-8167-7364-1

ISSN 1612-6718

© 2007 Roland Krivachy

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Nachdruck und fotomechanische Vervielfältigung (Fotokopie, Mikrokopie etc.) –
auch auszugsweise – ist nur mit Genehmigung des Autors gestattet.

UNIVERSITÄT DER BUNDESWEHR MÜNCHEN
Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen

Thema der Dissertation: Charakterisierung und Modellierung kurzfaserverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen

Verfasser: Dipl.-Ing. Roland Krivachy

Promotionsausschuss:

- Vorsitzender: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Diethard Könke
1. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma
2. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp
3. Berichterstatter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Norbert Gebbeken

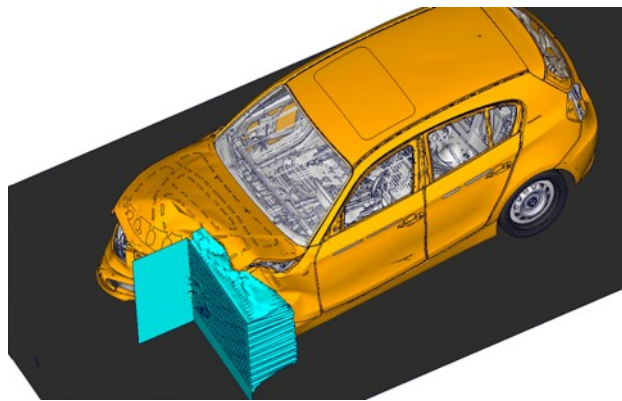
Tag der Prüfung 15. März 2007

Mit der Promotion erlangter akademischer Grad:

Doktor der Ingenieurwissenschaften (Dr.-Ing.)

Neubiberg, den 15. März 2007

Charakterisierung und Modellierung kurzfaserverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen



Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit bei der BMW Group, München, in sehr enger Zusammenarbeit mit dem Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik, Ernst-Mach-Institut, Freiburg.

Für die sehr gute Zusammenarbeit und für seine stetige, zuvorkommende Unterstützung möchte ich mich besonders bei meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr. rer. nat. Klaus Thoma, bedanken. Er ließ mir die notwendigen wissenschaftlichen Freiräume und hatte immer ein offenes Ohr für eine fachliche Diskussion. Seine vielfältigen Anregungen waren für den erfolgreichen Abschluss der Arbeit wesentlich.

Prof. Dr.-Ing. habil. Norbert Gebbeken und Prof. Dr.-Ing. Helmut Rapp begutachteten ebenfalls die Dissertation. Beide trugen durch fachliche Diskussionen zu einer weiteren Verbesserung der Arbeit bei. Prof. Dr.-Ing. Diethard Könke übernahm den Vorsitz des Promotionsausschusses und motivierte mich durch sein Interesse an meinem Thema in der Phase der Prüfungsvorbereitung besonders.

Bei der BMW Group bedanke ich mich bei den Abteilungen Karosseriestruktur und Systemauslegung (EK-21) und System Karosseriestruktur, Auslegung (EK-30). Mein besonderer Dank geht dabei an Herrn Dipl.-Ing. Touraj Gholami und Herrn Dipl.-Ing. (FH) Konrad Kempinger. Des Weiteren bin ich Herrn Dr.-Ing. Stefan Weyer für die Initiierung und die intensive Betreuung während des gesamten Zeitraums zu großen Dank verpflichtet. Er hat durch seine fachliche Kompetenz und Ratschläge einen bedeutenden Anteil an der Arbeit.

Bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern des Ernst-Mach-Instituts der Fraunhofer Gesellschaft bedanke ich mich für die kollegiale Zusammenarbeit und das nette Arbeitsklima während und nach der Beschäftigungszeit am Institut. Stellvertretend möchte ich mich bei PD Dr.-Ing. habil. Stefan Hiermaier als Hauptabteilungsleiter der Werkstoffcharakterisierung und numerische Simulation bedanken. Herrn Dr.-Ing. Werner Riedel gebührt mein größter Dank. Durch die zahlreichen fachlichen Gespräche und Ratschläge hat er sehr zum Erfolg der Arbeit beigetragen. Den Herren Dr. rer. nat. Hartwig Nahme, Dipl.-Phys. Reinhard Tham und Herrn Rainer Kürten danke ich sehr für die Unterstützung im experimentellen Teil der Arbeit. Die Computeradministratoren, Herrn Dipl.-Ing. (FH) Stephan Engemann, Dipl.-Phys. Udo Ziegenhagel und Frank Boraus, ermöglichten mir es, mit dem weiten Spektrum der benötigten Software (die in immer kür-

zere Zeitabständen aktualisiert wird) auf den aktuell leistungsfähigsten Computern zu rechnen.

Der Firma ABAQUS, insbesondere Dr.-Ing. Axel Reichert, danke ich für den ausgezeichneten Support. Er beantwortete alle meine Fragen sofort und mit einer unendlichen Geduld.

Die ganze Arbeit wäre ohne die Unterstützung und den Rückhalt meiner Familie nicht möglich gewesen. Sie war für mich während meiner gesamten Ausbildungszeit und auch bei der Korrektur der Arbeit eine sehr große Hilfe.

Mein allergrößter Dank gilt meiner Freundin Nicole Tanz, die mich unermüdlich unterstützte und immer wieder aufmunterte. Dafür möchte ich mich von ganzem Herzen bei Ihr bedanken.

München, im März 2007

Roland Krivachy

Inhalt

1	Einleitung	1
1.1	Motivation	1
1.2	Stand der Technik	6
1.3	Aufgabenstellung	9
1.4	Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit.....	10
2	Theoretische Grundlagen	11
2.1	Spannungen	11
2.2	Verzerrungen.....	15
2.3	Stoffgleichungen	17
2.3.1	Elastisches Werkstoffverhalten	18
2.3.2	Elastisches, plastisches Werkstoffverhalten	27
2.3.3	Bewertung und Vergleich der vorgestellten Fließ- bzw. Materialmodelle	45
2.3.4	Versagensmodelle	48
2.4	Erhaltungsgleichungen.....	52
3	Versuche und Ergebnisse	55
3.1	Werkstoffauswahl und Herstellung	55
3.2	Umfang der dynamischen Untersuchungen.....	67
3.3	Definition der Auswertegrößen	70
3.4	Druckversuche	75
3.5	Schubversuche.....	82
3.6	Zugversuche	89
3.7	Versagen	104
3.8	Komponentenversuche	107
3.9	Zusammenfassung und Diskussion	110
4	Werkstoffmodellierung	119
4.1	Beschreibung der Simulationssoftware.....	119
4.2	Theoretische Herleitung des Werkstoffmodells.....	122
4.2.1	Elastisches Verhalten	123
4.2.2	Plastisches Verhalten	124
4.2.3	Returnalgorithmen	130
4.2.4	Versagen.....	131
4.3	Diskussion des Werkstoffmodells	133
4.3.1	Möglichkeiten	133
4.3.2	Einschränkungen.....	134
4.4	Zusammenfassung der Werkstoffmodellierung	135
5	Verifikation, Validierung und Anwendung des Werkstoffmodells	139
5.1	Verifikation	139

5.2	Validierung	140
5.2.1	Druckversuche	143
5.2.2	Schubversuche	145
5.2.3	Zugversuche.....	146
5.3	Anwendung	148
5.3.1	Impakt zwischen zwei Rippen mit 6.4 m/s	151
5.3.2	Impakt zwischen zwei Rippen mit 5.2 m/s	156
5.3.3	Impakt auf eine Rippe mit 6.2 m/s.....	159
5.3.4	Impakt auf eine Rippe mit 4.9 m/s.....	160
5.4	Diskussion und Vergleich der Ergebnisse von Simulation und Experiment	163
6	Zusammenfassung und Ausblick	167
7	Literatur	171
8	Anhang	183
8.1	Kurzbezeichnungen ausgewählter polymerer Werkstoffe	183
8.2	Backward Euler Algorithmus	183
8.3	Werkstoffmodell zur Abbildung ebener Spannungszustände .	188
8.4	Thermodynamische Zulässigkeit einer nichtkonvexen Fließfläche mit anisotropen plastischen Potential	190
8.5	Weitere Simulationen der Validierungsversuche	194
8.5.1	Druckversuche	195
8.5.2	Schubversuche	197
8.5.3	Zugversuche.....	199
8.6	Weitere Simulationen der Anwendungsversuche.....	203
9	Notation.....	209

1 Einleitung

1.1 Motivation

Heutzutage erstreckt sich die Anwendung von Kunststoffen in nahezu alle Lebensbereiche. Die Haupteinsatzgebiete sind Verpackung, Bauwesen, Elektro-, Medizin- und Haustechnik sowie Fahrzeug- und Feingerätebau. Es ist zu erwarten, dass der Kunststoffverbrauch auch in den nächsten Jahren vor allem in Süd-Ostasien und in Osteuropa [120] zunehmen wird. Dieser Zuwachs wirkt sich auf den weltweiten Kunststoffverbrauch unabhängig von einer Bedarfsprognose von 60 oder 90 kg/Kopf im Jahr aus (vgl. Bild 1–1).

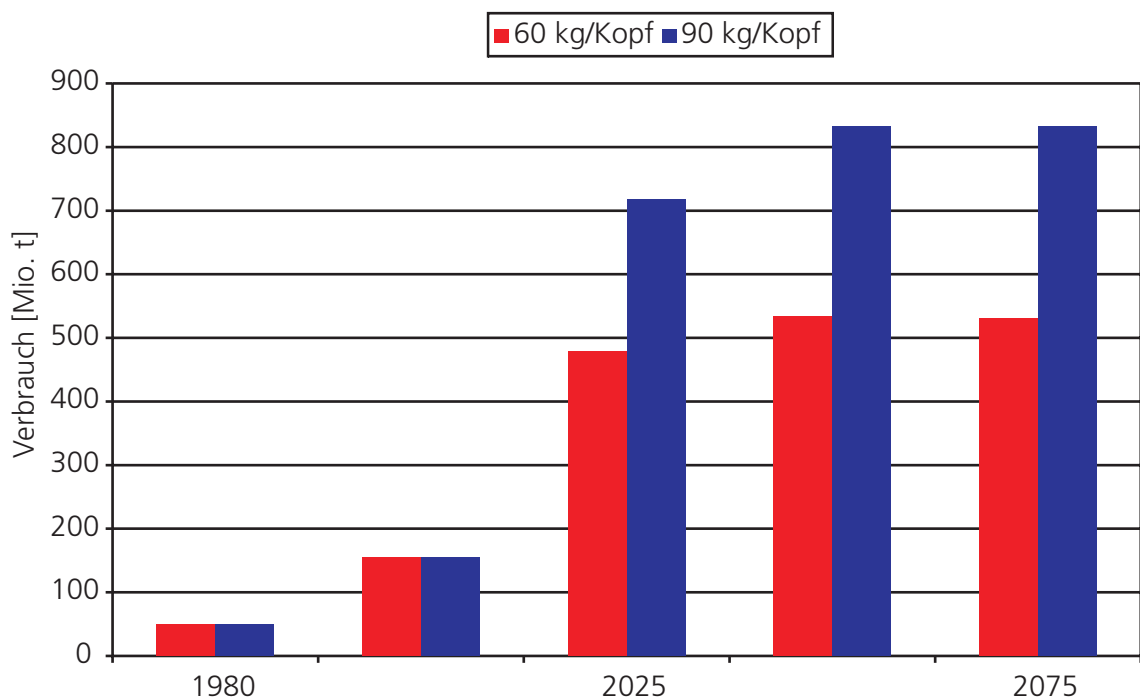


Bild 1–1: Prognose für den weltweiten Kunststoffverbrauch pro Jahr [68].

Zusätzlich werden immer mehr Karosserieteile aus Metall beim Auto durch Kunststoffteile ersetzt [65]. Dafür sprechen folgende Gründe:

- Mehr Sicherheit
- Preiswertere Bauteile
- Erhöhter Komfort
- Weniger Gewicht

- Vielfältigeres Design
- Korrosionsbeständigkeit

Der Kunststoffverbrauch in der Automobilindustrie gliedert sich hauptsächlich in die Bereiche Interieur, Exterieur, Motorraumpackage und Elektrik/Licht (vgl. Bild 1–2).

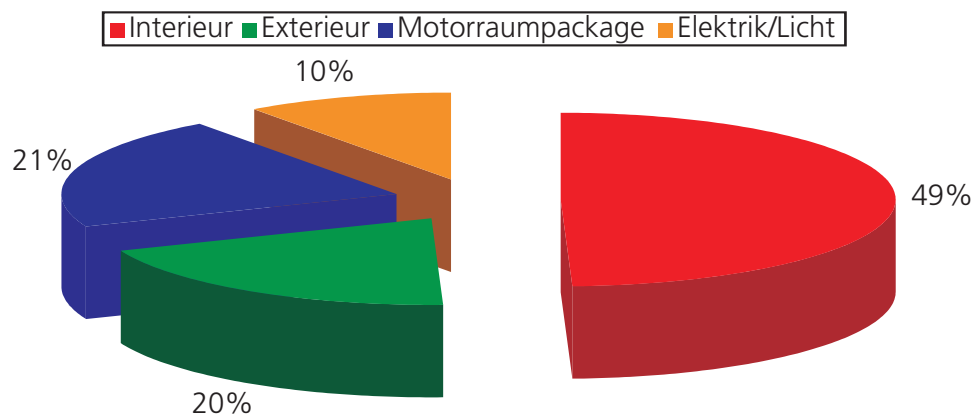


Bild 1–2: Kunststoffverbrauch der Automobilindustrie in Deutschland 2003 (Gesamt 955 kt) [63].

Im Motorraum werden u. a. die Motorenauskleidungen, die Kapselungen und die Wischwasserbehälter aus Kunststoff gefertigt (vgl. Bild 1–3).

Seit einiger Zeit werden in Europa vom Gesetzgeber immer strengere Bedingungen für die Zulassung eines Fahrzeugs an den Fußgängerschutz und damit an die in der Fertigung eingesetzten Materialien gestellt [81]. Um diese zu erfüllen, muss das Strukturverhalten der Fahrzeuge hinsichtlich des Schutzes der Fußgänger (Überlebensfähigkeit) optimiert werden. Während der Entstehungsphase müssen die Fahrzeuge durch Simulationen derart entwickelt werden, dass Fußgänger eine bessere Überlebenschance im Falle einer Kollision haben. Demzufolge müssen die Autos nicht nur auf Kollision mit einem weiteren Fahrzeug oder einem festen Hindernis, sondern auch auf einen Zusammenstoß mit einem Fußgänger getestet werden. Dabei gibt es zwei prinzipielle Möglichkeiten, den Fußgänger als schwächsten Verkehrsteilnehmer zu schützen [115]: den aktiven und den passiven Fußgängerschutz.

Bei einem aktiven Verfahren wird durch sensoraktivierte Systeme mit elektromechanischen oder pneumatischen Stellgliedern gearbeitet. Diese Aktoren heben z. B. die Motorhaube an, um den Deformationsweg zu vergrößern (vgl. Bild 1–4).



Bild 1–3: Kunststoffe im Bereich des Motorraums [74].

Beim passiven Fußgängerschutz wird versucht, den Aufprall allein durch strukturelle Maßnahmen abzumildern. Gleichzeitig ist darauf zu achten, dass die benötigte Steifigkeit der Bauteile bei dem geforderten Design erreicht wird. Um diese gegensätzlichen Forderungen zu erreichen, wird im Bereich des Motorraumes insbesondere auf verstärkte Kunststoffe zurückgegriffen. Füllstoffe oder Verstärkungsmittel und -fasern dienen bei Kunststoffen nicht nur als Streckmittel zur Kosteneinsparung, sondern auch zur Verbesserung der mechanischen und Fertigungs-Eigenschaften. Nach [99] und [113] gibt es zahlreiche mögliche Füllstoffe für Polymere. Dazu zählen natürliche Mineralstoffe (Calciumcarbonat, Talk, Baryt) oder auch synthetische Produkte (Silikate, Hydroxide). Durch eine geeignete Auswahl des Füllstoffes (z. B. Glasfasern) können die verstärkten Kunst-

stoffe neben den bereits genannten Vorteilen eine hohe Steifigkeit und Festigkeit (teilweise über der von Stählen) bei gleichzeitig geringem Gewicht aufweisen. Diese verbesserten mechanischen Kennwerte sind durch die Eigenschaft des Füllstoffes zu begründen. In dieser Arbeit wird ein mit Glasfasern gefülltes Polymer untersucht. In Tabelle 1–1 sind Bestandteile und Kennwerte von verschiedenen Glasfaserarten zu ersehen.



Bild 1–4: Fußgängeraufprall auf aktive Motorhaube (© by Autoliv).

Tabelle 1–1: Die wichtigsten Bestandteile und Kennwerte verschiedener Glasfasersorten [29].

		E-Glas	R-Glas	S-Glas	C-Glas
Zusammensetzung	SiO ₂	54.5 %	60.0 %	64.0 %	66.0 %
	Al ₂ O ₃	14.5 %	25.0 %	26.0 %	4.0 %
	B ₂ O ₃	7.5 %			5.0 %
	CaO	17.0 %	9.0 %		13.5 %
	MgO	4.5 %	6.0 %	10.0 %	3.0 %
	Na ₂ O+K ₂ O				8.5 %
	Rest	2.0 %			
Eigenschaften	Faserdurchmesser [μm]	9 - 24	10	10	10
	Dichte [g/cm^3]	2.52	2.55	2.50	2.50
	Schmelzpunkt [$^{\circ}\text{C}$]	700	800	840	750
	Zugfestigkeit [N/mm^2]	2400	3600	3450	2400
	E-Modul [N/mm^2]	73000	86000	88000	71000

Für eine numerische Crashsimulation (vgl. Bild 1–5) ist ein dem Material entsprechendes Kontinuumsmodell notwendig, um das mechanische Bauteilverhalten während des Impakts numerisch korrekt abbilden zu können. Dabei werden die Versuchskonfiguration und alle grundlegenden Gleichungen vorwiegend mit der so genannten Finiten Elemente Methode (FEM) diskretisiert. Die Qualität der berechneten Ergebnisse hängt wesentlich von der Genauigkeit des eingesetzten Werkstoffmodells und den experimentell bestimmten Materialkennwerten ab.

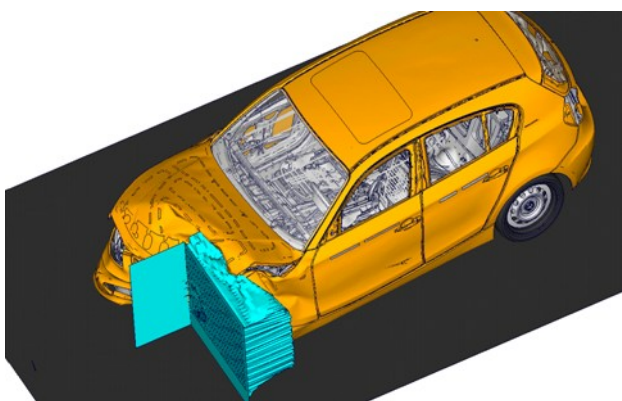


Bild 1–5: Numerische Crashsimulation eines Fahrzeugs bei einem Impakt [74].

1.2 Stand der Technik

Klassifizierung von Kunststoffen

Kunststoffe können in drei große Hauptgruppen unterteilt werden [7]:

- **Thermoplasten:**
Sie entstehen durch Zusammenfügen von kleineren Molekülen (Monomere) zu langen Kettenmolekülen und verhalten sich plastisch und duktil. Die einzelnen Monomere werden durch innermolekulare Bindungen miteinander verknüpft.
- **Duroplasten:**
Diese bestehen ebenfalls aus langen Kettenmolekülen, die jedoch dreidimensional engmaschig vernetzt sind. Sie sind im Vergleich zu den Thermoplasten generell fester, aber auch spröder.
- **Elastomere:**
Sie besitzen eine Zwischenstruktur der eben genannten, die durch eine weitmaschige Vernetzung ihrer Kettenmoleküle gekennzeichnet ist. Sie lassen sich in erheblichem Maße elastisch deformieren.

Ein typisches Durchmesser-Längenverhältnis eines thermoplastischen Makromoleküls beträgt $1:10^4$ [12]. Der Zusammenhalt der Ketten erfolgt neben Molekülkettenverhakungen zusätzlich durch zwischenmolekulare Bindungen (z. B. van der Waals Kräfte, Wasserstoffbrückenbindungen).

Herstellung

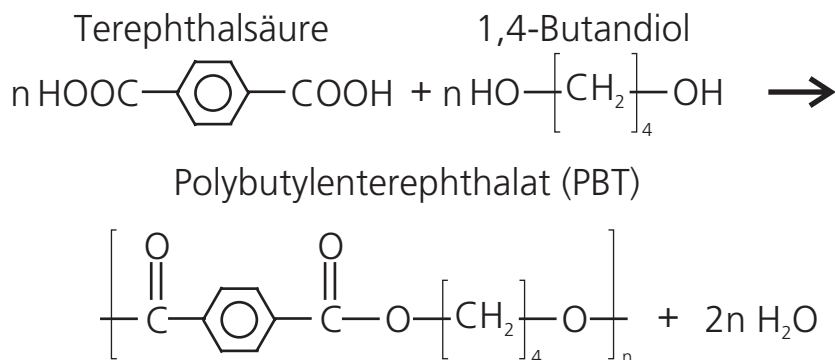
Kunststoffe können auf sehr vielschichtige Arten und Weisen durch den Einsatz von unterschiedlichsten Edukten und verschiedenen Produktionsprozessen hergestellt werden. Bei der Herstellung gibt es drei Verfahren [17]:

- **Polymerisation:**
Die Herstellung verläuft stufenlos und ohne Abspaltung von Nebenprodukten. Aus den Monomeren eines Eduktes werden in einer Kettenreaktion lange Polymere.
- **Polykondensation:**
Aus einzelnen Monomeren zweier Edukte bilden sich kurze Ketten (Oligomere). Weitere Monomere können sich an jeder Seite

einer bestehenden Kette anbauen (Stufenbildung). Es ist auch möglich, dass sich zwei beliebig lange bzw. kurze Ketten miteinander zu einer längeren verbinden. Die Reaktion verläuft mit Abspaltung von Nebenprodukten.

- Polyaddition:
Diese verläuft ebenfalls in Stufen, aber ohne Abspaltung von Nebenprodukten. Oligomere zweier Edukte reagieren weiter ohne die Abspaltung von Molekülen zu langen Polymerketten.

Die Herstellung eines Thermoplastes soll am Beispiel einer Kondensation der Terephthalsäure und des 1,4-Butandiol zu Polybutylenterephthalat (PBT) und Wasser dargestellt werden.



Die Einsatzgebiete dieses Kunststoffes liegen im technischen Bereich (z. B. Gleitlager, Ventiltteile, Steckerleisten) oder bei Haushaltsgegenständen (z. B. Kaffeemaschinen, Toaster, Eierkocher).

Eigenschaften von Polymerwerkstoffen

Bei Thomason [124] gibt es Untersuchungen z. B. zur Biege- und Bruchfestigkeit von PBT in Abhängigkeit des Glasfasergehaltes. Das Maximum der Biegefestigkeit des mit Glasfasern gefüllten PBT liegt demnach bei 28 und das der Bruchfestigkeit bei 32 Volumenprozenten. Des Weiteren ist zu erkennen, dass bei einem Zugversuch die Steifigkeit mit zunehmendem Glasfasergehalt linear ansteigt, die Bruchdehnung im Gegensatz dazu aber sinkt. Die stärkste Abnahme tritt dabei bei einem geringen Fasergehalt auf. Weitere Untersuchungen des Materialverhaltens in Abhängigkeit vom Glasfasergehalt finden sich bei Fu [32], Hassan [35], Janzen [48] und Seidler [118]. Es wird grundsätzlich zwischen Langfasern (ab 8 mm Länge) und Kurzfasern unterschieden [8].

Die Festigkeit von Polymerwerkstoffen in Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck wird bei Bardenheier [9], Caddell [18], Rabinowitz [102] und

Raghava [104] untersucht. Diese liegt in dem polymeren Aufbau des Kunststoffes begründet. Unter einer Belastung wird eine bestimmte Energie benötigt, um die Kettensegmente oder Seitengruppen der Makromoleküle zu verschieben. Die Beweglichkeit der Molekülketten setzt allerdings einen gewissen Freiraum voraus, der bei höheren hydrostatischen Drücken geringer ist. Dadurch kommen die intermolekularen Kräfte stärker zur Wirkung, so dass die molekulare Beweglichkeit eingeschränkt wird und die Festigkeitswerte ansteigen (vgl. Bild 1–6).

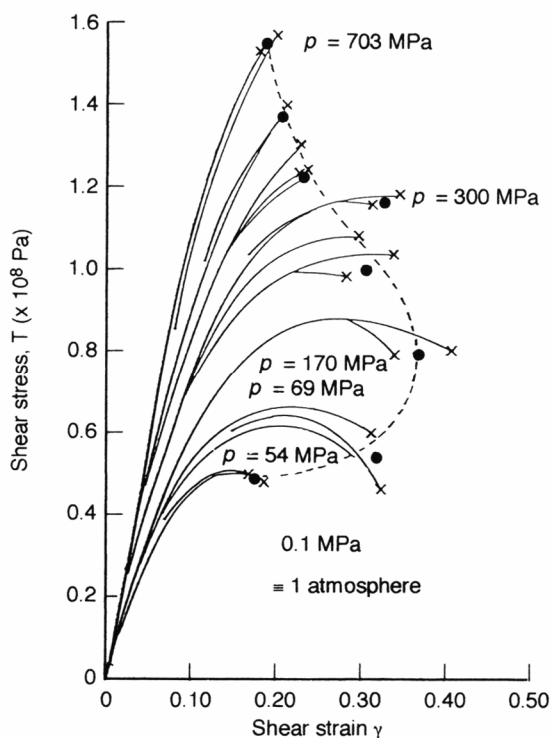


Bild 1–6: Spannungs-Scherungskurven von Schubversuchen mit Polymethylmethacrylat bei verschiedenen hydrostatischen Drücken [102].

Es gibt Untersuchungen zu den mechanischen Eigenschaften von gefüllten Thermoplasten, die durch das Spritzgießen hergestellt worden sind (vgl. [3] oder [112]). Allerdings bestanden die Untersuchungen bei [3] nur aus quasistatischen Zugversuchen. Dabei wurde die Orthotropie der Elastizität und Plastizität festgestellt (vgl. Tabelle 1–2). Bei [112] wurde ein elastoplastisches Teilwerkstoffgesetz mit einer fließflächenfreien Plastizität gewählt. Somit existiert bei dieser Art der Plastizitätsformulierung kein rein elastischer Bereich.

Tabelle 1–2: Mechanische Eigenschaften eines 30 % kurzfasergefüllten Polypropylens [3].

Probenposition zur Abspritzrichtung	Elastizitätsmodul [MPa]	Maximale Zugfestigkeit [MPa]
Longitudinal	3400	54
Transversal	1100	44

In bisherigen Versuchen wurde selten auf die Richtungsabhängigkeit bei faserverstärkten Kunststoffen und auch nur vereinzelt auf das unterschiedliche Verhalten in Abhängigkeit des hydrostatischen Druckes eingegangen. Ebenso bleibt meist die Verzerrungsratenabhängigkeit von Polymerwerkstoffen unberücksichtigt. Auch in Datenbanken, wie z. B. bei CAMPUS (Computer Aided Material Preselection by Uniform Standards) [75] oder MatWeb [78], sind nur unzureichende Daten über diese mechanischen Eigenschaften der Kunststoffe für eine numerische Anwendung in der Crashsimulation verfügbar.

1.3 Aufgabenstellung

Das Materialverhalten von Kunststoffen ist sehr stark von der Belastungsart, Verzerrungsrate, Temperatur, Spannungszustand, etc. abhängig. Ziele dieser Arbeit sind es, für einen kurzfaserverstärkten thermoplastischen Kunststoff anhand eines neu erstellten Versuchsplanes die Materialeigenschaften unter Berücksichtigung der verschiedenen Belastungsarten und -richtungen zu bestimmen. Hierfür müssen zusätzlich die verwendeten Probengeometrien als auch geeignete Messmethoden ermittelt werden.

Durch Versuche sollen im Druck-, Schub- und Zuglastfall sowohl das elastische wie auch das plastische Materialverhalten bis hin zum Versagen bei verschiedenen Verzerrungsraten und Beanspruchungsrichtungen charakterisiert werden.

Es wird ein Werkstoffmodell als eine numerische Methode in einem Simulationscode mit einer expliziten Zeitintegration entwickelt. Damit kann das experimentell bestimmte orthotrop elastische, orthotrop plastische und vom hydrostatischen Druck abhängige, nicht lineare Materialverhalten unter Berücksichtigung des komplexen Versagens abgebildet werden.

Die Validierung erfolgt am Vergleich von Versuchen und deren numerischer Simulation.

1.4 Vorgehensweise und Aufbau der Arbeit

In Kapitel 2 wird auf die zum Verständnis dieser Arbeit notwendige Theorie der Kontinuumsmechanik eingegangen. Es erfolgt eine Herleitung des Spannungs- und Verzerrungstensors und es werden verschiedene existierende Stoffgleichungen für das elastische und plastische Materialverhalten erläutert. Anschließend werden verschiedene Versagensmodelle aufgezeigt und diskutiert.

Die für die quasistatische und dynamische Materialcharakterisierung eingesetzten Versuchsaufbauten und die verwendeten Probengeometrien der Druck-, Schub- und Zugversuche sind in Abschnitt 3 aufgeführt. Zusätzlich wird auf die Besonderheiten bei der Probenherstellung und der Entnahmeposition bei einer Charakterisierung eines kurzfaserverstärkten Kunststoffes eingegangen. Es werden der Versuchsplan vorgestellt und die Auswertegrößen definiert. Die experimentell ermittelten Kennwerte sowohl des elastischen und plastischen Verhaltens als auch des Versagens werden veranschaulicht. Die Herstellung der verwendeten Bauteile mit dem mechanisch charakterisierten Material wird durch eine Prozesssimulation untersucht [131]. Diese Ergebnisse werden auch in Kapitel 3 detaillierter dargestellt. An einem verrippten Bauteil wurden Impaktversuche durchgeführt, die erläutert werden.

Anhand der Experimente und den daraus abgeleiteten wichtigsten zu berücksichtigenden mechanischen Kennwerten wird das numerische Materialmodell in Abschnitt 4 mit einer Beschreibung des elastischen und plastischen Verhaltens entwickelt. Zusätzlich wird noch auf die numerische Abbildung des Versagens und die Möglichkeiten bzw. Einschränkungen der Materialroutine hingewiesen.

Anschließend erfolgt die Verifikation, Validierung und Anwendung des hergeleiteten Modells in Kapitel 5 durch die Simulation der experimentellen Bauteilversuche und der Impaktversuche an einer Fahrzeugkomponente.

2 Theoretische Grundlagen

Zunächst sollen die verwendeten theoretischen Grundlagen erklärt werden. Dazu gehört eine Erläuterung notwendiger fundamentaler Eigenschaften der Kontinuumsmechanik, die zur mathematischen Beschreibung des Werkstoffmodells verwendet wird. Es werden der Spannungs- und Verzerrungstensor hergeleitet. Die Erhaltungsgleichungen und die Aufstellung wichtiger Stoffgleichungen, die zur Beschreibung des elastischen und plastischen Materialverhaltens dienen, werden dargestellt. Zur Beschreibung von Vektoren und Tensoren wird die Indexnotation [125] (Einstein'sche Konvention) verwendet. Detaillierte Ausführungen zur Kontinuumsmechanik sind bei Betten [14], Chen [22], Crisfield [23], Jones [51], Lai [58] und Lemaitre [61] zu finden. Des Weiteren werden verschiedene bereits existierende Materialmodelle kurz erläutert, deren Eigenschaften erörtert und bewertet.

2.1 Spannungen

Wirken auf einen Körper räumlich verteilte Volumenkräfte oder an der Oberfläche verteilte Punkt- oder Flächenlasten, so werden in seinem Inneren Spannungen hervorgerufen. Zur Bestimmung der Spannungen wird der deformierte Körper durch einen gedachten Schnitt getrennt [64]. Auf die beiden Schnittflächen ΔA der Teilkörper wirken entgegengesetzte, gleich große Schnittkräfte ΔF_i (vgl. Bild 2–1a).

Der Spannungsvektor t_i ist durch den Grenzwert

$$t_i = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A} = \frac{dF_i}{dA} \quad (2-1)$$

definiert. Er lässt sich, wie in Bild 2–1b dargestellt, in eine senkrechte und eine parallele Komponente zur Flächennormale n_i aufspalten. Der senkrechte Anteil zur Fläche wird als Normalspannung σ_i , der andere als Schubspannung τ_i bezeichnet.

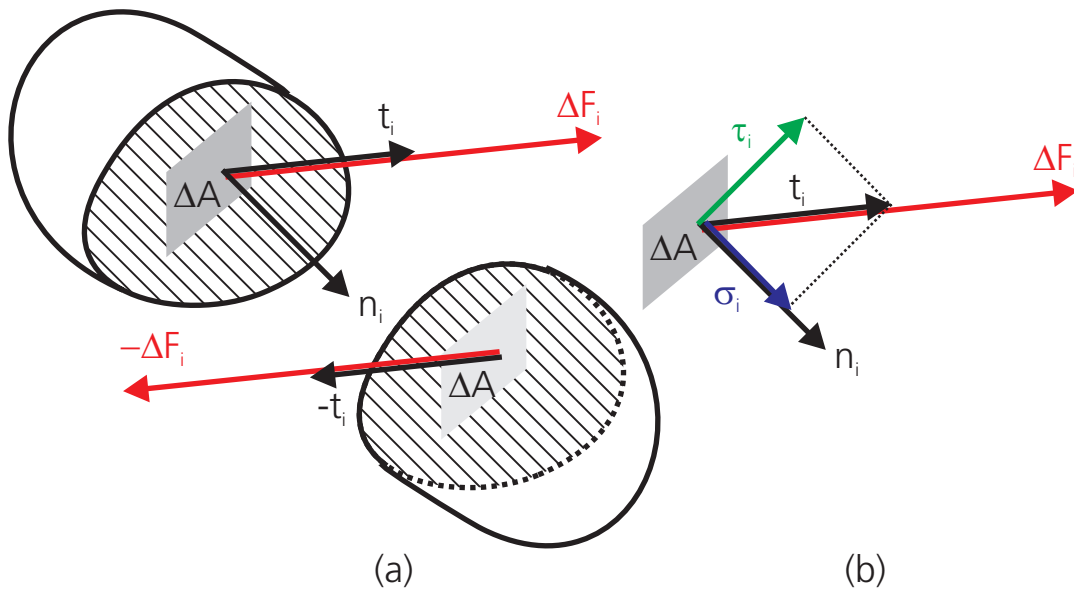


Bild 2–1: Definition des Spannungsvektors: (a) Schnitt durch einen beliebigen deformierten Körper und Definition des Spannungsvektors t_i ; (b) Aufteilung des Spannungsvektors in einen Schubspannungsanteil (senkrecht zum Normalenvektor n_i) und einen Normalspannungsanteil (parallel zum Normalenvektor n_i).

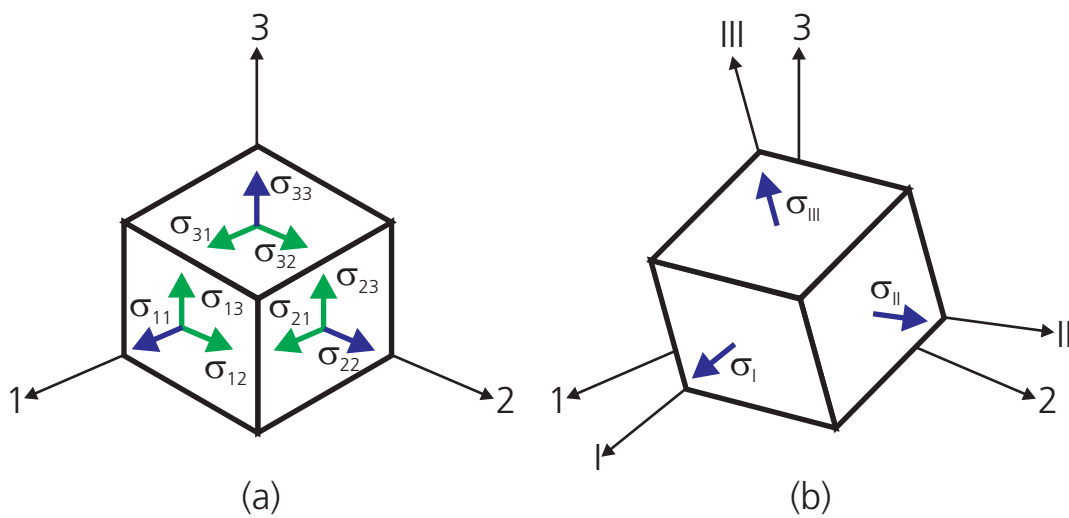


Bild 2–2: Spannungen im Raum: (a) Definition der Spannungen in einem kartesischen Koordinatensystem; (b) Transformierte Spannungsdarstellung im Hauptspannungsraum.

Bei einer allgemeinen Beschreibung des Spannungszustandes werden drei Schnitte senkrecht zu den Achsen eines kartesischen Koordinatensystems betrachtet. Es lässt sich zeigen, dass auf diese Weise die Spannungen in

jedem beliebig orientierten Flächenelement durch den betrachteten Punkt angegeben werden können [14]. Dabei wird der Spannungsvektor t_i in jeweils zwei Schubspannungen innerhalb der Schnittebene und eine Normalspannung senkrecht zur Schnittebene aufgespalten (vgl. Bild 2–2a). Für einen beliebigen Spannungsvektor t_i in einer beliebigen Schnittfläche ΔA mit der Flächennormalen n_j ergibt sich in einem kartesischen Koordinatensystem

$$t_i = \sigma_{ji} n_j. \quad (2-2)$$

In Gleichung (2-2) bezeichnet σ_{ji} den so genannten Cauchy-Spannungstensor. Im Spannungsraum ergeben sich neun skalare Größen, die den Spannungsvektor t_i vollständig beschreiben. Dabei stellen positive Spannungswerte Zug- und negative Druckbelastungen dar.

$$\sigma_{ji} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2-3)$$

Auf Grundlage des Boltzmann-Axioms (Momentengleichgewicht am Element) kann gezeigt werden, dass der Cauchy-Spannungstensor symmetrisch ist. Aus diesem Grund sind die an der Spur der Matrix gespiegelten Schubspannungskomponenten identisch.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ji} \quad (2-4)$$

Daher vereinfacht sich der Spannungstensor σ_{ji} weiter.

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} \\ \sigma_{12} & \sigma_{22} & \sigma_{23} \\ \sigma_{13} & \sigma_{23} & \sigma_{33} \end{pmatrix} \quad (2-5)$$

Wird eine Hauptachsentransformation des Spannungstensors durchgeführt, besteht die Möglichkeit, die dazugehörigen Hauptspannungen zu ermitteln (vgl. Bild 2–2b). Diese Spannungen stellen die Eigenwerte des Spannungstensors in Gleichung (2-5) dar. Im Hauptspannungsraum werden definitionsgemäß die Schubspannungsterme zu Null. Der Spannungstensor wird dann vollständig durch die Hauptspannungen σ_I , σ_{II} und σ_{III} beschrieben. Allerdings ist dies nur bei einem isotropen Material eindeutig. Die mathematische Herleitung der Koordinatentransformation führt auf eine kubische Gleichung.

$$\sigma^3 - I_1\sigma^2 + I_2\sigma - I_3 = 0 \quad (2-6)$$

Dabei sind die Koeffizienten I_1 , I_2 und I_3 unabhängig von der Lage des gewählten kartesischen Koordinatensystems und werden deshalb als Invarianten des Spannungstensors bezeichnet. Diese eignen sich wegen ihrer Unabhängigkeit besonders gut für die Beschreibung allgemeiner Spannungszustände. Für die Invarianten des Spannungstensors gilt:

$$I_1 = \sigma_{ii} \quad (2-7)$$

$$I_2 = \frac{1}{2}(\sigma_{ij}\sigma_{ij} - \sigma_{ii}\sigma_{jj}) \quad (2-8)$$

$$I_3 = \det(\sigma_{ij}) \quad (2-9)$$

Es wird eine mittlere Normalspannung σ_m definiert:

$$\sigma_m = \frac{1}{3}\text{Spur}(\sigma_{ij}) = \frac{1}{3}\sigma_{ii} = \frac{1}{3}I_1 \quad (2-10)$$

Gemäß Gleichung (2-7) ist die mittlere Normalspannung unabhängig von der Lage des Koordinatensystems. Daher wird für diese, in Anlehnung an die Bezeichnung bei einem reibungsfreien Fluid, auch der Begriff des hydrostatischen Drucks p verwendet. Somit gilt für den hydrostatischen Druck, der den hydrostatischen Anteil des Cauchy-Spannungstensors aus Gleichung (2-5) darstellt:

$$p = -\sigma_m \quad (2-11)$$

Der deviatorische Spannungsanteil s_{ij} des Cauchy-Spannungstensors aus (2-5) ergibt sich mit der Verwendung des Kronecker-Deltas δ_{ij} .

$$s_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (2-12)$$

Diese Anteile s_{ij} können analog zum Cauchy-Spannungstensor σ_{ij} ebenfalls in drei Invarianten entsprechend der Gleichungen (2-7), (2-8) und (2-9) beschrieben werden. Für diese drei Invarianten J_1 , J_2 und J_3 gilt:

$$J_1 = s_{ii} = 0 \quad (2-13)$$

$$J_2 = \frac{1}{2} (s_{ij} s_{ij}) \quad (2-14)$$

$$J_3 = \frac{1}{3} s_{ij} s_{ik} s_{ki} \quad (2-15)$$

2.2 Verzerrungen

Neben der tensoriellen Beschreibung der Spannungen wird für die Formulierung eines Materialgesetzes auch eine tensorielle Beschreibung der Verzerrungen benötigt. Zur Herleitung werden die Punkte P und Q in einem kartesischen Koordinatensystem betrachtet (vgl. Bild 2–3).

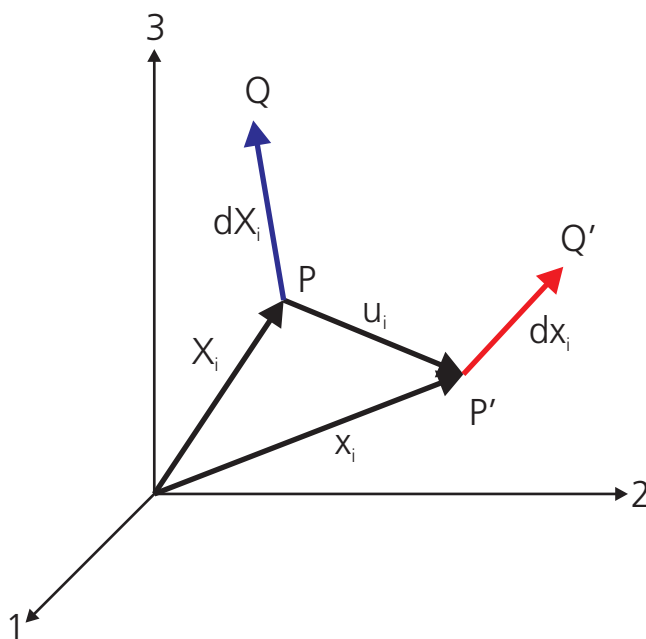


Bild 2–3: Verzerrungsvektor in einem kartesischen Koordinatensystem.

Die Lage des Punktes P sei zum Zeitpunkt $t=0$ eindeutig durch den Ortsvektor X_i bestimmt. Ein zu P benachbarter Punkt Q habe den Abstand dX_i . Infolge einer äußeren Kraft verschiebt sich der Punkt P um den Vektor u_i zu dem Punkt P' , während sich der Punkt Q nach Q' bewegt. Nach der Verschiebung ist die Lage des Punktes P' durch den Vektor x_i und die Lage des Punktes Q' durch dx_i gegeben. Für die Bestimmung des Verzerrungsmaßes der in Bild 2–3 dargestellten Verformung wird auf den Deformationsgradienten F_{ij} zurückgegriffen.

$$F_{ij} = \frac{\partial x_i}{\partial X_j} \quad (2-16)$$

Mit diesem ist die Gesamtheit des Verschiebungszustandes beschrieben, der durch Translation, Rotation und Deformation gekennzeichnet ist. Im Allgemeinen ist der Tensor F_{ij} nicht symmetrisch. Die Eigenschaft ist nur bei fehlender Starrkörperbewegung (Translation und Rotation) gegeben. Der so genannte rechte Cauchy-Green'sche Verzerrungstensor bezeichnet die reine Verzerrungsbewegung.

$$C_{ij} = F_{ki}F_{kj} \quad (2-17)$$

Er lässt sich in den Lagrange'schen Verzerrungstensor E_{ij} überführen.

$$E_{ij} = \frac{1}{2}(C_{ij} - \delta_{ij}) \quad (2-18)$$

Der Lagrange'sche Verzerrungstensor kann auch direkt aus den Verschiebungsvektoren u_i mit

$$E_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} + \frac{\partial u_k}{\partial X_i} \frac{\partial u_k}{\partial X_j} \right) \quad (2-19)$$

berechnet werden. Dabei nimmt der Tensor auf die Referenzkonfiguration Bezug. Für kleine Verzerrungen können die quadratischen Anteile in Gleichung (2-19) vernachlässigt werden. Der infinitesimale Verzerrungstensor ε_{ij} der geometrisch linearisierten Elastizitätstheorie ergibt sich zu:

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial X_j} + \frac{\partial u_j}{\partial X_i} \right) = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \quad (2-20)$$

Analog zu Gleichung (2-4) gilt auch bei den nichtdiagonalen Termen:

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji} \quad (2-21)$$

Geometrisch lassen sich die diagonalen Komponenten als Dehnungen mit positivem bzw. als Stauchungen mit negativem Vorzeichen und die nicht-diagonalen als Gleitungen oder Scherungen deuten. Dabei muss beachtet

werden, dass zwischen dem so genannten Gleitwinkel γ_{ij} ($i \neq j$) und den Scherungen ε_{ij} ($i \neq j$) der Zusammenhang

$$\varepsilon_{ij} = \frac{\gamma_{ij}}{2}, \text{ mit } i \neq j, \quad (2-22)$$

besteht.

Die dargestellten Tensoren sind körperbezogen oder materiell. Folglich bewegt sich das Bezugssystem mit dem Körper während der Verformung mit. Das wird allgemein als Lagrange'sche Betrachtungsweise bezeichnet, bei der sich die Koordinaten auf die Ausgangslage beziehen.

Zusätzlich existiert noch eine Euler'sche Betrachtungsweise. Dabei ist das Bezugssystem raumfest und während der Verformung konstant. Der Lagrange'sche Verzerrungstensor ergibt sich zu dem entsprechenden Almansi-Hamel-Verzerrungstensor [37], der sich auf die Momentankonfiguration bezieht. In der Euler'schen Betrachtungsweise wird der linke Cauchy-Green'sche Verzerrungstensor verwendet.

$$B_{ij} = F_{ki}^{(-1)} F_{kj}^{(-1)} \quad (2-23)$$

Allerdings ist das starre Bezugssystem der Euler'schen Betrachtungsweise für die Deformation von Festkörpern weniger geeignet. Daher wird auf Stellen in der Literatur (Malvern [66] und Mase [67]) verwiesen.

Mit den körperbezogenen oder auch materiellen Tensoren nach der Lagrange'schen Betrachtungsweise stehen objektive Verzerrungsmaße zur Verfügung. Starrkörperbewegungen, wie Translation oder Rotation, gehen damit nicht in die Verzerrungsbestimmung ein.

2.3 Stoffgleichungen

Stoffgleichungen oder auch konstitutive Gleichungen stellen den Zusammenhang zwischen den in einem Kontinuum wirkenden Spannungen und den zugeordneten Verzerrungen (Spannungs-Verzerrungsbeziehung) dar. Für eine kontinuumsmechanische Beschreibung des Werkstoffverhaltens kann es vorteilhaft sein, den Spannungstensor in einen deviatorischen und hydrostatischen Anteil aufzuspalten. Dies geschieht, wenn die Materialbelastung von den hydrostatischen Anteilen dominiert wird und die deviatorischen vernachlässigt werden können. Ein anderer möglicher

Grund ist, wenn eine nichtlineare Zustandsgleichung berücksichtigt werden muss, da auftretende Welleneffekte im Kontinuum eine Aufspaltung notwendig machen. Dabei wird der hydrostatische Druck p in Abhängigkeit der inneren Energie e und der Werkstoffdichte ρ ausgedrückt. Es existieren in der Literatur je nach Werkstoff und Anwendung verschiedene Arten (vgl. [73], [111] und [114]). Eine einfache, häufig verwendete Form stellt die polynome Beschreibung mit der Kompression

$$\kappa = (\rho/\rho_0) - 1 \quad (2-24)$$

und den Werkstoffparametern A_j und B_j dar.

$$p = A_1\kappa + A_2\kappa^2 + A_3\kappa^3 + (B_0 + B_1\kappa)\rho_0 e \quad (2-25)$$

Die Abhängigkeit des Druckes von der Dichte und inneren Energie ist vor allem bei simulierten Anwendungen von wesentlicher Bedeutung, bei denen hydrostatische Drücke dominieren. Für Anwendungen in der Crashsimulation, wie in dieser Arbeit, spielt dieser Zusammenhang nur eine untergeordnete Rolle, da hier die Belastungen vor allem durch die deviatorischen Spannungsanteile dominiert werden. Daher wird bei der Crashsimulation meist von einer linearen Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck und der Dichte ausgegangen.

$$p = \kappa K \quad (2-26)$$

In Gleichung (2-26) ist K der Kompressionsmodul des Werkstoffes. Aus den genannten Gründen wird darauf nicht weiter eingegangen, sondern auf die Literatur [73], [111] und [114] verwiesen.

Auf einige ausgewählte Stoffgleichungen wird im Folgenden näher eingegangen.

2.3.1 Elastisches Werkstoffverhalten

Für die Berechnung des linear elastischen Werkstoffverhaltens wird oft das Hooke'sche Gesetz verwendet. Die Spannungen σ_{ij} errechnen sich aus dem Verzerrungstensor ε_{kl} und dem vierstufigen Steifigkeitstensor oder Elastizitätstensor C_{ijkl} .

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} \quad (2-27)$$

Bei einem anisotropen Werkstoff ist das Materialverhalten richtungsabhängig. Der Elastizitätstensor besteht im Allgemeinen bei einem anisotropen Werkstoff aus 81 Koeffizienten. Aus Gründen der Symmetrie des Spannungstensors σ_{ij} und somit auch für den vierstufigen Steifigkeitstensor C_{ijkl} und der Voraussetzung eines quadratischen elastischen Potentials lassen sich diese auf 21 unabhängige Komponenten reduzieren.

Für die numerische Berechnung des Werkstoffverhaltens bietet sich eine andere Schreibweise an, die so genannte Ingenieursnotation. Die Unterschiede zur tensoriellen Beschreibung sind in Tabelle 2–1 dargestellt.

Tabelle 2–1: Verwendete Definitionen in der Ingenieursnotation [13].

Verzerrungen		Spannungen	
tensorielle Notation	Ingenieursnotation	tensorielle Notation	Ingenieursnotation
ε_{11}	ε_1	σ_{11}	σ_1
ε_{22}	ε_2	σ_{22}	σ_2
ε_{33}	ε_3	σ_{33}	σ_3
ε_{12}	ε_4	σ_{12}	σ_4
ε_{23}	ε_5	σ_{23}	σ_5
ε_{13}	ε_6	σ_{13}	σ_6

Mit den in Tabelle 2–1 angegebenen Definitionen wird Gleichung (2-27) auch in Matrixschreibweise mit C_{ij} als Steifigkeitsmatrix, σ_i als Spannungsvektor und ε_j als Verzerrungsvektor geschrieben.

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j, \text{ mit } i, j = 1, 2, 3, 4, 5, 6 \quad (2-28)$$

Damit werden allgemein anisotrope, homogene, linear elastische Werkstoffe beschrieben. Dies dient als Ausgangspunkt für alle folgenden Überlegungen in diesem Kapitel.

Anisotroper, homogener, linear elastischer Werkstoff

Einen anisotropen, homogenen, linear elastischen Werkstoff zeichnet keinerlei Symmetrie aus. Infolgedessen sind alle Materialkennwerte abhängig von der Richtung. Das Material wird als triklinisch [105] bezeichnet. Eine solche Steifigkeitsmatrix mit 21 unabhängigen Komponenten ist in Gleichung (2-29) abgebildet.

$$C_{\text{triklin}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & \text{sym.} & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (2-29)$$

Orthotroper, homogener, linear elastischer Werkstoff

Existieren bei einem Kontinuum drei zueinander senkrechte Symmetrieebenen, wird es als orthotrop bezeichnet. Bei diesem Material besteht die Steifigkeitsmatrix aus neun unabhängigen Koeffizienten. Eine Herleitung dazu ist bei Flügge [30] zu finden.

$$C_{\text{orthotrop}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & \text{sym.} & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (2-30)$$

Werden die Materialeigenschaften (z. B. Elastizitätsmodul) an einem infinitesimalen Materialpunkt als richtungsabhängige Vektoren aufgetragen, so bilden die Endpunkte der Vektoren eine Fläche um diesen Punkt. Bei einem orthotropen Material wird ein Ellipsoid erhalten. Ist dies entsprechend den Symmetrieebenen ausgerichtet, zeigt sich an den gegenüberliegenden Seiten ein identisches Materialverhalten. Somit sind die Farben an den gegenüberliegenden Seiten in Bild 2–4 gleichfarbig.

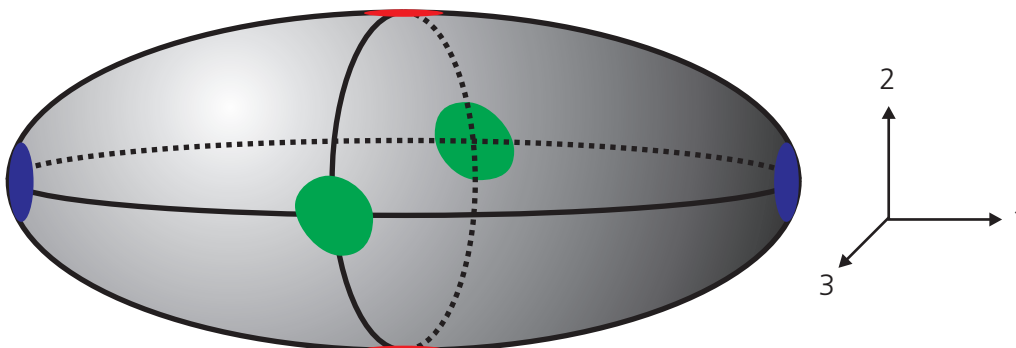


Bild 2–4: Identisches Materialverhalten eines orthotropen Materials an spiegelsymmetrischen Stellen.

Die Bestimmung der Koeffizienten C_{ij} in Gleichung (2-30) erfolgt über die Invertierung der Nachgiebigkeitsmatrix S_{ij} , die für den allgemein anisotropen Fall in Gleichung (2-31) dargestellt ist. Wie für die Steifigkeitsmatrix reduzieren sich auch bei der Nachgiebigkeitsmatrix die unabhängigen Komponenten bei einem orthotrop, homogenen linear elastischen Werkstoff entsprechend auf neun.

$$S_{ij} = \begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} & S_{15} & S_{16} \\ & S_{22} & S_{23} & S_{24} & S_{25} & S_{26} \\ & & S_{33} & S_{34} & S_{35} & S_{36} \\ & & & S_{44} & S_{45} & S_{46} \\ & sym. & & & S_{55} & S_{56} \\ & & & & & S_{66} \end{pmatrix} \quad (2-31)$$

Wird ein Kontinuum einem einachsigen Spannungszustand ausgesetzt, in dem

$$\sigma_1 \neq 0 \quad (2-32)$$

und

$$\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = \sigma_5 = \sigma_6 = 0 \quad (2-33)$$

sind, so reagiert es mit den Verzerrungszuständen

$$\varepsilon_1 \neq 0, \varepsilon_2 \neq 0, \varepsilon_3 \neq 0 \quad (2-34)$$

und Scherungen

$$\varepsilon_4 = \varepsilon_5 = \varepsilon_6 = 0. \quad (2-35)$$

Die erste Zeile der Nachgiebigkeitsmatrix wird folgendermaßen berechnet:

$$S_{11} = \frac{\varepsilon_1}{\sigma_1} \quad (2-36)$$

$$S_{12} = \frac{\varepsilon_2}{\sigma_1} \quad (2-37)$$

$$S_{13} = \frac{\varepsilon_3}{\sigma_1} \quad (2-38)$$

Dabei lassen sich die elastischen Verzerrungen in die unbelasteten Richtungen (in diesem Fall die elastischen Verzerrungen ε_2 und ε_3) über die so genannte Querkontraktionszahl oder Poissonzahl ν_{ij} errechnen. Sie beschreibt das elastische Querverzerrungsverhalten einer Probe und wird anhand des negativen Quotienten des elastischen Anteils der Hauptverzerrungsrichtung (ε_i^{el}) und einer Querverzerrungsrichtung (ε_j^{el}) gebildet.

$$\nu_{ij} = -\frac{\varepsilon_j^{el}}{\varepsilon_i^{el}} \quad (2-39)$$

Im isotropen Kontinuum sind die Querkontraktionszahlen identisch. Bei einem orthotropen Material existieren demnach drei unabhängige Koeffizienten $\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$ und drei weitere, die sich aus

$$\nu_{ji} = \nu_{ij} \frac{E_j}{E_i} \quad (2-40)$$

ergeben. Die restlichen Koeffizienten der ersten Zeile der Nachgiebigkeitsmatrix S_{ij} sind wegen der Annahme in (2-35) Null. Die übrigen Koeffizienten in den restlichen Zeilen der Nachgiebigkeitsmatrix lassen sich analog errechnen. Dabei ergeben sich die Schubspannungsterme zu

$$S_{kk} = \frac{1}{G_{ij}} \quad (2-41)$$

mit $i \neq j$ und keiner Summation über den Index k .

Orthotropes Elastizitätsmodell

Das linear, orthotrope Elastizitätsmodell berücksichtigt die richtungsabhängigen Elastizitätseigenschaften des Materials. Diese werden mit der in Gleichung (2-30) dargestellten Steifigkeitsmatrix abgebildet. Dafür werden die drei Elastizitätsmoduln (E_1, E_2, E_3), die drei Schubmoduln (G_{12}, G_{23}, G_{13}) und die drei Querkontraktionszahlen ($\nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}$) verwendet. Aus den neun Koeffizienten ergeben sich die elastischen Spannungen σ^{el} als Funktion

$$\sigma^{el} = f(E_1, E_2, E_3, G_{12}, G_{23}, G_{13}, \nu_{12}, \nu_{23}, \nu_{13}). \quad (2-42)$$

Dabei ist die Steifigkeitsmatrix C_{ij} zu

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G_{23} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G_{13} \end{pmatrix} \quad (2-43)$$

mit

$$\Delta = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{13}\nu_{31}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_2E_3} \quad (2-44)$$

definiert. Bei diesem Modell ist die Steifigkeit des Werkstoffes verzerungsratenunabhängig.

Transversal-isotroper, homogener, linear elastischer Werkstoff

Ein Kontinuum wird als transversal-isotrop bezeichnet, sobald nur eine ausgezeichnete Richtung vorhanden und zugleich das Materialverhalten orthogonal dazu richtungsunabhängig ist. Die Steifigkeitsmatrix vereinfacht sich (unter der Annahme, dass die 1-Richtung die ausgezeichnete Richtung darstellt) mit nur noch fünf unabhängigen Komponenten.

$$C_{\text{transversal-isotrop}} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{1}{2}(C_{22}-C_{23}) & 0 & 0 \\ \text{sym.} & & & & C_{66} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \quad (2-45)$$

Werden die Materialeigenschaften des Kontinuums an einem Materialpunkt mit richtungsabhängigen Vektoren veranschaulicht, wird ein Ellipsoid erhalten. Ist dies entsprechend den Symmetrieebenen ausgerichtet, wird ersichtlich, dass das Material in die ausgezeichnete Richtung (blaue Kreise) ein anderes Materialverhalten aufweist als in der Ebene (rote Kreise). Es ist möglich, das Bezugskordinatensystem um die 1-Achse zu dre-

hen und es wird kein Unterschied im Materialverhalten festgestellt (vgl. Bild 2–5).

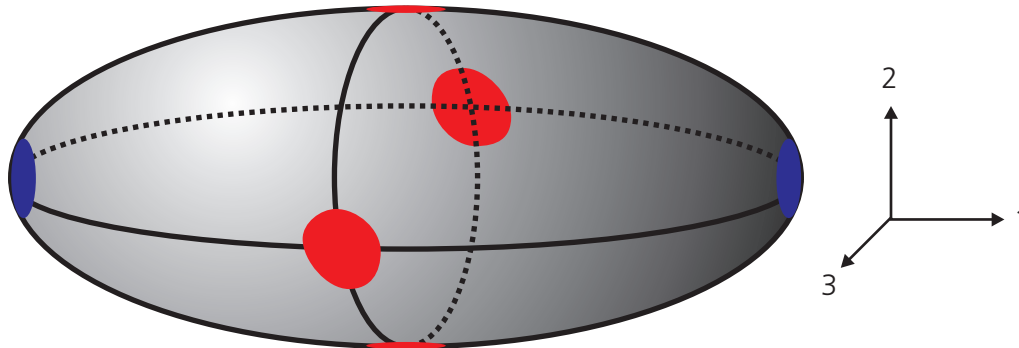


Bild 2–5: Identisches Materialverhalten eines transversalen-isotropen Materials in der 2-3-Ebene und ein anderes in die 1-Richtung.

Isotroper, homogener, linear elastischer Werkstoff

Bei einem isotropen Kontinuum ist das Materialverhalten vollständig unabhängig von der Richtung. Die Steifigkeitsmatrix vereinfacht sich weiter mit nur noch zwei unabhängigen Konstanten λ und μ . Beide werden auch als Lamé'sche Konstanten bezeichnet.

$$\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)} \quad (2-46)$$

$$\mu = G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (2-47)$$

In Gleichung (2-46) ist E der Elastizitätsmodul und ν die Querkontraktions- bzw. Poissonzahl. G ist in Gleichung (2-47) der Schubmodul. Ein weiterer wichtiger Materialkennwert ist der Kompressionsmodul K .

$$K = \lambda + \frac{2}{3}\mu = \frac{E}{3(1-2\nu)} \quad (2-48)$$

Die Steifigkeitsmatrix eines isotropen Werkstoffes hat mit K und G die Form:

$$C_{isotrop} = \begin{pmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & & K + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ & & & G & 0 & 0 \\ & sym. & & & G & 0 \\ & & & & & G \end{pmatrix} \quad (2-49)$$

Durch die Isotropie ergibt sich keinerlei Richtungsabhängigkeit mehr in der Form der Fläche, die durch die richtungsabhängigen Vektoren der Materialeigenschaften (z. B. Elastizitätsmodul) um einen infinitesimalen Materialpunkt beschrieben wird (vgl. Bild 2–6). Geometrisch wird aus den vorher erwähnten Ellipsoiden eine Kugel. Das Bezugskoordinatensystem kann beliebig rotiert werden und es tritt kein Unterschied im Materialverhalten auf.



Bild 2–6: Identisches Materialverhalten in alle Richtungen.

Viskoelastische Elastizitätsmodelle

Die bisher dargestellten Materialmodelle gehen von einer zeitunabhängigen Elastizität aus. Zeigt dagegen ein Material im elastischen Bereich eine Verzerrungsratenabhängigkeit oder auch eine zeitverzögerte Entlastung, wird das Viskoelastizität genannt [46]. Das viskoelastische Verhalten eines Kontinuums kann allgemein durch eine Kombination aus einer Feder und einem Dämpfer erklärt werden.

Kelvin-Voigt Modell

Beim Kelvin-Voigt Modell wird für die Beschreibung der Elastizität ein exponentieller Ansatz mit dem Elastizitätsmodul E , der Zeit t und der Viskosität η des Dämpfers gewählt.

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E} \left(1 - \exp\left(-\frac{E}{\eta} t\right) \right) \quad (2-50)$$

Ein analoges Modell besteht aus einer linearen Feder und einem Dämpfer (vgl. Bild 2–7).

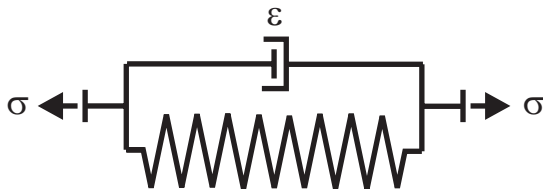


Bild 2–7: Lineares Kelvin-Voigt Modell mit parallel geschalteter Feder und Dämpfer.

Die Spannung σ ergibt sich aus der Summe der Spannung auf die Feder und den Dämpfer. Sowohl in der Feder als auch im Dämpfer ist die Verzerrung ε identisch.

Maxwell Modell

Das Maxwell Modell besteht wie das Kelvin-Voigt Modell aus einer Feder und einem Dämpfer. Allerdings sind in diesem Fall die Elemente seriell miteinander verknüpft (vgl. Bild 2–8).



Bild 2–8: Lineares Maxwell Modell mit seriell geschalteter Feder und Dämpfer.

Die Beschreibung der zeitlichen Änderung der Verzerrungsrate $\dot{\varepsilon}$ ergibt sich mit der Spannung σ , der Spannungsänderung $\dot{\sigma}$, dem Elastizitätsmodul E und der Viskosität η des Dämpfers zu:

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E} + \frac{\sigma}{\eta} \quad (2-51)$$

Beim Maxwell Modell errechnet sich die Verzerrung ε aus der Summe der Einzelverzerrungen. Die Spannung σ dagegen ist sowohl in der Feder als auch im Dämpfer identisch.

Verallgemeinerung

Im Allgemeinen werden für die Beschreibung eines viskoelastischen Kontinuums mehrere parallel (vgl. Bild 2–9a) oder seriell (Bild 2–9b) geschaltete viskoelastische Materialmodelle verwendet.

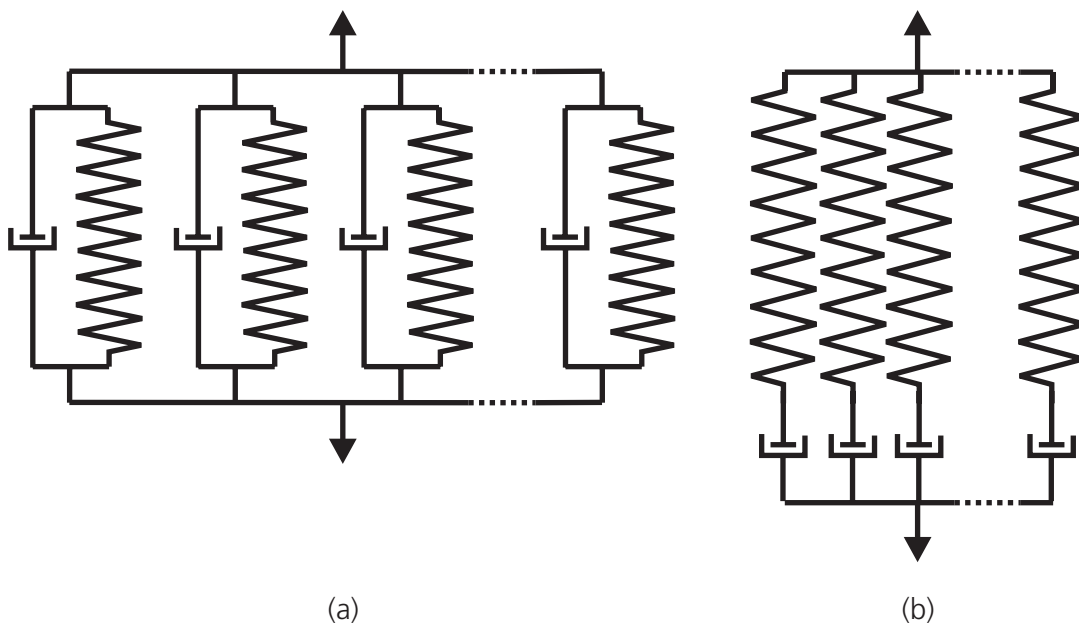


Bild 2–9: Verallgemeinerte lineare viskoelastische Materialmodelle: (a) Kelvin-Voigt Modell; (b) Maxwell Modell.

2.3.2 Elastisches, plastisches Werkstoffverhalten

Führt die Belastung des Werkstoffes zum Überschreiten eines kritischen Spannungszustandes, der so genannten Fließgrenze, stellen sich bleibende Verformungen ein. Die Deformation geht vom elastischen Materialverhalten in das plastische über. Unter Zugbeanspruchung wird von Streckgrenze, unter Druckbeanspruchung von Quetschgrenze und unter Verdrehung von Torsionsgrenze gesprochen. Im neundimensionalen Spannungsraum nennt sich diese Grenze allgemein Fließort oder Fließfläche. Die für die numerische Simulation notwendige mathematische Beschreibung des Kriteriums wird mit Fließbedingung bzw. Fließfläche bezeichnet.

Wird durch eine gegebene Belastung ein Spannungszustand hervorgerufen, der innerhalb der Fließfläche liegt, verhält sich das Material elastisch. Würde theoretisch ein Spannungszustand die Fließfläche überschreiten, wird dieser auf die Fließfläche projiziert und es tritt eine plastische Deformation auf. Das Kontinuum wird durch jede weitere Beanspruchung plastisch verformt, bis sich der Spannungszustand wieder innerhalb der Fließfläche befindet. Eine allgemein mathematische Beschreibung der Fließfläche Ff erfolgt ausgehend von einem Spannungstensor σ_{ij} und einer beliebigen Anzahl von Werkstoffparametern k_n .

$$Ff(\sigma_{ij}, k_1, \dots, k_n) = 0 \quad (2-52)$$

Eine plastische Verformung des Kontinuums wird auch als plastisches Fließen bezeichnet. Um sowohl die plastische als auch die elastische Verzerrung separat beschreiben zu können, wird angenommen, dass sich der Tensor der Gesamtverzerrung additiv aus einem elastischen und einem plastischen Verzerrungsanteil zusammensetzt.

$$d\varepsilon_{ij}^{ges} = d\varepsilon_{ij}^{el} + d\varepsilon_{ij}^{pl} \quad (2-53)$$

Zusätzlich wird für die weitere Beschreibung des Werkstoffverhaltens eine Fließregel benötigt. Diese definiert die Komponenten des plastischen Verzerrungstensors $d\varepsilon_{ij}^{pl}$. Eine häufig verwendete Berechnung des plastischen Verzerrungstensors ist

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = \Delta\lambda \frac{\partial Gp}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (2-54)$$

Dabei steht in Gleichung (2-54) $\Delta\lambda$ für den positiv definierten Lagrange-Multiplikator, Gp für das plastische Potential und σ_{ij} für den Spannungstensor. Bei Volumenkonstanz addieren sich die plastischen Verzerrungsinkremente der Normalverzerrungen zu Null.

$$d\varepsilon_{ii}^{pl} = 0 \quad (2-55)$$

Ist Gleichung (2-55) größer Null, tritt Volumenzunahme oder Dilatation auf. Unter der Annahme der Volumenkonstanz kann eine äquivalente plastische Vergleichsverzerrung $\bar{\varepsilon}^{pl}$ definiert werden.

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{pl} \varepsilon_{ij}^{pl}} \quad (2-56)$$

Ist das plastische Potential G_p identisch mit der Fließfläche F_f , wird der Zusammenhang als assoziiertes, andernfalls als nicht assoziiertes Fließen bezeichnet. Eine Herleitung des assoziierten Fließens erfolgt unter der Verwendung des Drucker'schen Postulates [55]. Diese Forderung definiert einen Werkstoff als stabil, wenn folgende Beziehung gilt:

$$d\sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} > 0 \quad (2-57)$$

In der Ungleichung (2-57) sind $d\sigma_{ij}$ die Inkremente des Spannungstensors und $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ die plastischen Verzerrungsincremente. Aus dem assoziierten Fließen ergeben sich für die Plastizitätstheorie zwei wesentliche Konsequenzen:

- Konvexität
- Normalenregel

Unter Konvexität der Fließfläche [49] ist zu verstehen, dass sie von je zwei Spannungspunkten der Fließfläche (Randpunkte einbegriffen) auch deren Verbindungsgerade ganz enthält. Um die Normalenregel zu erfüllen, müssen die plastischen Verzerrungsincremente normal zur Fließfläche nach außen gerichtet sein [15]. Das Drucker'sche Stabilitätspostulat stellt kein Naturgesetz dar [27]. Werkstoffe bei denen die Fließbedingung eine Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck aufweist, folgen nicht notwendigerweise diesem Postulat. Ebenso Materialien, die in ihrer Spannungs-Verzerrungsbeziehung ein entfestigendes Verhalten aufweisen, entsprechen nicht mehr den Grundsätzen des Drucker'schen Postulates. Für diese Klasse von Werkstoffen lassen sich auf Grund der Forderung keine Aussagen über die Konvexität der Fließfläche oder der Normalenregel treffen.

Wird ein mehrachsiger Spannungszustand im Hauptspannungsraum betrachtet, in dem

$$|\sigma_I| > |\sigma_{II}| > |\sigma_{III}| > 0 \quad (2-58)$$

gilt und dieser mit einem einachsigen Spannungszustand, der die identische Gestaltänderungsarbeit (-energie) W erfordert, verglichen, ergibt sich:

$$W \sim \sigma^2 \quad (2-59)$$

Der Zusammenhang wird auch als Gestaltänderungsenergiehypothese bezeichnet, da davon ausgegangen wird, dass ein Körper sich in einem komplexen Spannungsfall identisch zu einem uniaxialen Spannungsfall verhält, wenn die Energie identisch ist. Aus der Proportionalitätsbeziehung in (2-59) ist die sehr häufige Verwendung einer quadratischen Fließfläche für die Beschreibung der Plastizität ersichtlich, die noch in eine isotrope (richtungsunabhängige) oder anisotrope (richtungsabhängige) Fließbedingung unterschieden wird. Die skalare Größe der Fließfläche wird auch als Vergleichsspannung bezeichnet. Im Folgenden sollen nun einige bereits existierende Fließ- bzw. Materialmodelle vorgestellt werden. Diese und weitere (Barlat [10] und Hill [39]) sind ursprünglich vor allem für metallische Werkstoffe (Hu [43], Lademo [57] und Wu [132]) eingesetzt worden.

Fließmodell von von Mises

Für die mathematische Beschreibung der Fließfläche oder des plastischen Potentials der Fließ- bzw. Materialmodelle werden sehr häufig Invarianten eingesetzt. Diese bieten den Vorteil, dass sie sich unabhängig von der Lage des Koordinatensystems berechnen (vgl. Kapitel 2.1). Für die mathematische Beschreibung vergleicht das von Mises Modell [127] für die Berechnung der Fließfläche Ff die zweite Invariante des deviatorischen Spannungstensors (2-14) mit einer zu bestimmende Werkstoffkonstante k .

$$Ff = \sqrt{3J_2} - k = 0 \quad (2-60)$$

Das Fließgesetz nach von Mises kann durch Umformen auch als

$$Ff = \left\{ \frac{1}{2} \left[(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 + (\sigma_1 - \sigma_2)^2 \right] + 3 \left(\sigma_4^2 + \sigma_5^2 + \sigma_6^2 \right) \right\}^{0.5} - k = 0 \quad (2-61)$$

geschrieben werden. Das plastische Potential wird ebenfalls über die Fließfläche berechnet (assoziiertes Fließen).

$$Gp = \sqrt{3J_2} \quad (2-62)$$

In Tabelle 2–2 sind die wichtigsten Eigenschaften des Fließmodells aufgezählt, das sehr weit verbreitet ist und häufig in der Werkstoffsimulation eingesetzt wird (vgl. [76] und [77]).

Tabelle 2–2: Eigenschaften des von Mises Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Isotrop
Dilatation	Nein
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind identisch.

Wird die in Gleichung (2-60) beschriebene Fließfläche im Hauptspannungsraum veranschaulicht, so stellt sie einen Zylinder des ersten und siebten Oktanten dar. Die Raumdiagonale ist die Zylinderachse, die auch als hydrostatische Achse bezeichnet wird, da auf ihr $\sigma_I = \sigma_{II} = \sigma_{III}$ gilt (vgl. Bild 2–10).

Ein Deviatorschnitt ist eine Ebene, die senkrecht zur hydrostatischen Achse liegt. Die noch den Ursprung des kartesischen Koordinatensystems enthaltene Ebene, nennt sich π -Ebene. Der Schnitt ist bei der von Mises Fließfläche ein Kreis (vgl. Bild 2–11a). Einen Meridianschnitt bezeichnet den Schnitt durch den Zylinder, der die Raumdiagonale vollständig enthält. Der von Mises Zylinder reduziert sich dabei auf zwei parallele Geraden zur hydrostatischen Achse (vgl. Bild 2–11b). Die Größe q bezeichnet die von Mises Vergleichsspannung.

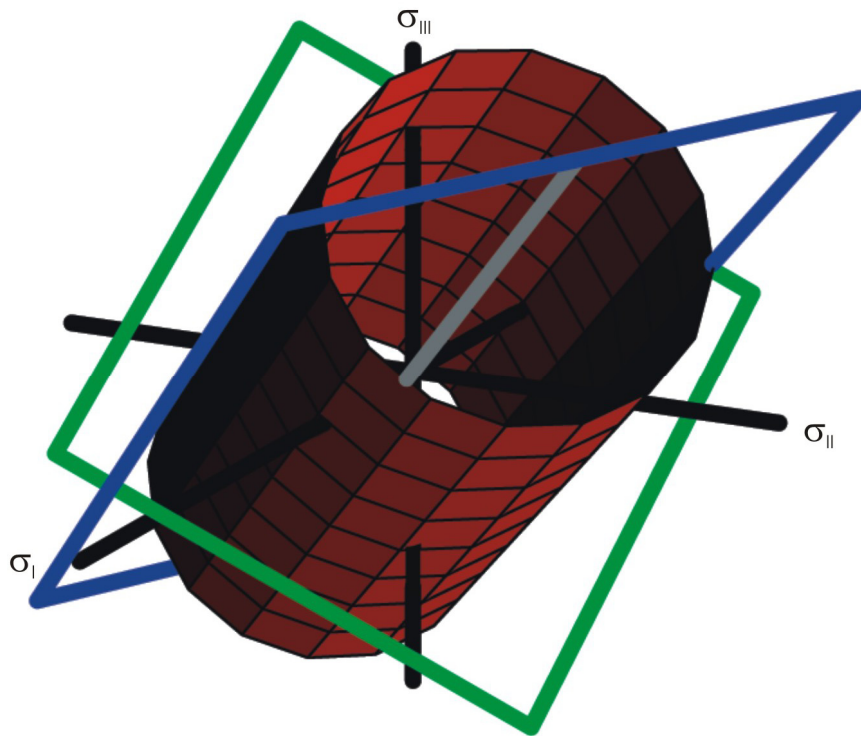


Bild 2–10: Von Mises Fließfläche und plastisches Potential im Hauptspannungsraum (rot) mit hydrostatischer Achse (grau) einer Deviatorebene (π -Ebene, grün) und einem Meridianschnitt (blau).

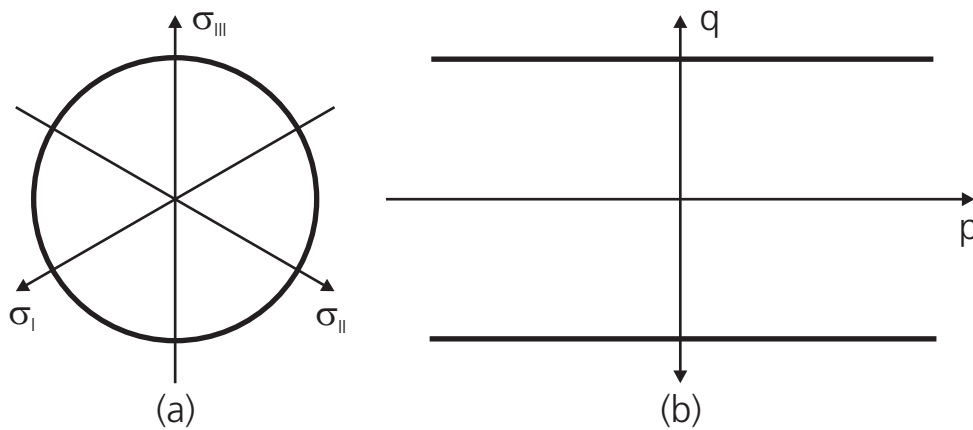


Bild 2–11: Von Mises Fließfläche und plastisches Potential im Hauptspannungsraum: (a) Deviatorschnitt (π -Ebene); (b) Meridianschnitt.

Bei von Mises wird eine plastische Vergleichsverzerrung unter der Annahme der Volumenkonstanz wie folgt definiert:

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \sqrt{\frac{2}{3} \varepsilon_{ij}^{pl} \varepsilon_{ij}^{pl}} \quad (2-63)$$

Fließmodell von Drucker-Prager

Das Drucker-Prager Fließmodell [28] bildet ein vom hydrostatischen Druck abhängiges Fließverhalten ab. Dazu wird für die Beschreibung der Fließfläche sowohl die erste Invariante des Spannungstensors (2-7) (mit Berücksichtigung der Definitionen von (2-10) und (2-11)) als auch die zweite des deviatorischen Spannungstensors (2-14) verwendet.

$$Ff = \sqrt{3J_2} - p \tan \beta - k = 0 \quad (2-64)$$

Die Größe k ist ein noch zu bestimmender Materialkennwert. In den Deviatorschnitten (vgl. Bild 2–12a) wird die hydrostatische Druckabhängigkeit der Fließgrenze bzw. des plastischen Potentials deutlich. Diese bilden konzentrische Kreise. Der Meridianschnitt (vgl. Bild 2–12b) der Fließgrenze bzw. des plastischen Potentials stellt sich als zwei sich schneidende Halbgeraden dar. Der konstante Winkel β beschreibt den Gradienten mit dem die Fließfläche gegen die hydrostatische Achse geneigt ist. β wird auch als Reibungswinkel und k als Kohäsion bezeichnet. Die Fließfläche hat im Hauptspannungsraum die geometrische Form eines Kegels.

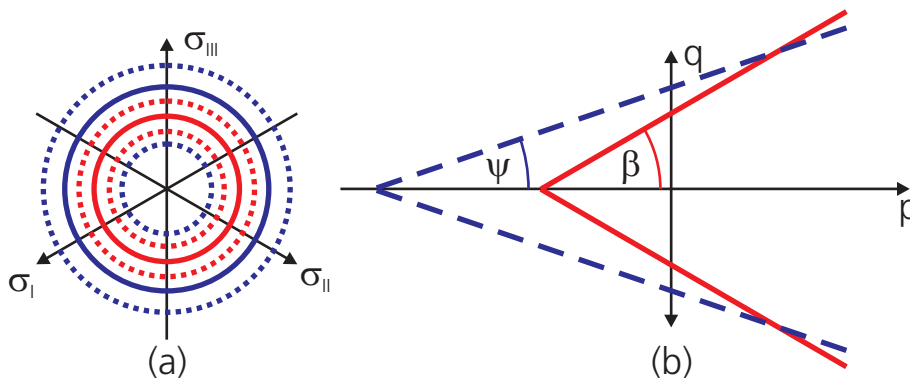


Bild 2–12: Drucker-Prager Fließfläche und plastisches Potential im Hauptspannungsraum (Fließfläche: rot, plastisches Potential: blau): (a) Deviatorschnitt (π -Ebene (durchgezogene Linie) und Schnitt in positiver bzw. negativer Richtung der hydrostatischen Achse (gestrichelte Linie)); (b) Meridianschnitt.

Das Fließmodell geht von einem nicht assoziierten Fließen aus.

$$Gp = \sqrt{3J_2} - p \tan \psi \quad (2-65)$$

Es liegt assoziiertes Fließen vor, falls:

$$\psi = \beta \quad (2-66)$$

Mit $\psi > 0^\circ$ ist die Abbildung einer Dilatation (Volumenzunahme) möglich. Das Fließmodell kann die in der Tabelle 2–3 aufgeführten Eigenschaften abbilden.

Tabelle 2–3: Eigenschaften des Drucker-Prager Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Isotrop
Dilatation	Ja
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander abhängig.

Materialmodell von Junginger

Unverstärkte Kunststoffe zeigen sowohl ein isotropes als auch ein vom hydrostatischen Druck abhängiges Materialverhalten. Bei Junginger [52] werden unverstärkte Kunststoffe charakterisiert und ein Materialmodell entwickelt. Sowohl unter einer Druck- als auch einer Zugbelastung weisen die unverstärkten Kunststoffe eine Verfestigung auf. Bei einer Schubbelastung allerdings bleibt das Spannungsniveau nahezu konstant. Das anisotrope Verfestigungsverhalten ist in Bild 2–13 zu erkennen.

Anhand der Ergebnisse wurde ein isotropes, vom hydrostatischen Druck abhängiges Materialmodell für Kunststoffe entwickelt. Die Fließfläche besteht unter Berücksichtigung des anisotropen Fließbeginns aus zwei Ansätzen für $p < 0$ (Zug)

$$Ff = \sqrt{3J_2} - p \tan \beta_Z - k = 0 \quad (2-67)$$

und für $p \geq 0$ (Druck und Schub)

$$Ff = \sqrt{3J_2} - p \tan \beta_D - k = 0. \quad (2-68)$$

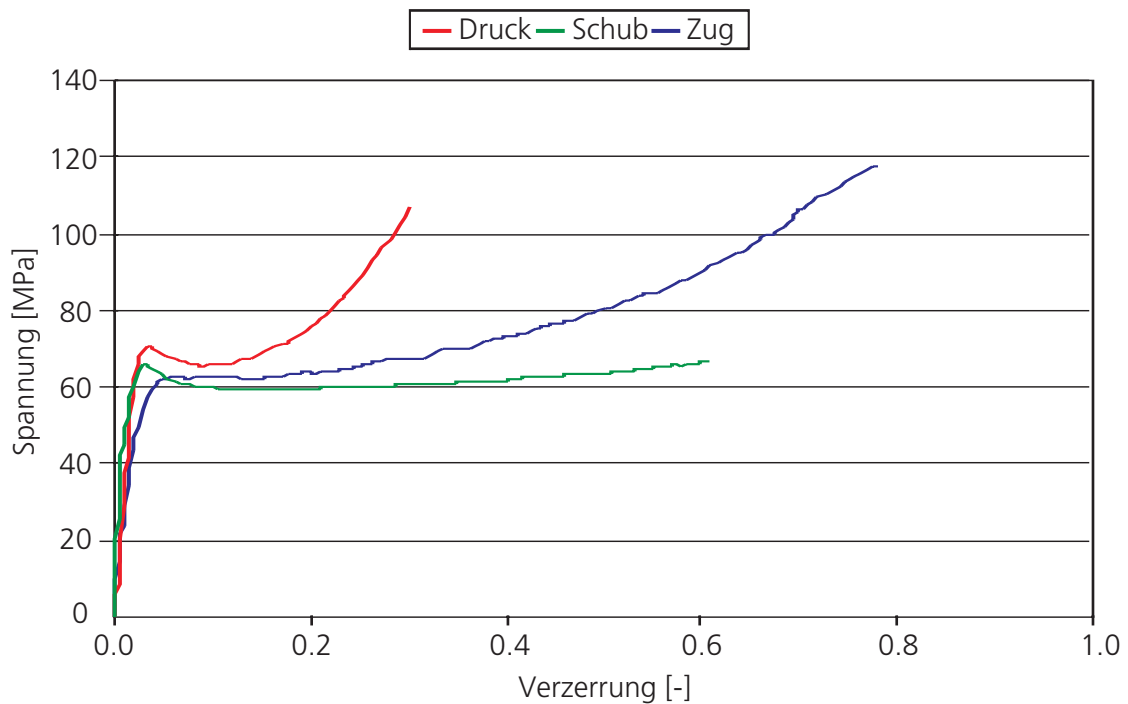


Bild 2-13: Von Mises Vergleichsspannung als Funktion der Vergleichsverzerrung bei einer Verzerrungsrate von 1/s unter Druck-, Schub- und Zugbelastung für Bayblend T65 [52].

Beide gehen an der Stelle $p = 0$ (Schub) ineinander über. In dem Modell wird die Plastizität wiederum von einem nicht assoziierten Fließen beschrieben.

$$Gp = \sqrt{3J_2} - p \tan \psi \quad (2-69)$$

Für den Spezialfall $\psi = 0$ geht Gleichung (2-69) in (2-62) über. Deviatorschnitte (konzentrische Kreise) der Fließfläche in der π -Ebene und zwei Schnitte in positiver bzw. negativer hydrostatischer Achse sind in Bild 2-14a zu sehen. In Bild 2-14b lässt sich erkennen, dass die Fließfläche eine Nichtkonvexität aufweist. Die Fließfläche stellt im Hauptspannungsraum zwei sich an der Spitze schneidende Kegel mit der identischen Rotationsachse dar.

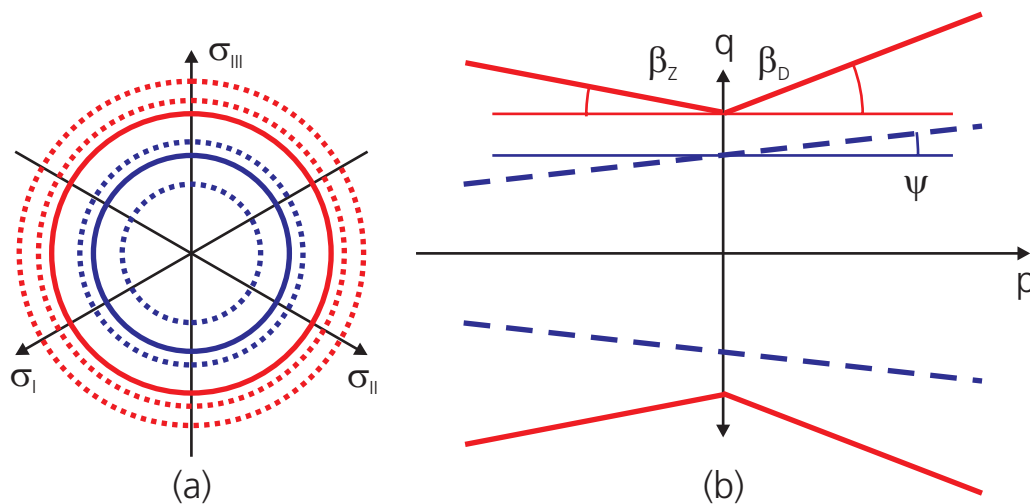


Bild 2-14: Fließfläche und plastisches Potential nach Junginger im Hauptspannungsraum (Fließfläche: rot, plastisches Potential: blau): (a) Deviatorschnitt (π -Ebene (durchgezogene Linie) und Schnitt in positiver bzw. negativer Richtung der hydrostatischen Achse (gestrichelte Linie)); (b) Meridianschnitt.

Eine Abbildung der mechanischen Kennwerte des Materials in Abhängigkeit des hydrostatischen Drucks ist sowohl in positiver als auch in negativer Richtung möglich (vgl. Tabelle 2-4).

Tabelle 2-4: Eigenschaften des Junginger Materialmodells.

Steifigkeit	Isotrop
Fließbeginn	Isotrop
Dilatation	Ja
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander unabhängig.

Fließmodell von Hill

Die bisher vorgestellten Kontinuumsmodelle gehen von einer isotropen Plastizität aus. Verhält sich ein Werkstoff richtungsabhängig, muss dies wie bei der Elastizität (vgl. Gleichung (2-30)) auch bei der Plastizität berücksichtigt werden. Das geschieht durch die so genannten Anisotropiekoeffizienten. Durch diese ist es möglich, mathematisch die zylindrische Fließfläche bei von Mises (vgl. Bild 2-10) in eine Fließfläche mit einem nicht kreisrunden Deviatorschnitt umzuformen. Das Materialverhalten eines orthotropen Materials lässt sich mit sechs unabhängigen Parametern beschreiben. Sie werden auch Lankford Koeffizienten [59] genannt. Hill [40] bezeichnet jene mit F, G, H, L, M und N . F, G und H berücksichtigen

das orthotrope Verhalten in Normalspannungsrichtung, die restlichen Größen in Schubspannungsrichtung. Für die Bestimmung der Lankford Koeffizienten wird das Verhältnis der plastischen Stauchungen in Dickenrichtung zur Querrichtung bei einem uniaxialen Zugversuch [98] verwendet. Die Koeffizienten können entweder am Beginn des Fließens oder anhand eines Mittelwertes über den gesamten plastischen Bereich errechnet werden. In der vorliegenden Arbeit werden diese Parameter am Beginn des plastischen Bereiches ermittelt. Für die Beschreibung der Anisotropie existieren zusätzlich die Werte R_{ij} . Jene bilden den Quotienten der Spannungen am Fließbeginn bei einem uniaxialen Zugversuch in eine Richtung ($\bar{\sigma}_{ij}$) zu einer vorher festgelegten ($\bar{\sigma}_0$) ab. Die genannten Koeffizienten sind wie folgt ineinander überzuführen:

$$F = \frac{(\bar{\sigma}_0)^2}{2} \left(-\frac{1}{\bar{\sigma}_1^2} + \frac{1}{\bar{\sigma}_2^2} + \frac{1}{\bar{\sigma}_3^2} \right) = \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} \right) \quad (2-70)$$

$$G = \frac{(\bar{\sigma}_0)^2}{2} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_1^2} - \frac{1}{\bar{\sigma}_2^2} + \frac{1}{\bar{\sigma}_3^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} - \frac{1}{R_{22}^2} + \frac{1}{R_{33}^2} \right) \quad (2-71)$$

$$H = \frac{(\bar{\sigma}_0)^2}{2} \left(\frac{1}{\bar{\sigma}_1^2} + \frac{1}{\bar{\sigma}_2^2} - \frac{1}{\bar{\sigma}_3^2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}^2} + \frac{1}{R_{22}^2} - \frac{1}{R_{33}^2} \right) \quad (2-72)$$

$$L = \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\sigma}_5} \right)^2 = \frac{3}{2R_{23}^2} \quad (2-73)$$

$$M = \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\sigma}_6} \right)^2 = \frac{3}{2R_{13}^2} \quad (2-74)$$

$$N = \frac{3}{2} \left(\frac{\bar{\tau}_0}{\bar{\sigma}_4} \right)^2 = \frac{3}{2R_{12}^2} \quad (2-75)$$

In den Gleichungen (2-73) bis (2-75) ist $\bar{\tau}_0 = \bar{\sigma}_0 / \sqrt{3}$. Die Fließfläche hat, mit dem noch zu bestimmenden Werkstoffkennwert k , die mathematische Form:

$$Ff = \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - k = 0 \quad (2-76)$$

Dabei stimmen die Anisotropieachsen mit dem Referenzkoordinatensystem überein. Das plastische Potential (assoziiertes Fließen) ergibt sich zu:

$$Gp = \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} \quad (2-77)$$

Wird in den Gleichungen (2-76) bzw. (2-77)

$$F = G = H = \frac{1}{2} \quad (2-78)$$

und

$$L = M = N = \frac{3}{2} \quad (2-79)$$

eingesetzt, werden die in den Gleichungen (2-60) bzw. (2-62) angegebenen isotropen Formen erhalten.

In Bild 2-15a wird ein Deviatorschnitt der Fließfläche bzw. des plastischen Potentials im Hauptspannungsraum dargestellt. Es wird die Richtungsabhängigkeit des Fließbeginns deutlich, da die Abstände der Schnittpunkte der Fließfläche mit den Hauptspannungsachsen und dem Ursprung nicht identisch sind. Auch die Geraden des Meridianschnittes (vgl. Bild 2-15b) weisen einen unterschiedlichen Abstand zur hydrostatischen Achse auf, da dieser abhängig von der Orientierung im Hauptspannungsraum ist. Der Winkel θ wird als Ähnlichkeitswinkel bezeichnet (vgl. Gleichung (2-88)).

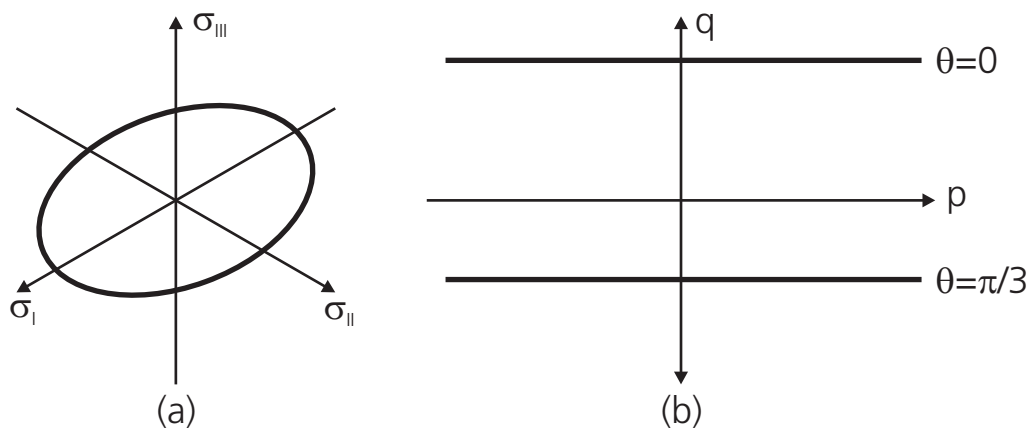


Bild 2-15: Fließfläche und plastisches Potential nach Hill im Hauptspannungsraum: (a) Deviatorschnitt (π -Ebene); (b) Meridianschnitt.

Die wichtigsten Eigenschaften des Fließmodells nach Hill sind in Tabelle 2-5 aufgeführt.

Tabelle 2-5: Eigenschaften des Hill Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Orthotrop
Dilatation	Nein
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind identisch.

Bei dem Fließmodell nach Hill wird die plastische Vergleichsverzerrung folgendermaßen definiert:

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \frac{\sigma_{ij} \varepsilon_{ij}^{pl}}{\sigma_0} \quad (2-80)$$

Dabei ist in Gleichung (2-80) σ_0 die Referenzspannung.

Fließmodell von Raghava und Caddell

Wird die Fließfläche und das plastische Potential von Hill um die linearen Terme σ_{11} , σ_{22} und σ_{33} (hydrostatische Druckabhängigkeit) erweitert, ergibt sich das Fließmodell nach Raghava und Caddell [104]. Die modifizierte Fließfläche mit dem Werkstoffkennwert k errechnet sich zu:

$$Ff = F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \\ + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 + I\sigma_1 + J\sigma_2 + K\sigma_3 - k = 0 \quad (2-81)$$

und das plastische Potential (bei assoziiertes Fließen) zu:

$$Gp = F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \\ + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 + I\sigma_1 + J\sigma_2 + K\sigma_3 \quad (2-82)$$

Werden in den Gleichungen (2-81) bzw. (2-82) die Vereinfachungen von den Gleichungen (2-78), (2-79) und

$$I = J = K = 0 \quad (2-83)$$

eingesetzt, so entstehen die in den Gleichungen (2-60) bzw. (2-62) angegebenen Formen.

In Bild 2–16a werden drei Deviatorschnitte der Fließfläche bzw. des plastischen Potentials nach dem Modell von Raghava gezeigt. Es wird erneut eine hydrostatische Druckabhängigkeit ersichtlich, weil die Schnitte konzentrisch, aber nicht äquivalent sind. Hier wird auch eine Richtungsabhängigkeit des Fließbeginns deutlich, da die Abstände zwischen den Schnittpunkten der Fließfläche mit den Hauptspannungsachsen und dem Ursprung nicht gleich sind. Ein Meridianschnitt (vgl. Bild 2–16b) zeigt die Orthotropie durch die unterschiedlichen Kohäsionswerte in Abhängigkeit der Orientierung. Die Fließfläche stellt ein nicht kreisrundes Paraboloid dar.

Mit dem Modell ist sowohl eine Abbildung der Richtungsabhängigkeit des Fließbeginns als auch eine teilweise Berücksichtigung der hydrostatischen Druckabhängigkeit der mechanischen Kennwerte des Materials möglich (vgl. Tabelle 2–6).

Tabelle 2–6: Eigenschaften des Raghava und Caddell Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Orthotrop
Dilatation	Ja
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander abhängig.

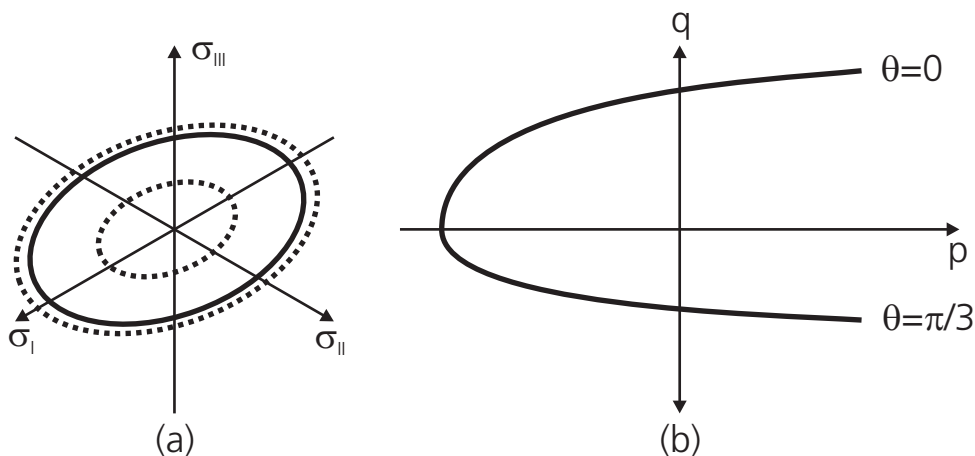


Bild 2-16: Raghava Fließfläche und plastisches Potential bei assoziiertem Fließen im Hauptspannungsraum: (a) Deviatorschnitt (π -Ebene (durchgezogene Linie) und Schnitt in positiver bzw. negativer Richtung der hydrostatischen Achse (gestrichelte Linie)); (b) Meridianschnitt.

Fließmodell von Chen

Eine verallgemeinerte Formulierung der Fließfläche von Hill findet sich bei Chen [21].

$$\begin{aligned}
 Ff = & \left\{ a_{11}\sigma_1^2 + a_{22}\sigma_2^2 + a_{33}\sigma_3^2 + \right. \\
 & + 2a_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2a_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2a_{23}\sigma_2\sigma_3 + \\
 & \left. + 2a_{44}\sigma_4^2 + 2a_{55}\sigma_5^2 + 2a_{66}\sigma_6^2 \right\}^{0.5} - k = 0
 \end{aligned} \tag{2-84}$$

Dieses Modell wird in [110] zur Simulation von Beschuss auf Faserverbundwerkstoffen eingesetzt. Durch die Terme mit den Faktoren a_{12} , a_{13} und a_{23} ist es möglich, eine hydrostatische Druckabhängigkeit der Fließfläche zu erreichen. Mit geeigneter Wahl der Werte a_{ij} mit $i, j = 1, 2, 3$ kann die Gleichung (2-84) auf die Formulierung nach Hill (2-76) oder weiter auf von Mises (2-60) zurückgeführt werden. In dem Modell werden diese Parameter über die in der Veröffentlichung definierten plastischen Poissonzahlen oder Querkontraktionszahlen ν_{ij}^{pl} errechnet. Das Stoffmodell geht von einem assoziierten Fließen aus.

$$Gp = \left\{ a_{11}\sigma_1^2 + a_{22}\sigma_2^2 + a_{33}\sigma_3^2 + \right. \\ \left. + 2a_{12}\sigma_1\sigma_2 + 2a_{13}\sigma_1\sigma_3 + 2a_{23}\sigma_2\sigma_3 + \right. \\ \left. + 2a_{44}\sigma_4^2 + 2a_{55}\sigma_5^2 + 2a_{66}\sigma_6^2 \right\}^{0.5} \quad (2-85)$$

Mit dem Fließmodell kann die hydrostatische Druckabhängigkeit des Materials berücksichtigt werden. Diese wird in den Darstellungen Bild 2–17a und Bild 2–17b ersichtlich. Die Deviatorschnitte der Fließfläche bzw. des plastischen Potentials sind nicht deckungsgleich. Die Konvexität der Potentiale bewirkt, dass die Vergleichs-Fließspannung unter Schub größer sein muss als unter dem Druck- bzw. Zuglastfall. Da von assoziiertem Fließen ausgegangen wird, veranlasst die Konvexität eine Volumenzunahme beim plastischen Fließen im Zuglastfall und eine Volumenabnahme im Drucklastfall.

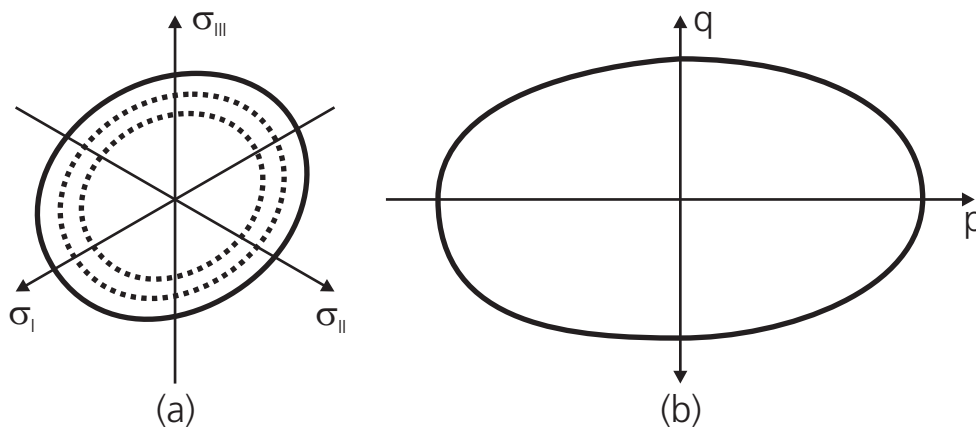


Bild 2–17: Chen Fließfläche und plastisches Potential im Hauptspannungsraum:
 (a) Deviatorschnitt (π -Ebene (durchgezogene Linie) und Schnitt in positiver bzw. negativer Richtung der hydrostatischen Achse (gestrichelte Linie));
 (b) Meridianschnitt.

In Tabelle 2–7 sind die wichtigsten Eigenschaften des Fließmodells von Chen aufgeführt.

Tabelle 2–7: Eigenschaften des Chen Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Orthotrop
Dilatation	Ja (im Zuglastfall)
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander abhängig.

Fließmodell von Oller, Car und Lubliner

Eine allgemeingültige explizite orthotrope Fließfläche wird in [100] angeführt.

$$\begin{aligned}
 Ff = & \left[\left(\frac{\sigma_x^2}{f_x^Z f_x^D} + \frac{\sigma_y^2}{f_y^Z f_y^D} + \frac{\sigma_z^2}{f_z^Z f_z^D} \right) - \lambda_1 \left(\frac{\sigma_y \sigma_z}{\sqrt{f_y^Z f_y^D f_z^Z f_z^D}} \right) - \right. \\
 & - \lambda_2 \left(\frac{\sigma_z \sigma_x}{\sqrt{f_z^Z f_z^D f_x^Z f_x^D}} \right) - \lambda_3 \left(\frac{\sigma_x \sigma_y}{\sqrt{f_x^Z f_x^D f_y^Z f_y^D}} \right) + \\
 & + \left(\frac{\sigma_4^2}{f_4^2} + \frac{\sigma_5^2}{f_5^2} + \frac{\sigma_6^2}{f_6^2} \right) + \\
 & \left. + 2 \left[\alpha_x \frac{\sigma_x}{\sqrt{f_x^Z f_x^D}} + \alpha_y \frac{\sigma_y}{\sqrt{f_y^Z f_y^D}} + \alpha_z \frac{\sigma_z}{\sqrt{f_z^Z f_z^D}} \right] - k = 0 \right.
 \end{aligned} \tag{2-86}$$

Mit f_i^Z bzw. f_i^D wird die Fließspannung unter einem uniaxialen Zug- bzw. Druckversuch in die i -Richtung bezeichnet. Die Anpassungsfaktoren α_i errechnen sich zu:

$$\alpha_i = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{f_i^D}{f_i^Z} \right)^m - \left(\frac{f_i^Z}{f_i^D} \right)^m \right] \tag{2-87}$$

Durch die Variation des noch zusätzlichen Wertes λ_i kann Gleichung (2-86) auf die bei von Mises (2-60), Drucker-Prager (2-64) oder Hill (2-76) dargestellte Fließfunktion überführt werden. In Tabelle 2–8 sind die wichtigsten Eigenschaften des Fließmodells unter der Annahme eines assoziierten Fließens aufgeführt.

Tabelle 2–8: Eigenschaften des Oller, Car und Lubliner Fließmodells.

Steifigkeit	Keine Aussage
Fließbeginn	Orthotrop
Dilatation	Ja
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander abhängig.

Materialmodell von Weyer, Dell, Oberhofer und Gese

Ein phänomenologisches Materialmodell zur Beschreibung des verzerungsrateabhängigen Deformationsverhaltens von Kunststoffen wurde von Weyer, Dell, Oberhofer und Gese [128] entwickelt. Es kann im Zweidimensionalen (ebener Spannungszustand) ein unterschiedliches Verfestigungsverhalten unter einer Druck-, Schub- und Zugbelastung und ein elastisches orthotropes Verhalten modelliert werden. Im dreidimensionalen Fall ist nur ein isotropes Verhalten abbildbar. Zur besseren Berücksichtigung des Versagens wird die Bruchverzerrung anhand des Spannungszustandes und der Deformationsgeschichte ermittelt. Die Möglichkeiten des Materialmodells sind in Tabelle 2–9 aufgeführt.

Tabelle 2–9: Eigenschaften des Weyer, Dell, Oberhofer und Gese Materialmodells.

Steifigkeit	Orthotrop (2D) Isotrop (3D)
Fließbeginn	Orthotrop (2D) Isotrop (3D)
Dilatation	Keine Aussage
Hydrostatische Druckabhängigkeit	Druck- und Zugfließspannung sind voneinander unabhängig.

2.3.3 Bewertung und Vergleich der vorgestellten Fließ- bzw. Materialmodelle

Liegen nur die Messwerte von uniaxialen Versuchen (Zuglastfall, Drucklastfall und Schublastfall) mit unterschiedlichem Fließbeginn vor, können für die Simulation des Materialverhaltens verschiedene Materialmodelle ausgewählt werden. Es besteht die Möglichkeit, nur die Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck zu berücksichtigen. Unter diesen Umständen wird das Fließmodell nach Drucker-Prager erhalten. Eine andere Möglichkeit ist, die Verwendung des Ähnlichkeitswinkels θ [22].

$$\cos 3\theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \frac{J_3}{J_2^{3/2}} \quad (2-88)$$

Mit diesem kann ebenso ein unterschiedliches Materialverhalten im Zug-, Druck- oder Schublastfall ohne die erste Invariante beschrieben werden. Welches Modell gewählt wird, muss von den gegebenen Materialkennwerten und vermuteten Materialverhalten in anderen Spannungsfällen oder Möglichkeiten der Modellimplementierung abhängig gemacht werden.

Mit dem orthotropen Elastizitätsmodell ist es teilweise möglich, das gemessene elastische Materialverhalten abzubilden. Allerdings hat das Modell keine plastischen Eigenschaften, die für die Crashsimulation von großer Bedeutung sind, da bei der plastischen Deformation die Energie absorbiert wird. Außerdem weißt dieses Modell keine elastische Verzerrungsratenabhängigkeit auf.

Im Gegensatz dazu zeigen sowohl das Maxwell als auch das Kelvin-Voigt Modell eine Verzerrungsratenabhängigkeit im elastischen Bereich. Allerdings sind beide nur für ein isotropes Kontinuum geeignet und weisen ebenfalls keine Plastizität auf.

Das Modell von von Mises ist nur für isotrope Materialien geeignet. Durch das in Kapitel 3.5 aufgeführte orthotrope Werkstoffverhalten ist dieses Modell äußerst ungeeignet, um das Materialverhalten zufrieden stellend abzubilden.

Ein unterschiedliches Verhalten beim Fließbeginn kann durch das Modell von Drucker-Prager dargestellt werden. Allerdings ist bei diesem Modell nur eine Abbildung von einer vom Zuglastfall über den Schublastfall zum Drucklastfall ansteigenden Streckgrenze möglich. Außerdem geht dieses

Stoffmodell von einem isotropen Material aus. Wegen der in Kapitel 3.5 nachgewiesenen Orthotropie scheidet dieses Fließmodell aus.

Bei dem Modell von Junginger kann die Streckgrenze für den Druck-, Schub- und Zuglastfall unabhängig gewählt werden. Daher wird nur bei diesem Modell die hydrostatische Druckabhängigkeit des Kunststoffes vollständig berücksichtigt, allerdings sind die Steifigkeit und die Plastizität isotrop.

Die Orthotropie wird bei dem Modell nach Hill zwar berücksichtigt, aber dieses geht von einem vom hydrostatischen Druck unabhängigen plastischen Materialverhalten aus. Folglich ist jenes Modell auch nicht geeignet, die komplexen Phänomene der mechanischen Eigenschaften des untersuchten Kunststoffes zu beschreiben.

Das Modell von Raghava und Caddell kann sowohl die orthotrope Plastizität als auch die hydrostatische Druckabhängigkeit beschreiben. Es gelten jedoch ähnliche Einschränkungen wie bei Drucker-Prager: die Fließspannung im Drucklastfall muss höher sein als im Schublastfall und diese wiederum größer als im Zuglastfall.

Im Gegensatz dazu ist bei dem Modell nach Chen die Fließspannung unter Schub am größten, aber die unter Druck und Zug muss kleiner sein. Dieses Modell kann eine Volumenabnahme im Drucklastfall und eine Volumenzunahme im Zuglastfall beschreiben. Über den elastischen Bereich wird keine Aussage getroffen.

Wie die Fließfläche von Chen eine Verallgemeinerung des Modells von Hill darstellt, ist das Fließmodell von Oller et al. eine Abstraktion der Fließfläche nach Raghava und Caddell. Die Anisotropiekoeffizienten können für jede Richtung unabhängig angegeben werden. Allerdings muss die Fließspannung im Drucklastfall höher sein als im Schublastfall und diese wiederum größer als im Zuglastfall.

Im Modell von Weyer u. a. kann zumindest im zweidimensionalen Fall die Orthotropie sowohl im elastischen als auch im plastischen Bereich modelliert werden. Zusätzlich ist eine Taillierung und Asymmetrie (Unterschiedlicher Fließbeginn unter Druck, Schub und Zug) des Fließortes möglich.

In Tabelle 2–10 mit der Legende in Tabelle 2–11 sind die wichtigsten Eigenschaften der in dieser Arbeit vorgestellten Fließ- bzw. Materialmodelle zusammengefasst.

Tabelle 2–10: Übersicht der hier vorgestellten Fließ- bzw. Materialmodelle und deren wichtigsten Eigenschaften (Legende siehe Tabelle 2–11).

	Orthotropes Elastizitätsmodell	Kelvin Voigt / Maxwell Modell	von Mises	Drucker-Prager	Junginger	Hill	Raghava und Caddell	Chen	Oller, Car and Lubliner	Weyer, Dell, Oberhofer, Gese
Steifigkeit	O	VI	K	K	I	K	K	K	K	I, O
Fließbeginn	N	N	I	I	I	O	O	O	O	I, O
Dilatation	N	N	N	J	J	N	J	T	J	K
Hydrostatische Druckabhängigkeit	N	N	N	A	U	N	A	A	A	U

Tabelle 2–11: Legende der in Tabelle 2–10 verwendeten Abkürzungen.

A	Abhängigkeit
I	Isotrop
J	Ja
K	Keine Aussage
N	Nicht vorhanden bzw. Nein
O	Orthotrop
T	Teilweise (im Zuglastfall)
U	Unabhängigkeit
VI	Visokoelastisch isotrop

Bisher ist in der Literatur kein Materialmodell für den zwei- und dreidimensionalen Fall für einen orthotropen elastischen und orthotropen plastischen Werkstoff bekannt, das auch die Verzerrungsratenabhängigkeit und Verfestigung, sowie unterschiedliches plastisches Verhalten unter Zug- und Druck analytisch abbilden kann. Somit ist das Ziel dieser Arbeit eine Neuimplementierung eines Werkstoffmodells für die Crashanwen-

dung. Für die Charakterisierung sollen experimentell bestimmte Kennwerte eines kurzfaserverstärkten Werkstoffes dienen.

2.3.4 Versagensmodelle

Wird ein Kontinuum über ein gewisses Maß belastet, tritt ein Versagen des Werkstoffes auf. Dies kann durch Bruch oder auch Beulen der Struktur geschehen. Bei ersterem kann es zu einer schlagartigen (z. B. Sprödbruch) oder langsamen (z. B. Duktilbruch) vollständigen Schädigung des Kontinuums kommen. Eine partielle Schädigung (z. B. Reißen von Fäden in einem Airbaggewebe) oder eine teilweisen Schädigung (z. B. durch Risse) des Kontinuums ist auch möglich. Bei einem anisotropen Versagen wird das Kontinuum in eine Richtung (quer zum Riss) vollständig, längs zum Riss vernachlässigbar geschädigt [50]. Das Versagen ist ein sehr komplexer Vorgang, der durch verschiedene Parameter beeinflusst wird. Bei einem Kunststoff kann eine Einflussgröße, z. B. der Anteil der amorphen bzw. kristallinen Bereiche, die Vernetzung der Molekülketten oder die Verwendung von Füllstoffen sein. In [48] werden die Einflüsse einer Erhöhung des Fasergehaltes, der Faserlänge und der Faser/Matrixhaftung auf das Versagen- und Bruchverhalten bei Zug- und schwingender Beanspruchung untersucht. Bei Michaeli [69] wird die Adhäsion der Faser zur Matrix mit verschiedenen Kopplungsmitteln geprüft. Diese Anhaftung sowie Faserdurchmesser und -länge haben einen sehr großen Einfluss auf das Gesamtmaterialverhalten [36]. In diesem Kapitel wird auf einige wenige Arten und Weisen der Modellierung des Versagens eingegangen.

Maximale Hauptspannung

Dieses Kriterium wurde von Rankine für das Zugversagen von sprödem Material entwickelt [22]. Es wird davon ausgegangen, dass das Material versagt, sobald die maximale Hauptspannung im Kontinuum einen gewissen Wert σ_0 erreicht hat, der in einem einachsigen Zugversuch bestimmt worden ist. So lässt sich das Versagen durch

$$2\sqrt{3J_2} \cos \theta + I_1 = 3\sigma_0 \quad (2-89)$$

beschreiben. Das Versagen erfolgt durch einen so genannten Trennbruch.

Maximale Schubspannung

Hierbei wird die maximale Schubspannung in einem duktilen Kontinuum oder bei Belastung auf Dauerbruch betrachtet. Es wird die Annahme getroffen, dass bei Erreichen einer gewissen Schubspannung τ_0 das Kontinuum versagt. Die Schubspannung wird anhand des Mohr'schen Spannungskreises mit

$$\tau_0 = \frac{1}{2} \sigma_0 \quad (2-90)$$

errechnet. Dabei ist in Gleichung (2-90) σ_0 die maximale Spannung des uniaxialen Zugversuches, an dem die Probe gebrochen ist. Der Werkstoff versagt durch einen Fließbruch bzw. Gleitzerrüttung.

Maximale plastische Vergleichsverzerrung

Wie bei der maximalen Schubspannung wird bei diesem Kriterium die äquivalente plastische Vergleichsdehnung ($\bar{\varepsilon}^{pl}$) im Zugversuch ermittelt. Es gilt die Forderung, dass das Kontinuum unter jedem Lastfall beim Erreichen dieser plastischen Vergleichsverzerrung versagt (Gestaltänderungsenergiehypothese). Unter Berücksichtigung der Ingenieursnotation und der Volumenkonstanz gilt im Zugversuch in 1-Richtung

$$d\varepsilon_2^{pl} = d\varepsilon_3^{pl} = -\frac{d\varepsilon_1^{pl}}{2} \quad (2-91)$$

und

$$d\varepsilon_4^{pl} = d\varepsilon_5^{pl} = d\varepsilon_6^{pl} = 0. \quad (2-92)$$

Demzufolge ergibt sich die äquivalente plastische Vergleichsverzerrung nach Gleichung (2-56).

$$\begin{aligned} d\bar{\varepsilon}^{pl} &= \sqrt{\frac{2}{3} \left(d\varepsilon_1^{pl} d\varepsilon_1^{pl} + \frac{d\varepsilon_1^{pl}}{2} \frac{d\varepsilon_1^{pl}}{2} + \frac{d\varepsilon_1^{pl}}{2} \frac{d\varepsilon_1^{pl}}{2} \right)} = \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} \left(\frac{3}{2} d\varepsilon_1^{pl} d\varepsilon_1^{pl} \right)} \end{aligned} \quad (2-93)$$

Das Ergebnis entspricht der erreichten plastischen Dehnung $d\varepsilon_1^{pl}$ in 1-Richtung bei einem Zugversuch. Die Berechnung der im Materialmodell verwendeten äquivalenten plastischen Vergleichsverzerrung kann variieren (vgl. Gleichung (2-63) bei dem Modell nach von Mises bzw. Gleichung (2-80) bei dem Modell nach Hill) und ist jedes Mal neu zu definieren.

Phänomenologische Versagensfläche

Werden unverstärkte polymere Werkstoffe oberhalb der Glasstemperatur plastischen Deformationen ausgesetzt, wird bei amorphen Molekülen eine Kettenver Streckung hervorgerufen (vgl. Bild 2–18).

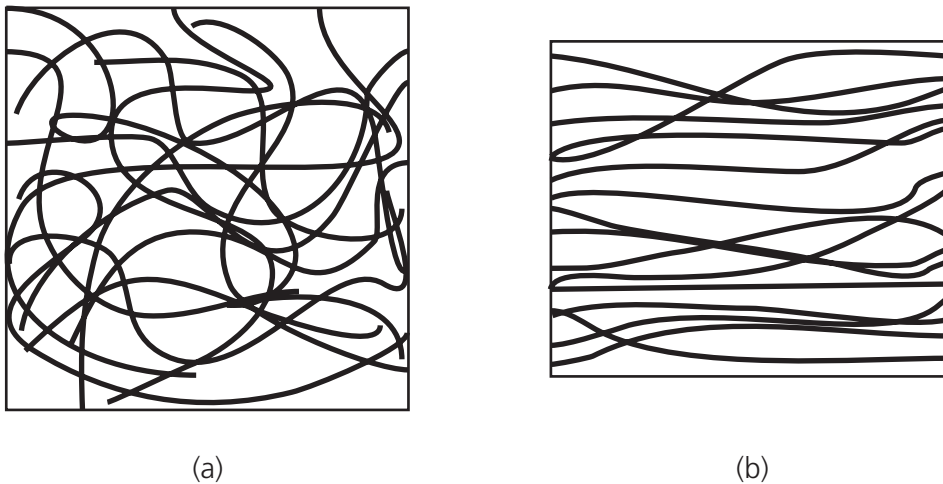


Bild 2–18: Orientierungen von Molekülen oberhalb der Glasstemperatur: (a) amorph; (b) orientiert.

Kühlt dieser Werkstoff unter seine Glasstemperatur ab, so frieren die ver Streckten Moleküle im orientierten Zustand ein und bilden ein texturähnliches, anisotropes Gefüge [12]. Die ver Streckten Polymerketten zeigen ein richtungsabhängiges Materialverhalten. Die Riss- und Bruchbildung erfolgt vorzugsweise parallel zu den orientierten Molekülen. In Längsrichtung werden vor allem die Primärbindungen, bei Querrichtung vornehmlich die zwischenmolekularen Bindungen beansprucht. Diese Effekte wurden bei [109] für ver Streckte Proben an Standard-Polystyrol und Polymethylmethacrylat untersucht.

Bei Hoffman [41] wird eine komplexe richtungs- und druckabhängige Versagensfläche für ein sprödes und orthotropes Material vorgestellt. Diese ergibt sich nach Gleichung (2-94).

$$\begin{aligned}
 & F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \\
 & + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 + I\sigma_1 + J\sigma_2 + K\sigma_3 - k = 0
 \end{aligned} \tag{2-94}$$

Dabei müssen die Faktoren durch Druck-, Schub- und Zugversuche bestimmt werden. Die Darstellung stimmt mit der Fließfläche von Raghava (2-81) überein. Allerdings muss betont werden, dass die Fließbedingung und das Bruchkriterium zwei physikalisch unabhängige Effekte sind.

Ein weiteres Versagenskriterium für unidirektionale Verbundwerkstoffe ist bei Yeh [133] zu finden. Dort wird eine Versagensfläche der Form

$$A_{ij}\sigma_i^2 + A_{jj}\sigma_j^2 + A_{ij}\sigma_{ij}^2 + B_{ij}\sigma_i\sigma_j + F_i\sigma_i + F_j\sigma_j + F_{ij}\sigma_{ij} = 1 \tag{2-95}$$

vorgelegt. Diese ist eine stückweise quadratische Versagensfläche für jeden Quadranten des Spannungsraumes. Die Koeffizienten errechnen sich aus Versuchen und Stabilitätskriterien (z. B. geschlossene Fläche).

Ein verbessertes Versagenskriterium mit einer Berücksichtigung der Prozesskette von metallischen Werkstoffen ist bei [42] zu finden. Dazu sind neben der Fließkurve und den Anisotropiefaktoren (das richtungsabhängige Materialverhalten wird durch einen Walzprozess hervorgerufen) auch die Grenzkurven der Vergleichsformänderungen notwendig. Bei diesen Kurven wird zwischen folgenden drei Modi unterschieden:

- Duktiler Bruch
- Scherbruch
- Instabilität

Letzterer ist für die Diskretisierung mit Schalenelementen notwendig, da die Kantenlängen der Elemente meistens das drei- bis zehnfache der Plattendicke betragen. Weil die Größenordnung der Einschnürung ungefähr die der Plattendicke ist, könnte der Einschnürungsprozess in der Simulation im ebenen Spannungszustand ohne das Instabilitätskriterium nicht korrekt abgebildet werden. Für die drei Modi müssen unabhängig von einander die dynamischen Werte experimentell bestimmt und die Kurven kalibriert werden. Das Versagensmodell berücksichtigt den nicht linearen Verzerrungspfad und bestimmt nach welchem Modus das Versagen auftritt.

2.4 Erhaltungsgleichungen

Um die durch äußere Kräfte hervorgerufenen Belastungen innerhalb des Kontinuums beschreiben zu können, müssen die Bewegungsgrößen der Kinematik mit den thermodynamischen Zustandsgrößen gekoppelt werden. Dies führt zu den Erhaltungsgleichungen und Zustandsgleichungen. Zur Simulation von Geschwindigkeiten von bewegten Massen, Verlauf der Deformationen, Spannungsverläufe in der Struktur, Kontakt und Auflagerlasten in und an der Struktur, sowie dem Materialverhalten der eingesetzten Werkstoffe haben sich nicht lineare FEM-Programme mit expliziter Zeitintegration (so genannte Hydrocodes) etabliert. Dabei werden im ersten Schritt die werkstoffunabhängigen Größen, wie in der Fluidodynamik, durch die Erhaltungsgleichungen für Energie, Impuls und Masse gelöst. Dafür gelten in differentieller Form unter Vernachlässigung der Wärmeleitung sowie von inneren Wärmequellen nach [4] folgende drei Gleichungen:

Energieerhaltung

$$\rho \frac{De}{Dt} = -\rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} + \sigma_{ji} \frac{\partial v_j}{\partial x_j} \quad (2-96)$$

Impulserhaltung

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = -\frac{\partial \rho}{\partial x_i} + \frac{\partial \sigma_{ji}}{\partial x_j} + \rho f_i \quad (2-97)$$

Massenerhaltung

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho \frac{\partial v_i}{\partial x_i} = 0 \quad (2-98)$$

In den Lagrange'schen Erhaltungsgleichungen (2-96) bis (2-98) ist ρ die Dichte des Kontinuums, σ_{ij} der Spannungstensor, e die massenspezifische innere Energie, v_j der Geschwindigkeitsvektor und t die Zeit. Volumetrische Kräfte, wie Gravitation, werden durch f_j berücksichtigt. D/Dt bezeichnet die substantielle Zeitableitung. Die zeitliche Ableitung einer Größe wird in einem Lagrange'schen Bezugssystem beschrieben. Für diese gilt mit dem Geschwindigkeitsvektor v_j :

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + (\mathbf{v}_j \cdot \nabla) = \frac{\partial}{\partial t} + v_1 \frac{\partial}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial}{\partial x_2} + v_3 \frac{\partial}{\partial x_3} \quad (2-99)$$

Nach [4] wird in der Gleichung (2-99) mit $\partial/\partial t$ die lokale und mit ∇v_j die konvektive Ableitung bezeichnet. Neben den hier aufgeführten Lagrange'schen Erhaltungsgleichungen gibt es noch die Euler'schen Formulierungen. Jene sind, wie schon erwähnt, für die Crashsimulation nicht so relevant. Daher wird darauf nicht weiter eingegangen, sondern auf Hiermaier [37] verwiesen.

In einem zweiten Schritt werden die werkstoffabhängigen Größen durch die konstitutiven Gleichungen, wie sie in diesem Kapitel dargestellt sind, berechnet.

3 Versuche und Ergebnisse

Bisher wurden die theoretischen Grundlagen und einige Möglichkeiten der Modellbildung aufgezeigt. Nun werden im Folgenden ausgewählte experimentelle Methoden vorgestellt, mit denen die Parameter der mathematischen Modelle bestimmt werden können. Weitere Experimente zur dynamischen Werkstoffdatenermittlung sind in [123] aufgeführt. Welcher Versuchstyp bei der Datenermittlung im konkreten Fall benötigt wird, hängt von der mathematischen Form und dem definierten Anwendungsbereich (Verzerrungsratenbereich, Lastbedingungen) des Materialmodells ab.

3.1 Werkstoffauswahl und Herstellung

In diesem Kapitel werden die Vorteile des Einsatzes und die daraus resultierende Auswahl eines kurzfaserverstärkten Kunststoffes in der Automobilindustrie erklärt. Ebenso wird sowohl auf die Herstellung und Eigenschaften des Probenmaterials als auch auf die Fertigung der Proben für die Charakterisierung eingegangen.

Werkstoffauswahl

Als Material wurde der mit Glasfasern verstärkte, schwarze thermoplastische Kunststoff aus dem Gemisch von Polybutylenterephthalat (PBT) und Acrylnitril/Styrol/Acrylester (ASA) der Firma DuPont mit dem Handelsnamen Crastin gewählt. Dieser besteht zu 20 Gewichts-% aus ca. 0.2 mm bis 0.6 mm langen und 5 μm bis 25 μm dicken Glasfasern [8] (vgl. Bild 3–1). Jene verbessern die mechanischen Eigenschaften für den gewünschten Einsatz des Kunststoffes durch die höhere Steifigkeit und Zugfestigkeit (vgl. Tabelle 1–1) erheblich.

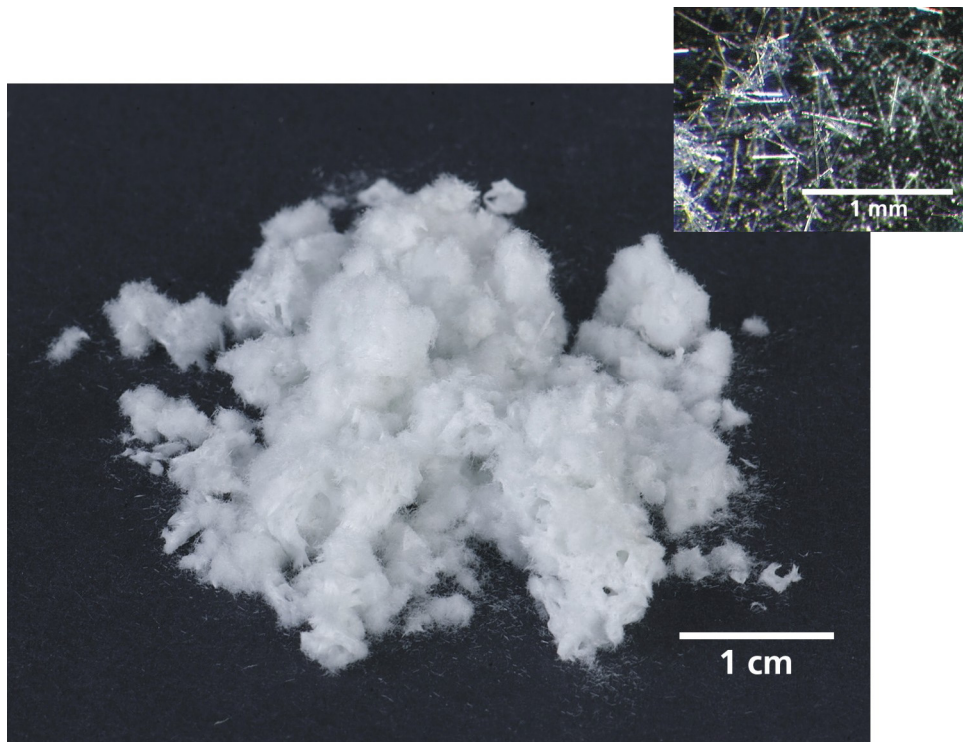


Bild 3-1: Glasfasern des verwendeten Kunststoffes nach einer Veraschung.

Kunststoffe bieten im Allgemeinen die Vorteile, dass sie korrosionsbeständig sind, eine größere Designfreiheit (Kombination unterschiedlicher Funktionen unter Einsparung von Montageschritten) bieten und einen erhöhten Komfort aufweisen. Diese Vorzüge bei gleichzeitig geringerem Gewicht im Vergleich zu Metallen machen das Material interessant für die Anwendung in der Automobilindustrie (z. B. Rückspiegel, Türgriffe, Wischerarme, Gehäuse für Steuerungen, Steckverbindungen, etc. [121]). Die Bauteile werden durch Spritzguss hergestellt, da dieses Verfahren folgende Möglichkeiten bietet (vgl. Bild 3-2):

- Enge Radien
- Durchbrüche
- Reproduzierbarer Prozess
- Hoher Automatisierungsgrad
- Gute Oberflächenqualität
- Hinterschnitt
- Komplexe Geometrie

Bei der Herstellung wird das zähflüssige Material einschließlich der Fasern unter Druck in die zukünftige Form gespritzt. Außerdem erfordern die

fertigen Komponenten nur eine minimale Nachbearbeitung und weisen einen geringen Verzug auf. Durch die Wahl einer geeigneten Geometrie des Bauteils und von passend platzierten Angüssen, besteht die Möglichkeit, dass das Spritzgussteil lokal zusätzlich durch die Ausrichtung der Fasern verstärkt wird. Die genannten Möglichkeiten des Leichtbaus lassen sich nach [106] allgemein folgendermaßen klassifizieren:

- Stoffleichtbau (Substitution eines schwereren Werkstoffs durch einen leichteren)
- Formleichtbau (Optimale Werkstoffausnutzung)
- Bedingungsleichtbau (Anpassung der Struktur an die Anforderungen)

Herstellung und Eigenschaften des Probenmaterials

Für eine zuverlässige Werkstoffcharakterisierung sind genaue definierte Versuchsbedingungen bei den experimentellen Arbeiten wesentlich. Dabei muss ein besonderes Augenmerk sowohl auf die Probenherstellung, die verwendete Probengeometrie, den Versuchsaufbau und die Versuchsdurchführung als auch auf die Messdatenerfassung und -auswertung gelegt werden. Um eine gezielte Ausrichtung der Versuche und der daraus resultierenden Messdaten auf das spätere Einsatzgebiet der Crashsimulation zu gewährleisten und gleichzeitig kostengünstige Experimente durchführen zu können, wurden typische und aussagekräftige Lastfälle für die Charakterisierung ausgewählt. Weil das Herstellungsverfahren für die Proben der Materialcharakterisierung möglichst realitätsnah sein sollte, wurden Platten durch das Spritzgussverfahren mit verschiedenen Dicken (2, 3, 4 und 6 mm) mit den Abmessungen von ca. 160 x 140 mm bei einer Firma für technische Spritzgussteile hergestellt. Das Granulat für die Herstellung stammte aus einer einzigen Charge und der Herstellungsprozess (Trocknung des Granulates, Temperaturen in der Schnecke, Drücke) entsprachen den Vorgaben des Herstellers. Das Abspritzen der Platte erfolgte an einem Filmanguss an der Probenstirnseite (vgl. Bild 3–3).

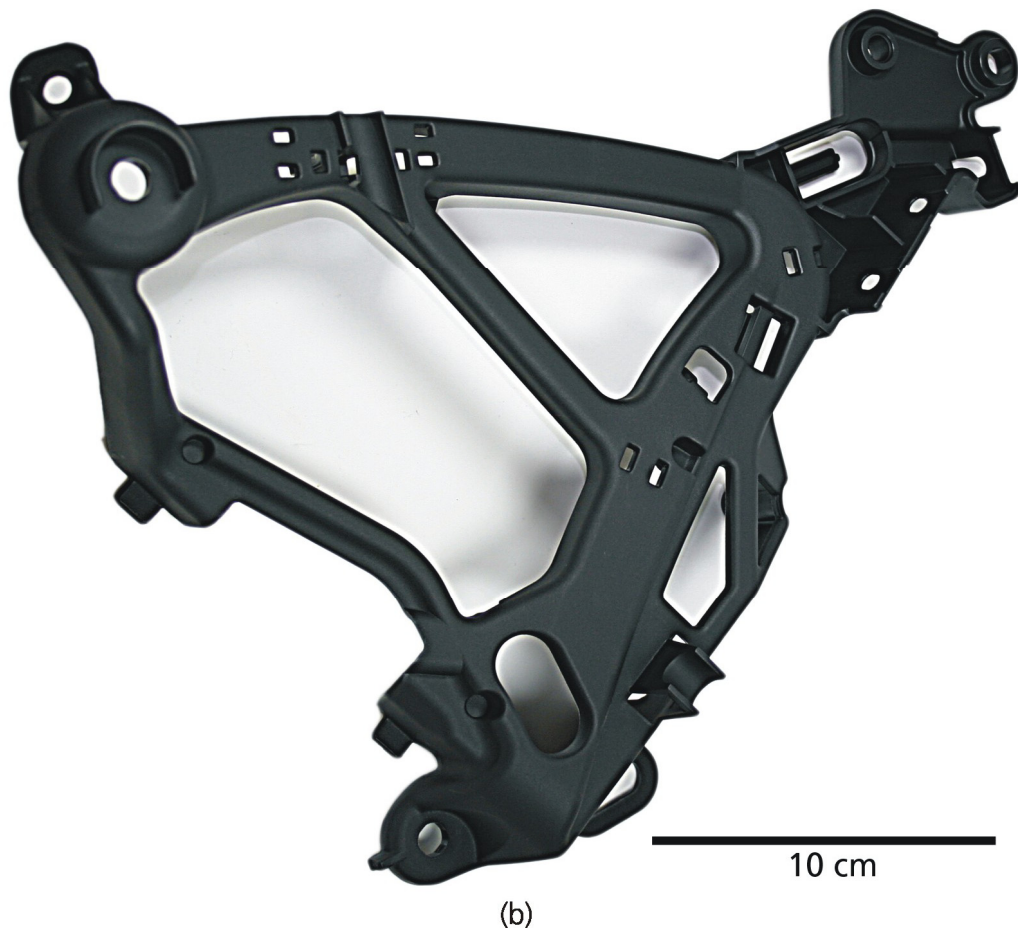
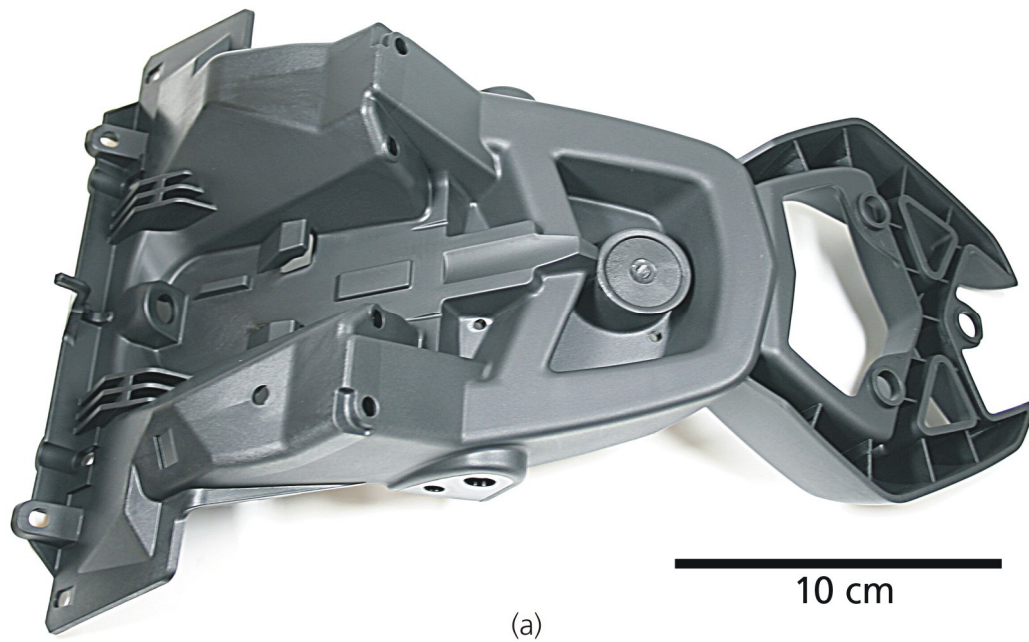


Bild 3–2: Komplexe, spritzgegossene Bauteile mit engen Radien und Durchbrüchen: (a) Kennzeichenträger; (b) Frontrträger [135].

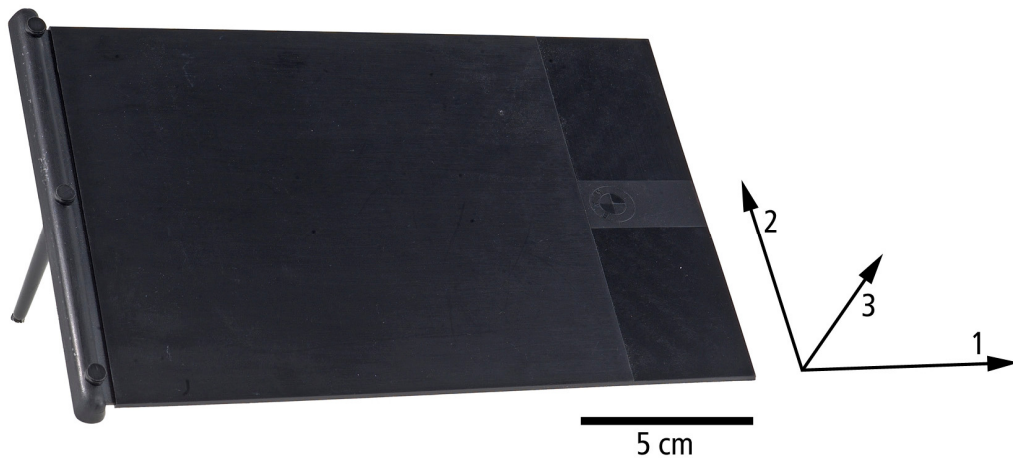


Bild 3–3: Geometrie der spritzgegossenen Platten, die als Ausgangsmaterial für die Herstellung der Proben verwendet wurden mit Angabe des Bezugskordinatensystems.

Die Abspritzrichtung der Platte entspricht der 1-Richtung. Die Querrichtung wird mit der 2-Richtung und die Dickenrichtung mit der 3-Richtung eines kartesischen Koordinatensystems bezeichnet. Weitere Nomenklaturen für die Orientierungsangaben sind in Tabelle 3–1 zu finden.

Tabelle 3–1: Äquivalente Begriffe für die Orientierungsangaben von Proben.

0°-Richtung	Abspritzrichtung	1-Richtung
90°-Richtung	Quer zur Abspritzrichtung	2-Richtung
Dickenrichtung	-	3-Richtung

Bei der Probenherstellung ist darauf zu achten, ein repräsentatives Volumenelement des Materials zu untersuchen. Bei inhomogenen Werkstoffen besteht die Gefahr, bei einer zu kleinen Probenabmessung lokale Eigenschaften des Kontinuums zu erfassen, die auf ein allgemeingültiges, kontinuumsmechanisches Materialmodell nicht übertragbar sind. Demzufolge haben die Proben eine möglichst große (relativ zu den lokalen Inhomogenitäten), aber dennoch sinnvolle Abmessung. Bei der Probenentnahme war zusätzlich stets zu berücksichtigen, dass das Material eine nahezu plane Ausrichtung aufweist, um einen nachvollziehbaren Spannungszustand zu erzielen.

Alle Proben für die Versuche wurden in Anlehnung an [96] aus den in Bild 3–3 dargestellten spritzgegossenen Platten durch spanende Verarbeitung hergestellt. Dabei musste auf die regelmäßige Auswechslung des Schneidwerkzeuges geachtet werden. Dieses kann durch die extrem harten

Fasern auf das Äußerste beansprucht werden. In Vorversuchen wurde daher auch eine andere Herstellungsart, das Wasserstrahlschneiden, untersucht. Dabei wurde besonders bei dickeren Proben festgestellt, dass die Schnittkanten der Probe bei diesem Herstellungsverfahren rauer waren als bei dem spanenden Verfahren (vgl. Bild 3–4).

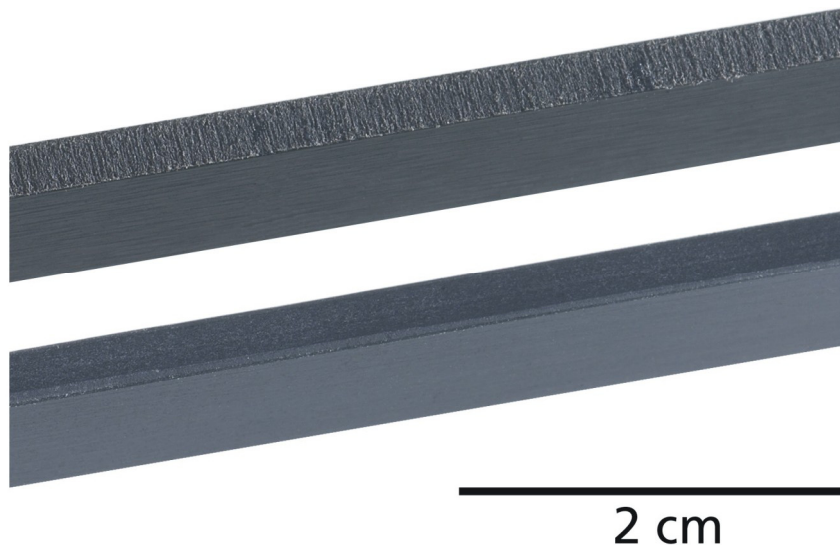


Bild 3–4: Vergleich der Schnittkante einer Zugprobe durch Wasserstrahlschneiden (oben) und spanendes Herstellungsverfahren (unten).

Falls der Wasserstrahl auf eine Glasfaser trifft, wird er abgelenkt und durchtrennt das Material nicht. Die höhere Rauheit der Schnittkanten kann das Material durch die Kerbwirkung vorschädigen.

Wegen der Faserverteilung und der daraus resultierenden Richtungsabhängigkeit der Werkstoffkennwerte ist eine direkte Herstellung der Proben (z. B. Abspritzen einer Zugprobengeometrie) nicht möglich. Es würden sich dabei alle Fasern in Abspritzrichtung ausrichten und somit könnte keine Richtungsabhängigkeit bei den Zugexperimenten festgestellt werden.

Faserverteilung

Durch den Filmanguss wurden die Glasfasern des kurzfaserverstärkten Kunststoffes gleichmäßig über die Breite der Platte verteilt [54]. Die Verteilung der Fasern konnte durch ein geeignetes Simulationsprogramm für

die Herstellung von Spritzgussteilen [20] beispielhaft an einer Simulation des Spritzvorganges bei der Herstellung einer 3 mm dicken Platte nachvollzogen werden [131]. In Bild 3–5a ist die Faserverteilung in der Mitte des Plattenquerschnittes und in Bild 3–5b die Faserverteilung am oberen und unteren Rand des Querschnittes zu erkennen.

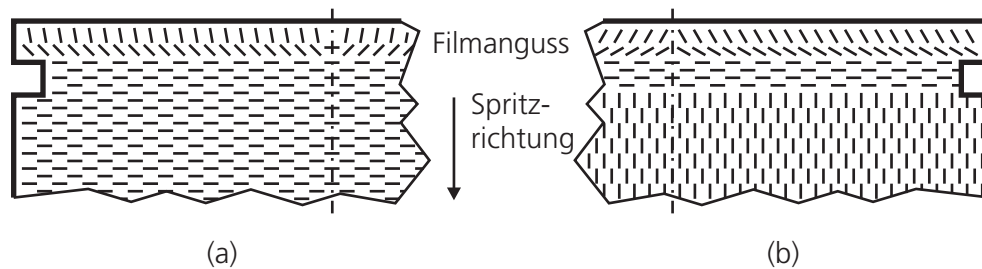


Bild 3–5: Simulation der Faserverteilung an einer 3 mm dicken Platte mit Filmanguss: (a) Faserverteilung in der Mitte des Querschnittes; (b) Faserverteilung am oberen und unteren Rand der Platte.

Der Unterschied in der Verteilung der Fasern über den Querschnitt der Platte ist durch die Rheologie bedingt. Die Verteilung wurde für ein langfaserverstärktes Polypropylen in [107] und etwas allgemeiner für faserverstärkte Formmassen in [130] untersucht. Daher ergibt sich die allgemeine Verteilung der Fasern entsprechend dem in Bild 3–6 gezeigten Geschwindigkeitsprofil mit der 1-Richtung als Abspritzrichtung. An der Fließfront orientieren sich die Fasern von der Querrichtung (in der Mitte der Probe) zur Längsrichtung (am Rand der Probe).

Bei einem Filmanguss bildet sich zwar eine gleichmäßige Verteilung der Fasern über die Breite, aber nicht über die Dicke der Platte aus. Der unterschiedliche Gradient der Geschwindigkeit über die Probendicke wurde schon detaillierter erforscht. Wölfel [130] untersucht die Verarbeitung von faserverstärkten Formmassen im Spritzgießprozess. Dabei wurde festgestellt, dass sich bei einer spritzgegossenen Platte (Abspritzrichtung: 1-Richtung) mit konstanter Dicke und Filmanguss die in Bild 3–7 rechts gezeigte Faserverteilung über die Probendicke ergibt.

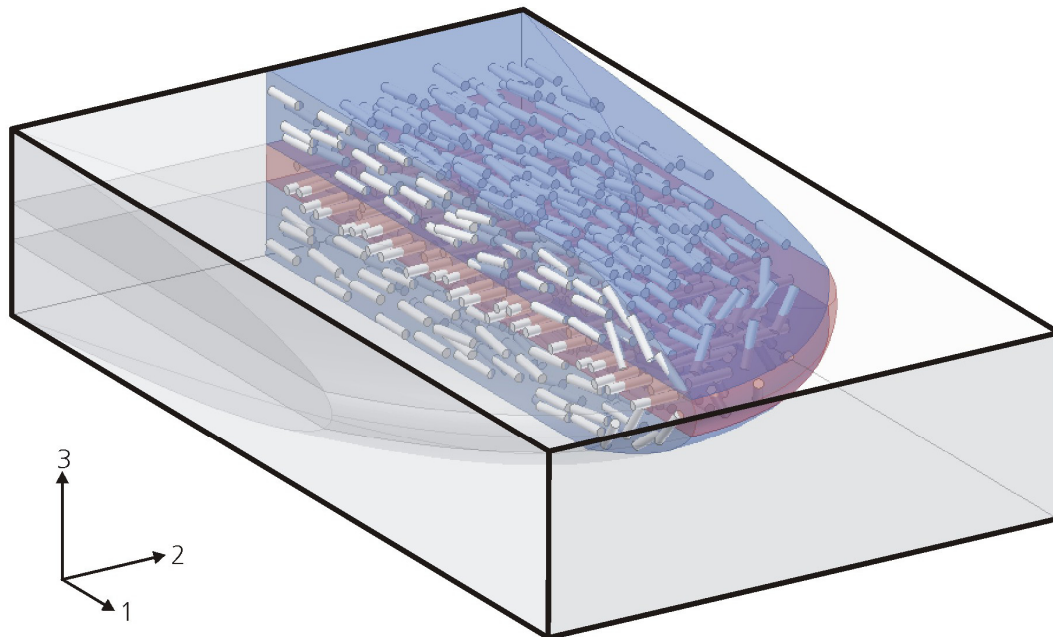


Bild 3–6: Allgemeines Geschwindigkeitsprofil in einer Platte aus kurzfaserverstärkten Kunststoff beim Abspritzvorgang in die 1-Richtung ohne Filmanguss.

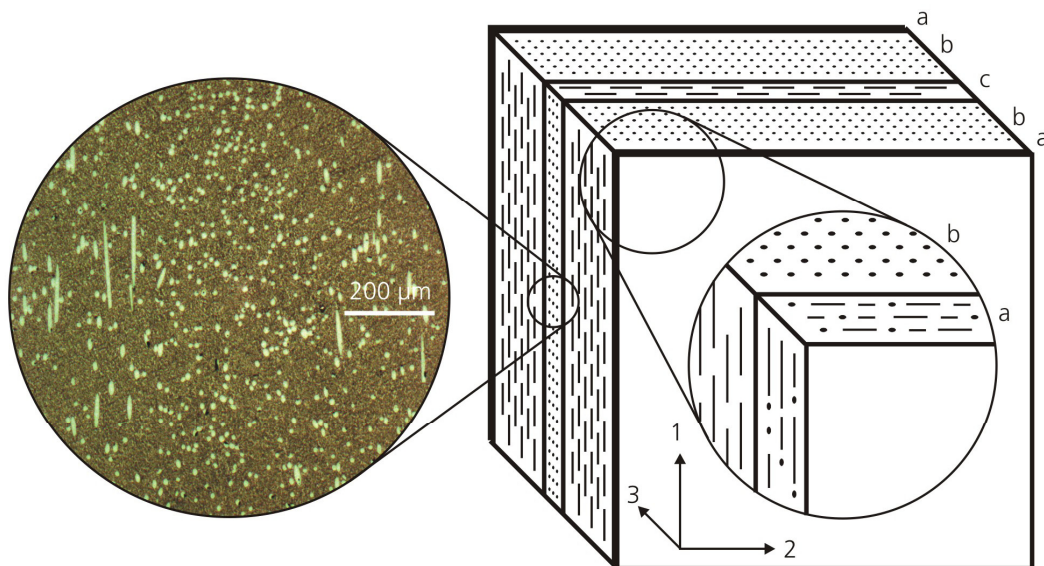


Bild 3–7: Links: Schliffbild mit Fasern und Polymermatrix aus dem mittleren Bereich über die Probendicke; Rechts: Faserorientierung in plattenförmigen Bauteilen mit konstanter Dicke und Filmanguss (Spritzrichtung: 1-Richtung): (a) Wandhaftungszone (ca. 5 %); (b) Scherzone (ca. 40 %); (c) Querorientierte Mittelschicht (ca. 15%) [130].

Bei Thermoplasten sind in der Wandhaftungszone (Schicht a) die Fasern regellos orientiert. Dagegen sind die Fasern in der Scherzone (Schicht b) parallel und in Schicht c quer zur Abspritzrichtung ausgerichtet. Wird diese theoretische Zonenbildung mit einem Ausschnitt eines Schliffbilds aus dem mittleren Bereich der Probendicke einer 3 mm dicken Probenplatte überprüft, so ist eine sehr gute Übereinstimmung der prozentualen Dickenverteilung der Scherzone und der querorientierten Mittelschicht zu erkennen (vgl. Bild 3–7 links). Es zeigt sich, dass in der Mittelschicht eine sehr viel größere Faserdichte vorhanden ist als in den Scherzonen. In der Mittelschicht stehen die Fasern senkrecht zur Schliffoberfläche und haben somit einen kreisrunden Querschnitt. Dagegen sind die Fasern in der Scherzone im Schliffbild nur sichtbar, wenn diese zur Schlifffläche geneigt sind (elliptische Form) und beim Schleifen angeschnitten werden. Des Weiteren kann die reale Verteilung der Fasern über die Probendicke auch an Bruchbildern von quasistatischen Zugversuchen (vgl. Kapitel 3.6) in die 1-Richtung (Abspritzrichtung) überprüft werden. Es ist eine sehr gute Übereinstimmung der prozentualen Dickenverteilung der Scherzone und der querorientierten Mittelschicht zu erkennen (vgl. Bild 3–8).

Werden faserverstärkte Bauteile untersucht, so wird eine Abhängigkeit der mechanischen Kenngrößen durch die unterschiedliche Faserverteilung im Bauteil von der Position und der Orientierung der Probe ersichtlich [3]. Wie in Bild 3–5 dargestellt, ergibt sich durch den Filmanguss der Spritzplatten eine gleichmäßige Verteilung der Fasern über die Breite der Platte. Dies konnte auch durch Zugversuche (vgl. Kapitel 3.6), deren Proben aus einer Platte gefertigt wurden, die quer über die gesamte Breite der Platte verteilt waren, nachgewiesen werden (vgl. Bild 3–9). Zusätzlich ist die Bedeutung des Fehlerbalkens ersichtlich. Die letzten Messwerte der Spannungs-Dehnungskurven der Versuche befinden sich beim Versagenspunkt der Mittelwertskurve innerhalb des markierten Bereichs. Die Nummerierung der Versuche ergab sich aus den Nummern der Zugproben.

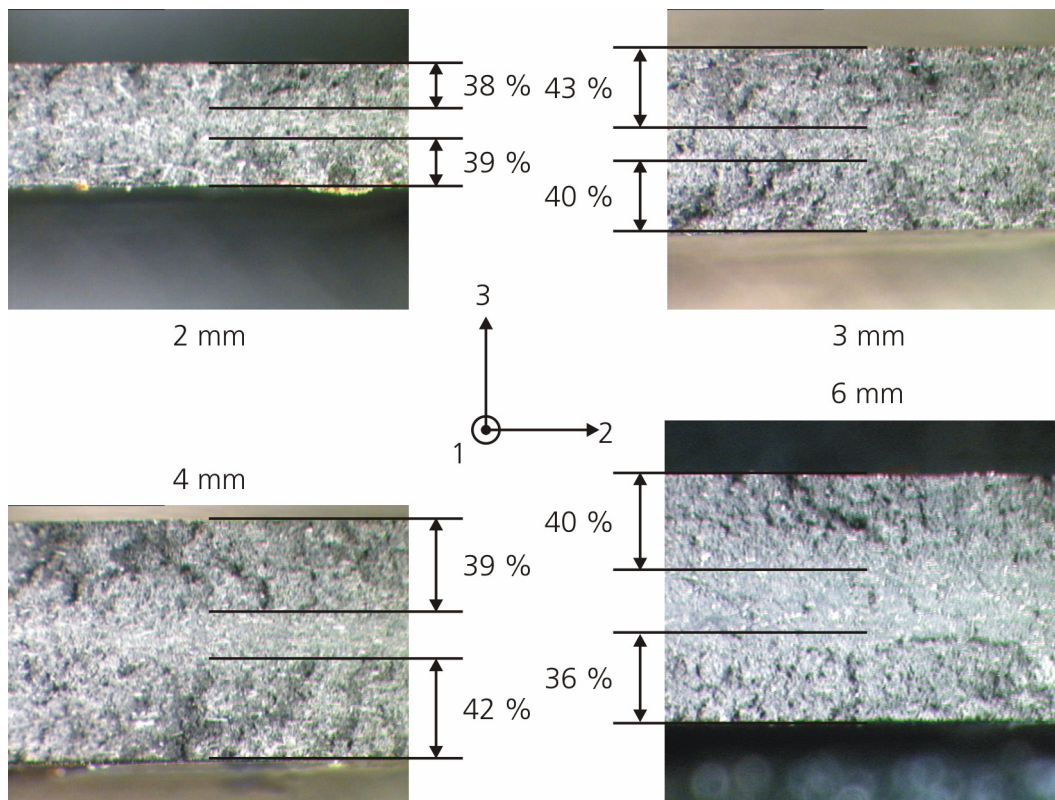


Bild 3–8: Schnittbilder der versagten Proben nach einem quasistatischen Zugversuch in die 1-Richtung mit Angabe der Probendicke und prozentuale Faserverteilung in der Scherzone.

Bisher wurden die Auswirkungen des Herstellungsprozesses auf die mechanischen Kennwerte nur an einfachen, ebenen Proben mit einem Anguss gezeigt. Komplexere Bauteile weisen dagegen unter Umständen eine aufwendigere Geometrie und mehrere Angüsse auf. So muss geklärt werden, wie sich die dynamischen Kennwerte einer solchen Komponente allgemein bzw. an einer Bindenahtstelle verhalten. Eine Bindenaht tritt auf, wenn der Kunststoff von mehreren Angüssen an einer Stelle innerhalb des Bauteils zusammenfließt (vgl. Bild 3–10).

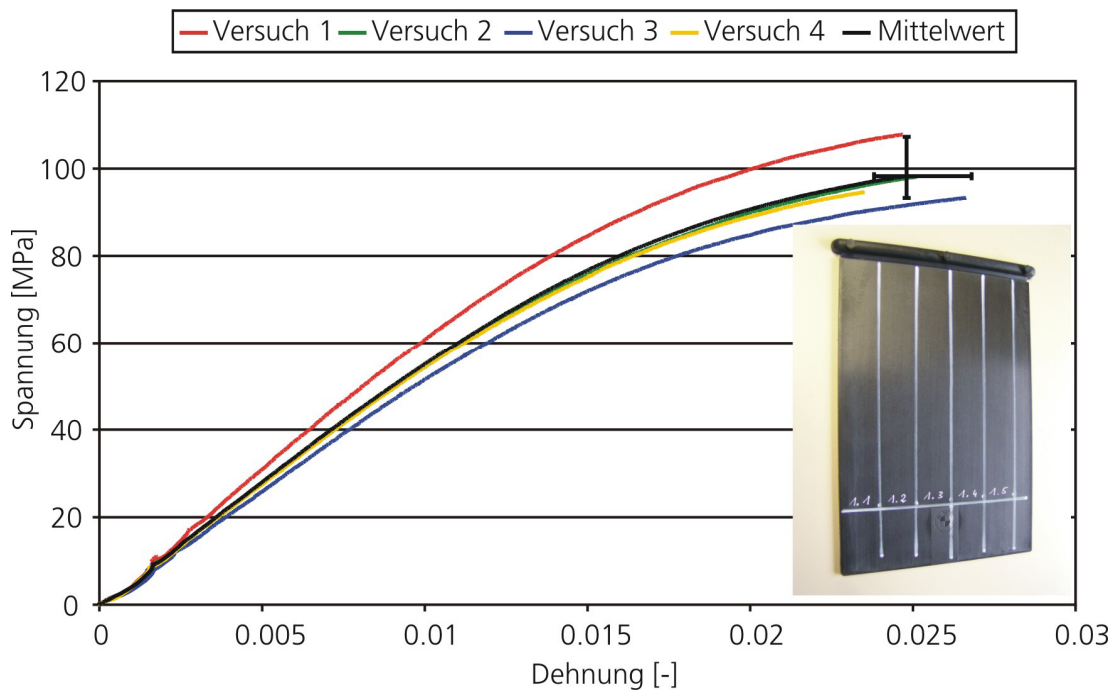


Bild 3–9: Spannungs-Dehnungskurven von vier quasistatischen Zugversuchen (vgl. Kapitel 3.6) in die 1-Richtung aus einer Platte mit der Probendicke von 3 mm.

Dazu wurden an zwei Stellen der Komponente Zugproben (vgl. Kapitel 3.6) mit der Dicke von 3 mm bzw. 2.9 mm entnommen. An einer Stelle weist das Bauteil eine unidirektionale Faserausrichtung in die Belastungsrichtung auf (vgl. Zugproben in die 1-Richtung, ohne Zusammenfließnaht). An der anderen Stelle wurde durch die Füllsimulation vorhergesagt, dass eine Fließnaht vorliegt. Die ermittelten Spannungs-Dehnungskurven wurden mit denen des quasistatischen Zugversuches aus der Plattengeometrie (vgl. Kapitel 3.6) mit einer Probendicke von 3 mm in die 1-Richtung verglichen (vgl. Bild 3–11).

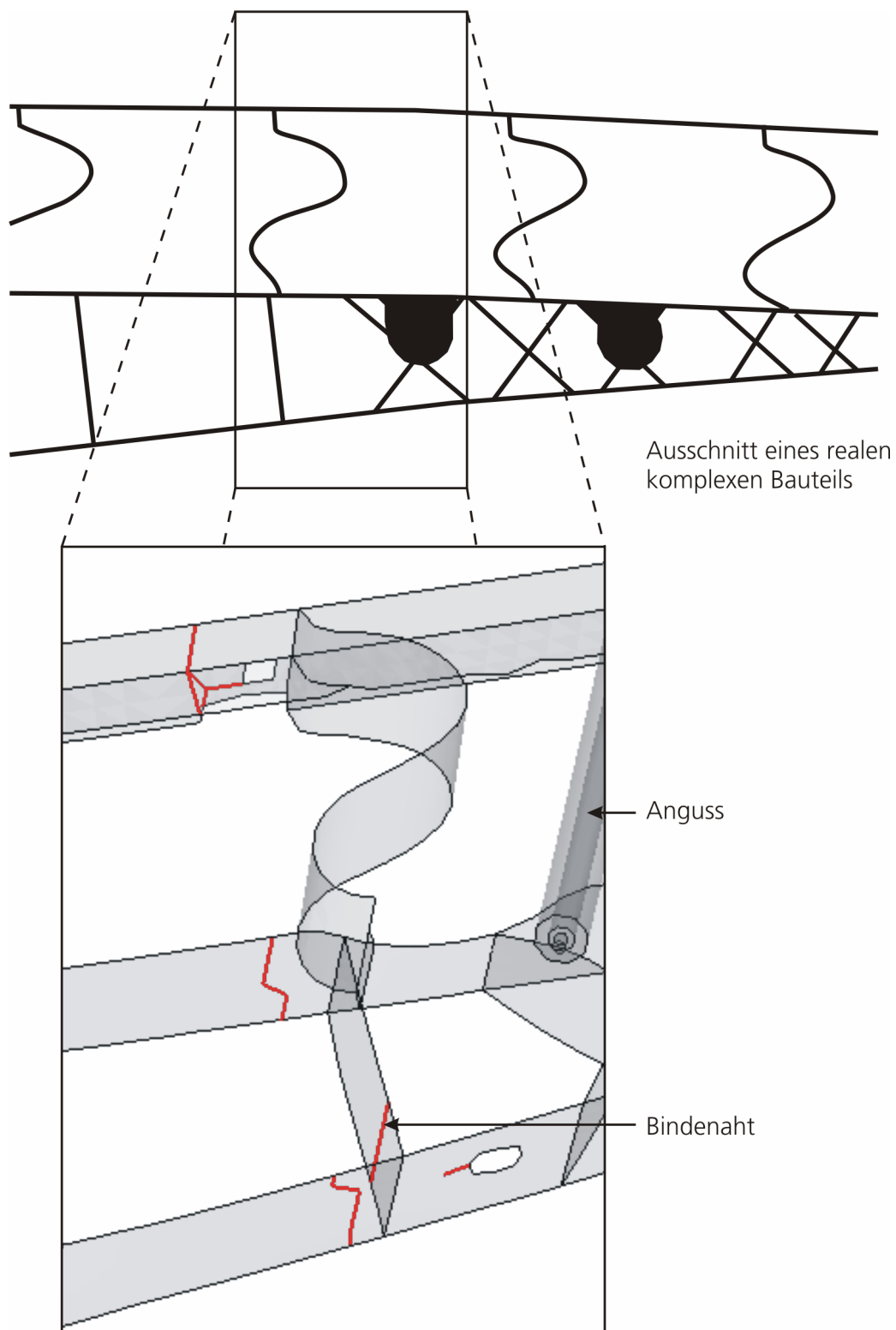


Bild 3–10: Simulation eines Füllprozesses eines komplexeren Bauteils mit Bindenaht und Anguss.

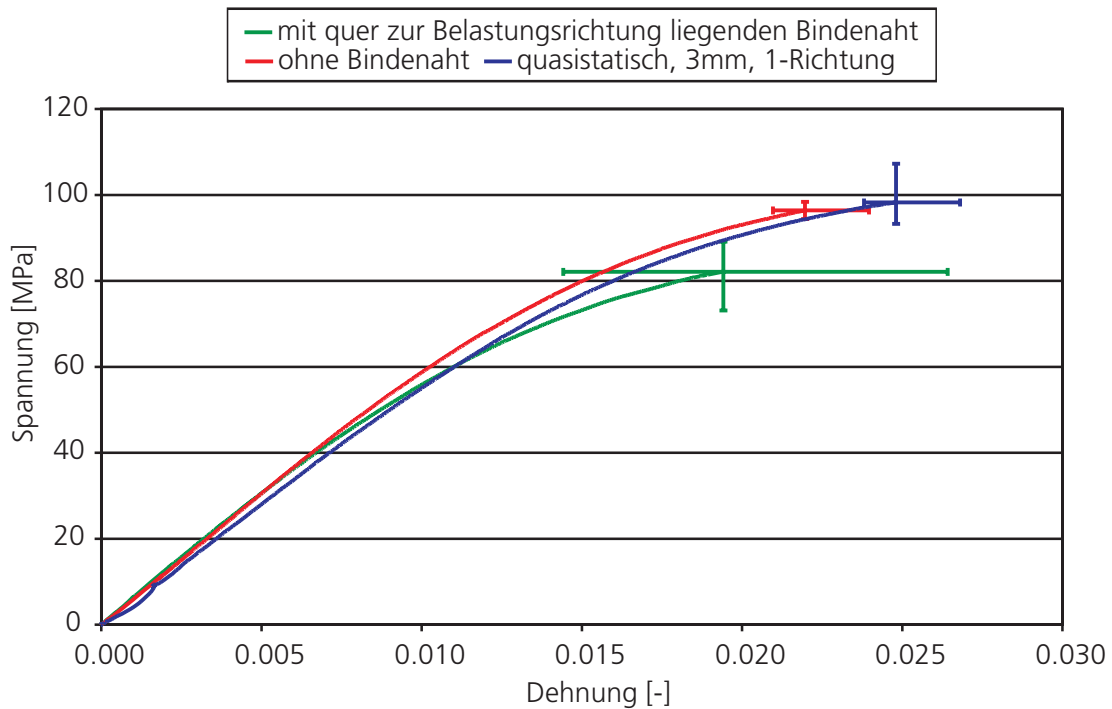


Bild 3–11: Quasistatische Spannungs-Dehnungskurven von einer Stelle mit unidirektionaler Faserausrichtung (ohne Bindenaht) und mit Bindenaht. Im Vergleich die Materialeigenschaften von einem quasistatischen Zugversuch (vgl. Kapitel 3.6) in die 1-Richtung (Abspritzrichtung) einer 3 mm dicken Probe.

Die Proben des verrippten Bauteils weisen teilweise eine größere Streuung der Bruchdehnung im Zugversuch auf, die allgemein geringer ist. Dies kann z. B. durch den sehr viel komplexeren Herstellungsprozess mit mehreren Angüssen und dem schnelleren Werkzeugverschleiß erklärt werden. Die Spannungswerte dagegen liegen bei den Proben ohne Bindenaht im Bereich der Messergebnisse des 3 mm dicken, quasistatischen Zugversuches in die 1-Richtung (Abspritzrichtung). Die gemessenen Spannungswerte und Versagensdehnungen der Proben mit Bindenaht liegen unter einer Zugbelastung etwas darunter. Zweitere weisen eine enorme Streubreite auf.

3.2 Umfang der dynamischen Untersuchungen

Wie in Kapitel 2.3.2 bei den Werkstoffmodellen erläutert wurde, sind für eine aussagekräftige Charakterisierung eines Materials verschiedene Lastfälle bei unterschiedlichen Verzerrungsraten zu berücksichtigen. Nur so ist

es möglich, die konstitutiven Gleichungen zu ermitteln, die die gemessenen Kennwerte am besten abbilden. Daher wird in dieser Arbeit das dynamische Materialverhalten unter einer Druck-, Schub- und Zugbelastung untersucht. Des Weiteren wird ein besonderes Augenmerk sowohl auf die Verfügbarkeit als auch auf die speziellen Eigenschaften des Probenmaterials gerichtet. Daher wurden vor allem Versuche mit ebenen Spannungszuständen bei verschiedenen Verzerrungsraten unter Berücksichtigung der Elastizität, Plastizität und der Faserorientierung durchgeführt. Zusammenfassend ergibt sich folgendes Anforderungsprofil an die Experimente:

- Ebener, möglichst uniaxialer Spannungszustand unter Druck-, Schub- und Zugbeanspruchung bis zum Versagen
- Verzerrungsratenbereich von quasistatisch bis etwa 500 1/s
- Charakterisierung von Elastizität, Plastizität und Versagen unter Berücksichtigung der Richtungsabhängigkeit

In Tabelle 3–2 bis Tabelle 3–4 sind die durchgeführten Experimente (wenn nicht anders angegeben: je Versuch vier Wiederholungen) für die verzerrungsratenabhängige Bestimmung der mechanischen Kennwerte dargestellt.

Tabelle 3–2: Umfang der Druckexperimente mit Angabe der Probendicke und der Richtung der Probenentnahme nach Bild 3–3.

Stauchungsrate	1-Richtung (0°)	2-Richtung (90°)	3-Richtung (Dickenrichtung)
0.01 1/s Quasistatisch	5.0 mm	5.0 mm	5.0 mm

In Tabelle 3–2 sind die durchgeführten Experimente für die Bestimmung der mechanischen Kennwerte bei den quasistatischen Druckversuchen unter der Angabe der Probendicke aufgeführt.

Tabelle 3–3: Umfang der Schubexperimente mit Angabe der Probendicke und der Richtung der Probenentnahme nach Bild 3–3.

Scherungsrate	-45°- Richtung	1-Richtung (0°)	+45°- Richtung	2-Richtung (90°)
0.01 1/s Quasistatisch	3.0 mm	3.0 mm	3.0 mm	3.0 mm*
1.0 1/s Dynamisch	-	3.0 mm	-	-

Der Umfang der durchgeführten Schubversuche ist in Tabelle 3–3 angegeben. Dabei bezeichnet die -45°-Richtung, dass die Belastung entlang der Winkelhalbierenden zwischen der positiven 2-Richtung und negativen 1-Richtung in Bild 3–3 erfolgt. Bei der 0°-Richtung wird die Belastung im Schubspannungsfall in der 1-Richtung, bei der 90°-Richtung in der 2-Richtung aufgebracht. Die Belastung bei +45°-Richtung erfolgt entlang der Winkelhalbierenden zwischen der positiven 1- und 2-Richtung der Probenplatte.

Tabelle 3–4: Umfang der Zugexperimente mit Angabe der Probendicke und der Richtung der Probenentnahme nach Bild 3–3.

Dehnrates	1-Richtung (0°)	+45°- Richtung	2-Richtung (90°)
0.001 1/s Quasistatisch a	3.0 mm [†]	-	-
0.01 1/s Quasistatisch b	2.0, 3.0, 4.0, 6.0 mm	3.0 mm	3.0 mm
1.0 1/s Dynamisch	3.0 mm	-	-
100 1/s Hochdynamisch	3.0 mm	-	-

In Tabelle 3–4 sind die durchgeführten quasistatischen und dynamischen Experimente für die Bestimmung der Kennwerte unter Zugbelastung aufgeführt. Bei den quasistatischen Versuchen wird zusätzlich zwischen zwei Dehnrates unterschieden (quasistatisch a: 0.001 1/s und quasistatisch b:

* Bei diesem Versuch wurden nur drei Wiederholungen durchgeführt.

† Bei diesem Versuch wurden nur zwei Wiederholungen durchgeführt.

0.01 1/s). Die Belastung bei +45°-Richtung erfolgt entlang der Winkelhalbierenden zwischen der positiven 1- und 2-Richtung.

Die in diesem Kapitel abgebildeten Kurven repräsentieren das arithmetische Mittel aus den durchgeführten Versuchen mit Angabe der Streuung als Fehlerindikator. Auf eine Glättung oder Filterung wurde mit Rücksicht auf eine korrekte Darstellung der physikalischen Eigenschaften (wenn nicht anders angegeben) verzichtet. Die Proben wurden grundsätzlich nicht speziell gealtert oder konditioniert. Sie wurden bei Normklima (23°C und 50 % Luftfeuchtigkeit) [89] über längere Zeit gelagert und bei diesen Bedingungen auch untersucht.

3.3 Definition der Auswertegrößen

In diesem Abschnitt soll auf die Definitionen der Auswertegrößen der durchgeführten Experimente eingegangen werden. Die Versuche sind die Grundlage für die Charakterisierung des kurzfaserverstärkten Kunststoffes. Zur Verdeutlichung der angesprochenen Größen ist in Bild 3–12 eine schematische Darstellung der verwendeten Probengeometrien und der wirkenden Belastung mit den daraus ermittelten Messgrößen abgebildet.

Verzerrung

Im Zugversuch errechnet sich die effektive Dehnung aus

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl^*}{l^*} = \ln \frac{l}{l_0}. \quad (3-1)$$

Wird in Definition (3-1) l^* im Nenner des Integrals als konstante Ausgangslänge l_0 eingesetzt, ergibt sich:

$$\varepsilon^{\text{technisch}} = \frac{1}{l_0} \int_{l_0}^l dl^* = \frac{l - l_0}{l_0} = \frac{\Delta l}{l_0} \quad (3-2)$$

Gleichung (3-2) wird als so genannte technische Dehnung im Zugversuch nach der Norm DIN EN ISO 527-1 [92] bezeichnet. Für kleine Verzerrungen stimmen die Werte von den Gleichungen (3-1) und (3-2) überein. Des Weiteren soll nur die effektive oder logarithmische Verzerrung in der Definition (3-1) verwendet werden.

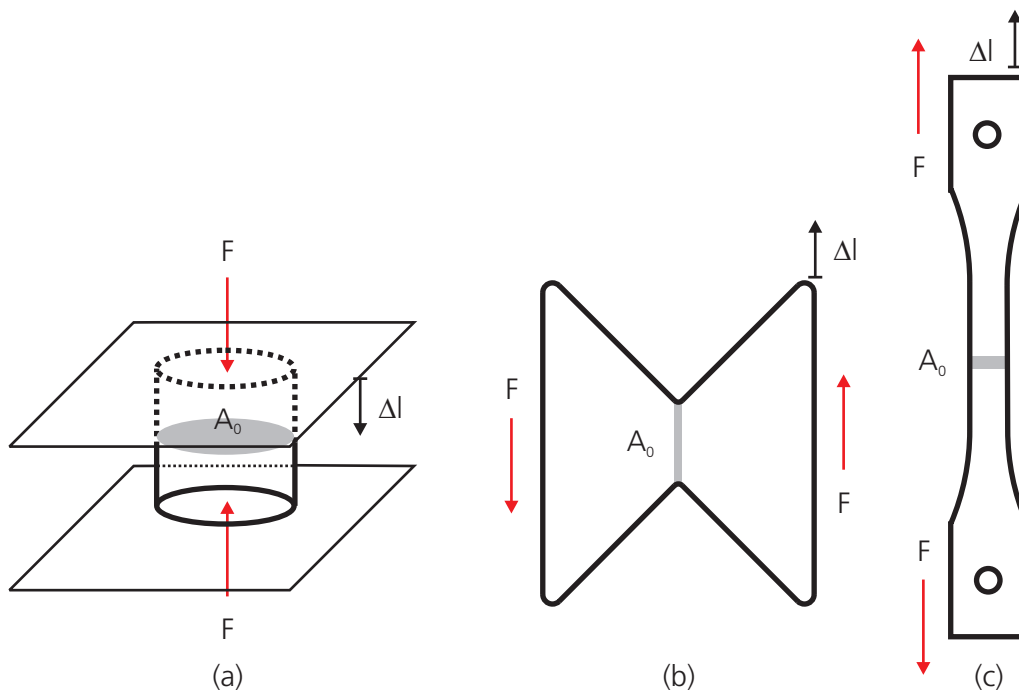


Bild 3-12: Schematische Darstellung der verwendeten Auswertegrößen: (a) Druckversuch; (b) Schubversuch; (c) Zugversuch.

Spannung

Für die Berechnung der wahren Spannung wird die Kraft F auf den aktuellen Flächenquerschnitt A der Probe bezogen. Der aktuelle Querschnitt der Probe wird anhand des Ausgangsquerschnittes A_0 und einer exponentiellen Abhängigkeit von der Verzerrung ermittelt. Die wahre Spannung σ errechnet sich zu:

$$\sigma = \frac{F}{A} = \frac{F}{A_0 \exp(-\varepsilon)} \quad (3-3)$$

Die exponentielle Abhängigkeit der Fläche ergibt sich aus der Annahme der Volumenkonstanz des Materials und der logarithmischen Dehnung im Zugversuch.

$$\frac{V}{V_0} = \frac{Al}{A_0 l_0} = \frac{A_0 \exp(-\varepsilon) l}{A_0 l_0} = \frac{\exp\left(-\ln \frac{l}{l_0}\right) l}{l_0} = \frac{l_0}{l} = 1 \quad (3-4)$$

Wird die Kraft auf den Anfangsquerschnitt A_0 bezogen, wird nach der Norm DIN EN ISO 527-1 [92] die technische Spannung erhalten.

$$\sigma^{\text{technisch}} = \frac{F}{A_0} \quad (3-5)$$

Analog zur Berechnung der Verzerrung ergibt sich für kleine Verformungen die identische Spannung in den Definitionen (3-3) und (3-5). Des Weiteren soll nur von der wahren Spannung (3-3) ausgegangen werden.

Elastizitätsmodul

Mit dem Elastizitätsmodul wird die Steifigkeit des elastischen Verhaltens im Zug- bzw. Drucklastfall des Kontinuums beschrieben. Nach der Norm DIN EN ISO 527-1 [92] wird der Elastizitätsmodul anhand des Quotienten aus der Dehnungsdifferenz von $\varepsilon_1 = 0.0005$ und $\varepsilon_2 = 0.0025$ und aus dem Spannungsunterschied $\sigma_2 - \sigma_1$ bei den entsprechenden Dehnungen im Zugversuch gebildet. Da aber Polymere ein viskoelastisches Verhalten aufweisen können und die Charakterisierung rechnergestützt durchgeführt wurde, wurde bei den quasistatischen Versuchen ein Regressionsverfahren eingesetzt. Dazu wird vom Ursprung bis zu einem gewissen Punkt (Ende der Elastizität) der Verzerrung eine Kurvenschar der Spannungs-Verzerrungsbeziehung gebildet, die aus (blauen) Geraden besteht, die zwischen jedem Messpunkt, jeden zweiten Messpunkt, jeden dritten Messpunkt, usw. gezogen werden (vgl. Bild 3–13). Bei dem in dieser Arbeit untersuchten Material wurde im Zugversuch ein elastisches Verhalten bis zu einer Dehnung von ca. 1% angenommen (vgl. Bild 3–33).

Mit dem (roten) Abstand d zwischen der (blauen) Geraden und der gemessenen Kurve wird das Fehlerquadrat

$$R = \sum_{i=1}^n d_i^2 \quad (3-6)$$

berechnet. Als Elastizitätsmodul wird die Steigung der Geraden mit dem kleinsten Fehlerquadrat R bestimmt.

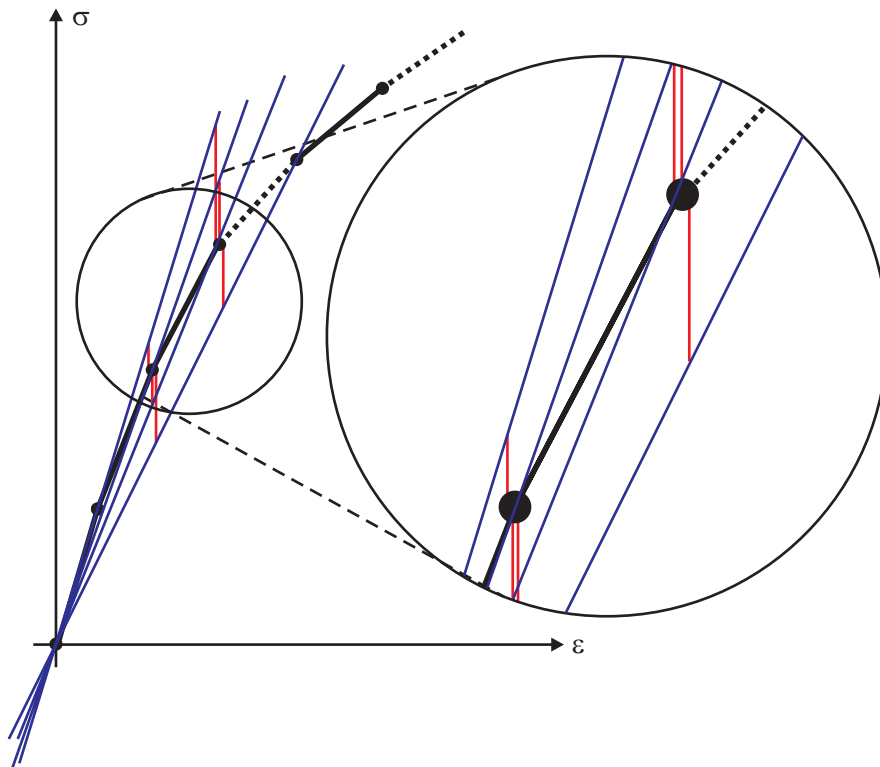


Bild 3–13: Bestimmung des Elastizitätsmoduls mit Hilfe des gleitenden Durchschnittes.

Schubmodul

Im Schubspannungsfall wird die Steifigkeit im elastischen Bereich mit dem Schubmodul bezeichnet. Analog zu dem Vorgehen bei einem Zugversuch wird der Schubmodul nach Gleichung (3-6) anhand des kleinsten Fehlerquadrates berechnet.

Streckgrenze

Als Streckgrenze wird der Punkt im Spannungs-Dehnungsdiagramm des Zugversuches bezeichnet, an dem Fließen ohne weiteren Anstieg der Spannung einsetzt. Derartiges Materialverhalten zeigen vor allem Stahlliegierungen. Bei diesen kann es auch zur Ausbildung einer oberen und unteren Streckgrenze kommen, wenn die Spannung nach Beginn des Fließens wieder abfällt [126]. Bei Kunststoffen wird mit der Streckgrenze der Fließbeginn des Materials bezeichnet und deshalb auch oft als Fließgrenze tituliert.

Anisotropiekoeffizienten

Die in Kapitel 2.3.2 bei dem Materialmodell von Hill erwähnten Anisotropiekoeffizienten zur Anpassung der Fließfläche an den richtungsabhängigen Fließbeginn werden in dieser Arbeit an der Fließgrenze anhand des Quotienten aus den Fließspannungen in der untersuchten Richtung σ_{ij} und der Referenzrichtung σ_0 bei den quasistatischen Versuchen errechnet.

$$R_{ij} = \frac{\sigma_{ij}}{\sigma_0} \quad (3-7)$$

Durch die Gleichungen (2-70) bis (2-75) können mit den Werten R_{ij} die Koeffizienten F, G, H, L, M und N der Fließfläche berechnet werden.

Verfestigung

Die Verfestigung eines Materials kann abhängig von der plastischen Verzerrung und der Verzerrungsrate sein. Für die Berechnung der äquivalenten plastischen Verzerrung wird bei von Mises die Gleichung (2-56) verwendet. Bei dem anisotropen Materialmodell Hill wird diese mit

$$\bar{\epsilon}^{pl} = \frac{\sigma_{ij} \epsilon_{ij}^{pl}}{\sigma_0} \quad (3-8)$$

berechnet. Dabei ist in Gleichung (3-8) σ_0 die aktuelle Referenzspannung. Für einen uniaxialen Spannungszustand lässt sich die Gleichung (3-8) auf die Gleichung (2-56) zurückführen. Im Weiteren wird für die Berechnung der äquivalenten plastischen Verzerrung die Form nach Hill (3-8) verwendet.

Neben der plastischen Vergleichsverzerrung ist für die Beschreibung der Verfestigung auch die plastische Verzerrungsrate entscheidend. Diese ist der Quotient des plastischen Vergleichsverzerrungsincrementes und des aktuellen Zeitschrittes.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{\epsilon}^{pl}}{\Delta t} \quad (3-9)$$

3.4 Druckversuche

Im folgenden Kapitel wird zuerst die Auswahl des Versuchsaufbaus begründet und dann auf die durchgeführten Druckversuche und die daraus resultierenden Ergebnisse eingegangen. Der Aufbau besteht aus zwei Kameras für die optische Auswertung der Verzerrungen in unterschiedlichen Richtungen und zwei Druckwerkzeugen. An den Werkzeugen kann zusätzlich noch ein Längsextensometer befestigt werden. Im Anschluss daran werden die elastischen und plastischen mechanischen Eigenschaften des Kunststoffes bis zum Versagen in die drei Raumrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems gezeigt.

Aufbau

Druckversuche an ebenen Bauteilen mit einer dünnen Plattengeometrie kommen den realen Verhältnissen in der Crashesimulation sehr nahe. In numerischen Voruntersuchungen wurden deshalb Experimente über diesen Versuchsaufbau durchgeführt. In der amerikanischen Norm ASTM D 3410-87 [82] für unidirektionale oder gekreuzte Faserverbundwerkstoffe wird eine vertikale Ausrichtung der dünnen Platte vorgeschlagen. Eine ähnliche Anordnung schlägt die Norm ASTM D 695 M - 89 [85] vor. Allerdings hat die Simulation gezeigt, dass diese Art des Aufbaus zu einem Ausknicken bzw. Beulen des Kunststoffes führen kann. Eine horizontale Ausrichtung der Platte und Druckbelastung auf der Ober- und Unterseite ergab in der Simulation einen sehr großen Einfluss des Reibungskoeffizienten der Kontaktfläche zwischen dem Druckstempel und der Plattenoberseite bzw. -unterseite auf die Messung. Diese Tatsache erklärt sich dadurch, dass die Platte mit der gesamten Fläche der Oberseite bzw. Unterseite belastet wird und somit der Reibungskoeffizient eine sehr große Abhängigkeit auf diesen Versuchstyp ausübt. Aus den genannten Gründen wurde auf die Norm zur Bestimmung von Druckeigenschaften bei Kunststoffen (Norm EN ISO 604 [95]) zurückgegriffen. Die Abmessungen der zylindrischen Probenkörper (5 mm Durchmesser und 5 mm Höhe) ergaben sich aus der in Kapitel 3.1 vorgestellten Plattengeometrie mit der dicksten Platte von 6 mm. Bei diesem Versuchsaufbau wurde die Probe zwischen zwei parallelen Druckplatten deformiert (vgl. Bild 3–14b). Zur Messung der Anisotropie des kurzfaserverstärkten Kunststoffes ist ein Versuchswerkzeug konstruiert worden, das sowohl eine optische Dehnungsauswertung als auch die Verwendung eines Extensometers zur Ermittlung der Messdaten zulässt (vgl. Bild 3–14a).

Mit dem Druckwerkzeug war es möglich, die Probe von zwei Seiten zu filmen. Die Verzerrung der Probe wurde durch zwei zueinander senkrechte Längs- und Querverzerrungsmesseinrichtungen (optische Auswertung durch Grauwertkorrelation der Kameraaufnahmen [52]) erfasst (vgl. Bild 3–14c).

Bei der Stauchungsmessung mittels Extensometer wird eine Gleichmaßstauchung über die Probenhöhe angenommen. Das Extensometer wird an der Ausbuchtung des oberen und unteren Druckwerkzeuges (vgl. Bild 3–14b) befestigt.

In Bild 3–15 ist zu erkennen, dass die verschiedenen Arten der Stauchungsmessung sehr gut übereinstimmen. Der parallele Verlauf der optischen Auswertung und der globalen Stauchungsmessung mit dem Maschinensignal bzw. der lokalen Stauchungsmessung mit dem Extensometer ist durch einen Spalt bei Versuchsbeginn zwischen dem oberen Stempel und der Probe zu erklären. Dieser Spalt war notwendig, um die Probe ohne Vorschädigung für den Versuch verwenden zu können. Für die weitere Auswertung wurde das lokale Stauchungsmessungssignal des Extensometers verwendet.

Zusätzlich konnten noch die globalen Wegdaten der Maschine erfasst werden.

Die Versuche zeigten, dass die Proben schon bei sehr geringen Verzerrungen durch Ausbeulen von keinem uniaxialen, sondern von einem komplexeren Spannungszustand belastet wurden. Das wurde durch die Reibung zwischen dem untersuchten Material und dem polierten Druckstempel verursacht. Dies konnte auch durch Einlegen einer dünnen, sehr gut gleitenden Platte (z. B. Teflonschicht) nicht verhindert werden. Auf Schmiermittel ist in Rücksicht auf die mögliche Schädigung des Kunststoffes durch die Aufnahme des Zusatzmittels verzichtet worden. Die Kraftmessung erfolgte über eine in der hydraulischen Prüfmaschine eingebaute Kraftmesszelle von 50 kN.

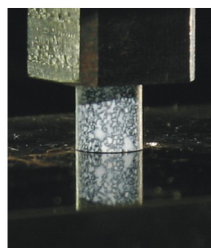
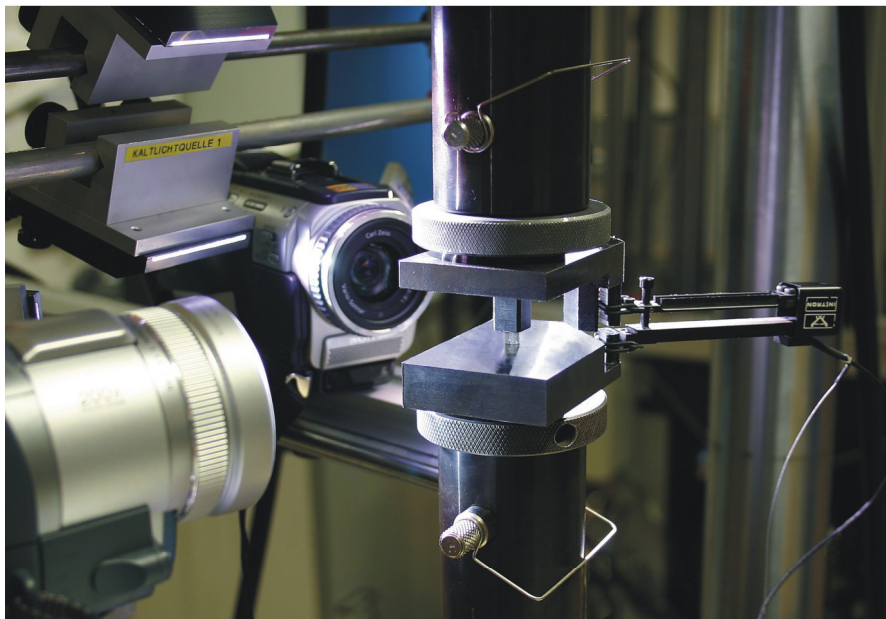
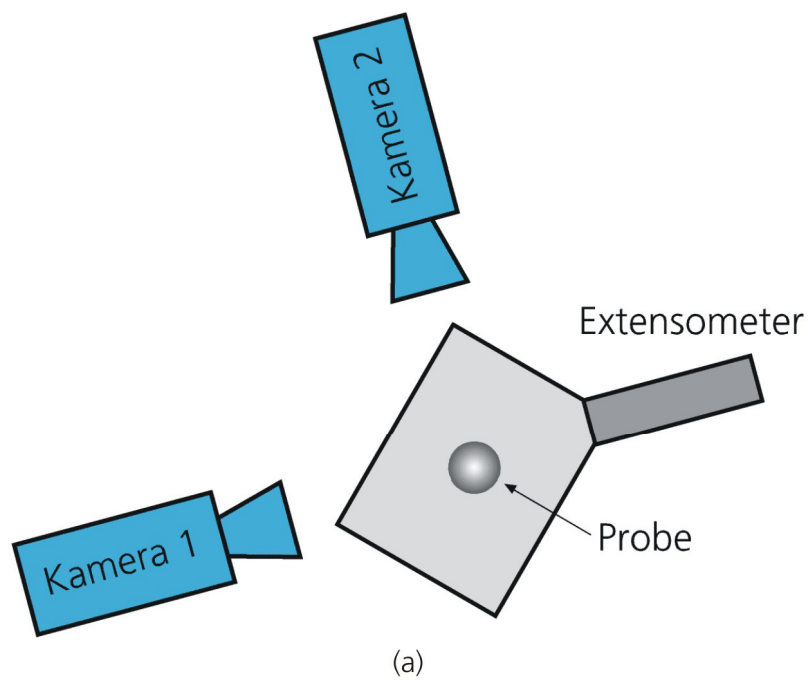


Bild 3–14: Für die Druckversuche verwendeter Aufbau: (a) schematische Skizze (von oben); (b) Versuchsaufbau; (c) Druckprobe auf polierter Oberfläche mit Muster für Grauwertkorrelation.

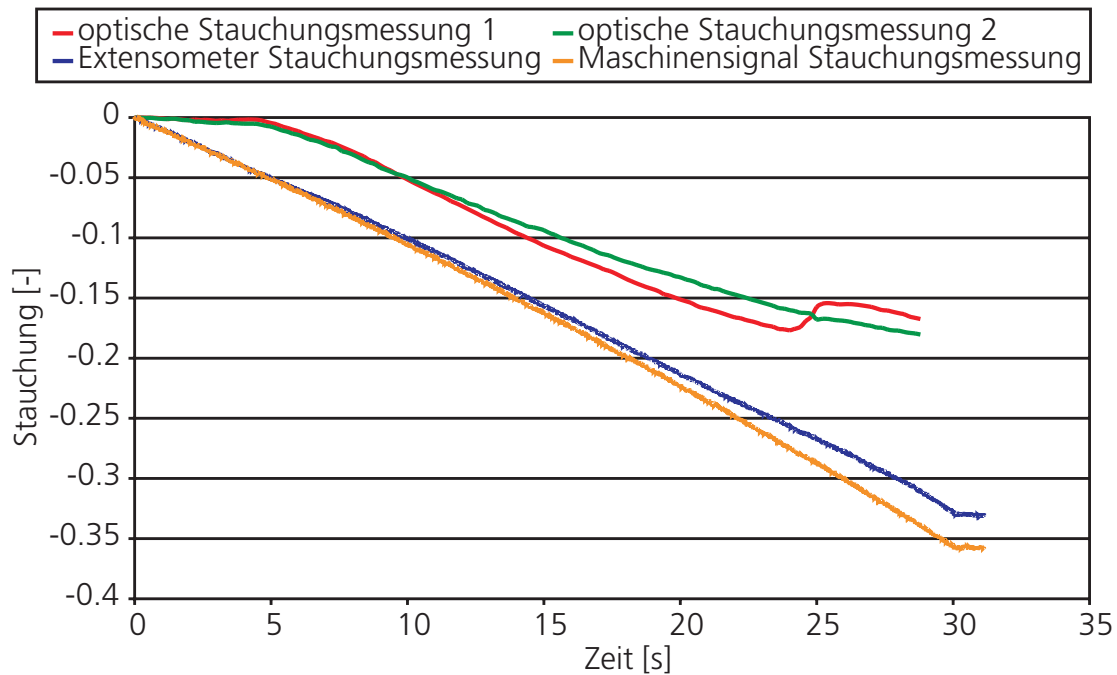


Bild 3–15: Übereinstimmung der Stauchungsmessung eines repräsentativen Versuches von optischer Auswertung, globale (Maschinensignal) und lokale (Extensometersignal) Stauchungsmessung.

Wie in Bild 3–6 dargestellt, ergibt sich eine stark unterschiedliche Faser-
verteilung innerhalb der Platte. Bei den Druckversuchen war es möglich,
den Einfluss auf die mechanischen Materialeigenschaften dieser unter-
schiedlichen Faser-
verteilung durch eine Probenentnahme in alle drei
Raumrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems zu untersuchen
(vgl. Bild 3–16). Dabei bezeichnet die 1-Richtung die Abspritzrichtung der
Platte.

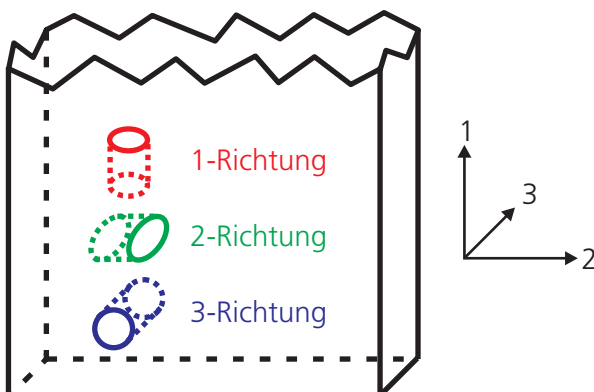


Bild 3–16: Probenentnahme aus der Platte für die Druckversuche.

Elastisches Verhalten

Im Drucklastfall konnten die Elastizitätsmoduln in alle drei kartesischen Raumrichtungen bestimmt werden (vgl. Bild 3–17).

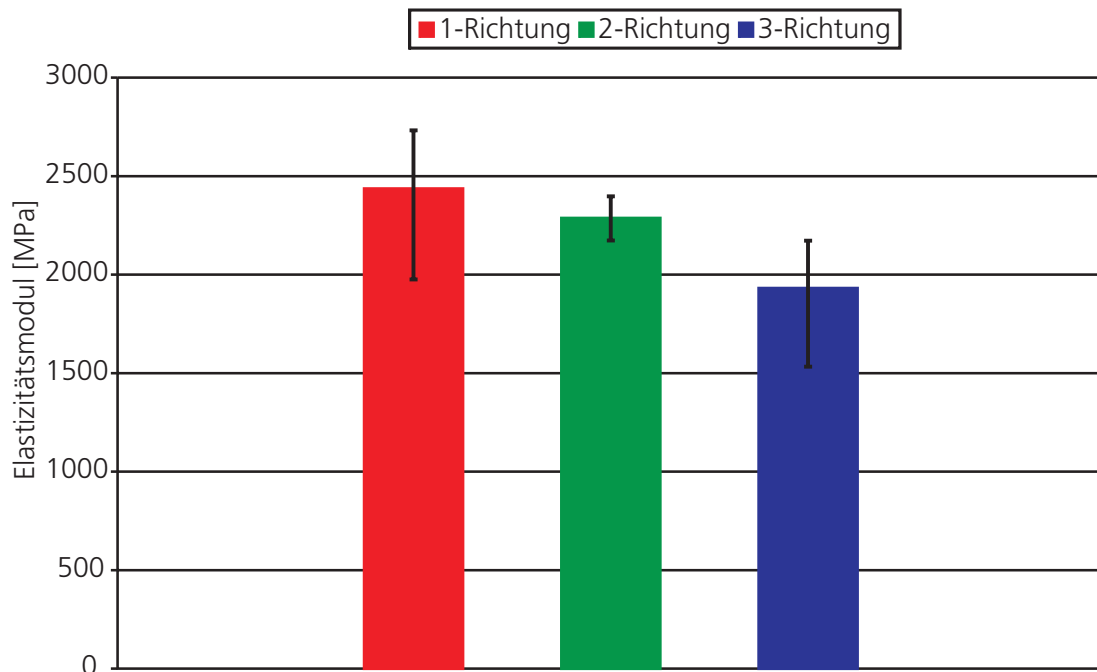


Bild 3–17: Elastizitätsmoduln bei einer quasistatischen Druckbelastung in alle drei Raumrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems.

Bei allen drei Richtungen ergibt sich eine sehr große Streuung der gemessenen Werte. Es ist zu erkennen, dass sich bei den Steifigkeiten in die 1- und 2-Richtung eine geringe Abweichung ergibt. Dies ist durch die Faserorientierung zu erklären. Die Fasern sind zu ca. 80 % in die 1-Richtung und zu ungefähr 20 % in die 2-Richtung orientiert. Daher ist der Elastizitätsmodul in der 1-Richtung noch etwas höher als in der 2-Richtung. Demzufolge erscheint die Annahme zulässig, dass in die 3-Richtung keine Fasern orientiert sind. Die Steifigkeit ist geringer als in die anderen beiden Richtungen. Adam [2] führte eine Füllsimulation zur Bestimmung der Faserorientierung in einem Bauteil durch. Er stellte bei einer unidirektionalen Schmelzfront keine Faserausrichtung in die Dickenrichtung fest.

Plastisches Verhalten

Bei den Druckversuchen wurde das Stauchungsverhalten des Kunststoffes sowohl in die Belastungsrichtung als auch quer dazu von zwei Seiten durch eine optische Grauwertkorrelation [52] untersucht (vgl. Bild 3–14c). Allerdings trat durch das Ausbeulen der Proben ein komplexerer Span-

nungs- und Verzerrungszustand auf. Eine Auswertung der Grauwertkorrelation ergab, dass sich die Quer- und Dickenverzerrung bei einer Belastung in die 1-Richtung eines repräsentativen Versuches nahezu identisch verhielten (vgl. Bild 3–18). Dies ist dadurch zu begründen, dass in die eine Querrichtung nur ca. 20 % der Fasern ausgerichtet sind, in die andere nahezu keine. In Belastungsrichtung sind ungefähr 80 % der Fasern orientiert.

Bei einer Krafteinwirkung in die 2-Richtung, in die ca. 20 % der Fasern ausgerichtet sind, verlaufen die Querverzerrungskurven fast parallel, weisen aber eine Verschiebung auf. Bei einer Beanspruchung in dieser Richtung sind in die eine Querrichtung ca. 80 % der Fasern ausgerichtet, in die andere wiederum beinahe keine.

Den größten Unterschied der Quer- und Dickenverzerrungen bei einer Druckbelastung ergab sich bei den Versuchen in die 3-Richtung. Dabei ist in diese Belastungsrichtung nahezu keine Faser ausgerichtet. In die eine Querrichtung sind ungefähr 80 %, in die andere ca. 20 % der Fasern orientiert. Es ist darauf hinzuweisen, dass dies nur eine erste Untersuchung des Materialverhaltens darstellt. Für eine detaillierte Charakterisierung sind weitere Untersuchungen notwendig. Dabei sollte darauf geachtet werden, größere Druckproben zu verwenden, an denen die Verzerrungsmessung einfacher (z. B. durch Dehnmessstreifen) zu bewerkstelligen ist und kein Ausbeulen der Probe auftritt.

In Bild 3–19 ist zu erkennen, dass sich nicht nur die Elastizitätsmoduln bei einer Druckbelastung in Abhängigkeit der Richtung verändern, sondern auch das plastische Verhalten.

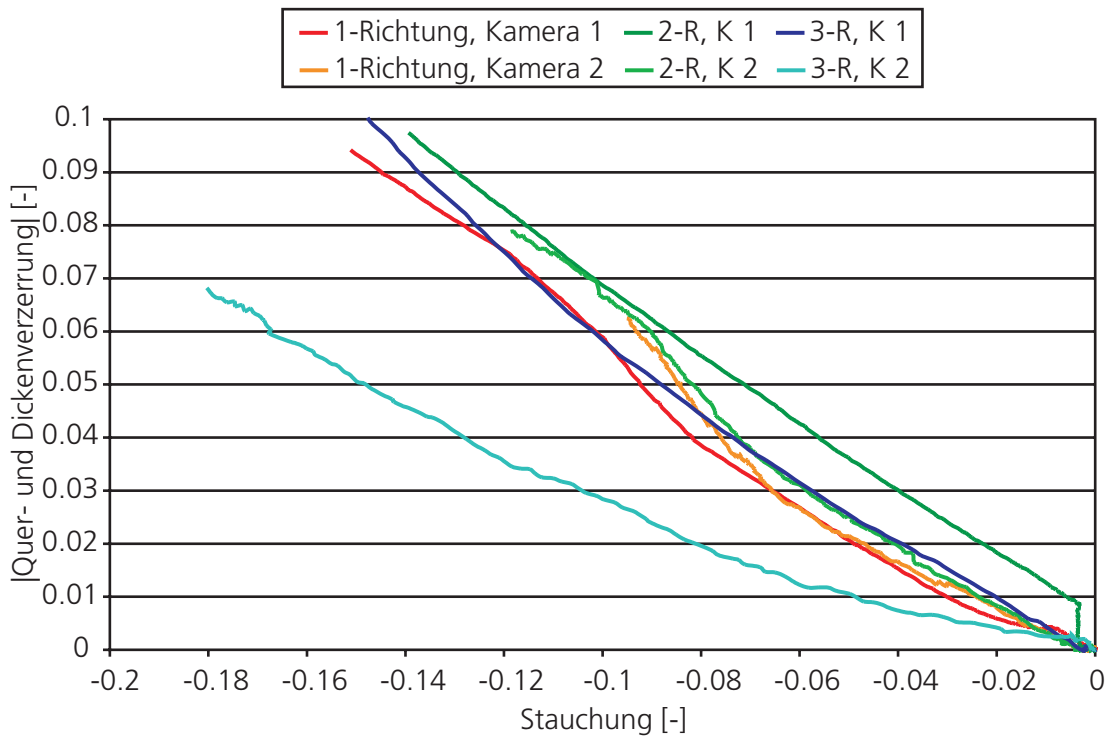


Bild 3-18: Quer- und Dickenverzerrungsverlauf durch optische Auswertung eines repräsentativen Druckversuches in die 1-, 2- und 3-Richtung.

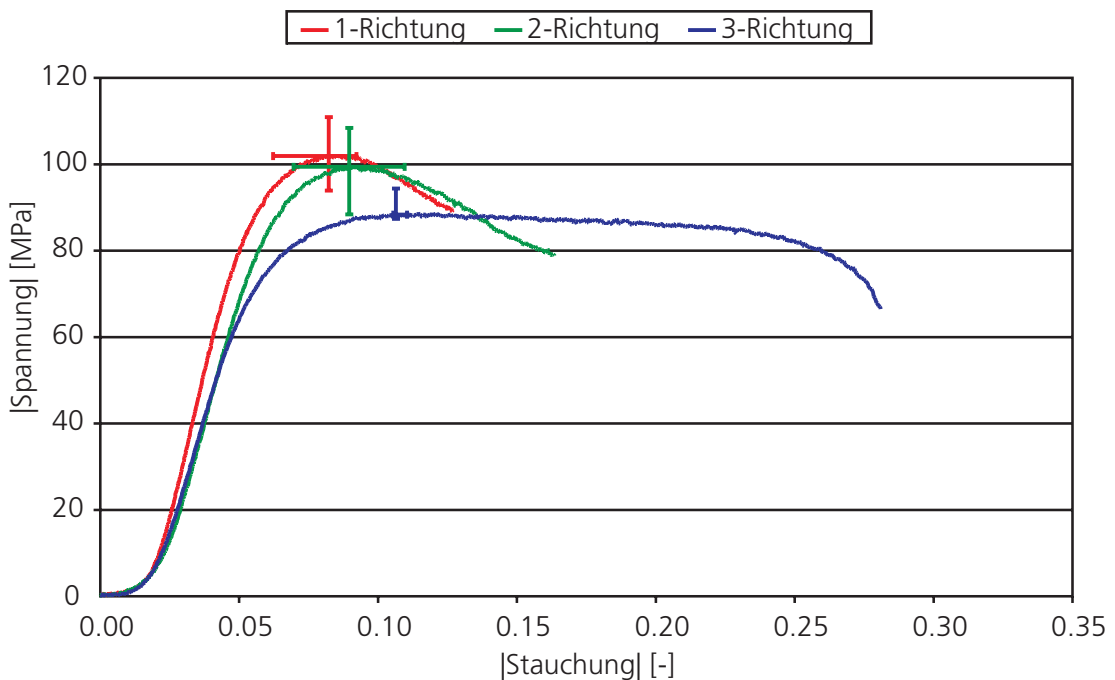


Bild 3-19: Spannungs-Stauchungskurven des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei einer Druckbelastung in alle drei kartesischen Raumrichtungen.

Das Anlaufverhalten des Experiments wird sowohl durch den Spalt zwischen Probe und Werkzeug als auch einer toleranzbedingten nicht ganz parallelen Ausrichtung der Stempelflächen des Druckwerkzeuges bestimmt. Infolgedessen ergibt sich der gezeigte nichtlineare Anfangsbereich der Spannungs-Stauchungskurve bis zu einer Stauchung von ca. 0.02. Bei einer Belastung in die 3-Richtung ist zu sehen, dass sich ein Spannungsplateau ausbildet, das auf einem etwas geringeren Spannungsniveau, als bei einer Belastung in die anderen Richtungen liegt. In die 1- und 2-Richtung sind bei einer Belastung einige Fasern ausgerichtet und diese verstärken die Kunststoffmatrix. Somit ergibt sich eine höhere Steifigkeit und Festigkeit. Die 1- und 2-Richtung verhalten sich wie im elastischen Bereich nahezu äquivalent. Das etwas höhere Spannungsniveau der 1-Richtung ist dadurch zu erklären, dass ca. 80 % der Fasern in diese Richtung orientiert sind, in die 2-Richtung dagegen nur ungefähr 20 %.

In die dritte Richtung versagt die Probe sehr viel später als in die beiden anderen, da die Matrix durch keine Fasern gestört wird. Auf das Versagen unter einer Druckbelastung wird in Kapitel 3.7 detaillierter eingegangen.

3.5 Schubversuche

Für eine aussagekräftige Charakterisierung eines Kunststoffes gehören neben den Druckversuchen auch die Schubversuche. Auf jene wird in diesem Kapitel mit der Beschreibung und Begründung des verwendeten experimentellen Aufbaus, den Ergebnissen des elastischen und plastischen Materialverhaltens bis zum Versagen bei verschiedenen Scherungsraten und dem Nachweis der Orthotropie eingegangen.

Aufbau

Zur Bestimmung von Schubeigenschaften kann der Torsionsversuch an zylinderförmigen Proben verwendet werden, wie es in der Norm EN ISO 6721 [97] zur Bestimmung von dynamischen mechanischen Kennwerten dargestellt ist. Allerdings ist diese Art der Versuchsdurchführung [101] wegen der vorgegebenen Plattengeometrie nicht realisierbar.

Für Versuche mit einer Plattengeometrie ist ein anderer Versuchsaufbau möglich [31]. Dabei wird eine kreisförmige Nut in eine Platte gefräst. Die Schubbelastung wird über Torsion des inneren Rings, bei gleichzeitiger starrer Befestigung der äußeren Platte aufgebracht. Für anisotrope Werk-

stoffe hat dieser Versuchsaufbau den Nachteil, dass die Richtungsabhängigkeit des Werkstoffes anhand der Versuchsdaten nicht korrekt bestimmt werden kann. Es wird dabei ein Mittelwert aller Schubkräfte in der Ebene gemessen und es ist daher nicht möglich, eine Aussage über die Richtungsabhängigkeit des Materials zu treffen. Diese Versuchsanordnung ist außerdem für Versuche mit hohen Scherungsraten wegen der großen Masse der Versuchsanordnung nicht geeignet.

Einen Versuchsaufbau mit geringerer Masse schreiben Norm ASTM D 4255 [83] und Norm DIN 53399 [91] mit einem Einspannrahmen für Schubversuche mit quadratischen, dünnen Platten vor. Allerdings besteht bei erhöhter Schubbelastung die Gefahr, dass bei beiden Versuchsaufbauten der uniaxiale Schubspannungszustand in einen komplexeren Spannungszustand (mit Zugspannungen) übergeht. Denn die Platte ist bei numerischen Voruntersuchungen am Rand zuerst eingerissen und versagte unter Zugspannung. Reine Schubspannung tritt mit diesen Vorrichtungen nur in der Mitte der Probe beim Fließbeginn auf.

Eine andere Möglichkeit einen uniaxialen Schubspannungszustand zu erreichen, ist eine Vorrichtung nach Arcan [6] oder Iosipescu [47]. Erstere wurde wiederholt sowohl experimentell bei [44] und [134] als auch numerisch ([45] und [70]) untersucht. Bei dem verwendeten Versuchsaufbau nach Arcan wird eine gekerbte Probe, wie sie in Bild 3–20 zu sehen ist, einachsrig fixiert, während die andere Seite parallel zur Kerbe gezogen wird. Es ergibt sich auch bei diesem Versuch kein reiner Schubspannungszustand, da der Abstand der Einspannungen konstant bleibt und somit eine Zugbeanspruchung überlagert wird. Die dominierende Spannung ist aber dennoch die erwünschte Schubspannung. Die Probendicke betrug 3 mm.

Für die Reduktion der Trägheitskräfte bei dynamischen Versuchen wurde das von Arcan vorgeschlagene Werkzeug leicht modifiziert, wobei vor allem auf die Massenreduktion geachtet wurde. Bei den Schubversuchen konnten keine Versuche in Richtung der Plattendicke (3-Richtung in Bild 3–3) durchgeführt werden. Der Platte wurden Proben in vier Richtungen (-45° , 0° , $+45^\circ$ und 90°) entnommen (vgl. Bild 3–21).

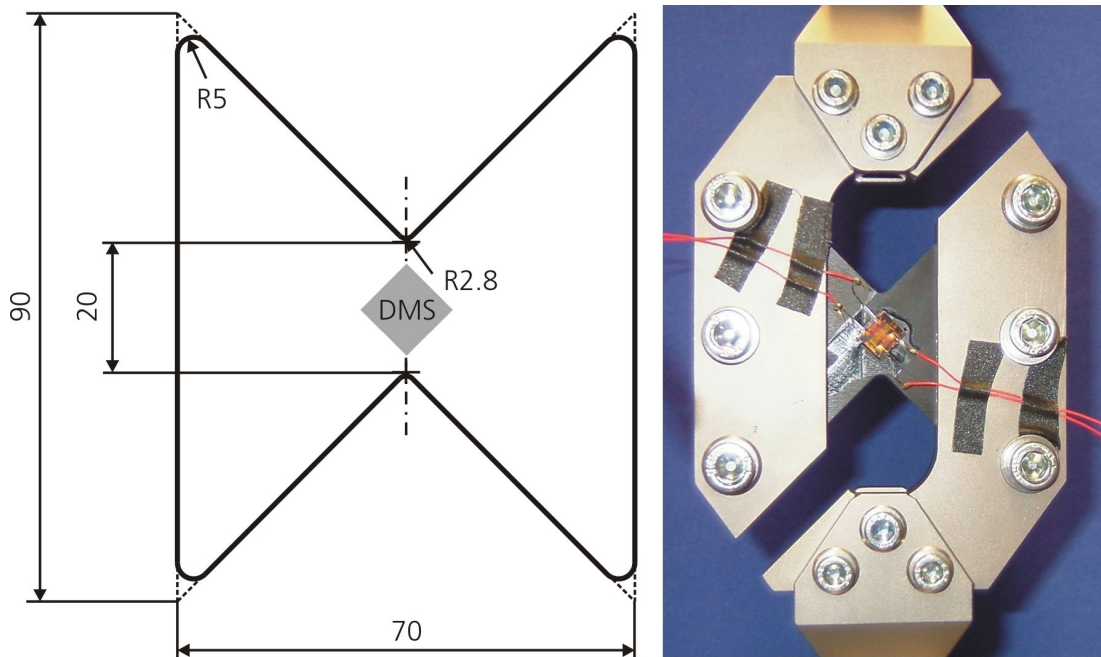


Bild 3–20: Geometrie der Schubproben mit Kennzeichnung der DMS (Dehnmessstreifen) Applikation und verwendeter Versuchsaufbau.

Die Kraftmessung erfolgte über die in der hydraulischen Prüfmaschine eingebaute Kraftmesszelle von 10 kN. Die Verzerrungsmessung wurde anhand von Dehnmessstreifen vorgenommen. Dabei wurde der Typ 2-Element-90°-»T«-Rosette mit gekreuztem Gitter verwendet. Dieser hat den Vorteil, dass sich beide DMS an derselben Stelle befinden. Somit liefern sie bei einem homogenen Verzerrungszustand identische Messsignale.

Elastisches Verhalten (Gleiten)

Durch die vorgegebene Geometrie des Probenmaterials konnte im Schublastfall der Elastizitätsmodul oder Gleitmodul nur in der Plattenebene (1-, 2-, -45°- und +45°-Richtung) bestimmt werden (vgl. Bild 3–22).

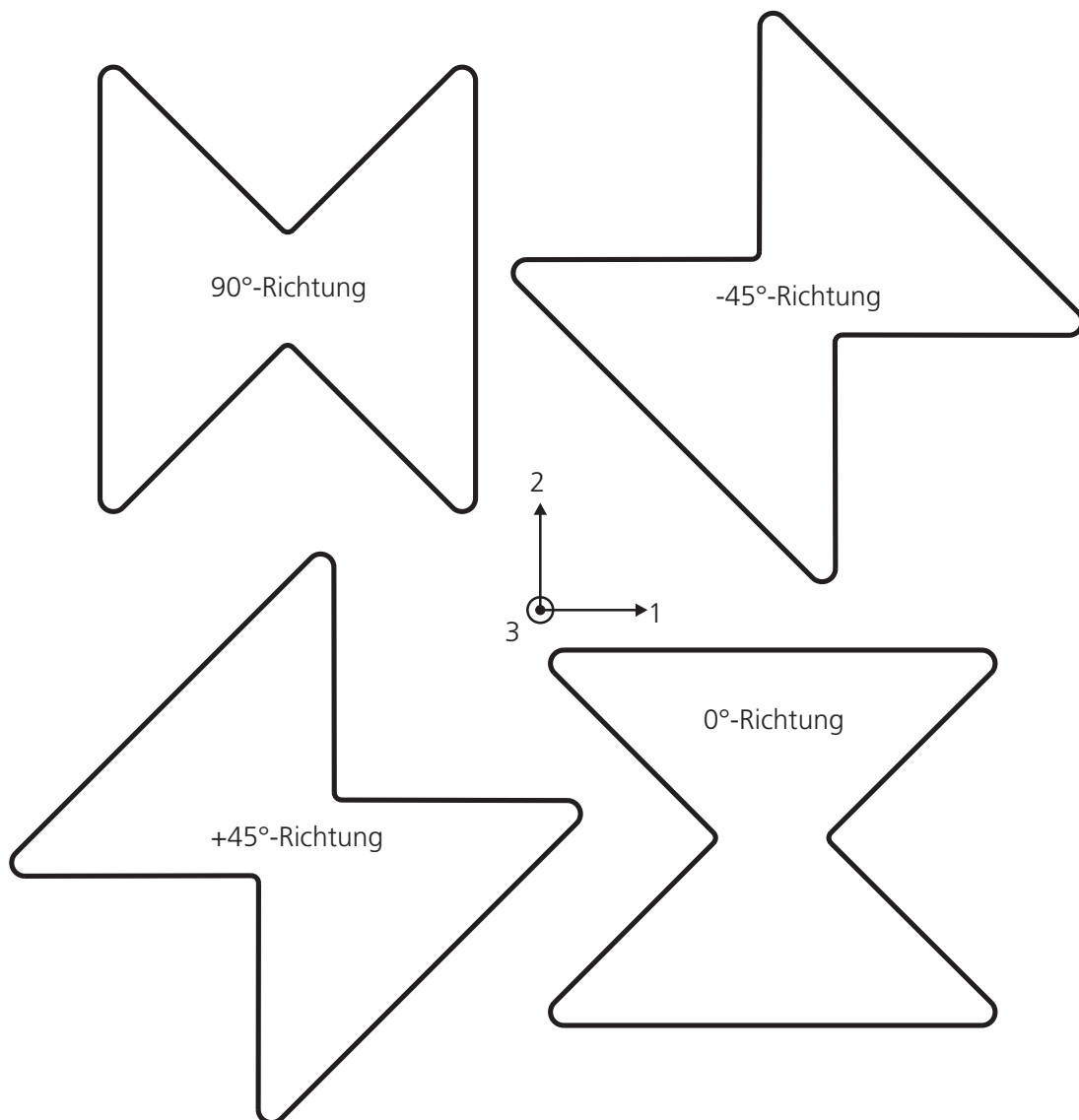


Bild 3–21: Probenentnahme aus der Platte für die Schubversuche mit Angabe der Richtung.

Die Messungen zeigen, dass die Gleitmoduln in die Spritzrichtung und Querrichtung nahezu äquivalent sind. Die Moduln in die -45° und $+45^\circ$ -Richtung sind etwas größer. Dies ist darauf zurückzuführen, dass bei einer Transformation des Schubspannungszustandes in einen Hauptspannungszustand die Normalspannungen entlang der Abspritzrichtung und quer zur Abspritzrichtung angreifen und somit auch die steiferen Fasern belastet werden. Dennoch wird bei einer Schubbelastung vor allem die Kunststoffmatrix beansprucht. Diese schützt hauptsächlich die Fasern und überträgt die Schubspannungen. Da keine Schubversuche in die dritte Richtung vorgenommen werden konnten, wurde der Gleitmodul in diese Richtung mit dem arithmetischen Mittelwert der ersten und zweiten Rich-

tung abgeschätzt. Die unverstärkte Kunststoffmatrix wird allgemein als isotrop (vgl. Junginger [52]) angenommen.

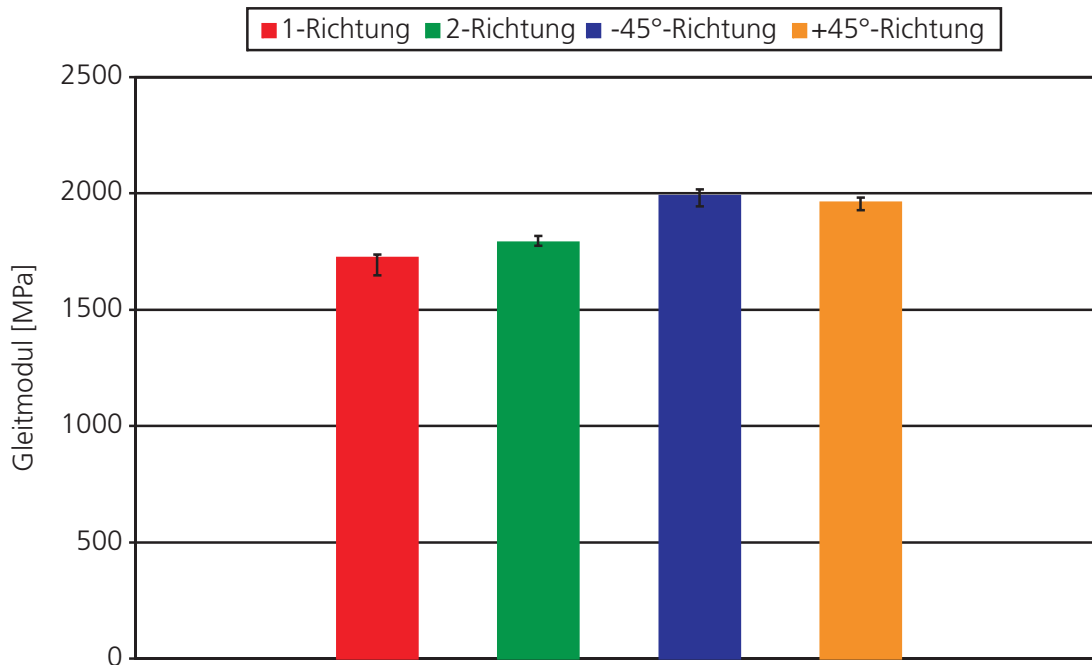


Bild 3–22: Gleitmoduln bei einer quasistatischen Schubbelastung in die Abspritzrichtung, in die Querrichtung und in die -45° - und $+45^\circ$ -Richtung.

Plastisches Verhalten

Das plastische Materialverhalten des kurzfaserverstärkten Kunststoffes unter Schubbelastung ist in Bild 3–23 dargestellt. Die Richtungsangabe kennzeichnet die Belastungsrichtung; d. h. die -45° -Richtung ist die Winkelhalbierende zwischen der negativen 2-Richtung und positiven 1-Richtung. Bei der $+45^\circ$ -Richtung tritt die Schubbelastung entlang der Winkelhalbierenden der positiven 1- und 2-Richtung auf. Bei der 1-Richtung wirkt die Kraft in Spritzrichtung, bei der 2-Richtung quer dazu.

Bei einer dynamischen Belastung in die 1-Richtung ist im Vergleich zur quasistatischen Belastung eine Verfestigung zu erkennen. Die Versuche in die Richtung der Winkelhalbierenden weisen partiell eine höhere Festigkeit auf.

Auf das Versagen unter einer Schubbelastung wird in Kapitel 3.7 genauer eingegangen.

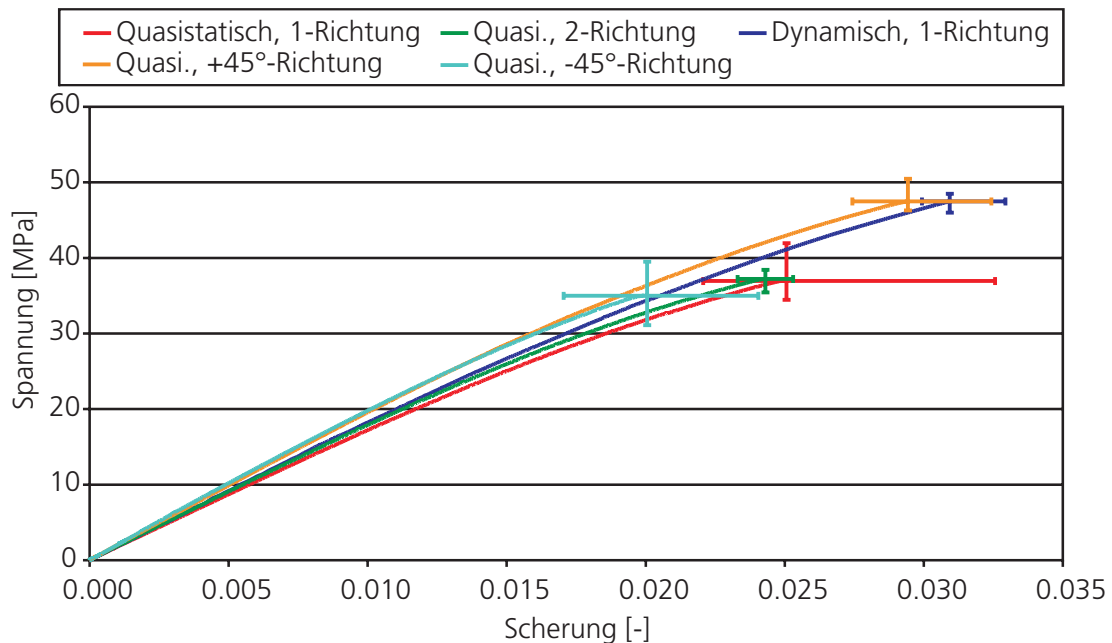


Bild 3–23: Spannungs-Scherungskurven des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei einer quasistatischen und dynamischen Schubbelastung in die -45°, 1-, +45°- und 2-Richtung bei einer Plattendicke von 3 mm.

Nachweis der Orthotropie

In Bild 3–6 ist das Geschwindigkeitsprofil bei einer spritzgegossenen Platte gezeigt. Die Fasern des Kunststoffes würden sich gemäß diesem ausrichten. Es würde sich somit ein orthotropes Materialverhalten ergeben. Dies besagt, dass die Materialeigenschaften symmetrisch zu drei zueinander senkrechten Symmetrieebenen eines kartesischen Koordinatensystems sind. Der Nachweis kann entweder durch Zugversuche in einem beliebigen Winkel zwischen 0° und 90° zu der Abspritzrichtung und spiegelsymmetrisch dazu oder aber über zwei Schubversuche in die 0°- bzw. 90°-Orientierung zur Abspritzrichtung erfolgen. Diese Schubspannungszustände lassen sich in eine Kombination aus Zug- und Druckspannungen überführen (vgl. Bild 3–24).

Die Umwandlung eines allgemeinen Spannungstensors mit Schubspannungen (2-5) in einen Tensor nur mit Normalspannungen

$$\sigma_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_I & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_{II} & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_{III} \end{pmatrix} \quad (3-10)$$

erfolgt mathematisch über eine Transformationsmatrix.

In Bild 3–25 ist zu erkennen, dass die ermittelten Spannungs-Scherungskurven eines quasistatischen Schubversuches mit einer 3 mm dicken Platte und der in Bild 3–20 angegebenen Probengeometrie äquivalent sind.

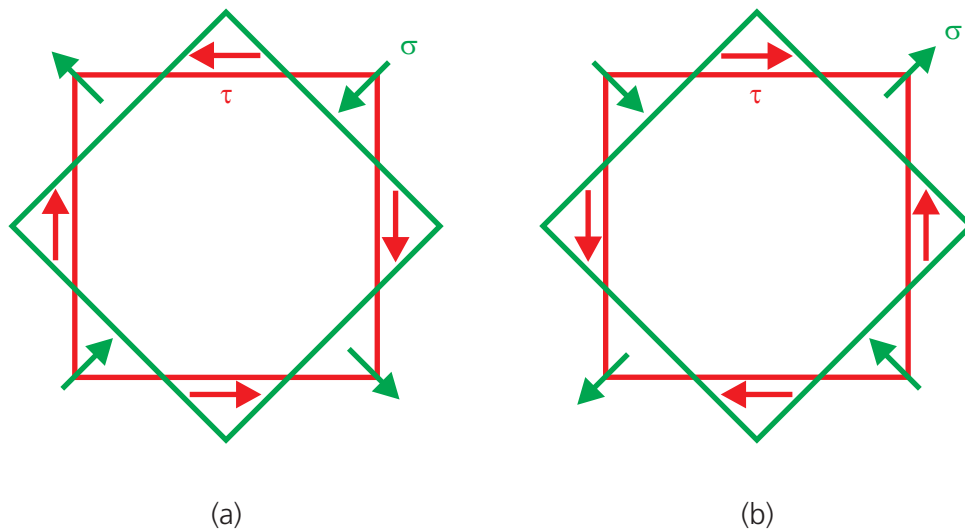


Bild 3–24: Überführung eines Schubspannungszustandes (rot) in eine Kombination aus Zug- und Druckspannungen (grün).

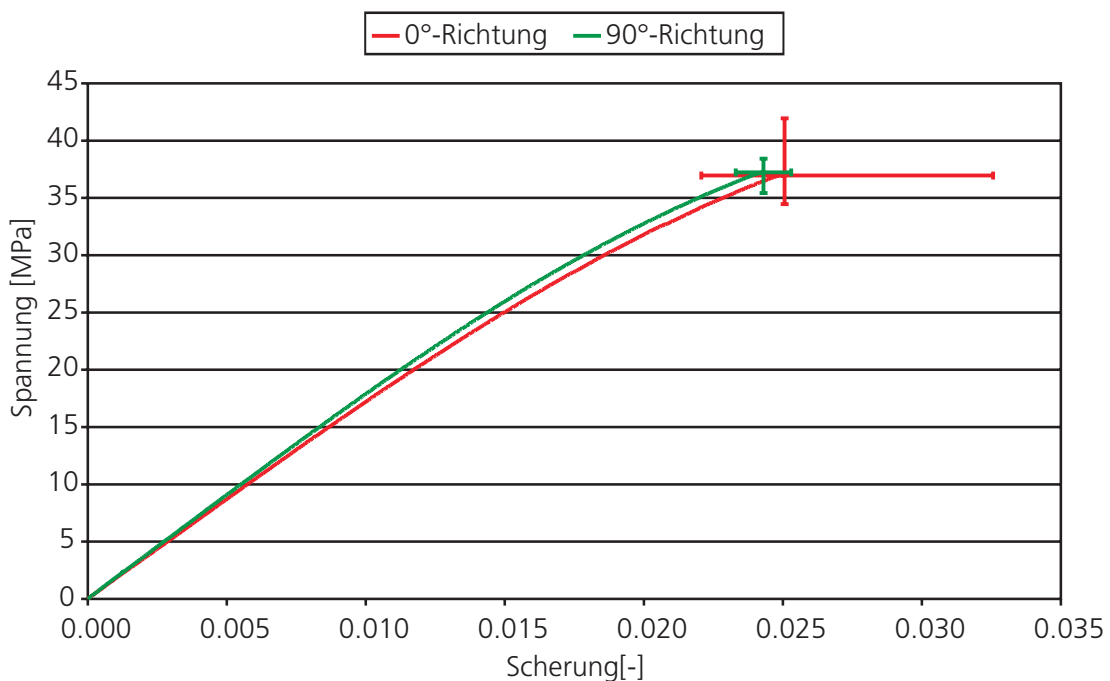


Bild 3–25: Nachweis der Orthotropie von kurzfaserverstärkten Kunststoffen durch quasistatische Schubversuche einer 3 mm dicken Platte in die 0°- und 90°-Richtung.

Bei diesem Material ergibt sich die Richtungsabhängigkeit zur Orthotropie, da sich die Fasern wie in der theoretischen Vorhersage (spiegelsymmetrisch zur Abspritzrichtung und zur Mitte über den Probenquerschnitt) ausrichten (vgl. Bild 3–6).

3.6 Zugversuche

Der Zugversuch ist für die mechanische Materialkennwertbestimmung der Standardversuch. Von Vorteil sind sowohl der einfache experimentelle Aufwand (Probenfertigung und -fixierung) als auch die unkomplizierte Durchführung. Der Versuch kann nicht nur bei quasistatischen, sondern auch bei hochdynamischen Belastungsgeschwindigkeiten durchgeführt werden. Aus diesen Gründen wurden sehr viele mechanische Kennwerte des kurzfaserverstärkten Kunststoffes anhand des Zugversuches ermittelt. Dieses Unterkapitel gliedert sich in die Auswahl und Beschreibung des Versuchsaufbaus mit der eingesetzten Messtechnik, die Ergebnisse des elastischen und dem dynamischen plastischen Verhaltens bis zum Versagen.

Aufbau

Zugproben sind wegen der vorgegebenen Plattengeometrie gut zu fertigen. In der amerikanischen Norm ASTM D 638 [84] und in der deutschen Norm DIN EN ISO 527-4 [93] werden geringfügig abweichende Probengeometrien für den Zugversuch vorgeschlagen. Der Unterschied besteht in der Länge und Breite des Proportionalbereiches. Unter diesem Bereich werden die Abmessungen verstanden, in denen die Probe bei Aufbringen einer Zugbelastung einen uniaxialen Spannungszustand erfährt. Wegen der vorgegebenen Plattengeometrie und den messtechnischen Gegebenheiten wurde die angegebene Länge des Proportionalbereiches auf 40 mm gekürzt. In Bild 3–26a ist die für diese Arbeit verwendete Probengeometrie mit dem Proportionalbereich von 40 x 10 mm zu erkennen. Es wurden sowohl Versuche mit einem Dehnmessstreifen (DMS) vom Typ 2-Element-90°-»T«-Rosette und einem Dickenextensometer (vgl. Bild 3–26b) als auch zur Kontrolle Versuche mit einem Längs- und Querextensometer (vgl. Bild 3–26c) durchgeführt.

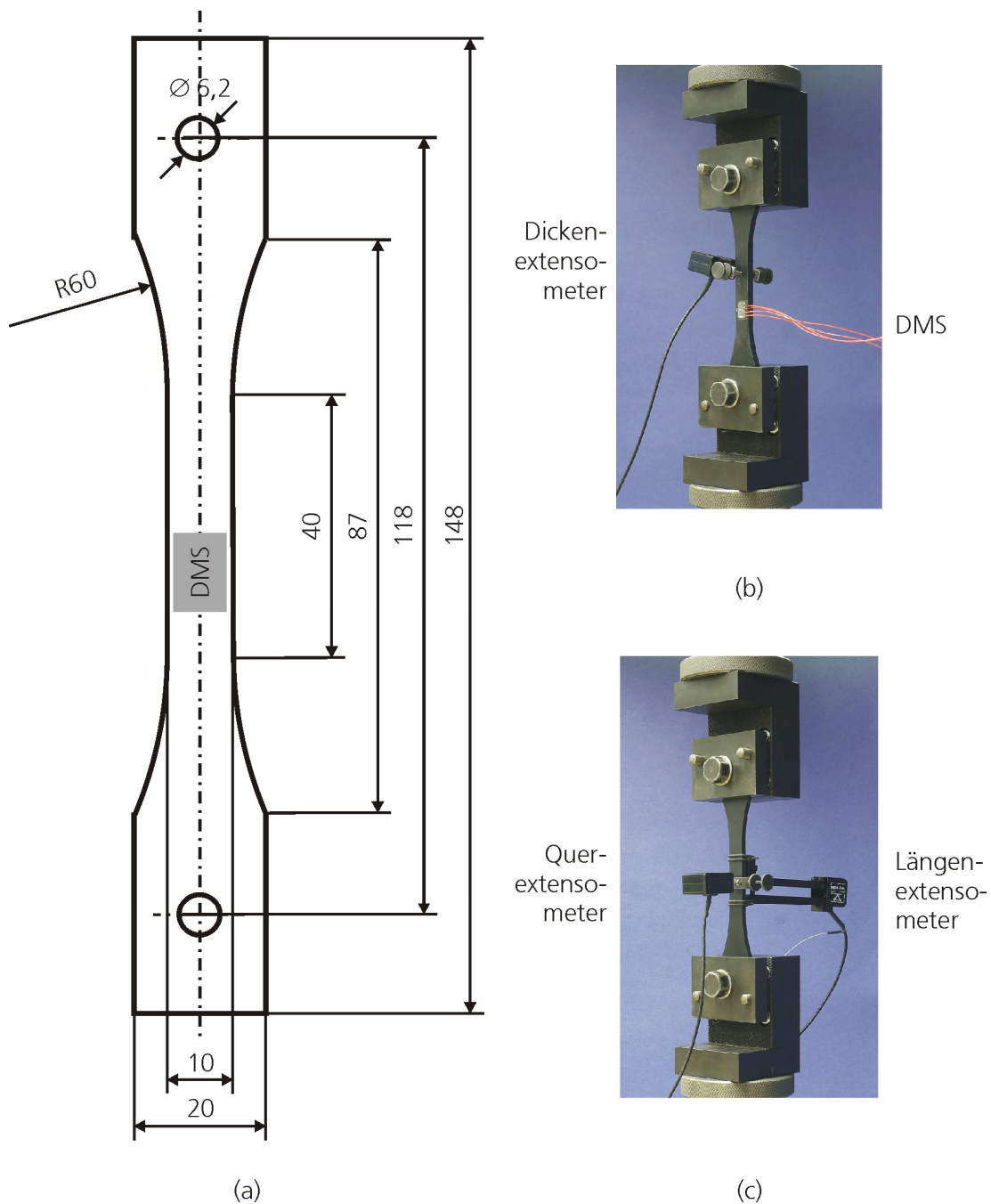


Bild 3–26: (a) Geometrie der Zugversuche mit Kennzeichnung der DMS Applikation; (b) Zugprobe mit DMS Applikation und Anbringung eines Dickenextensometers; (c) Zugprobe mit Längs- und Querextensometer.

Durch Vergleichsmessungen wurde kontrolliert, ob der DMS einen Einfluss auf das Materialverhalten hat (Verfestigung der Probe oder Einwirken des Klebers auf die Materialeigenschaften). Wie in Bild 3–27 zu erkennen, gab es keine Differenz zwischen der Messung mit einem DMS und einem Längs- und Querextensometer. Infolgedessen wurden die wei-

teren Messungen mit dem DMS durchgeführt. Bei diesem Versuchstyp erfolgte die Kraftmessung über eine in der Prüfmaschine eingebaute Kraftmesszelle von 10 kN.

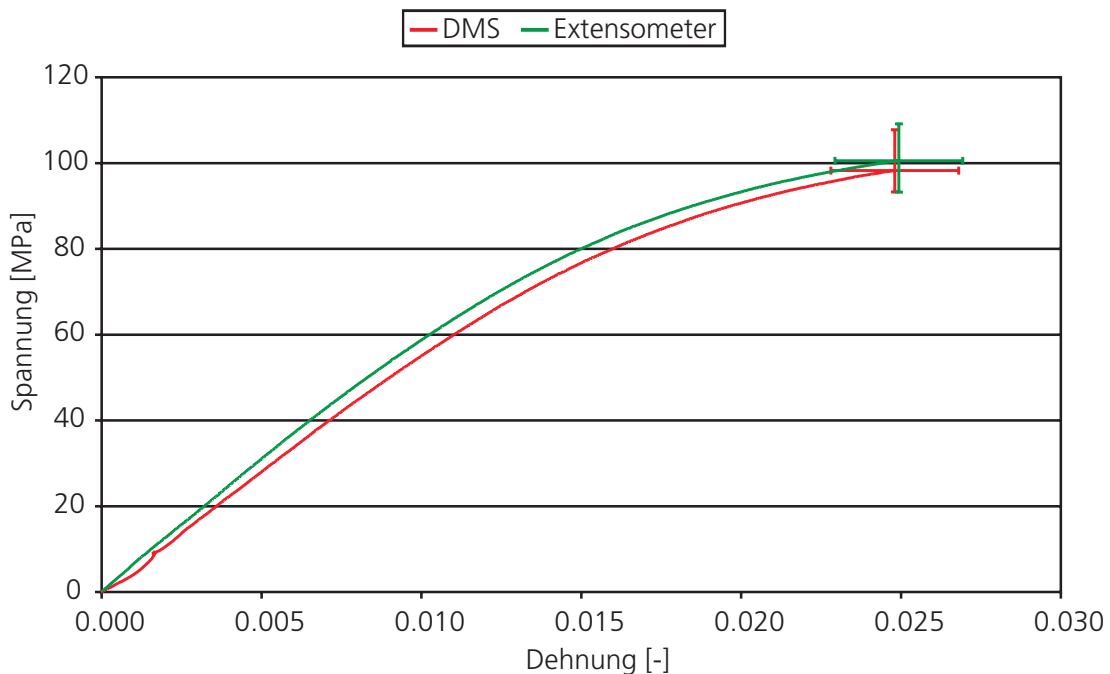


Bild 3–27: Äquivalenz der Materialkennwerte mit Dehnmessstreifen und Längsexensometer bei einem quasistatischen Zugversuch in die 1-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe.

Die Dehnungsmessung bei einem DMS beruht auf der Widerstandsänderung des Konstantendrahtes, der mäanderförmig auf einer Kunststoffolie aufgebracht ist (vgl. Bild 3–28a). Die spezielle Anordnung des Drahtes wird allgemein als Gitter bezeichnet.

Wird ein DMS vom Typ 2-Element-90°-»T«-Rosette unter Zug belastet (in diesen Fall in die 1-Richtung), so schnürt sich der DMS quer zur Belastungsrichtung ein (vgl. Bild 3–28b). Dabei ist es der Idealfall, dass ein DMS gegen eine solche Belastung unempfindlich ist [79]. In der Praxis ist aber jeder DMS bis zu einem gewissen Grad querverzerrungsempfindlich. Der Effekt ist aber gewöhnlich vernachlässigbar, da er bei wenigen Prozent liegt. Er ist über eine Fehlerkorrektur zu beheben. Dabei ergibt sich für die korrigierten Verzerrungen in die Längs- (ε_x) und Querrichtung (ε_y) mit den unkorrigierten Verzerrungen $\hat{\varepsilon}_x$ bzw. $\hat{\varepsilon}_y$ [79]:

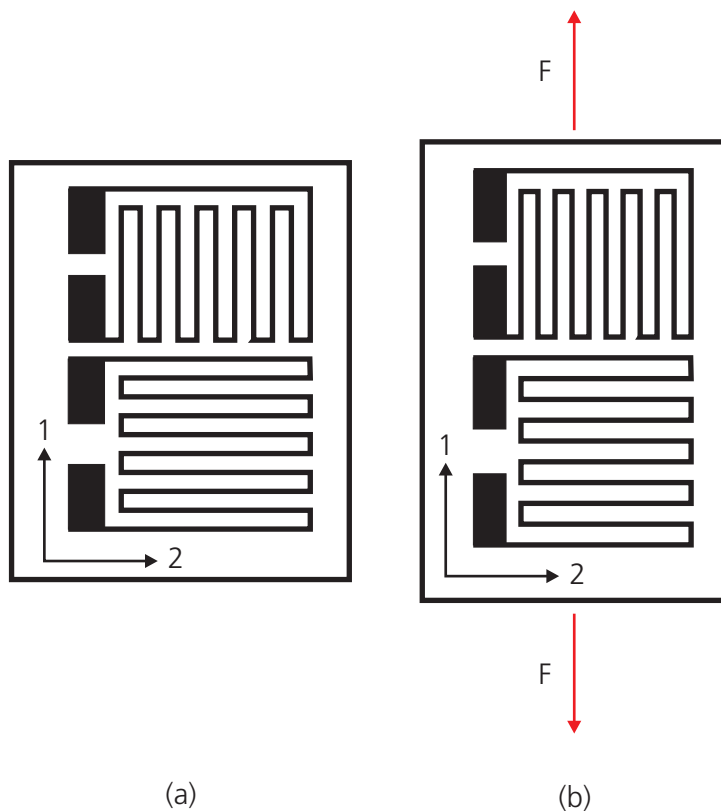


Bild 3–28: (a) 2-Element-90°-»T«-Rosette ohne Zugbelastung; (b) 2-Element-90°-»T«-Rosette mit Zugbelastung in die 1-Richtung.

$$\varepsilon_x = \frac{\hat{\varepsilon}_x(1 - \nu_0 K_{t_x}) - K_{t_x} \hat{\varepsilon}_y(1 - \nu_0 K_{t_y})}{1 - K_{t_x} K_{t_y}} \quad (3-11)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\hat{\varepsilon}_y(1 - \nu_0 K_{t_y}) - K_{t_y} \hat{\varepsilon}_x(1 - \nu_0 K_{t_x})}{1 - K_{t_x} K_{t_y}} \quad (3-12)$$

Mit ν_0 wird die Querkontraktionszahl des Materials auf dem der DMS appliziert worden ist und mit K_{t_i} ($i = x, y$) die unterschiedlichen Querverzerrungsempfindlichkeiten der DMS-Gitter (Herstellerangabe) bezeichnet. Allerdings tritt bei dem eingesetzten Kunststoff und dem verwendeten Versuchsaufbau (Zugbelastung) ein Fehler vor allem bei der Querstauchung auf (vgl. Bild 3–29). Dieser ist aber vernachlässigbar gering. So wird im Weiteren auf eine Korrektur der Messwerte verzichtet.

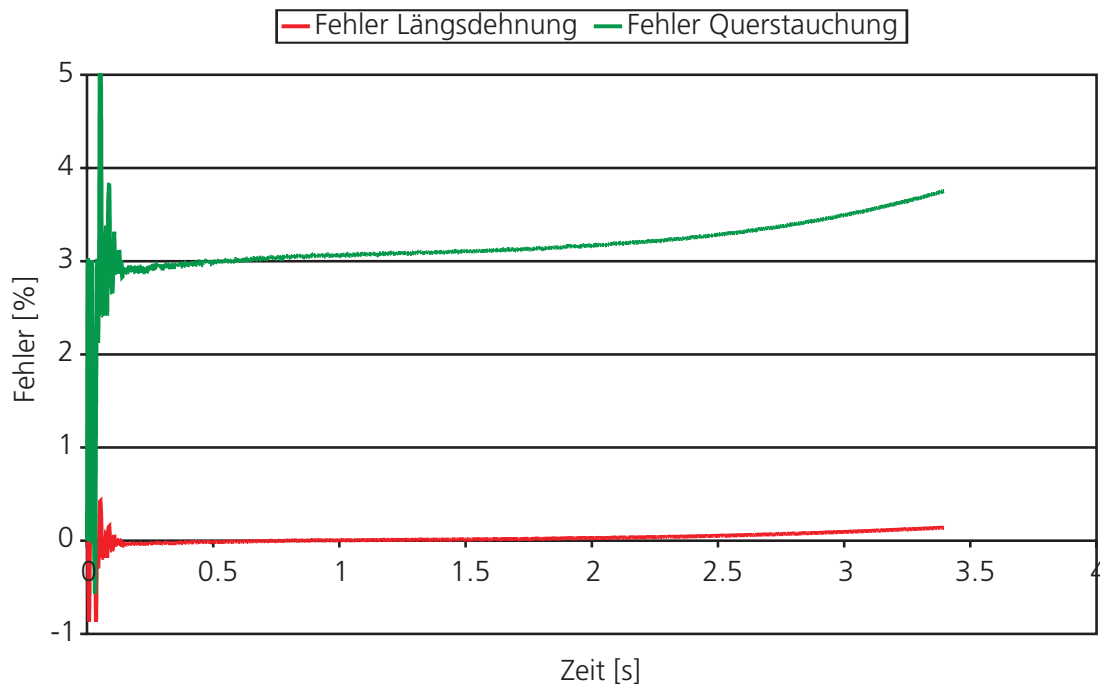


Bild 3–29: Fehler der Messsignale durch Querkontraktion des auf dem untersuchten Kunststoff applizierten DMS bei einem quasistatischen Zugversuch in die 1-Richtung.

Wie bei den Schubversuchen konnten keine Versuche in Richtung der Plattendicke (3-Richtung in Bild 3–3) durchgeführt werden. Der Platte wurden Proben in drei Richtungen (0° , 45° und 90°) entnommen (vgl. Bild 3–30). Proben der 0° -Richtung wurden in 2, 3, 4 und 6 mm Dicke gefertigt. Für die weiteren Richtungen wurden nur Proben mit 3 mm Dicke für die Versuchsdurchführung verwendet.

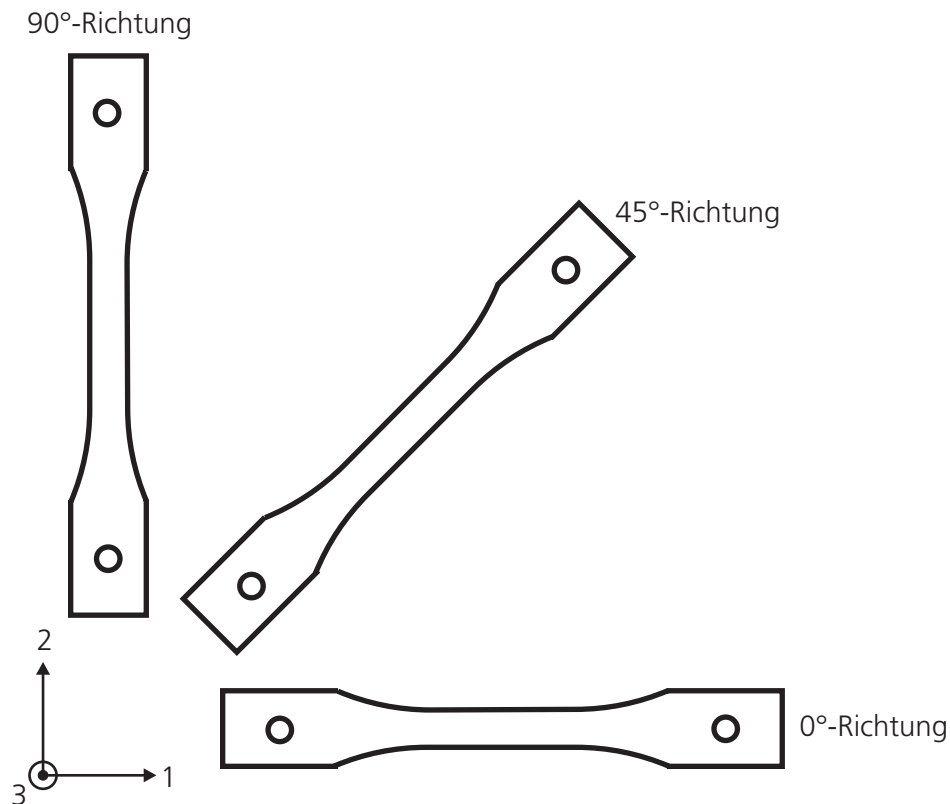


Bild 3–30: Probenentnahme aus der Platte für die Zugversuche mit Angabe der Richtung. Die 0°- bzw. 1-Richtung entspricht der Abspritzrichtung.

Elastisches Verhalten

Wie im Schublastfall konnte im Zuglastfall die Steifigkeit nur in die 1- und 2-Richtung ermittelt werden. Der Elastizitätsmodul der quasistatischen Zugversuche in Abspritzrichtung nimmt mit zunehmender Dicke der untersuchten Probe leicht ab (vgl. Bild 3–31). Die gemessenen Werte liegen aber in dem Bereich der Streuung der einzelnen Versuche. Folglich wird im Weiteren und in der Modellerstellung (vgl. Kapitel 4.2) der Einfluss der Probendicke auf die Materialkennwerte vernachlässigt. Dagegen liegt die Steifigkeit der 3 mm dicken Probe in die 2-Richtung um ca. 40 % unterhalb der in die 1-Richtung. Ein ähnliches Materialverhalten konnte auch bei kurz- und langfaserverstärkten Polyamidplatten festgestellt werden, die durch Spritzguss hergestellt wurden [3].

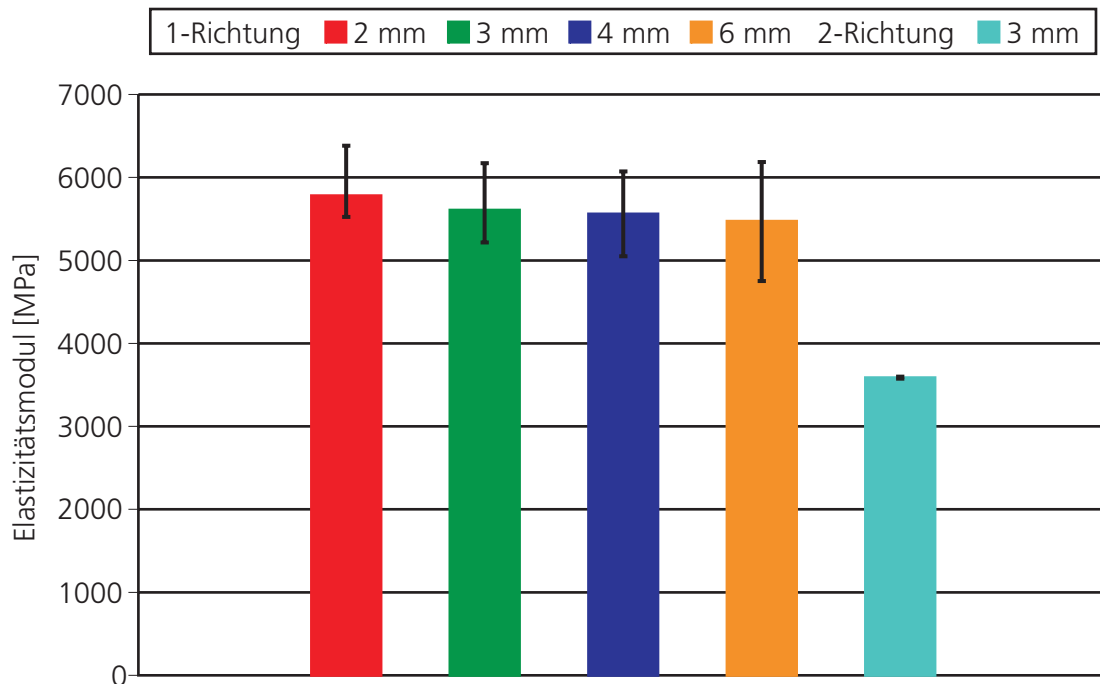


Bild 3–31: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Probendicke bei einem quasistatischen Zugversuch in die 1- bzw. 2-Richtung.

Da wegen der Plattengeometrie keine Zugversuche in die 3-Richtung durchgeführt werden konnten, wurde dafür der Elastizitätsmodul bei Raumtemperatur eines unverstärkten PBT-Kunststoffes (Duranex 2000, der Firma Polyplastic) herangezogen (vgl. Bild 3–32). Als Messgröße wurde ein unverstärktes Material verwendet, da durch das Geschwindigkeitsprofil beim Spritzgießen innerhalb der Platte (vgl. Bild 3–6) und in einer Füllsimulation mit Filmanguss [2] beinahe keine Fasern in diese Richtung ausgerichtet sind.

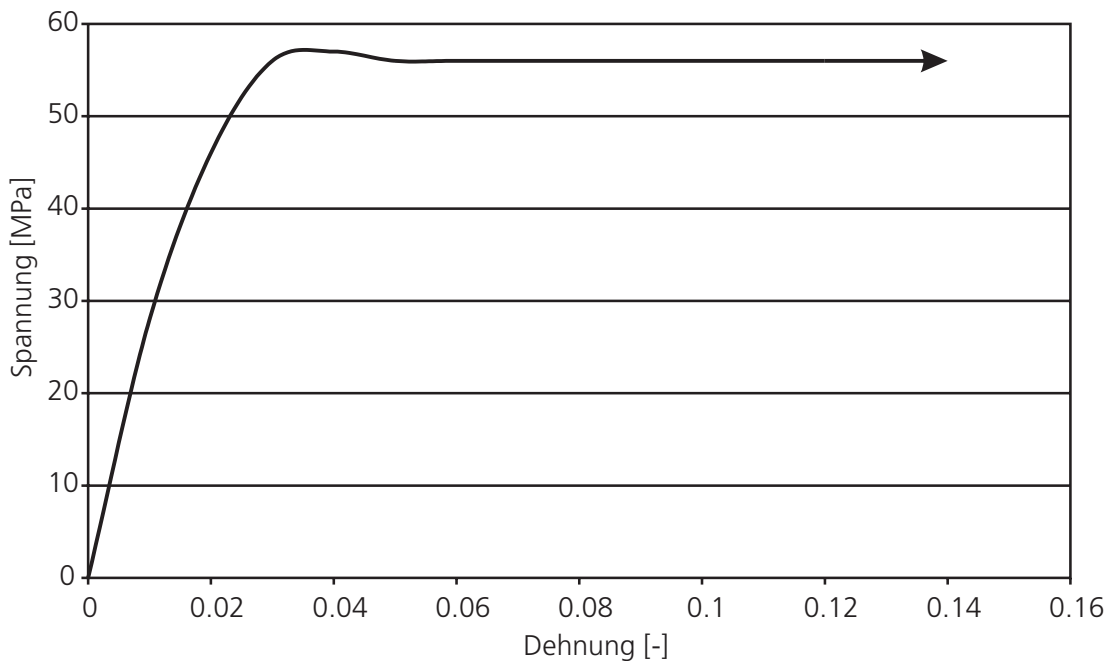


Bild 3–32: Spannungs-Dehnungskurve eines unverstärkten PBT-Kunststoffes der Firma Polyplastic [80] unter einer Zugbeanspruchung.

Nichtlinearität des elastischen Verhaltens

Bei Retting [108] wird aufgeführt, dass sich thermoplastische Polymere bei einem Zugversuch im Allgemeinen nur zu Beginn der Dehnung linear verhalten. Oberhalb dieses Bereiches verhält sich das Material zunächst nicht mehr linear, aber dennoch verzögert elastisch. Zur Untersuchung dieses Verhaltens wurden zyklische quasistatische Zugversuche durchgeführt. In Bild 3–33 ist die Nichtlinearität des Kunststoffes im elastischen Bereich und der Beginn der Plastizität zu erkennen. Sogar am Anfang der Dehnung sind die beiden Entlastungskurven nicht deckungsgleich mit der Belastungskurve (Schlaufenbildung der Spannungs-Dehnungskurven).

Allerdings ist die gemessene Nichtlinearität im Verhältnis zur Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit (vgl. Bild 3–31) so gering, dass sie in der Modellerstellung (vgl. Kapitel 4.2) vernachlässigt wurde.

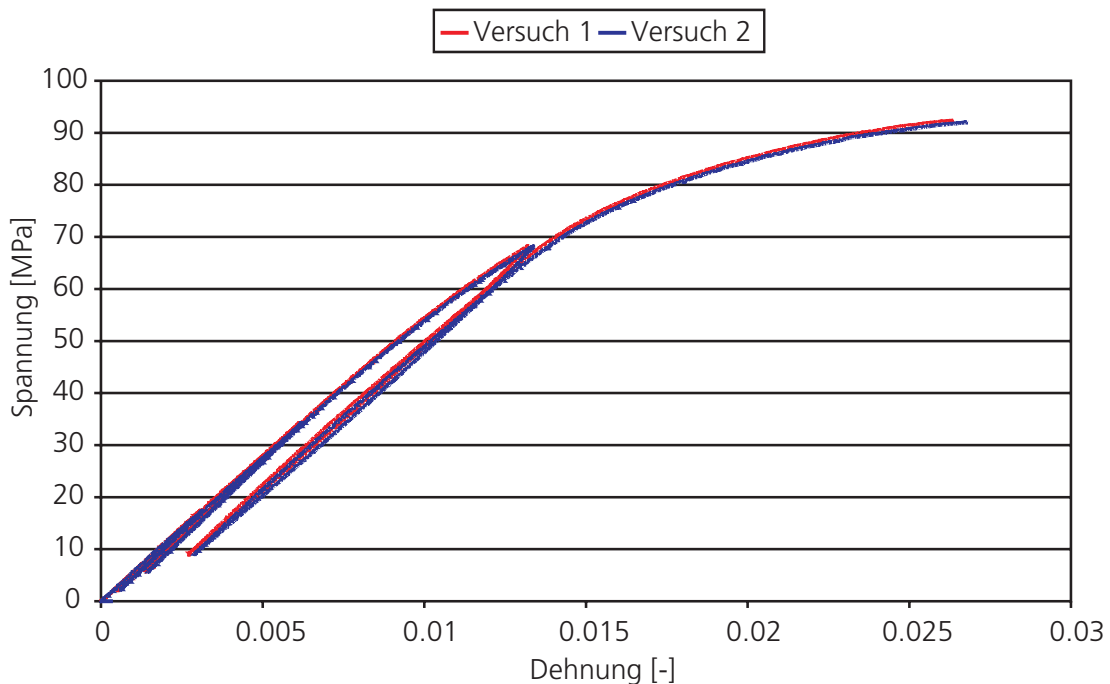


Bild 3–33: Quasistatische zyklische Zugversuche in die 1-Richtung mit einer Proben-
dicke von 3 mm.

Elastische Querkontraktionszahlen

Die Absolutbeträge der beiden elastischen Querkontraktionszahlen (ν_{12} und ν_{13}) nach der in (2-39) genannten Gleichung für eine Zugbelastung in die 1-Richtung bei einem quasistatischen Versuch ergeben sich nahezu identisch (vgl. Bild 3–34). Dies ist ein erstes Indiz für ein transversal isotropes Verhalten des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei einer Belastung in die 1-Richtung.

Dagegen unterscheiden sich die Beträge der Querkontraktionszahlen bei einer Belastung in die 2-Richtung (ν_{21} und ν_{23}) um ca. 40 %. In die Dickenrichtung (3-Richtung) sind nahezu keine Fasern ausgerichtet, in die Querrichtung (1-Richtung) zur Belastung sind ungefähr 80 % der Fasern orientiert. Somit ist diese Querkontraktionszahl sehr viel niedriger, da die Fasern einen Teil der Belastung aufnehmen können.

Mit der Gleichung (2-40) ist es möglich, die Bestimmung der Querkontraktionszahlen in einem Zugversuche zu validieren.

$$\nu_{21} = \nu_{12} \frac{E_2}{E_1} = 0.39 \frac{3500 \text{ MPa}}{5600 \text{ MPa}} = 0.24 \quad (3-13)$$

Diese kann auch bei einer quasistatischen Zugbelastung in die 2-Richtung bestimmt werden. Der experimentell ermittelte Wert ($\nu_{21} = 0.25$) stimmt sehr gut mit dem in (3-13) errechneten überein.

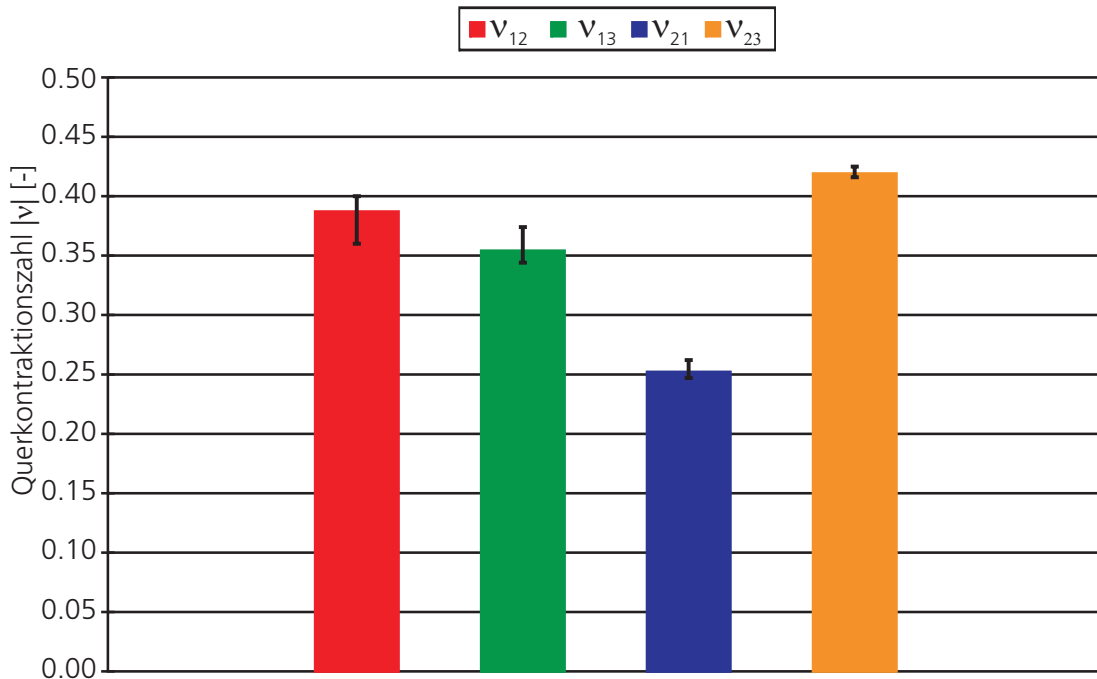


Bild 3–34: Querkontraktionszahlen bei einem quasistatischen Zugversuch in die 1- und 2-Richtung einer 3 mm dicken Probe.

Viskoelastizität

Kurzfaserverstärkte Polymere besitzen bei einer Belastung in Abhängigkeit von der Belastungsgeschwindigkeit ein unterschiedliches elastisches Verhalten [26]. In [108] sind weitere Beispiele unverstärkter Thermoplaste aufgeführt, die ein viskoelastisches Verhalten zeigen. Bei langsam ansteigender Spannung folgen die Polymerketten gleichmäßig der einwirkenden Last. Dagegen bleiben bei einem schnellen Spannungsanstieg die Gleitreaktionen und die damit verbundene Deformation hinter der Kraftwirkung zurück. Bei den Zugversuchen mit einer 3 mm dicken Probe bei den quasistatischen (Dehnrates $\dot{\epsilon} = 0.001s^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$) und dynamischen ($\dot{\epsilon} = 1.0s^{-1}$) Belastungen ist ein geringes Ansteigen der Elastizitätsmoduln zu erkennen (vgl. Bild 3–35).

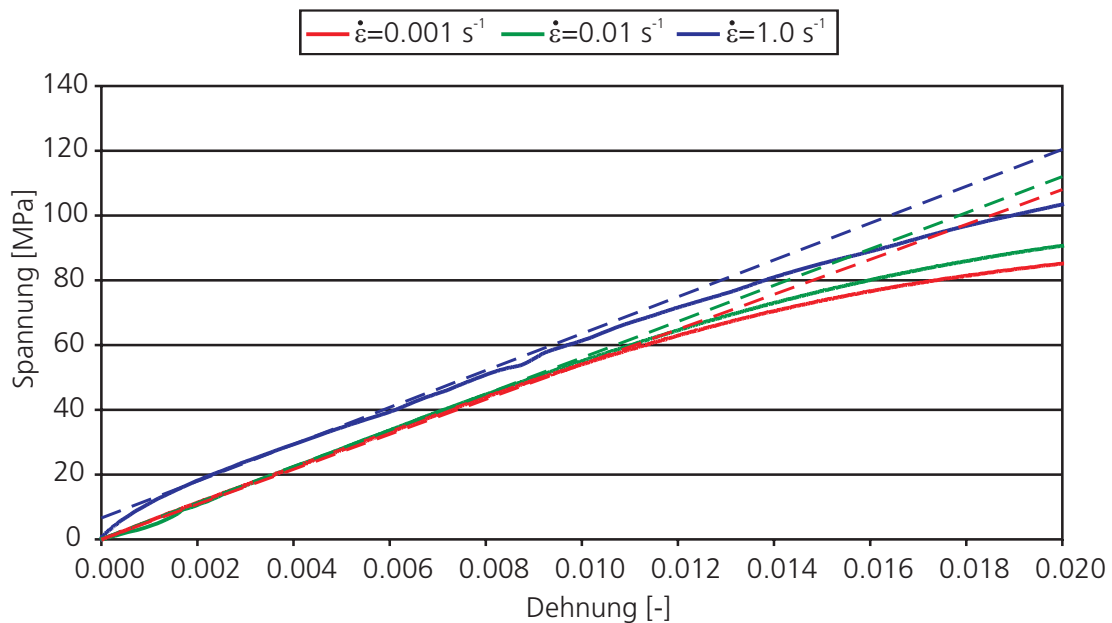


Bild 3–35: Viskoelastisches Verhalten des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei Zugversuchen mit unterschiedlicher Dehnrates einer 3 mm dicken Probe: Spannungs-Dehnungskurve (durchgezogene Linie); entsprechender Elastizitätsmodul (gestrichelte Linie).

In Tabelle 3–5 sind die Werte der Elastizitätsmoduln in Abhängigkeit der Belastungsgeschwindigkeit in die 1-Richtung einer 3 mm dicken Zugprobe aufgetragen.

Tabelle 3–5: Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Belastungsgeschwindigkeit in die 1-Richtung bei einer 3 mm dicken Probe.

Dehnrates [1/s]	0.001	0.01	1.0
Elastizitätsmodul [MPa]	5400	5600	5700

Dieses viskoelastische Verhalten tritt auch bei glasfaserverstärktem Polycarbonaten auf [26]. Ebenso wie die Nichtlinearität blieb die viskoelastische Steifigkeit wegen der Vernachlässigbarkeit im Verhältnis zur richtungsabhängigen Elastizität (vgl. Bild 3–31) in der Werkstoffmodellierung (vgl. Kapitel 4.2) unberücksichtigt.

Plastisches Verhalten

Eine sehr deutliche Verfestigung des Materials tritt bei dynamischen Zugversuchen auf (vgl. Bild 3–36).

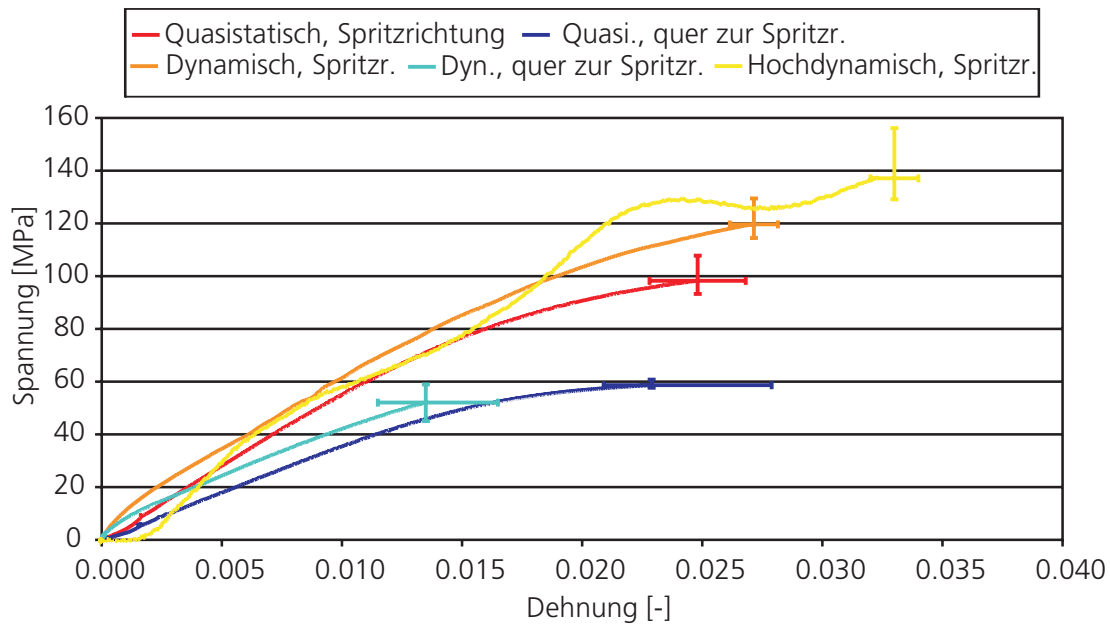


Bild 3–36: Spannungs-Dehnungskurven des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei einer quasistatischen und dynamischen Zugbelastung in die 1- und 2-Richtung bei einer Plattendicke von 3 mm.

Zusätzlich weist das Materialverhalten eine sehr starke Richtungsabhängigkeit im plastischen Bereich auf. So ist die Zugfestigkeit quer zur Abspritzrichtung ca. 40 % niedriger als bei einer Belastung in die 1-Richtung. Dies tritt auch bei anderen verstärkten Kunststoffen auf [3]. Im Gegensatz dazu steigt die Maximalspannung in die 1-Richtung bei Bruch bei den hochdynamischen Versuchen zu den quasistatischen Versuchen um ungefähr 40 % an.

Wie im elastischen Bereich konnte auch im plastischen kein signifikanter Unterschied des Materialverhaltens in Abhängigkeit der Probendicke gefunden werden (vgl. Bild 3–37). Die Zugfestigkeit steigt bei einer Probendicke von 2 mm bis 4 mm leicht an, fällt aber bei den Proben mit 6 mm Dicke unter das Spannungsniveau einer Probe mit 2 mm Dicke ab. Wie bei der Elastizität wurde auch bei der Plastizität der Dickeneinfluss in der Modellbildung (vgl. Kapitel 4.2) nicht berücksichtigt.

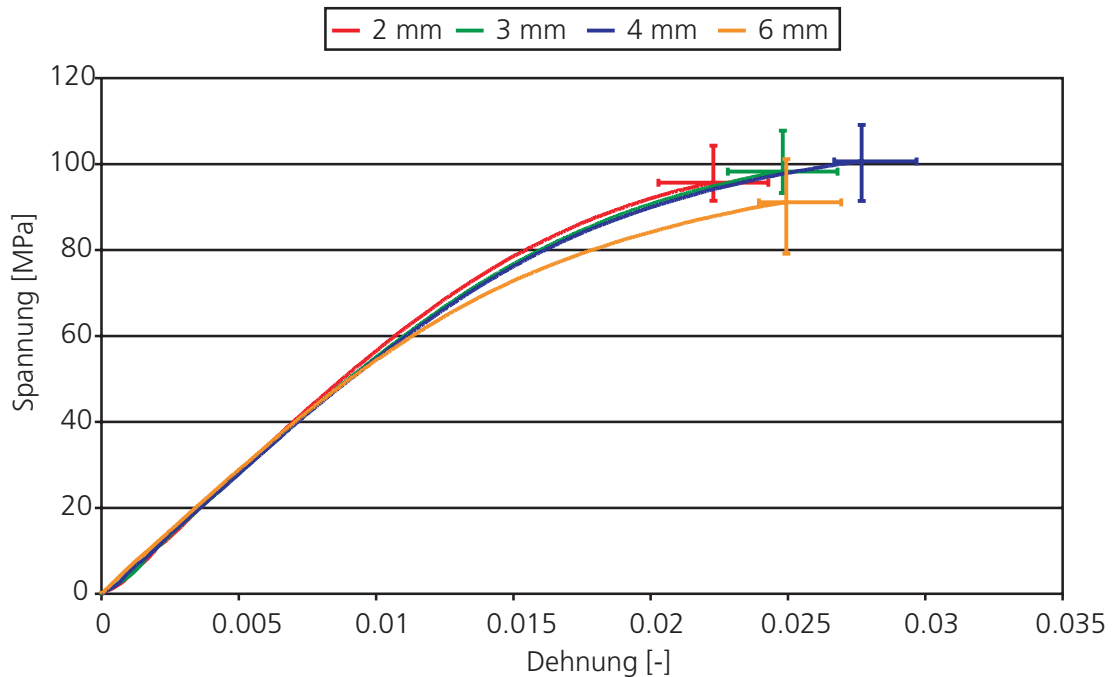


Bild 3–37: Spannungs-Dehnungskurven des kurzfaserverstärkten Kunststoffes bei einer quasistatischen Zugbelastung in die 1-Richtung bei verschiedenen Probendicken.

Auf das Versagen unter einer Zugbeanspruchung wird im nächsten Kapitel genauer eingegangen.

Hohlraumbildung

Kunststoffe zeigen in der Plastizität im Gegensatz zu metallischen Werkstoffen meist keine Volumenkonstanz. Diese besagt, dass sich die Summe der plastischen Verzerrungskremente in Gleichung (2-55) zu Null addieren. So steigen bei einem volumenkonstanten Material die mit Gleichung (2-55) errechnete und gemessene Dickenstauchungen in einem Zugversuch parallel, aber versetzt an. Dieser Effekt ist durch den elastischen Bereich bedingt, da in diesem normalerweise keine Volumenkonstanz vorkommt. Allerdings ergibt sich bei dem untersuchten Kunststoff in einem quasistatischen Zugversuch mit einer 3 mm dicken Probe in die 1-Richtung unter der Annahme der Volumenkonstanz eine größere errechnete Dickenstauchung als die gemessene (vgl. Bild 3–38).

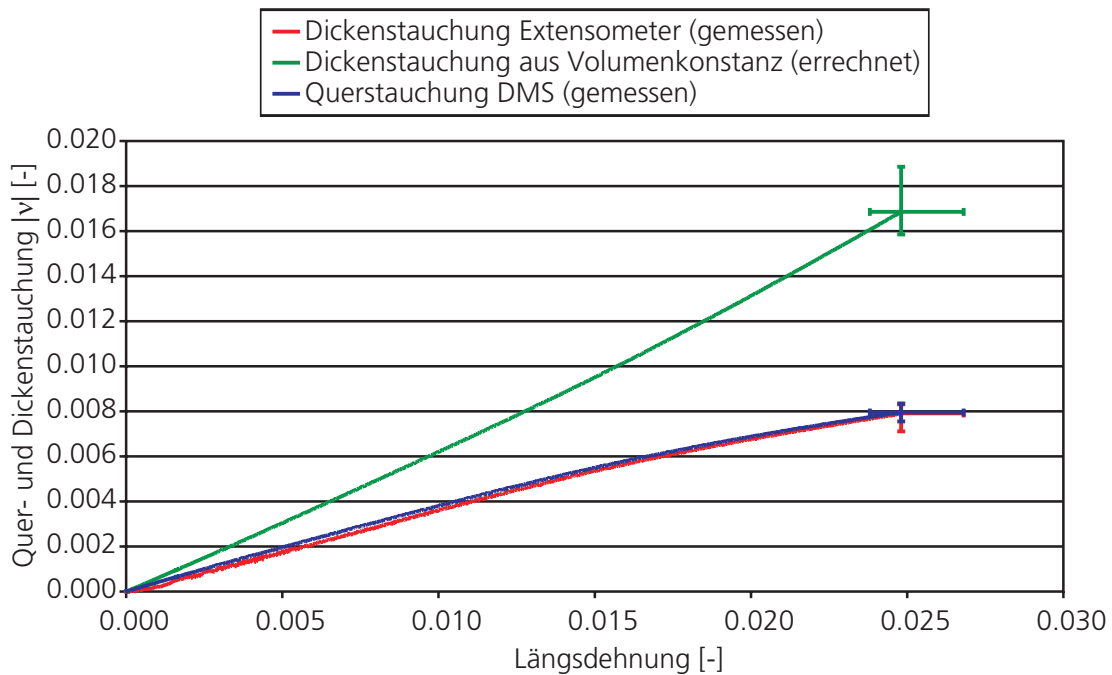


Bild 3–38: Verlauf des Absolutbetrages der errechneten und gemessenen Dicken- und Querstauchung bei einem quasistatischen Zugversuch einer Platte mit 3 mm Dicke in die 1-Richtung.

Dies kann durch die Craze- oder Scherbandbildung bei unverstärkten Polymeren erklärt werden (vgl. Bild 3–39). Bei ersterer reduziert sich lokal die Dichte gegenüber dem kompakten Grundmaterial um 40-60 % und es tritt eine Orientierungsinhomogenität auf (vgl. Bardenheier [9] oder Strobl [122]). Hochorientierte, längskraftübertragungsfähige Fibrillen verbinden die noch ungestörten Bereiche miteinander.

Sowohl die Quer- als auch die Dickenstauchung sind über den gesamten Dehnungsbereich äquivalent (vgl. Bild 3–38). Dies ist das zweite Indiz für ein transversal isotropes Verhalten des Kunststoffes bei einer Belastung in die 1-Richtung und ist durch die größtenteils in Abspritzrichtung ausgerichteten Fasern (vgl. Bild 3–6) zu erklären. Daher wirkt diese Richtung als die ausgezeichnete Richtung (Belastungsrichtung) und senkrecht dazu (Quer- und Dickenrichtung) verhält sich der Werkstoff isotrop (vgl. Kapitel 2.3.1).

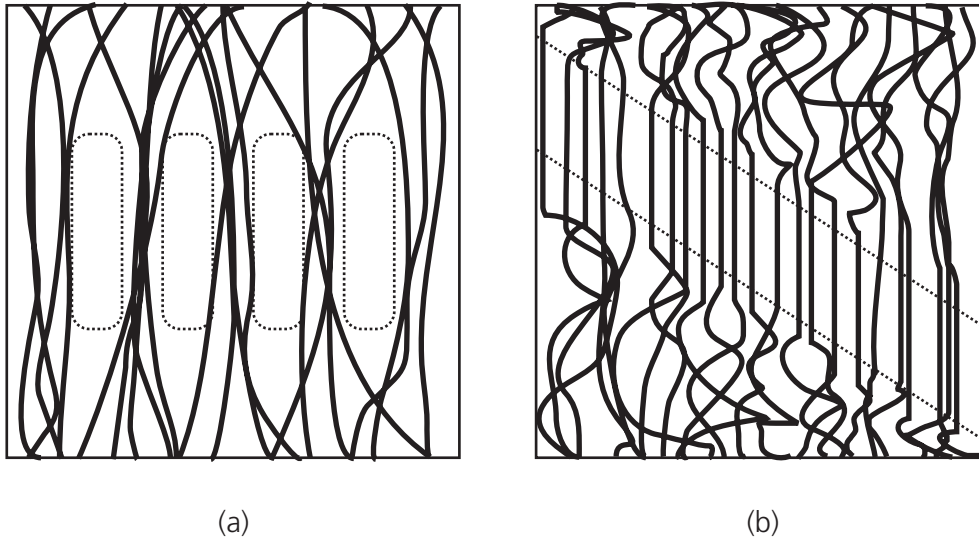


Bild 3–39: Gegenüberstellung der Verformungsmechanismen von Kunststoffen: (a) Crazebildung; (b) Scherbandbildung.

Verfestigung

Viele Stoffe zeigen bei der Verfestigung eine logarithmische Abhängigkeit von der Verzerrungsrate. Bei diesem Material wurden bei drei verschiedenen Dehnraten ($\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$, $\dot{\epsilon} = 1.0s^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 100.0s^{-1}$) Zugversuche in die 1-Richtung durchgeführt. So konnten mit

$$\sigma = (\sigma_1 - \sigma_2) \left(\frac{\lg \dot{\epsilon} - \lg \dot{\epsilon}_2}{\lg \dot{\epsilon}_1 - \lg \dot{\epsilon}_2} \right) + \sigma_2 \quad (3-14)$$

die Spannungswerte bei einer Dehnrates eines Zugversuches ($\dot{\epsilon} = 100.0s^{-1}$) anhand der beiden anderen ($\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 1.0s^{-1}$) errechnet werden. Diese werden in Bild 3–40 mit experimentell bestimmten Daten verglichen.

Eine sehr gute Übereinstimmung liegt deutlich vor. Somit wird für das übrige verzerrungsratenabhängige Verhalten des Kunststoffes die in Gleichung (3-14) formulierte Abhängigkeit angenommen.

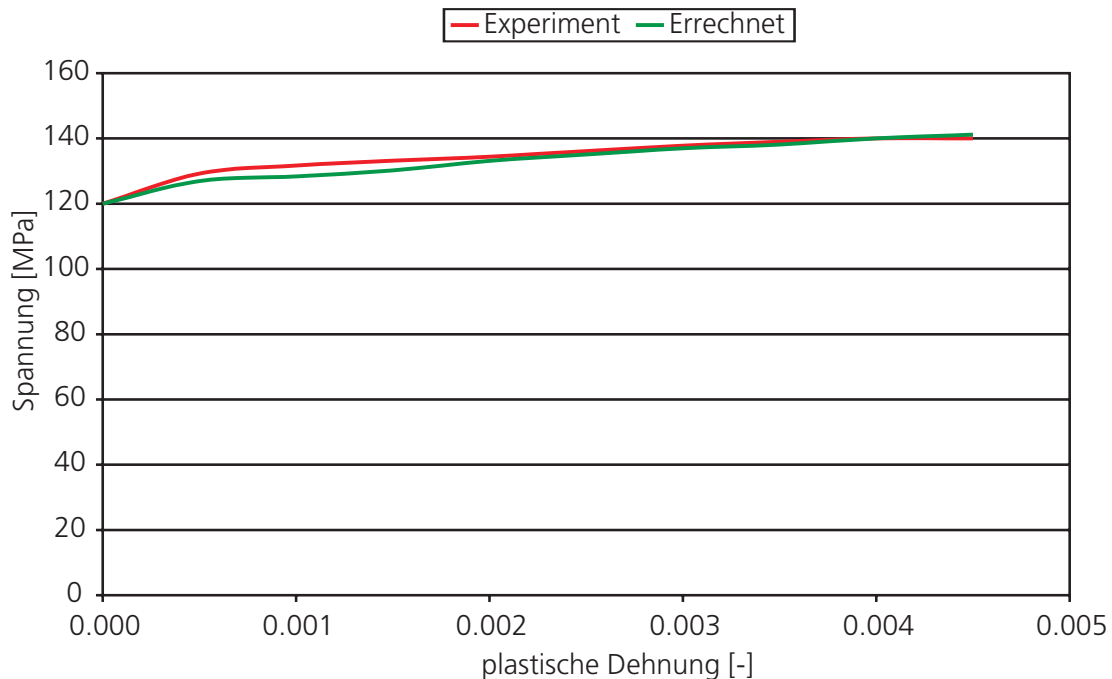


Bild 3–40: Äquivalenz der errechneten Spannungswerte bei einer Dehnrage von 100 1/s und den experimentell ermittelten Spannungswerten bei einem Zugversuch in die 1-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe.

3.7 Versagen

In Bild 3–41 ist zu erkennen, dass sich bei diesem kurzfaserverstärkten Kunststoff ein komplexes Versagensverhalten ergibt. Das Versagen ist nicht nur vom hydrostatischen Druck, sondern auch von der Verzerrungsrate und der plastischen Vergleichsverzerrung abhängig. Da nicht bei allen Belastungsarten in Abhängigkeit der Verzerrungsrate Versuche durchgeführt wurden, wurde das Versagensverhalten anhand der dynamischen Ergebnisse der Zugversuche und Gleichung (3-14) extrapoliert.

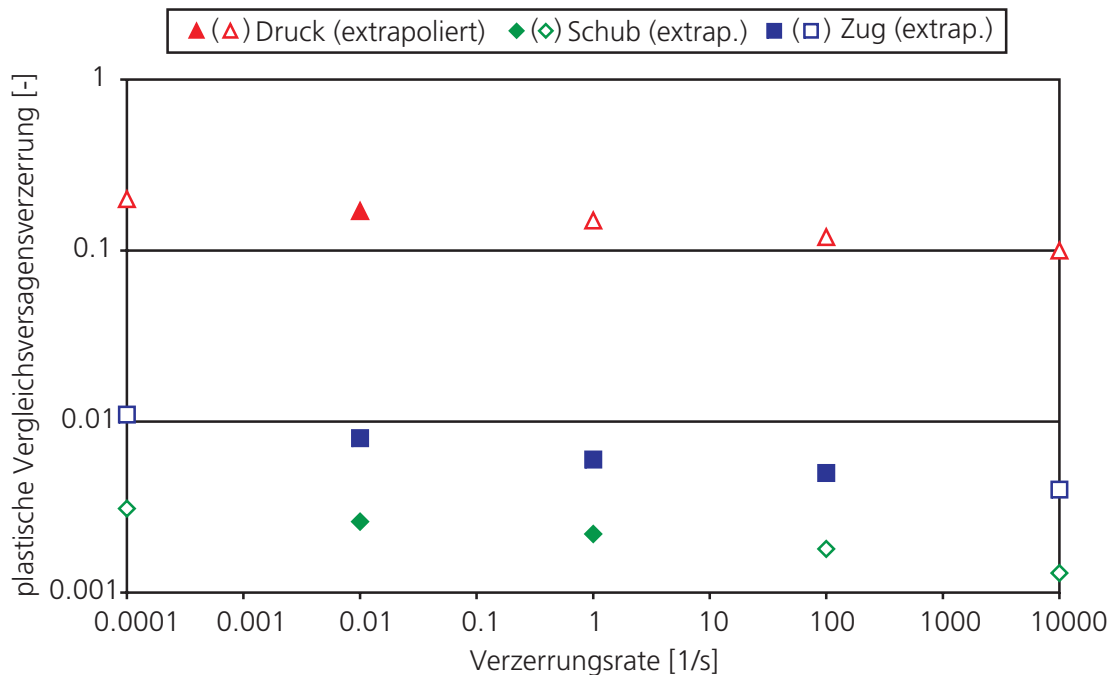


Bild 3–41: Plastische Vergleichsversagensverzerrung in 1-Richtung in Abhängigkeit der Verzerrungsrate und der Belastungsart.

Um in der zu entwickelnden Materialroutine auch ein Versagensmodell implementiert zu können, müssen die für den Versagenspunkt wichtigen Einflussgrößen ermittelt und bestimmt werden. Nicht nur das plastische Verhalten ist von der Verzerrungsrate und dem hydrostatischen Druck abhängig, sondern auch der Versagenspunkt. Demzufolge wird ein so genanntes Mehrachsigenverhältnis η mit

$$\eta = \frac{p}{q} \quad (3-15)$$

definiert. Dabei ist in (3-15) p der hydrostatische Druck und q die Vergleichsspannung. Die plastische Vergleichsversagensverzerrung wurde in Abhängigkeit von der Verzerrungsrate und dem Mehrachsigenverhältnis bestimmt. Bei den Druckversuchen ist der Versagenspunkt des Materials sehr schwierig zu bestimmen. Es findet dabei kein Sprödbruch statt, wie beim Schub- oder Zugversuch, sondern ein Scherbruch und somit ein Abgleiten des Materials. Ein unverstärkter Thermoplast versagt unter einer Druckbelastung nicht (vgl. [52]). Weil sich ein faserverstärkter Kunststoff unter einer Druckbelastung ähnlich einem unverstärktem verhält, ist die plastische Vergleichsversagensstauchung bei diesem Belastungsfall sehr viel größer als bei den beiden anderen Belastungsarten (Zug und Schub).

Durch die Füllung des Kunststoffes mit kurzen Glasfasern ergibt sich ein richtungsabhängiges Versagen im Belastungsfall. Besonders deutlich wird dies bei einer Zugbelastung (vgl. Bild 3–36). Bei einer Beanspruchung in die Abspritzrichtung sind die meisten Fasern in diese ausgerichtet. Daher wird die Kunststoffmatrix durch den Faserdurchmesser wenig gestört. Dagegen tritt bei einer Querbelastung eine stärkere Störung auf, da die meisten Fasern mit der gesamten Faserlänge die Matrix stören. Diese Phänomene äußern sich in den unterschiedlichen maximal erreichten plastischen Dehnungen bei den quasistatischen Zugversuchen in die 1- bzw. 2-Richtung. Das Material bricht bei dem Zugversuch in die 2-Richtung bei ca. 80 % der maximalen plastischen Dehnung in die 1-Richtung. Es ergeben sich die in Tabelle 3–6 genannten Faktoren.

Tabelle 3–6: Bewertungsfaktoren für das richtungsabhängige Versagen bei den quasistatischen Versuchen in die unterschiedlichen Richtungen.

	Normalenrichtung			Schubrichtung		
	1-Richt.	2-Richt.	3-Richt.	12	13	23
Wert Druck [-]	1.0	0.7	1.5	1.0	1.0	1.0
Wert Zug [-]	1.0	0.8	1.5	1.0	1.0	1.0
Arithmetisches Mittel [-]	1.0	0.75	1.5	1.0	1.0	1.0

Die Werte unterscheiden sich minimal unter einer Druck- oder Zugbelastung. Folglich wird wieder das arithmetische Mittel für die Koeffizienten im Materialmodell verwendet. Bei einem Drucklastfall konnten alle drei Raumrichtungen untersucht werden. Im Zuglastfall wird also eine ähnlich hohe Versagensdehnung in die dritte Richtung angenommen. Diese Annahme beruht auf der Spannungs-Dehnungskurve des unverstärkten Materials (vgl. Bild 3–32), bei der keine Bruchspannung zu erkennen ist und die somit über 14 % Dehnung liegt. Das implementierte Versagensmodell berücksichtigt eine vom hydrostatischen Druck abhängige Versagensfläche. Somit wird zwischen einem Versagen unter Druck, Schub oder Zug unterschieden. Daher ergeben sich die Faktoren für das richtungsabhängige Versagen im Schublastfall unabhängig von den Faktoren für die Normalrichtungen. Es wird erneut ein isotropes Verhalten der Kunststoffmatrix unter Schub angenommen, wie es auch die Experimente auch ansatzweise gezeigt haben (vgl. Kapitel 3.5). Unter höheren Belastungsgeschwindigkeiten im Zuglastfall wird das Material immer spröder. Die erreichte plastische Dehnung verringert sich im Verhältnis zu den quasistatischen Versuchen um ca. 50 % und die Zugproben zersplitterten in mehrere Teile.

3.8 Komponentenversuche

Für die praxisnahe Anwendung des Werkstoffmodells wurden Impaktversuche an einer verrippten Komponente durchgeführt. Dabei handelt es sich um ein für die Crashsimulation relevantes Bauteil: einen Energieabsorber im Falle eines Zusammenstoßes (Frontmodul). Für die Belastung wurde ein kugelförmiger Impaktor verwendet (vgl. Bild 3–42). In der Halterung des Impaktors war ein Kraftsensor mit der maximalen Zugbelastung von 16 kN und Druckbelastung von 60 kN eingebaut. Auf einer Seite des Impaktors war eine Einrichtung für die optische Wegmessung befestigt.

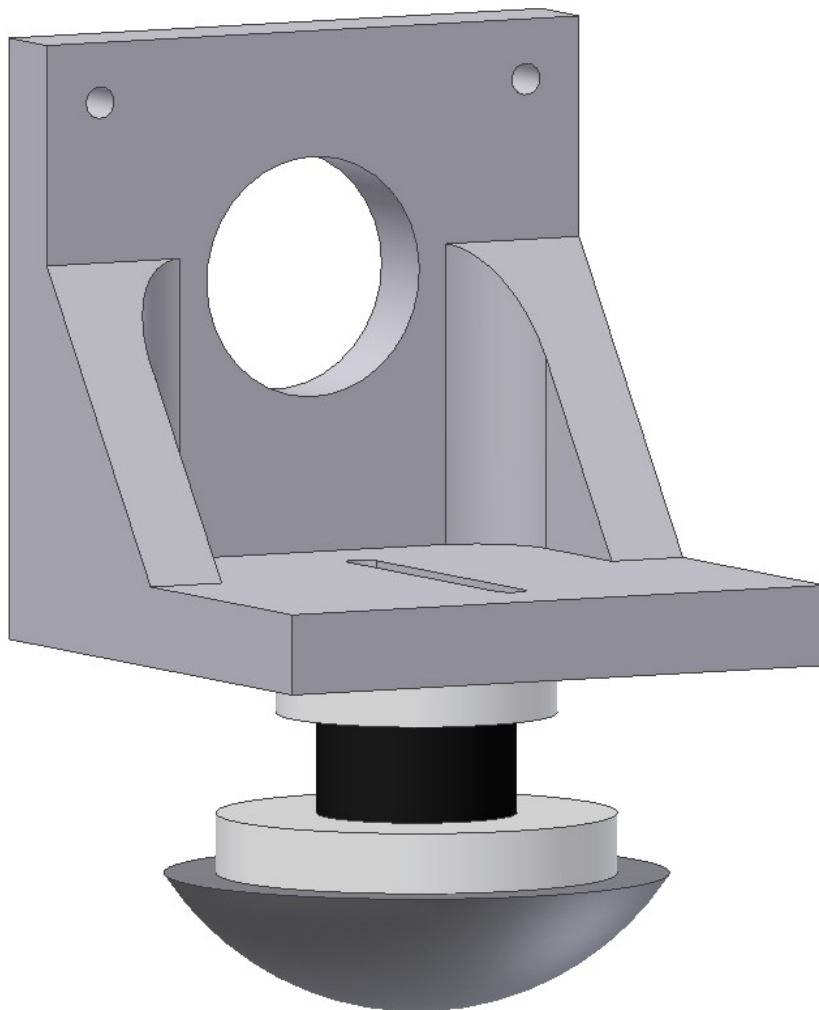


Bild 3–42: Konstruktionsdarstellung des verwendeten kugelförmigen Impaktors.

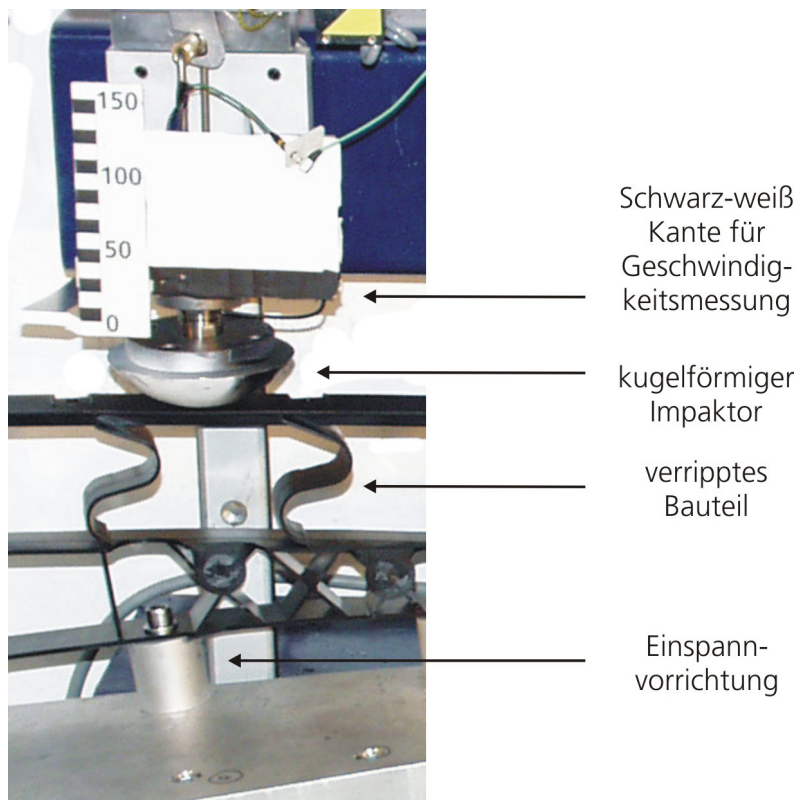
Der Impaktor wurde auf einer Fallgewichtsanlage über einer Rollenlagerung an einer senkrechten Schiene befestigt und durch die Erdgravitation aus einer definierten Höhe beschleunigt, so dass die gewünschte Geschwindigkeit erreicht wurde. Das Bauteil wurde auf zylinderförmigen Stempeln aufgeschraubt, die auf einer Aluminiumplatte und einem Holzaufbau befestigt sind. Die Aluminiumplatte des Holzaufbaus wurde gegen die Horizontale geneigt, um einen senkrechten Impact zu gewährleisten. Der Versuch wurde mit zwei unterschiedlichen Geschwindigkeiten (ca. 5.1 m/s und ca. 6.3 m/s) an zwei verschiedenen Stellen mit jeweils drei Wiederholungen durchgeführt:

- in der Mitte zwischen zwei Rippen (vgl. Bild 3–43a)
- auf einer Rippe (vgl. Bild 3–43b)

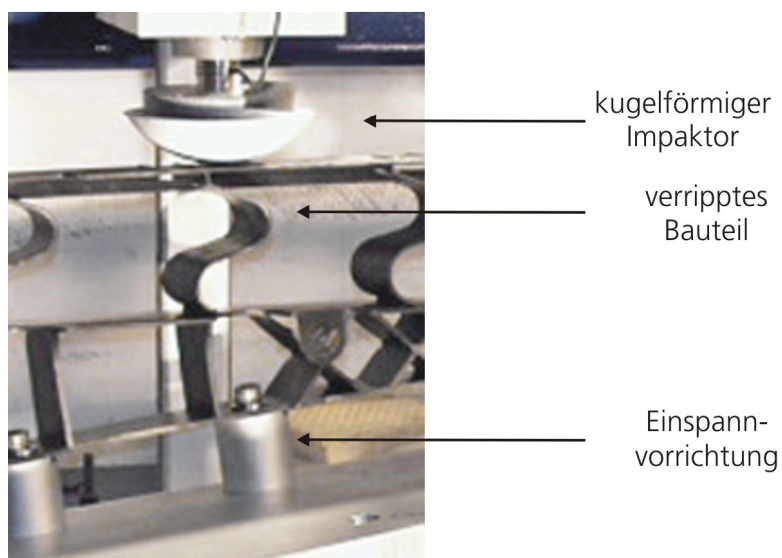
Durch die Versuche konnte das dynamische Verhalten des Versuchsobjektes analysiert werden. Das Verformungsverhalten wurde durch eine Hochgeschwindigkeitskamera und mit einem Oszilloskop die Kraft- und Wegsignale des Impaktors aufgezeichnet.

Durch den Aufbau mit der Schiene und der Befestigung auf der Holzkonstruktion war gewährleistet, dass der Impact immer an der identischen Stelle der Komponente erfolgt ist und auftretende Schwingungen durch das Holz gedämpft wurden.

Die Ergebnisse der Versuche sind in einem späteren Teil der Arbeit (Kapitel 5.3) dargestellt.



(a)



(b)

Bild 3-43: Versuchsaufbau und Impactstellen am verrippten Bauteil: (a) zwischen zwei Rippen; (b) auf eine Rippe.

3.9 Zusammenfassung und Diskussion

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der Werkstoffcharakterisierung unter den verschiedenen Lastbedingungen, Geschwindigkeiten und Richtungen zusammengefasst und dargestellt. Ein besonderes Augenmerk wird sowohl auf das für Kunststoffe typische unterschiedliche Verhalten bei einer Druck-, Schub-, bzw. Zugbelastung (vgl. Junginger [52]) als auch auf die bei speziell verstärkten Thermoplasten auftretende differente Steifigkeit bei einer Druck- bzw. Zugbelastung gerichtet.

Unterschiedlicher Elastizitätsmodul bei Druck- bzw. Zugbelastung

Bei den quasistatischen Druck- und Zugversuchen ergab sich ein unterschiedlicher Elastizitätsmodul in der Abspritzrichtung (vgl. Bild 3–44).

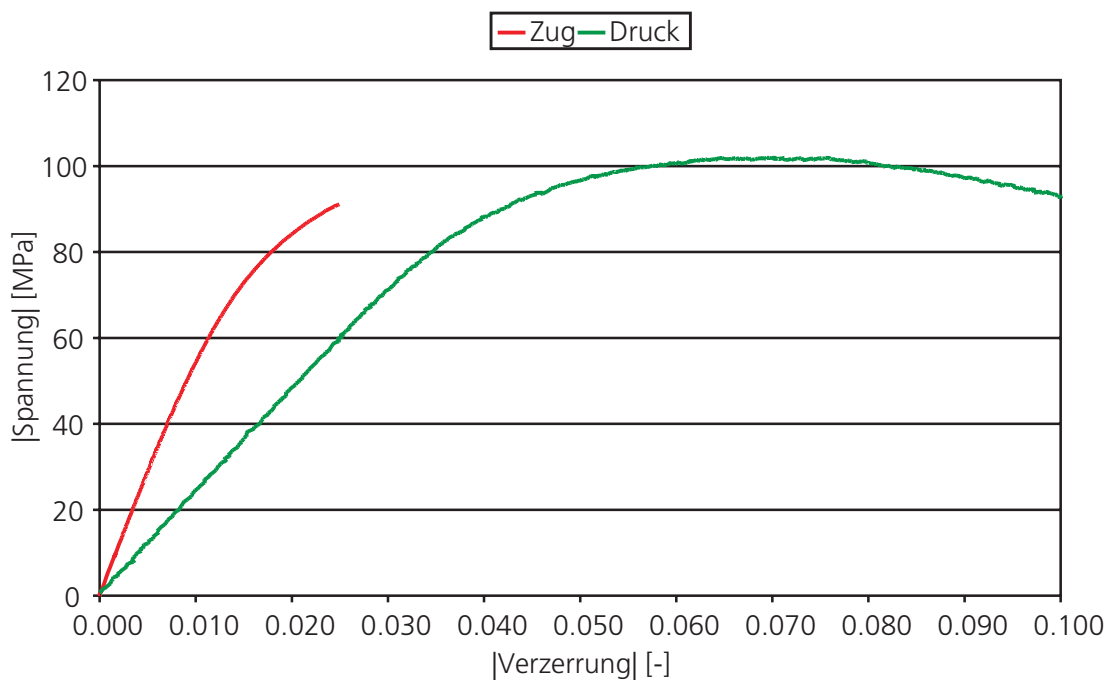


Bild 3–44: Unterschiedliches elastisches Verhalten der Spannungs-Verzerrungskurve im quasistatischen Druck- und Zuglastfall. Die anfangs nicht lineare gemessene Steifigkeit bei einer Druckbelastung wurde linear bis zur Abszisse verlängert und der Schnittpunkt in den Nullpunkt verschoben.

Die Proben der Druck- und Zugversuche wurden aus der Platte mit 6 mm gefertigt. So wurden die bei diesen Versuchen gemessenen Elastizitätsmoduln mit derselben Plattendicke ermittelt. Dies ergab eine Abweichung von über 50 % und ist auf die Glasfasern zurückzuführen, die im Vergleich zur Kunststoffmatrix eine hohe Steifigkeit aufweisen. Durch den

polymeren Aufbau des Kunststoffes ergibt sich bei einem unverstärkten Material durch eine Druckbelastung eine höhere Steifigkeit als bei einer Zugbelastung (vgl. Brostow [16] und Kausch [53]). Bei einer Druckbeanspruchung werden die Molekülketten zusammengestaucht und verdichtet. Dagegen werden diese bei einer Zugbeanspruchung auseinander gezogen und gleiten aneinander ab. Bei dem verstärktem Material werden aber auch die Fasern bei einer Zugbelastung in Faserrichtung beansprucht. Durch deren höhere Steifigkeit (Elastizitätsmodul von Glasfasern [99]: 70 000-87 000 MPa und PBT [60]: 2 600 MPa) ergibt sich im Zuglastfall sowohl in der Abspritzrichtung als auch quer dazu ein höherer Elastizitätsmodul als im Drucklastfall. Der Effekt konnte auch bei verstärkten Polyamidimiden [34] und bei glasfaserverstärktem Polyurethan [136] gefunden werden. Ein weiterer Grund für die unterschiedliche Bestimmung der Steifigkeit könnte in der verwendeten Probengeometrie liegen. Bei der zylindrischen Form wird die Faserorientierung in der Mitte der Probe (roter Bereich) durch den prozentualen höheren Flächenanteil stärker berücksichtigt als die Orientierungen der Fasern am Rand der Probe (blauer Bereich). Im Gegensatz zur Verteilung der Fasern bei der Zugprobe (vgl. Bild 3–8) beträgt diese bei der Druckprobe in die 1-Richtung ca. 73 %, in die 2-Richtung ca. 27 % (vgl. Bild 3–45).

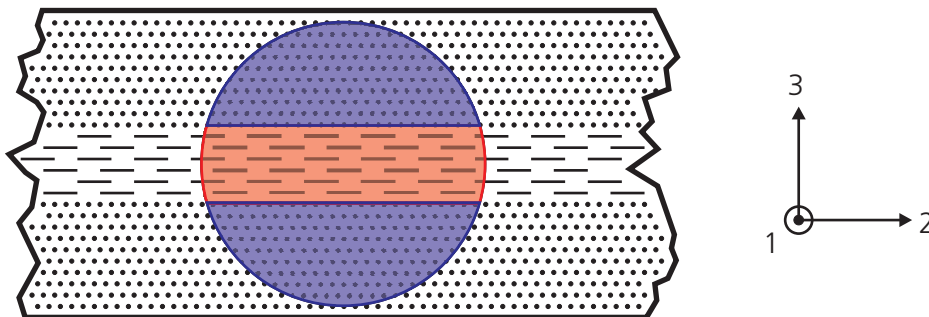


Bild 3–45: Faserorientierung (Spritzrichtung: 1-Richtung) und Kennzeichnung der Druckprobenentnahme für die Versuche in die 1-Richtung aus einem plattenförmigen Bauteil mit konstanter Dicke und Filmanguss.

Allerdings kann zur numerischen Simulation im entwickelten Materialmodell nur ein Elastizitätsmodul unabhängig von der Belastungsart angegeben werden. Es wird aus den ermittelten Werten im Druck- und Zuglastfall ein arithmetisches Mittel gebildet (vgl. Tabelle 3–7).

Tabelle 3–7: Richtungsabhängige Elastizitätsmoduln zur Beschreibung des elastischen Verhaltens des kurzfaserverstärkten Kunststoffes.

Elastizitätsmodul	1-Richtung	2-Richtung	3-Richtung
Druck [MPa]	2300	2400	2000
Zug [MPa]	5600	3500	2800
Arithmetisches Mittel [MPa]	3950	2950	2400

Wird der Elastizitätsmodul des untersuchten Kunststoffes mit dem Wert einer Datenbank über die mechanischen Kennwerte von Kunststoffen (z. B. CAMPUS [75] oder MatWeb [78]) verglichen, ergibt sich ein Unterschied. Die in den Datenbanken angegebenen Werte sind größer, aber nicht identisch. Dies ist zum einen darauf zurück zu führen, dass bei der Bestimmung anhand eines Zugversuches bei CAMPUS die Norm (vgl. DIN EN ISO 527-1 [92]) mit der Differenz von zwei Spannungs- bzw. Dehnungswerten nahe dem Nullpunkt herangezogen worden ist. So ergibt sich bei einem nicht linearen elastischen Verhalten eine größere Steifigkeit. Zum anderen sieht diese Norm eine globale Messung der Dehnung vor. Bei einer lokalen Messung (wie sie in dieser Arbeit verwendet worden ist), wird bei Kunststoffen meistens eine größere Dehnung ermittelt (vgl. Unterschiede von globaler und lokaler Dehnungsmessung bei Junginger [52]), was die gemessene Steifigkeit zusätzlich reduziert.

Unterschiedliche Plastizität bei Druck- bzw. Zugbelastung

Anhand der Werte der Streckgrenze bei den quasistatischen Zugversuchen wurden die in Kapitel 2.3.2 verwendeten Anisotropiefaktoren zur Berechnung der richtungsabhängigen Fließfläche ermittelt (vgl. Tabelle 3–8).

Tabelle 3–8: Anisotropiefaktoren des kurzfaserverstärkten Kunststoffes zur richtungsabhängigen Beschreibung des Fließbeginns.

Anisotropiefaktor	R_{11}	R_{22}	R_{33}	R_{12}	R_{23}	R_{13}
Wert Druck [-]	1.0	1.0	0.8	0.6	0.6	0.6
Wert Zug [-]	1.0	0.7	0.8	0.7	0.7	0.7
Arithmetisches Mittel [-]	1.0	0.85	0.8	0.65	0.65	0.65

Durch diese Faktoren ist es möglich, die isotrope, im Deviatorschnitt kreisrunde Fließfläche mathematisch in eine anisotrope, im Deviatorschnitt

nicht kreisrunde Fließfläche umzuformen. Dazu wird auf die Norm ISO 10113 [98] zurückgegriffen, die für metallische Werkstoffe die Messung der Koeffizienten in einem Zugversuch vorschreibt. In Bild 3–36 ist zu erkennen, dass das plastische Verhalten der beiden untersuchten Richtungen unter einer Zugbeanspruchung bei einem quasistatischen Versuch nahezu identisch ist. Somit kann dies mit den errechneten Faktoren gut beschrieben werden. Durch das unterschiedliche plastische Materialverhalten unter Druck- und Zugbelastung wurden auch verschiedene Anisotropiefaktoren bestimmt. Da aber im Materialmodell nur ein Faktor anzugeben ist, wurde das arithmetische Mittel verwendet. Zur Bestimmung des Faktors in die dritte Richtung bei einer Zugbelastung wurde der Fließbeginn aus Bild 3–32 ermittelt.

Die Werte der Schubversuche wurden anhand des Wertes des durchgeführten Experimentes als nahezu isotrop abgeschätzt, da bei einem Schubversuch vor allem die isotrope Kunststoffmatrix belastet wird (vgl. Junginger [52]).

Zusammenfassung

Der kurzfaserverstärkte Kunststoff zeigt ein sehr komplexes Materialverhalten. Die wichtigsten Eigenschaften sind markiert. Im Bereich der Elastizität wurde Folgendes untersucht:

- **Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit** bei einer Druck- (vgl. Bild 3–17) und vor allem bei einer Zugbelastung (vgl. Bild 3–31)
- Im Vergleich zur richtungsabhängigen Steifigkeit bei einer Druck- oder insbesondere bei einer Zugbelastung: nahezu identisches Schubmodul bei einer Schubbelastung in die 1- und 2-Richtung, aber größeres Schubmodul bei einer Belastung in die +45°- bzw. -45°-Richtung (vgl. Bild 3–22)
- Abhängigkeit des Elastizitätsmoduls von der Dicke der Probe bei einer Zugbelastung (vgl. Bild 3–31)
- Nichtlinearität und Beginn der Plastizität bei einer zyklischen Zugbelastung (vgl. Bild 3–33)
- Querkontraktionszahlen bei einem quasistatischen Zugversuch (vgl. Bild 3–34)
- Viskoelastisches Verhalten bei Zugbelastung (vgl. Bild 3–35)

Es wurde festgestellt, dass der meist entscheidende mechanische Kennwert im Bereich der Elastizität durch die Richtungsabhängigkeit der Steifigkeit bei einer Druck- bzw. vor allem bei einer Zugbelastung ist. Im Schubspannungsfall ist die Steifigkeit in die Spritz- und Querrichtung nahezu isotrop. Sowohl das Messverfahren, die Probendicke als auch die Nichtlinearität und das viskoelastische Verhalten beeinflussen die elastischen Größen kaum.

Bei dem untersuchten kurzfaserverstärkte Kunststoff spielt auch die Plastizität eine sehr große Rolle. Es wurden in diesem Bereich folgende Untersuchungen vorgenommen:

- **Abhängigkeit des Fließbeginns** und des Verfestigungsverhaltens **von der Belastungsrichtung und Belastungsart** bei einer Druck- (vgl. Bild 3–19) und Zugbelastung (vgl. Bild 3–36)
- **Richtungs- und Verzerrungsratenabhängigkeit des Versagens** bei einer Druckbelastung (vgl. Bild 3–19) und Zugbelastung (vgl. Bild 3–36 und Bild 3–41)
- **Verzerrungsratenabhängigkeit** bei einer Schub- (vgl. Bild 3–23) und Zugbelastung (vgl. Bild 3–36)
- Nachweis der Orthotropie des Kunststoffes (vgl. Bild 3–25)
- Einfluss des Messverfahrens auf die mechanischen Kennwerte (vgl. Bild 3–27) und Größe des Messfehlers in der Dehnungsmessung bei Verwendung von DMS (vgl. Bild 3–29) bei einem quasistatischen Zugversuch
- Abhängigkeit des Verfestigungsverhaltens von der Dicke der Probe bei einer Zugbelastung (vgl. Bild 3–37)
- Hohlraumbildung bei einem Zugversuch (vgl. Bild 3–38)
- Logarithmisches Verfestigungsverhalten im Zuglastfall (vgl. Bild 3–40)

Bei der Plastizität sind die Abhängigkeit des Fließbeginns von der Belastungsrichtung und -art, die logarithmische Verzerrungsratenabhängigkeit und das richtungsabhängige Versagen die wichtigsten zu berücksichtigenden Kenngrößen. Weiter wurde aufgezeigt, dass sich das Material in Abhängigkeit der Belastungsrichtung unterschiedlich verfestigt und es ein orthotropes Materialverhalten aufweist. Der Dickeneinfluss der Probe ist auch bei der Plastizität vernachlässigbar.

Werden die in diesem Kapitel aufgezeigten gemessenen Daten in einem Diagramm veranschaulicht, so ergibt sich Bild 3–46. Dabei ist die von Mises Vergleichsverzerrung äquivalent zur von Mises Vergleichsspannung definiert. Somit ist ein sehr guter Vergleich des Materialverhaltens unter den verschiedenen Belastungen möglich.

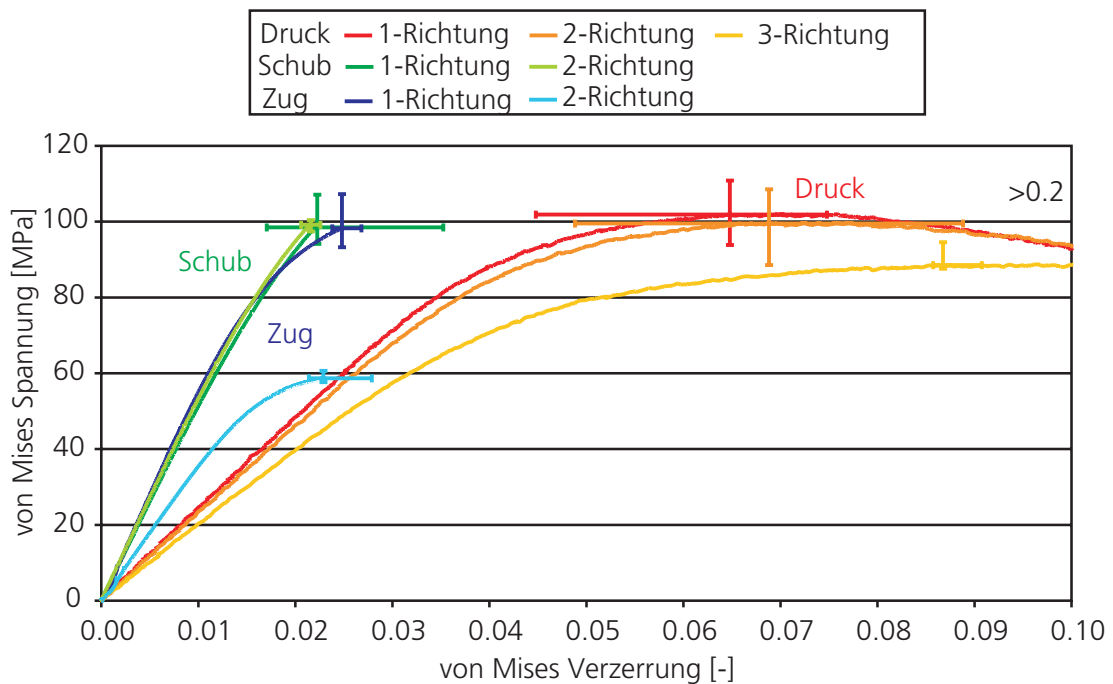


Bild 3–46: Experimentell bestimmte Spannungs-Verzerrungskurven bei einer quasistatischen Druck-, Schub- und Zugbelastung in die unterschiedlichen Richtungen.

Im plastischen Bereich verhält sich das Material vom Belastungsfall abhängig unterschiedlich. In diesem Fall wird von einem anisotropen Verfestigungsverhalten gesprochen. Das wird deutlich, wenn die in Bild 3–46 gezeigten Punkte des Fließbeginns bei einer Druck-, Schub- und Zugbelastung in Abhängigkeit der äquivalenten plastischen Vergleichsverzerrung in einem Meridianschnitt dargestellt werden (vgl. Bild 3–47).

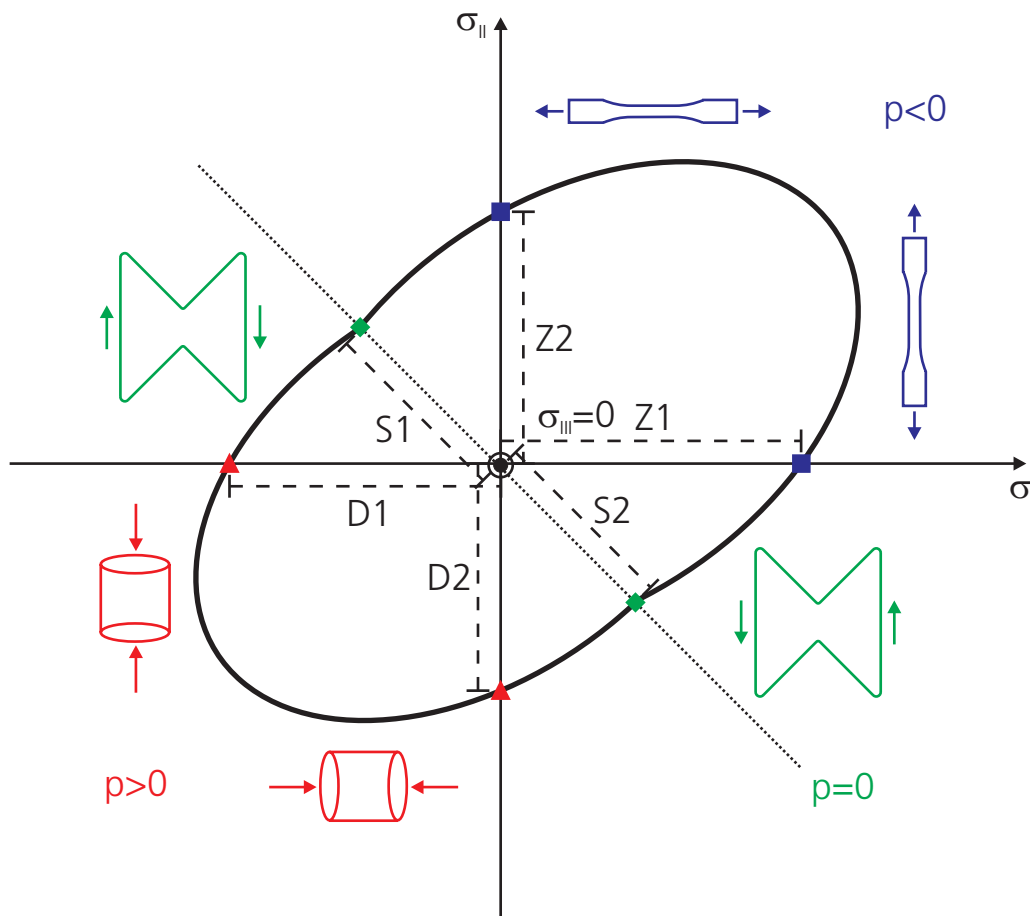


Bild 3–48: Nichtkonvexe orthotrope Fließfläche im ebenen Hauptspannungsraum.

Die Abstände der Punkte des Fließbeginns vom Ursprung des Koordinatensystems sind nicht nur von der Belastungsart (Druck, Schub oder Zug) sondern auch von der Belastungsrichtung (1- oder 2-Richtung) abhängig. Somit entsteht eine sowohl nichtkonvexe (wie sie schon bei unverstärkten Thermoplasten aufgetreten ist, vgl. Junginger [52]), sondern auch noch eine orthotrope Fließfläche. Somit sind die Abstände $D1$ und $D2$, sowie $Z1$ und $Z2$ ungleich. Die Strecken in die 1-Richtung sind jeweils länger, aber nicht identisch. Bei diesen setzt der Fließbeginn bei einem höheren Spannungswert ein als in der 2-Richtung. Im Schubspannungsfall wurde ein nahezu isotropes Materialverhalten ermittelt. Demzufolge sind die Abstände $S1$ und $S2$ ähnlich.

4 Werkstoffmodellierung

Im folgenden Kapitel soll auf die numerische Abbildung des ermittelten mechanischen Werkstoffverhaltens der Charakterisierung des kurzfaserverstärkten Kunststoffes und die mathematische Umsetzung eingegangen werden. Wie in Abschnitt 2.3.3 hingewiesen, existiert bisher kein Materialmodell, das eine vollständige Abbildung der Materialeigenschaften des in dem vorherigen Kapitel untersuchten kurzfaserverstärkten thermoplastischen Kunststoffes in einem Programm der Finiten Elementen Methode (FEM) mit expliziter Zeitintegration ermöglicht. Infolgedessen wird das Modell für die spätere Implementierung in ABAQUS [71] als Benutzerprogramm (VUMAT) für Volumenelemente in der Crashesimulation unter Berücksichtigung der Ingenieursnotation entwickelt. Im Anhang (Kapitel 8.3) ist die Herleitung für Schalenelemente aufgeführt.

4.1 Beschreibung der Simulationssoftware

Es ist auf zwei verschiedenen Arten möglich, bei der FEM eine Berechnung durchzuführen. Zu einem gewissen Zeitpunkt t kann ein Gleichungssystem mit der Abhängigkeit von allen Differentialgleichungen (implizites Lösungsverfahren) gelöst werden. Eine andere Möglichkeit ist, dass die Differentialgleichungen des Gleichungssystems unabhängig voneinander berechnet werden (explizites Lösungsverfahren). Bei der ersten Methode ist die Abhängigkeit von der Dauer des Zeitschrittes durch die Tatsache gegeben, dass die Lösung innerhalb einer gewissen Anzahl von Iterationen gefunden werden muss. Bei dem expliziten Verfahren (2. Methode) ist der inkrementelle Zeitschritt Δt so klein zu wählen, dass die Ausbreitung von Informationen innerhalb des Kontinuums (z. B. durch Schallwellen) berücksichtigt werden kann [129]. Dazu muss er der Courant-Friedrichs-Levy (CFL)-Bedingung genügen:

$$\Delta t < \Delta t_{krit} = \frac{\Delta x}{c} \quad (4-1)$$

Dabei ist in der Ungleichung (4-1) Δx eine charakteristische Länge der Elemente des FEM-Modells und c eine Ausbreitungsgeschwindigkeit innerhalb des Materials. Dafür wird häufig die Schallgeschwindigkeit verwendet. Existieren in einem FEM-Modell mehrere charakteristische Län-

gen, ist die kürzeste zu berücksichtigen. Bei der Crashsimulation wird oft mit Kontakt zwischen Bauteilen oder mit Auflagerlasten gerechnet. Dafür bietet sich die explizite Berechnungsmethode an, da hier der Zeitschritt und somit die Veränderungen im System so klein sind, dass sie zu keinen Instabilitäten führen. Treten im Gesamtsystem physikalische Instabilitäten auf, führen diese zu keinen numerischen. Es ist daher möglich, Berechnungen über den ersten Versagenszustand hinaus durchzuführen.

In dieser Arbeit wird im Weiteren nur auf die explizite Berechnung eingegangen, die dann auch später für die Modellimplementierung verwendet wird. Zur Simulation von bewegten Massen, Deformationen, Spannungsverläufen in der Struktur, Kontakt und Auflagerlasten in und an der Struktur, sowie dem Materialverhalten der eingesetzten Werkstoffe werden häufig Hydrocodes eingesetzt. Am Beispiel des FEM-Hydrocodes SOPHIA [38] sollen die einzelnen Rechenschritte, die innerhalb eines inkrementellen Zeitschrittes erfolgen, schematisch dargestellt werden (vgl. Bild 4–1).

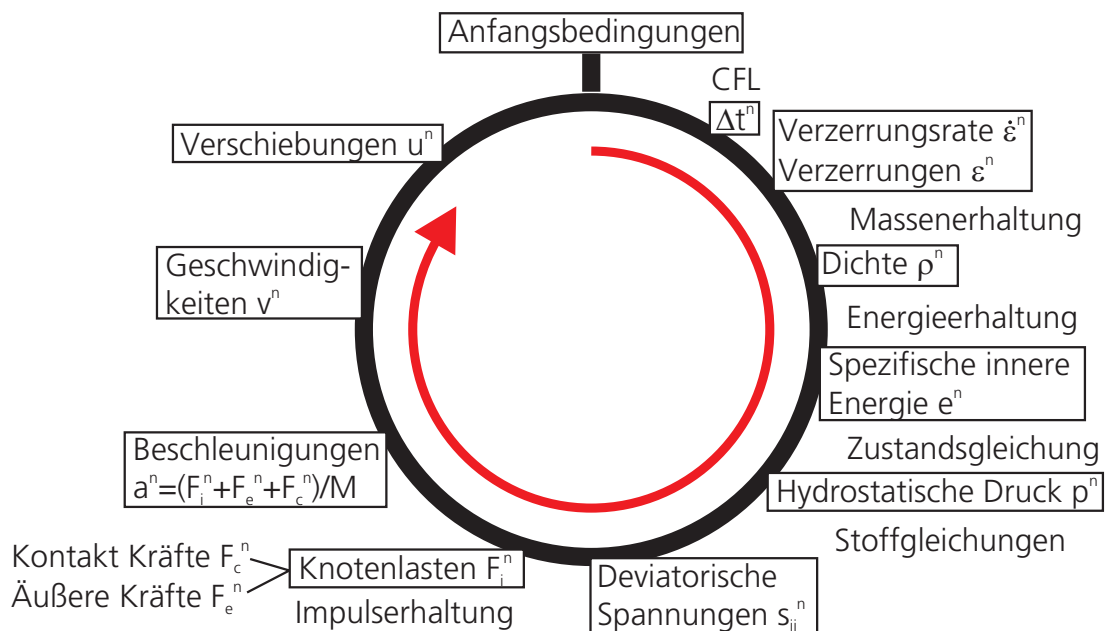


Bild 4–1: Schematisch Darstellung der während eines Zeitschrittes durchgeführten Rechenoperationen in SOPHIA unter Verwendung einer expliziten Zeitintegration [38].

Es werden am Anfang des Zeitschrittes die Verzerrungen und die Verzerrungsrate errechnet. Über die Massenerhaltung, die Energieerhaltung, die Zustandsgleichung und das Stoffgesetz werden die Spannungen ermittelt und daraus die resultierenden Knotenlasten, Beschleunigungen, Geschwindigkeiten und Verschiebungen. Bei dem FEM-Hydrocode ABAQUS [71] werden für eine User-Subroutine zur Abbildung noch nicht imple-

mentierter Werkstoffmodelle über eine definierte Schnittstelle u. a. die Verzerrungen übergeben und im Werkstoffmodell müssen die Spannungen am Ende des Zeitschrittes errechnet werden. Für die Berechnung des elastischen Materialverhaltens wird das Inkrement der Gesamtverzerrung des Kontinuums $\Delta\varepsilon_i^{ges}$ in einen elastischen $\Delta\varepsilon_i^{el}$ und einen plastischen Anteil $\Delta\varepsilon_i^{pl}$ additiv aufgespalten.

$$\Delta\varepsilon_i^{ges} = \Delta\varepsilon_i^{el} + \Delta\varepsilon_i^{pl} \quad (4-2)$$

Dabei wird immer zuerst von einem elastischen Prädiktor oder einer Trialspannung σ_i^{tr} ausgegangen. Anhand der Verzerrungen ε_j und der Steifigkeitsmatrix C_{ij} wird diese errechnet.

$$\sigma_i^{tr} = C_{ij}\varepsilon_j \quad (4-3)$$

Mit diesen Spannungen wird anschließend die Vergleichsspannung ausgerechnet, die das Fließgesetz beinhaltet. Für negative Werte des Fließgesetzes ist das Materialverhalten elastisch. Tritt eine plastische Deformation des Kontinuums auf, ist der Wert größer Null.

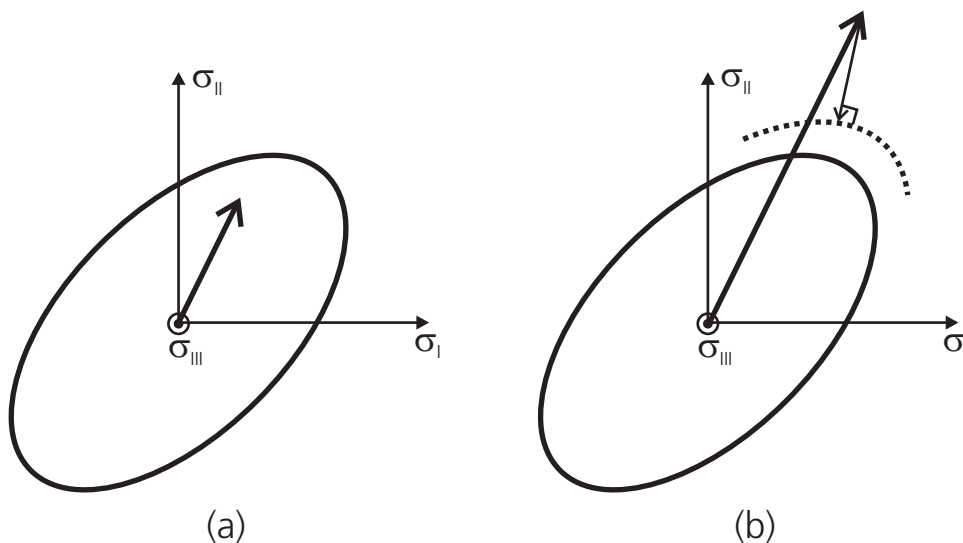


Bild 4-2: (a) Spannungsprädiktor innerhalb der Fließfläche (elastisches Verhalten); (b) Spannungsprädiktor außerhalb der Fließfläche (plastisches Verhalten) – Rückkehr zur assoziierten Fließfläche notwendig.

Dabei ergibt sich aus der Konsistenzbedingung

$$Ff + dFf = 0, \quad (4-4)$$

dass am Ende des plastischen Zeitschrittes sich die errechneten Spannungen wieder auf der Fließfläche befinden müssen (vgl. Bild 4–2). Daher ist ein mathematischer Algorithmus notwendig, der gewährleistet, dass die sich außerhalb der Fließfläche befindlichen Spannungen des Prädiktors am Ende des Zeitschrittes wieder die Fließbedingung erfüllen.

4.2 Theoretische Herleitung des Werkstoffmodells

In Kapitel 3 wurden die Versuche und die Ergebnisse der dynamischen Werkstoffcharakterisierung eines kurzfaserverstärkten Kunststoffes unter verschiedenen Belastungsarten dargestellt. In den folgenden Abschnitten wird ein Werkstoffmodell hergeleitet, mit dem das spezielle Festigkeitsverhalten des untersuchten Materials mathematisch erfasst werden kann. Ziel ist es, mit diesem Modell das Verhalten von Bauteilen aus diesem Werkstoff unter dynamischen Belastungen, wie sie normalerweise im Crashfall auftreten, numerisch beschreiben zu können.

Nach Car [19] gibt es zwei Möglichkeiten, das Materialverhalten von einem faserverstärkten Kontinuum abzubilden:

- Makro-mechanisches Modell
- Homogenisiertes Modell

Im ersten Modell werden die einzelnen Komponenten des Kontinuums (Faser und Matrix) getrennt abgebildet und über die Mischtheorie miteinander verknüpft. Diese Theorie geht von der Annahme aus, dass sich die Zustände gleichmäßig über alle beteiligten Komponenten verteilen. Bei kurzfaserverstärkten Materialien kann dies nicht angenommen werden, da es z. B. zu einem Ablösen der Faser aus dem Matrixverbund kommen kann. So wird für jene Materialien die zweite Methode (ein homogenisiertes Modell) angewendet, die im folgenden Kapitel mit den beiden Bereichen des elastischen und plastischen Verhaltens näher erläutert wird. Des Weiteren werden verschiedene Algorithmen für die Rückkehr der Trialspannungen auf die Fließfläche im Bereich der Plastizität vorgestellt. Zum Schluss wird noch auf die Versagensmodellierung eingegangen.

4.2.1 Elastisches Verhalten

Das Material verhält sich bis zu einem gewissen Spannungspunkt (Fließbeginn) elastisch; d. h. in diesem Bereich ist jegliche Verformung reversibel. Nach dem Entlasten kehrt das Kontinuum wieder in die Ausgangsform zurück. Für die Abbildung des komplexen Materialverhaltens von kurzfaserverstärkten Kunststoffen müssen gewisse Annahmen und Einschränkungen getroffen werden. Demzufolge werden nur die entscheidenden mechanischen Kenngrößen berücksichtigt. Wie in Bild 3–33 gezeigt, verhält sich das Material im elastischen Bereich nicht linear. Für die Simulation in der Crashberechnung kann aber die Einschränkung der linearen Elastizität getroffen werden. Außerdem weist das Material in Abhängigkeit vom Belastungsfall (vgl. Bild 3–44) einen unterschiedlichen Elastizitätsmodul auf. Allerdings bezieht die Modellierung des elastischen Materialverhaltens nur eine Art der elastischen Kennwerte (Elastizitätsmoduln, Querkontraktionszahlen, Schubmoduln) unabhängig von der Belastungsart ein. In Kapitel 3.9 wurde festgestellt, dass der wichtigste zu berücksichtigende Kennwert die richtungsabhängige Steifigkeit ist. Daher wird für die Modellierung des elastischen Bereiches das in Kapitel 2.3.1 erwähnte verallgemeinerte Hooke'sche Gesetz verwendet. Die Richtungsabhängigkeit des linearen Elastizitätsmoduls (vgl. Bild 3–17 bzw. Bild 3–31) wird mit der in der Gleichung (2-30) dargestellten orthotropen Steifigkeitsmatrix berücksichtigt. Die Spannungsinkremente werden mit der orthotropen Steifigkeitsmatrix und den Verzerrungsincrementen berechnet.

$$\begin{pmatrix} \Delta\sigma_1 \\ \Delta\sigma_2 \\ \Delta\sigma_3 \\ \Delta\sigma_4 \\ \Delta\sigma_5 \\ \Delta\sigma_6 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & sym. & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta\varepsilon_1^{el} \\ \Delta\varepsilon_2^{el} \\ \Delta\varepsilon_3^{el} \\ \Delta\varepsilon_4^{el} \\ \Delta\varepsilon_5^{el} \\ \Delta\varepsilon_6^{el} \end{pmatrix} \quad (4-5)$$

Die Elemente der Steifigkeitsmatrix in der Gleichung (4-5) werden anhand der Charakterisierung des Materials ermittelt. So errechnen sich die einzelnen Werte C_{ij} nach den Gleichungen (2-43) und (2-44) mit den elastischen, experimentell ermittelten Konstanten (Elastizitätsmoduln, Querkontraktionszahlen und Schubmoduln). Somit kann auch das nahezu i-

sotrope elastische Verhalten des hier untersuchten Kunststoffes bei einer Schubbelastung abgebildet werden.

4.2.2 Plastisches Verhalten

Die mathematische Darstellung der Plastizität erfolgt über eine Fließfläche und ein plastisches Potential. In Abschnitt 3 wurde gezeigt, dass sich der Fließbeginn und das plastische Verhalten abhängig von der Belastungsrichtung und -art (Druck, Schub bzw. Zug) ergeben. Eine weitere sehr entscheidende mechanische Eigenschaft ist die logarithmische Abhängigkeit von der Verzerrungsrate bei Verfestigung des Materials. Es wird bei diesem hier entwickelten Werkstoffmodell von einem nicht assoziierten Fließen ausgegangen. Dies kann aber durch eine geeignete Wahl der Parameter auf ein assoziiertes Fließen zurückgeführt werden. Die Rückkehr auf die Fließfläche erfolgt im implementierten Materialmodell mit dem Backward Euler Algorithmus. Es soll auf eine Fließfläche, auf ein plastisches Potential zur Bestimmung der plastischen Verzerrungen, auf die Berechnung der Fließregel und auf weitere Aspekte der Werkstoffmodellierung eingegangen werden.

Fließfläche

Die Beschreibung der Fließgrenze erfolgt über die erste Invariante I_1 des Spannungstensors und die zweite Invariante des Spannungsdeviators J_2 in Abhängigkeit von den Anisotropiekoeffizienten (F, G, H, L, M und N), der plastischen Verzerrungsrate $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$, der äquivalenten plastischen Vergleichsverzerrung $\bar{\epsilon}^{pl}$ und der Werkstoffkennwerte k_1, k_2, \dots

$$Ff = f\left(I_1, J_2, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl}, k_1, k_2, \dots\right) = 0 \quad (4-6)$$

Des Weiteren soll nicht auf die Invarianten zurückgegriffen werden, sondern auf die daraus abgeleiteten Größen des hydrostatischen Druckes p und der Vergleichsspannung nach Hill in Abhängigkeit eines Reibungswinkels β . Diese erlauben eine einfachere mathematische Beschreibung der Fließfläche.

Wie in Bild 3–47 gezeigt, ergibt sich für einen kurzfaserverstärkten Kunststoff der Fließbeginn in Abhängigkeit des hydrostatischen Druckes. Für die mathematische Beschreibung wird ein Reibungswinkel verwendet (vgl.

Modell von Drucker-Prager 2.3.2). Durch den Reibungswinkel β ist es möglich, den Fließbeginn des Materials in Abhängigkeit des hydrostatischen Druckes p zu definieren. Ist dieser Winkel gleich Null, hat das Material dieselbe Fließspannung unter einer Druck-, Schub- und Zugbelastung. Das bei den genannten Belastungen unterschiedlich gezeigte Materialverhalten des in dieser Arbeit untersuchten Kunststoffes kann mit zwei Reibungswinkel $\beta_{Z/D}$ und der Kohäsion d (vgl. Bild 4–3) beschrieben werden.

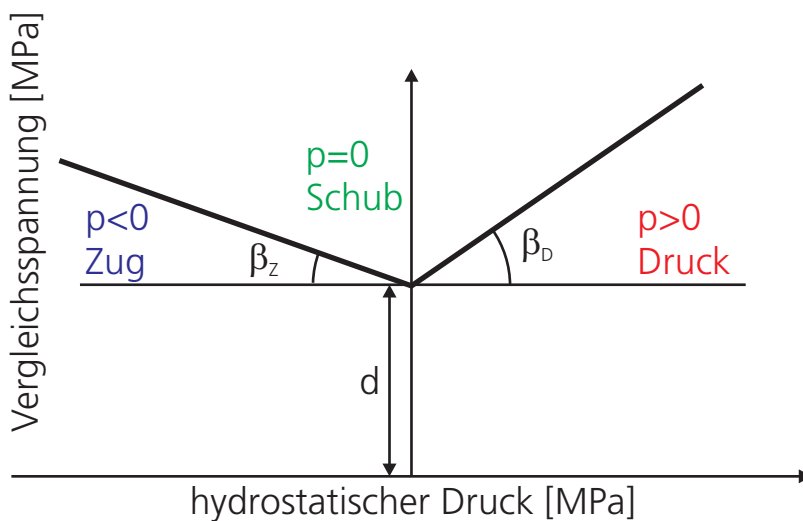


Bild 4–3: Vom Reibungswinkel β abhängige Fließfläche: β_Z für den Zugbereich; β_D für den Druckbereich; Kohäsion d .

Dies ist bei unverstärkten [52] und verstärkten (vgl. Bild 3–47) Thermoplasten der Fall. Dabei wird von einem linearen Übergang zwischen den Zug- und Schubspannungszuständen bzw. den Schub- und Druckspannungszuständen ausgegangen. Aufschluss über die Gültigkeit dieser Annahme würden kombinierte Zug-/Schub- bzw. Schub-/Druckversuche geben, die im Rahmen dieser Arbeit aber nicht durchgeführt wurden. Der Winkel β_D berücksichtigt den Drucklastfall und β_Z den Zuglastfall. Ist nur ein Winkel β angegeben, fällt zweiterer weg und der Winkel β_Z errechnet sich zu $\beta_Z = \beta_D = \beta$ (vgl. Bild 2–12). Dazu wird der Winkel zwischen einer Horizontalen und einer Geraden zwischen dem Fließpunkt bei einem Schubversuch und einem Druck- bzw. Zugversuch bei einer bestimmten plastischen Vergleichsverzerrung und Verzerrungsrate angegeben. Somit verändern sich die beiden Reibungswinkel für die Berücksichtigung der Druck- und Zugspannung in Abhängigkeit der plastischen Vergleichsverzerrung und der Verzerrungsrate.

Die Fließfläche wird mit

$$Ff = f\left(\sigma_i, p, \beta, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl}, d\right) = 0 \quad (4-7)$$

beschrieben. In ausführlicher Darstellung ergibt sich die Fließfläche mit dem Reibungswinkel β und der Kohäsion d in Abhängigkeit von der Verzerrungsrate $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ und der plastischen Vergleichsverzerrung $\bar{\epsilon}^{pl}$, die beide experimentell ermittelt werden müssen.

$$\begin{aligned} Ff = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\ & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - \\ & - p \tan \beta \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4-8)$$

Werden die Vereinfachungen von den Gleichungen (2-78) und (2-79) eingesetzt, so wird die in Kapitel 2.3.2 vorgestellte Fließfläche nach Drucker-Prager (2-64) erhalten. Wird das Modell mit

$$\beta = 0 \quad (4-9)$$

weiter vereinfacht, simplifiziert es sich zu dem in Kapitel 2.3.2 dargelegtem Materialmodell nach von Mises (2-60). Wird nur die Vereinfachung in der Gleichung (4-9) verwendet, kann das Materialmodell auf das Modell von Hill (2-76) zurückgeführt werden. Das implementierte Materialmodell unterscheidet bei dem Parameter β zusätzlich noch die Abhängigkeit vom Belastungsfall (Druck-, Schub- oder Zugbelastung). Dementsprechend spaltet sich das Fließgesetz in die zwei Bereiche $p < 0$ und $p \geq 0$ auf.

Für $p < 0$:

$$\begin{aligned} Ff = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\ & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - \\ & - p \tan \beta_Z \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4-10)$$

Für $p \geq 0$:

$$\begin{aligned}
 Ff = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\
 & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - \\
 & - p \tan \beta_D \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{4-11}$$

Die aktuelle Vergleichsspannung in den Gleichungen (4-10) und (4-11) wird über eine elastische Verzerrungsrate $\dot{\bar{\epsilon}}^{el}$ und die äquivalente plastische Vergleichsverzerrung $\bar{\epsilon}^{pl}$ berechnet. Erstere wird durch einen Quotienten des äquivalenten elastischen Vergleichsverzerrungsincrementes $\Delta\bar{\epsilon}^{el}$ und des aktuellen Zeitschritts Δt errechnet.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{el} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta\bar{\epsilon}^{el}}{\Delta t} \tag{4-12}$$

Zur Berechnung des äquivalenten elastischen Vergleichsverzerrungsincrementes wird die in der Gleichung (2-80) definierte plastische Vergleichsverzerrung für die elastischen Verzerrungsincremente verwendet. Befindet sich der Spannungsprädiktor außerhalb der Fließfläche, so tritt Fließen auf.

Plastisches Potential

Eine weitere Einschränkung bei der Abbildung des Materialverhaltens von Kunststoffen ist bei der numerischen Beschreibung des plastischen Potentials zu treffen. In Bild 3–38 ist gezeigt, dass die Volumenkonstanz bei Kunststoffen nicht gewährleistet sein muss. Dennoch wird für die Beschreibung des plastischen Potentials eine volumenkonstante Formulierung gewählt, da bei einer Druck- bzw. Schubbelastung von einem konstanten Volumen ausgegangen wird. Das plastische Potential beruht auf der Formulierung von Hill (2-77).

$$\begin{aligned}
 Gp = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\
 & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5}
 \end{aligned} \tag{4-13}$$

Fließregel

Nachdem eine Fließbedingung und ein plastisches Potential definiert worden sind, wird nun die Fließregel bestimmt. Die plastischen Verzerrungen werden im Allgemeinen mit

$$\Delta \varepsilon_i^{pl} = \Delta \lambda \frac{\partial G_p}{\partial \sigma_i} \quad (4-14)$$

berechnet. In Gleichung (4-14) ist $\Delta \lambda$ der positiv definierte Lagrange-Multiplikator und G_p das plastische Potential. Bei diesem implementierten Modell werden anhand des Spannungsprädiktors σ_j^{tr} , dem neuen Spannungspunkt auf der Fließfläche σ_j und der Inversen der konstanten Steifigkeitsmatrix C_{ij}^{-1} die plastischen Verzerrungssinkremente berechnet.

$$\Delta \varepsilon_i^{pl} = C_{ij}^{-1} \left(\sigma_j^{tr} - \sigma_j \right) \quad (4-15)$$

Plastische Vergleichsverzerrung

Im implementierten Modell wird für die Berechnung der plastischen Vergleichsverzerrung eine Formulierung nach Hill (vgl. Gleichung (2-80)) verwendet. Diese ermöglicht die Berücksichtigung eines anisotropen Materialverhaltens und ist unter uniaxialer Belastung auf die Vergleichsverzerrung nach von Mises (vgl. (2-63)) zurückzuführen.

$$\bar{\varepsilon}^{pl} = \frac{\sigma_i \varepsilon_i^{pl}}{\sigma_0} \quad (4-16)$$

Verzerrungsrate

Die plastische Verzerrungsrate des Elementes wird beim Auftreten von Fließen nach der Berechnung des Spannungspunktes auf der Fließfläche anhand der in der Gleichung (4-15) dargestellten Berechnung der plastischen Verzerrungssinkremente errechnet. Für das äquivalente plastische Vergleichsverzerrungssinkrement wird die Formulierung nach Hill (4-16) verwendet. Die Verzerrungsrate ergibt sich aus dem Quotienten des plastischen Vergleichsverzerrungssinkrements und dem aktuellen Zeitschritt.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta \bar{\epsilon}^{pl}}{\Delta t} \quad (4-17)$$

Glättung

Bei der Verzerrungsrate und der Vergleichsspannung erfolgt eine Glättung, wie sie in [71] oder [76] angewendet wird. Dazu wird ein Glättungsfaktor α eingeführt. Aus numerischen Gründen empfiehlt es sich, diesen mit

$$0 < \alpha < 1 \quad (4-18)$$

anzugeben. In der Gleichung (4-19) wird dies exemplarisch an der plastischen Verzerrungsrate dargestellt.

$$\dot{\bar{\epsilon}}^{pl} = (1 - \alpha)^{n-1} \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} + \alpha^n \dot{\bar{\epsilon}}^{pl} \quad (4-19)$$

Mit dem Wert $^{n-1}\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ wird der Wert der plastischen Verzerrungsrate des Zeitschrittes davor und mit $^n\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ der aktuelle Wert der Verzerrungsrate bezeichnet.

Interpolation zwischen den Verfestigungskurven

Für die Berechnung der aktuellen Kohäsion d erfolgt eine logarithmische Interpolation der experimentell ermittelten Vergleichsspannung σ in Abhängigkeit der aktuellen Verzerrungsrate $\dot{\bar{\epsilon}}$ (vgl. Kapitel 3.6).

$$d = (\sigma_1 - \sigma_2) \left(\frac{\lg \dot{\bar{\epsilon}} - \lg \dot{\bar{\epsilon}}_2}{\lg \dot{\bar{\epsilon}}_1 - \lg \dot{\bar{\epsilon}}_2} \right) + \sigma_2 \quad (4-20)$$

Es wird zwischen den vorgegebenen Verfestigungskurven mit den Werten σ_1 und σ_2 logarithmisch interpoliert, die in Abhängigkeit von $\dot{\bar{\epsilon}}_1$ und $\dot{\bar{\epsilon}}_2$ gegeben sind. Die Berechnung des Koeffizienten β , der die Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck beschreibt, erfolgt analog logarithmisch zwischen den vorgegebenen Verfestigungskurven. Die Spannung σ und der Koeffizient β zwischen zwei Stützstellen der plastischen Vergleichsverzerrung der verwendeten vorgegebenen Verfestigungskurve werden dagegen linear interpoliert.

$$\sigma = \left(\sigma^{lg,1} - \sigma^{lg,2} \right) \left(\frac{\bar{\epsilon}^{pl} - \bar{\epsilon}^{pl,2}}{\bar{\epsilon}^{pl,1} - \bar{\epsilon}^{pl,2}} \right) + \sigma^{lg,2} \quad (4-21)$$

In Gleichung (4-21) ist dies exemplarisch an der Interpolation der Spannung gezeigt. Dabei bezeichnet $\bar{\epsilon}^{pl}$ die aktuelle plastische Vergleichsverzerrung, $\bar{\epsilon}^{pl,i}$ und $\bar{\sigma}^{lg,i}$ mit $i = 1,2$ die Werte der experimentell ermittelten Stützstellen unter Anwendung von Gleichung (4-20).

4.2.3 Returnalgorithmen

Tritt Fließen auf, befindet sich der berechnete Spannungspunkt des Prädiktors außerhalb der Fließfläche. Wegen der Konsistenzbedingung muss dieser am Ende des Zeitinkrementes erneut auf der Fließfläche liegen. Dazu existieren in der Literatur verschiedene Algorithmen, um diese Bedingung zu erfüllen (z. B. bei Belytschko [11], Jirasek [49] oder Simo und Hughes [119]).

Radialreturn

Ein sehr einfacher Algorithmus ist der so genannte Radialreturn-Algorithmus [114].

$$s_i = s_i^{tr} \sqrt{\frac{\sigma_y^2}{3J_2}} \quad (4-22)$$

Dabei ist s_i der deviatorische Anteil des Spannungstensors, σ_y die aktuelle Fließspannung und J_2 die zweite Invariante des deviatorischen Spannungstensors. Dieser Algorithmus hat die Einschränkung, dass er nur bei zylindrischen Fließflächen anwendbar ist, da er den neuen Spannungspunkt in radialer Richtung auf die Fließfläche projiziert.

Backward Euler Algorithmus

Der Backward Euler Algorithmus ist dagegen auch bei deformierten Fließflächen einsetzbar. Dafür wird ein Residuum aufgestellt

$$r_i = {}^{n+1}\sigma_i^{tr} - \left({}^n\sigma_i^{tr} - \Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j \right) = 0, \quad (4-23)$$

das iterativ zu Null werden soll (vgl. [23]). In (4-23) stellt σ_i^{tr} den Spannungsprädiktor im Durchlauf n bzw. $n+1$ der Iteration, $\Delta\lambda$ den Abstand zur Fließfläche und b_j die Normale zum plastischen Potential dar. Eine genauere Darstellung des Algorithmus ist in Kapitel 8.2 zu finden.

Newton Iteration

Eine andere Methode beruht auf der Newton Iteration von mehreren Variablen. Die Newton Iteration für eine Variable

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)} \quad (4-24)$$

wird auf mehrere Variable in einem Gleichungssystem

$$X_{n+1} = X_n - \frac{\det(M_X)}{\det(M)} \quad (4-25)$$

erweitert. Dabei ist X ein Vektor bestehend aus den Unbekannten, M und M_X sind Matrizen mit Funktionen der unbekannt Variablen und deren Ableitungen. Weitere Informationen sind in [24] zu finden. Der Algorithmus wird in [5] für die numerische Integration des Verhaltens eines vom hydrostatischen Druck abhängigen Materials verwendet.

4.2.4 Versagen

Wird ein Kontinuum bis zu einer gewissen Grenze belastet, versagt es. In diesem Modell wird als Versagenskriterium die maximale plastische Vergleichsverzerrung verwendet. In Bild 3–41 ist aufgezeigt worden, dass der Kunststoff ein sehr komplexes Versagen aufweist. Der Versagenspunkt ist nicht nur vom Mehrachsighkeitsverhältnis η und der Verzerrungsrate $\dot{\epsilon}^{pl}$, sondern auch von der Belastungsrichtung abhängig (vgl. Bild 4–4).

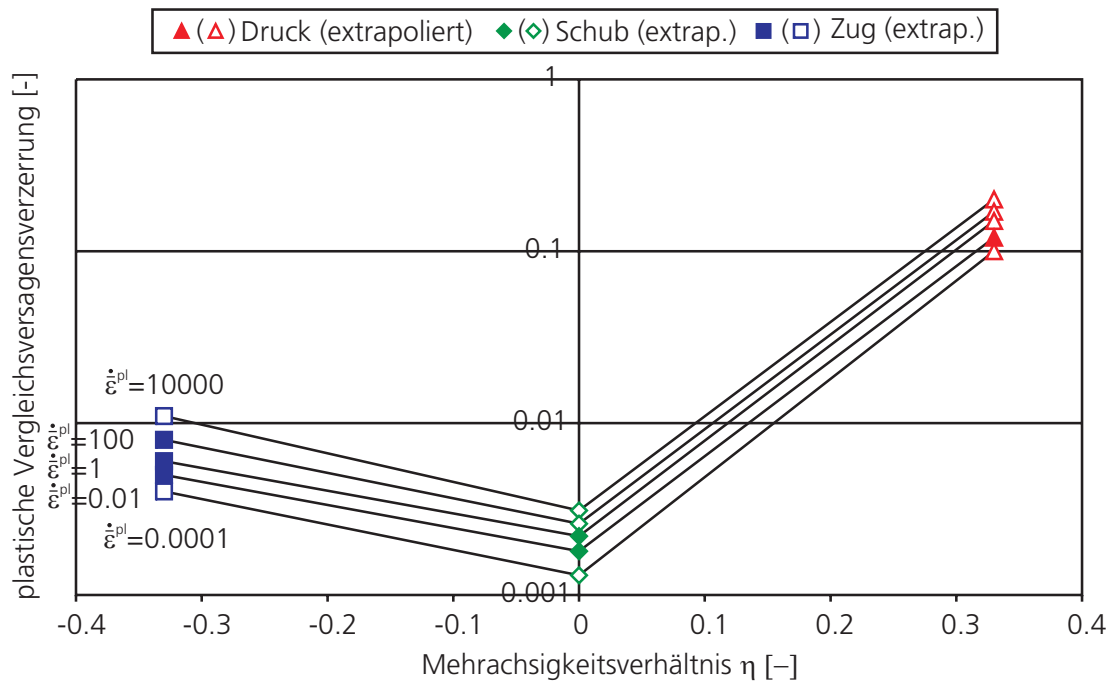


Bild 4–4: Möglichkeit der Versagensmodellierung in Abhängigkeit des Mehrachsigenverhältnisses und der Verzerrungsrate in die 1-Richtung.

Dabei wird die aktuelle plastische Vergleichsverzerrung ${}^* \bar{\epsilon}^{pl, fail}$, die zum Versagen führt, zwischen den experimentell bestimmten Werten des Mehrachsigenverhältnisses η linear und den Werten der plastischen Verzerrungsrate $\dot{\epsilon}^{pl}$ logarithmisch ermittelt.

$${}^* \bar{\epsilon}^{pl, fail} = f(\eta, \dot{\epsilon}^{pl}) \quad (4-26)$$

Die plastischen Verzerrungssinkremente der einzelnen Richtungen werden mit einem Faktor f_v bewertet, der es ermöglicht, ein richtungsabhängiges Versagen zu simulieren. Der Faktor errechnet sich aus den Kehrwerten der in Tabelle 3–6 angegebenen Werte.

$$\epsilon_i^{pl, fail} = \sum_{t=0}^T \left(f_{v_i} \Delta \epsilon_i^{pl} \right) \quad (4-27)$$

Die plastischen Verzerrungssinkrementen werden über die Zeit bis zu dem Zeitpunkt T akkumuliert. Mit diesen wird eine äquivalente plastische Versagensverzerrung $\bar{\epsilon}^{pl, fail}$ nach Gleichung (2-80) errechnet. Versagen tritt auf, falls

$$\bar{\epsilon}^{pl, fail} > {}^* \bar{\epsilon}^{pl, fail} \quad (4-28)$$

zutritt.

4.3 Diskussion des Werkstoffmodells

In diesem Kapitel sollen die Möglichkeiten und Einschränkungen des Materialmodells dargestellt und erläutert werden. Dabei wird im Besonderen auf die Berechnung der äquivalenten elastischen Vergleichsverzerrung eingegangen.

4.3.1 Möglichkeiten

Das beschriebene Materialmodell kann für ein von der Verzerrungsrate abhängiges und isotrop verfestigendes Material sowohl auf das Modell nach von Mises als auch auf das von Hill für uniaxiale Belastungen zurückgeführt werden. Diese Einschränkung ergibt sich aus den unterschiedlichen Definitionen zur Berechnung der äquivalenten plastischen Vergleichsverzerrung. Die in den Gleichungen (2-63) und (2-80) vorgestellten Definitionen für die Berechnung der plastischen Vergleichsverzerrung sind im uniaxialen Normalspannungszustand und Schubspannungszustand äquivalent. Bei komplexeren Spannungszuständen sind diese beiden Formulierungen nicht mehr gleichwertig.

Außerdem kann durch eine geeignete Parameterwahl das Stoffmodell von Drucker-Prager abgebildet werden.

Für allgemeine elastische Belastungen ist das Materialmodell als orthotropes, lineares Elastizitätsmodell verwendbar.

Auf Grund der gemessenen Werkstoffgrößen der Druck-, Schub- und Zugversuche wurde das Materialverhalten des hier untersuchten kurzfaserverstärkten Kunststoffes abgeleitet. So wird im Materialmodell das uniaxiale Werkstoffverhalten exakt abgebildet, unter sonstigen Spannungszuständen wird anhand der Stützstellen linear interpoliert.

Das neu implementierte Materialmodell beinhaltet folgende Eigenschaften:

- Orthotrope, lineare Elastizität
- Orthotrope, vom hydrostatischen Druck abhängige Plastizität
- Abhängigkeit von der Verzerrungsrate

- Verfestigung
- Orthotropes, verzerrungsraten- und vom hydrostatischen Druck abhängiges Versagen

Das Materialmodell ist ebenso für die Simulation von unverstärkten Thermoplasten geeignet. Es lässt sich auf die bei Junginger [52] verwendeten konstitutiven Gleichungen zurückführen, ohne die Temperaturabhängigkeit zu berücksichtigen. Wird ein anderer Werkstoff charakterisiert, der ein ähnliches Materialverhalten zeigt (z. B. langfaserverstärkte Thermoplaste), so kann das implementierte Modell auch für diese eingesetzt werden.

4.3.2 Einschränkungen

Eine Möglichkeit zur Berechnung einer elastischen Vergleichsverzerrung mit den Normalverzerrungen ε_i mit $i = 1, 2, 3$ ergibt sich aus der Äquivalenz im uniaxialen Verzerrungsfall (in diesem Fall in die 1-Richtung) zu

$$\bar{\varepsilon}^{el} = c \sqrt{\left(\varepsilon_1^{el}\right)^2 + \left(\varepsilon_2^{el}\right)^2 + \left(\varepsilon_3^{el}\right)^2} \stackrel{!}{=} \varepsilon_1^{el} \quad (4-29)$$

mit der noch zu bestimmenden Konstante c . Anhand der isotropen Querkontraktionszahl ν (vgl. Gleichung (2-39)) errechnen sich die Verzerrungen in den Querrichtungen.

$$\bar{\varepsilon}^{el} = c \sqrt{\left(\varepsilon_1^{el}\right)^2 + \left(-\nu\varepsilon_1^{el}\right)^2 + \left(-\nu\varepsilon_1^{el}\right)^2} \stackrel{!}{=} \varepsilon_1^{el} \quad (4-30)$$

Die Konstante c bestimmt sich wie folgt:

$$c = \frac{1}{\sqrt{1+2\nu^2}} \quad (4-31)$$

In [72] wird eine elastische Vergleichsverzerrung nach der von Mises Vergleichsspannung definiert.

$$\bar{\varepsilon}^{el} = \frac{1}{1+\nu} \sqrt{\frac{1}{2} \left[\left(\varepsilon_I - \varepsilon_{II}\right)^2 + \left(\varepsilon_{II} - \varepsilon_{III}\right)^2 + \left(\varepsilon_{III} - \varepsilon_I\right)^2 \right]} \quad (4-32)$$

Die Verzerrungen ε_i mit $i = I, II$ und III stellen die Hauptverzerrungen des Systems dar. Die Vergleichsverzerrung lässt sich für den uniaxialen Normalverzerrungsfall auf die Gleichung (4-30) mit (4-31) zurückführen.

Die genannten skalaren Vergleichsgrößen gelten nur für isotrope Materialien. In diesem Materialmodell wird die Formulierung für die plastische Vergleichsverzerrung nach Hill (2-80) mit den elastischen Verzerrungskrementen verwendet.

4.4 Zusammenfassung der Werkstoffmodellierung

Auf Basis der experimentell ermittelten Materialcharakterisierung ergeben sich für das neue Modell folgende konstitutive Gleichungen.

Aufspaltung der Verzerrung:

$$\Delta\varepsilon_i = \Delta\varepsilon_i^{el} + \Delta\varepsilon_i^{pl} \quad (4-33)$$

Elastischer Bereich:

$$\sigma_i = C_{ij}\varepsilon_j \quad (4-34)$$

Fließfläche für $p < 0$:

$$\begin{aligned} Ff = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\ & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - \\ & - p \tan \beta_Z \left(\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}, \bar{\varepsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\varepsilon}}^{pl}, \bar{\varepsilon}^{pl} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4-35)$$

Fließfläche für $p \geq 0$:

$$\begin{aligned}
 Ff = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\
 & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - \\
 & - p \tan \beta_D \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) = 0
 \end{aligned} \tag{4-36}$$

Plastisches Potential:

$$\begin{aligned}
 Gp = & \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\
 & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5}
 \end{aligned} \tag{4-37}$$

Plastische Vergleichsverzerrung:

$$\bar{\epsilon}^{pl} = \frac{\sigma_j \epsilon_i^{pl}}{\sigma_0} \tag{4-38}$$

Fließregel:

$$d\epsilon_i^{pl} = \Delta\lambda \frac{dGp}{d\sigma_i} \tag{4-39}$$

Richtungsabhängiges Versagen:

$${}^* \bar{\epsilon}^{pl, fail} = f\left(\eta, \dot{\bar{\epsilon}}^{pl}\right) \tag{4-40}$$

Für das Werkstoffmodell werden die Parameter der orthotropen Steifigkeitsmatrix C_{ij} , die Winkel β_D und β_Z und die Kohäsion d in Abhängigkeit der plastischen Vergleichsverzerrung und die Verzerrungsrate benötigt. Zur korrekten Abbildung des Versagens sind die Richtungsfaktoren f_v , die plastische Vergleichsverzerrungsrate $\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}$ und das Mehrachsigenverhältnis $\eta = p/q$ notwendig. Die konstitutiven Gleichungen zur Simulation mit Schalenelementen sind in Kapitel 8.3 zu finden.

In Bild 4–5 ist die Fließfläche und das plastische Potential im Hauptspannungsraum dargestellt.

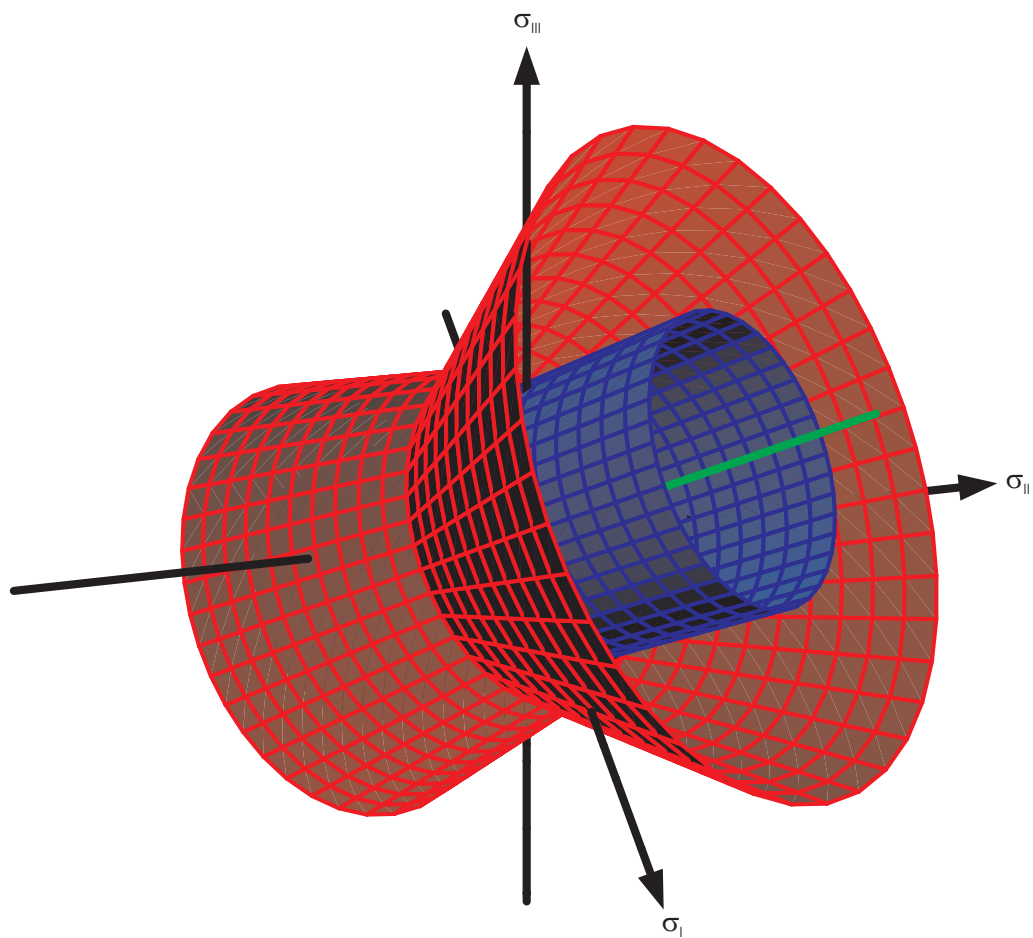


Bild 4–5: Vom Reibungswinkel β abhängige orthotrope Fließfläche (rot), orthotropes plastisches Potential (blau) und hydrostatische Achse (grün) im Hauptspannungsraum.

5 Verifikation, Validierung und Anwendung des Werkstoffmodells

In diesem Kapitel soll es um die Verifikation, die Validierung und die Anwendung des im vorangegangenen Abschnitt entwickelten Werkstoffmodells gehen. Dabei bezeichnet die Verifikation, dass die numerischen, implementierten Algorithmen des Materialmodells korrekt sind und die analytische Lösung von berechenbaren Lastfällen wieder geben.

Unter Validierung wird der Vergleich von experimentellen Ergebnissen einfacher Versuche (z. B. Zugversuche) mit denen der numerischen Simulation verstanden [117].

Schließlich wird die Einsetzbarkeit des Werkstoffmodells in der Simulation eines dynamischen Lastfalles (Crashverhalten) eines Energieabsorbers im Frontbereich eines Fahrzeugs unter komplexen Spannungs- und Verzerungszuständen gezeigt.

5.1 Verifikation

Das in Kapitel 4 vorgestellte Werkstoffmodell für kurzfaserverstärkte thermoplastische Kunststoffe wurde als »User-Subroutine« (VUMAT) in die FEM-Software ABAQUS [71] mit einer expliziten Zeitintegration implementiert.

So konnte die Funktionalität des implementierten Materialmodells an verschiedenen Simulationen teilweise mit der analytischen Lösung und partikulär mit bereits in ABAQUS realisierten Materialmodellen nachgewiesen werden. Dazu wurde das neu entwickelte Modell durch geeignete Koeffizientenwahl auf schon bestehende Materialmodelle zurückgeführt und es erfolgte eine Vergleichssimulation mit äquivalenten Materialparametern. Im Anschluss wurden die erhaltenen Ergebnisse miteinander verglichen.

Die korrekte Beschreibung der orthotropen, linearen Elastizität des Modells wurde durch Simulationen mit den identischen Elastizitätsparametern durch das orthotrope Elastizitätsmodell von ABAQUS und dem entwickelten Modell nachgewiesen.

Durch Simulationen mit übereinstimmenden Parametern mit dem von Mises und dem neu entwickelten Modell, konnten der korrekte Fließbeginn,

das identische Abhängigkeitsverhalten von der Verzerrungsrate und das gleichwertige sowohl verzerrungsraten- als auch von dem Mehrachsigenverhältnis (η) abhängige Versagen gezeigt werden.

Die korrekte Abbildung der orthotropen Plastizität im entwickelten Modell wurde durch Vergleichssimulationen mit dem Materialmodell von Hill nachgewiesen.

Das nicht assoziierte Fließen wurde durch ein volumenkonstantes plastisches Potential bei dem Materialmodell nach Drucker-Prager in ABAQUS und mit einem konstanten Reibungswinkel von $\beta \neq 0$ in dem neuen Modell überprüft.

5.2 Validierung

Die Simulationen der Materialcharakterisierungsexperimente konnten mit dem neuen Materialmodell durchgeführt und die Ergebnisse mit den entsprechenden Experimenten verglichen werden. Dazu wurden die in Kapitel 3.4 bis 3.6 vorgestellten Versuche zur Materialkennwertbestimmung mit dem neuen Materialmodell sowohl mit Schalenelementen als auch mit Volumenelementen simuliert (vgl. Bild 5–1). Die Kantenlänge der verwendeten Elemente betrug dabei je nach Probenbereich ungefähr 1 mm.

Die wegen der Faserorientierung hervorgerufene Richtungsabhängigkeit der mechanischen Kennwerte innerhalb des Bauteils wird über ein lokales kartesisches Koordinatensystem für jedes undeformierte Element numerisch erfasst. Dadurch lässt sich auch die gemessene Orthotropie des kurzfaserverstärkten Kunststoffes numerisch simulieren. Dieses Koordinatensystem wird so ausgerichtet, dass die Abspritzrichtung an der entsprechenden Stelle in der Komponente der 1-Richtung des Koordinatensystems entspricht. Weil in dieser Arbeit vor allem dünne Bauteile untersucht wurden, erstreckt sich die 3-Richtung in die Dickenrichtung. Somit ist das lokale Koordinatensystem des undeformierten Elementes in der Probe für die numerische Berücksichtigung der Orthotropie vollständig definiert. Innerhalb der »User-Subroutine« werden die Verzerrungen und Spannungen entsprechend diesem lokalen Koordinatensystem berechnet.

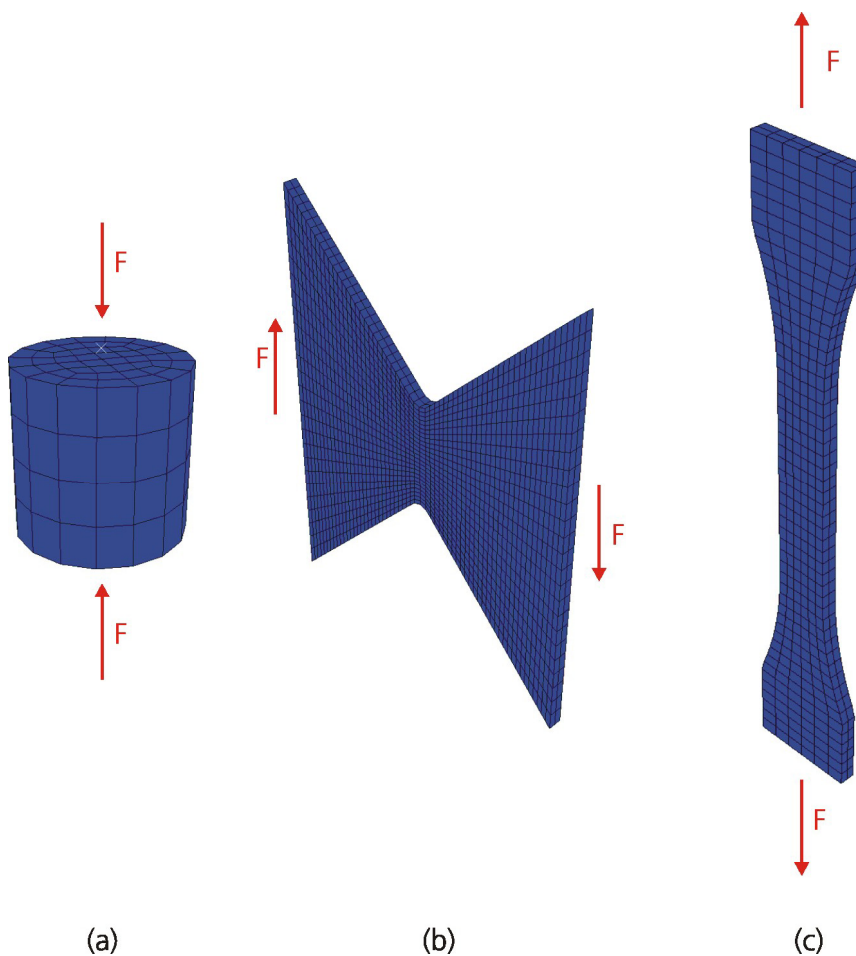


Bild 5–1: Simulation der durchgeführten Versuche (Volumenelementenmodelle): (a) Druckversuch; (b) Schubversuch; (c) Zugversuch.

In der Simulation mit Schalenelementen wurde der Elementtyp S4R, bei den Volumenelementen der Typ C3D8R gewählt. Das Element S4R besteht aus vier Knoten und mit einer ungeraden Anzahl von Integrationspunkten (in der Regel fünf) über die Elementdicke, die vom Anwender angegeben werden muss. Das Volumenelement hat acht Knoten und einen Integrationspunkt. Genauere Angaben zu den verwendeten Elementen sind bei ABAQUS [71] zu finden. Wegen der unterschiedlichen Steifigkeit in Abhängigkeit vom Belastungsfall (vgl. Kapitel 3.9) wurden je Versuchstyp zwei verschiedene Simulationen durchgeführt:

- Simulation mit dem entsprechenden Elastizitätsmodul des Belastungsfalles (»spez. E-Modul«)
- Simulation mit dem arithmetischen Mittel (Druck- und Zugbelastung) der Elastizitätsmoduln (»arithm. E-Modul«)

Bei beiden Simulationen waren die plastischen Werte (Spannungen, plastische Verzerrungen, Reibungswinkel β_D und β_Z) äquivalent. Neben den Elastizitätsmoduln (vgl. Tabelle 3–7) wurden auch die Anisotropiefaktoren (vgl. Tabelle 3–8) und die richtungsabhängigen Bewertungsfaktoren für die Versagensverzerrungen (vgl. Tabelle 3–6) in den jeweiligen Simulationen angepasst.

In Bild 5–2 ist schematisch der Unterschied zwischen den Simulationen mit dem »spez. E-Modul« unter einer Zug- bzw. Druckbelastung und dem »arithm. E-Modul« dargestellt. In Tabelle 3–7 ist ersichtlich, dass die Steifigkeit unter einer Zugbelastung größer ist als unter einer Druckbelastung. So liegt diese in einer Simulation mit dem »arithm. E-Modul« bei einer Zugbelastung unterhalb der Steifigkeit der Simulation mit dem »spez. E-Modul«. Bei einer Druckbelastung ist es genau umgekehrt. Der plastische Bereich passt sich dementsprechend an, da der Beginn der Plastizität vom Spannungswert bei Fließbeginn abhängig ist. Der Verlauf ist dagegen von der Belastungsart unabhängig.

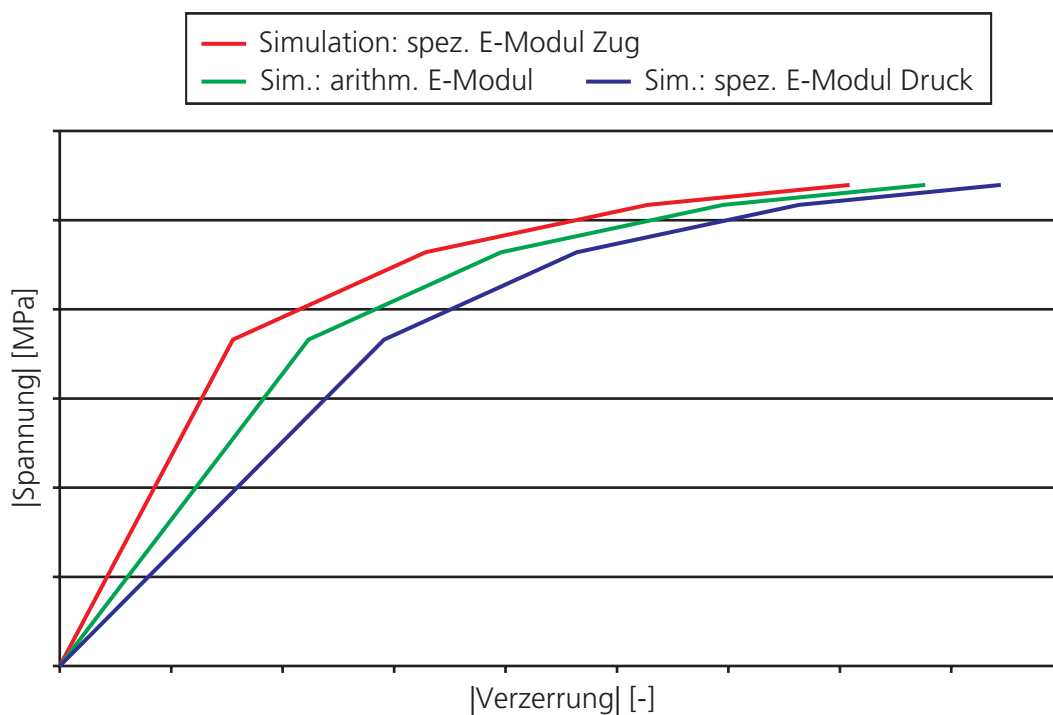


Bild 5–2: Schematische Darstellung des Einflusses auf die Steifigkeit bei einer Auswertung der Simulationsergebnisse mit einer Wahl des »spez. E-Moduls« im Drucklastfall, »arithm. E-Moduls« oder »spez. E-Moduls« im Zuglastfall.

In diesem Kapitel sind nur die Simulationen mit dem »spez. E-Modul« gezeigt. Weitere Simulationen der Validierungsversuche sind im Anhang (Kapitel 8.5) zu finden.

5.2.1 Druckversuche

Die Druckversuche konnten nur mit den Volumenelementen simuliert werden. Dabei wurden alle drei Raumrichtungen eines kartesischen Koordinatensystems berücksichtigt. Zur besseren Veranschaulichung wurden die anfangs nicht linearen Spannungs-Stauchungskurven (vgl. Bild 3–19) bis zur Abszisse linear verlängert und entlang dieser in den Nullpunkt verschoben.

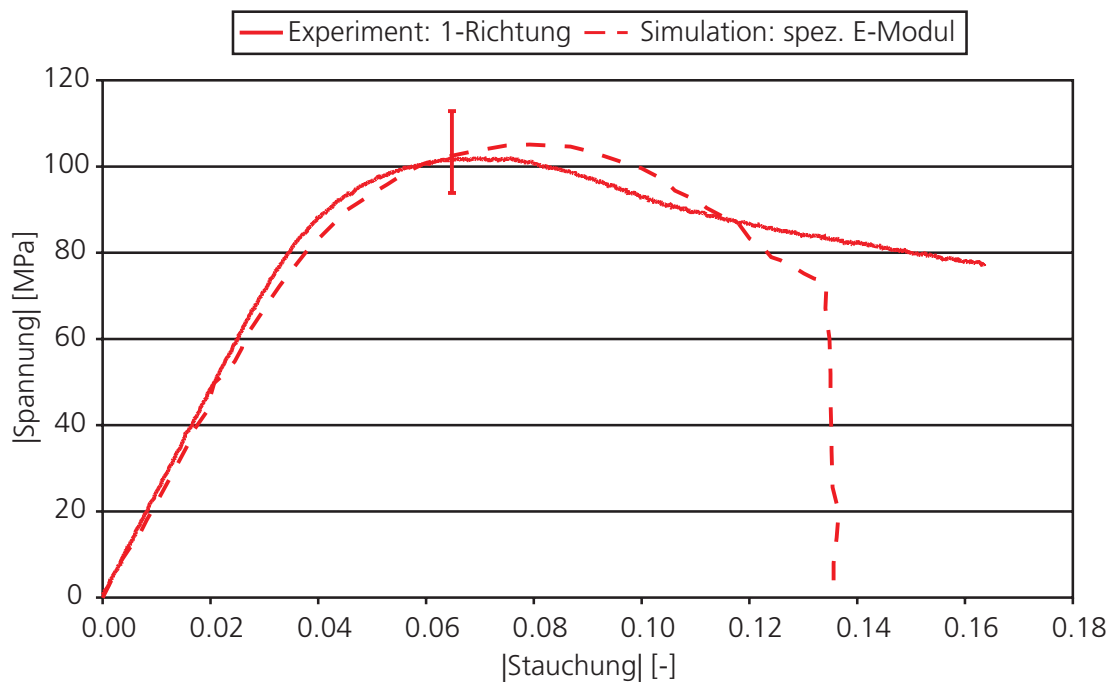


Bild 5–3: Vergleich der Spannungs-Stauchungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Druckversuches in die 1-Richtung mit dem »spez. E-Modul« bei einem Drucklastfall.

Bild 5–3 zeigt, dass sich eine sehr gute Übereinstimmung der Abbildung des elastischen und plastischen Verhaltens bei der Wahl des »spez. E-Moduls« für den Drucklastfall in die 1-Richtung ergibt. Die simulierte Probe versagt, wenn im Experiment ein deutlicher Spannungsabfall zu beobachten war. Da die Proben unter einem Gleitbruch versagten, war die Bestimmung der Versagensstauchung komplex (vgl. Kapitel 3.4).

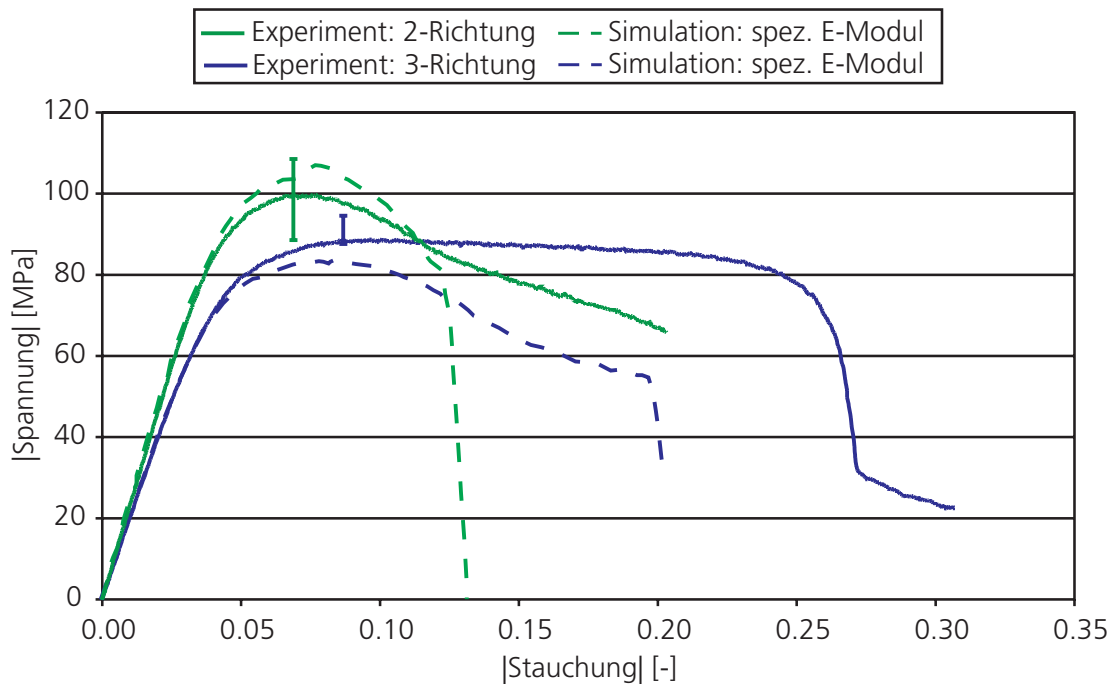


Bild 5–4: Vergleich der Spannungs-Stauchungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Druckversuches in die 2- und 3-Richtung mit dem »spez. E-Modul« bei einem Drucklastfall.

In der 2-Richtung werden ebenfalls die Steifigkeit und das plastische Verhalten mit dem »spez. E-Modul« sehr gut abgebildet (vgl. Bild 5–4). Diese ausgezeichnete Reproduzierbarkeit in der Simulation des plastischen Verhaltens erklärt sich durch das fast identische Materialverhalten bei einer Druckbelastung in die Abspritzrichtung und quer dazu (vgl. Bild 3–19).

Die Simulation mit dem »spez. E-Modul« in Dickenrichtung zeigt sehr gut das gemessene elastische Materialverhalten. Die Plastizität in dieser Richtung wird aber nicht zufrieden stellend wiedergegeben. Im implementierten Materialmodell wird im plastischen Bereich zwischen einer Druck-, Schub- und Zugbelastung unterschieden. Allerdings wird bei der Verfestigung im plastischen Bereich keine Unterscheidung zwischen den einzelnen Belastungsrichtungen vorgenommen. Das Material verfestigt sich in der Simulation in allen Richtungen entsprechend der einen vorgegebenen Verfestigungskurve. In dieser Arbeit wurde die Verfestigungskurve gemäß der 1-Richtung definiert. Demzufolge wird das plastische Verhalten in die Abspritzrichtung sehr gut, in die anderen Richtungen entsprechend abgebildet. Dagegen wird das sehr viel spätere Versagen der Druckprobe bei einer Belastung in die 3-Richtung treffend erfasst.

5.2.2 Schubversuche

Prinzipiell ist es möglich, die Schubversuche sowohl mit den Schalen- als auch mit den Volumenelementen zu simulieren. Allerdings werden aus Kostengründen (Rechenzeit) die Schalenelemente bevorzugt. Daher werden im Folgenden die Simulationsergebnisse mit den Schalenelementen und einer Probendicke von 3 mm gezeigt.

Scherungsratenabhängigkeit

Die experimentell bestimmte Abhängigkeit von der Scherungsrate des Materials kann durch das implementierte Materialmodell abgebildet werden (vgl. Bild 5–5).

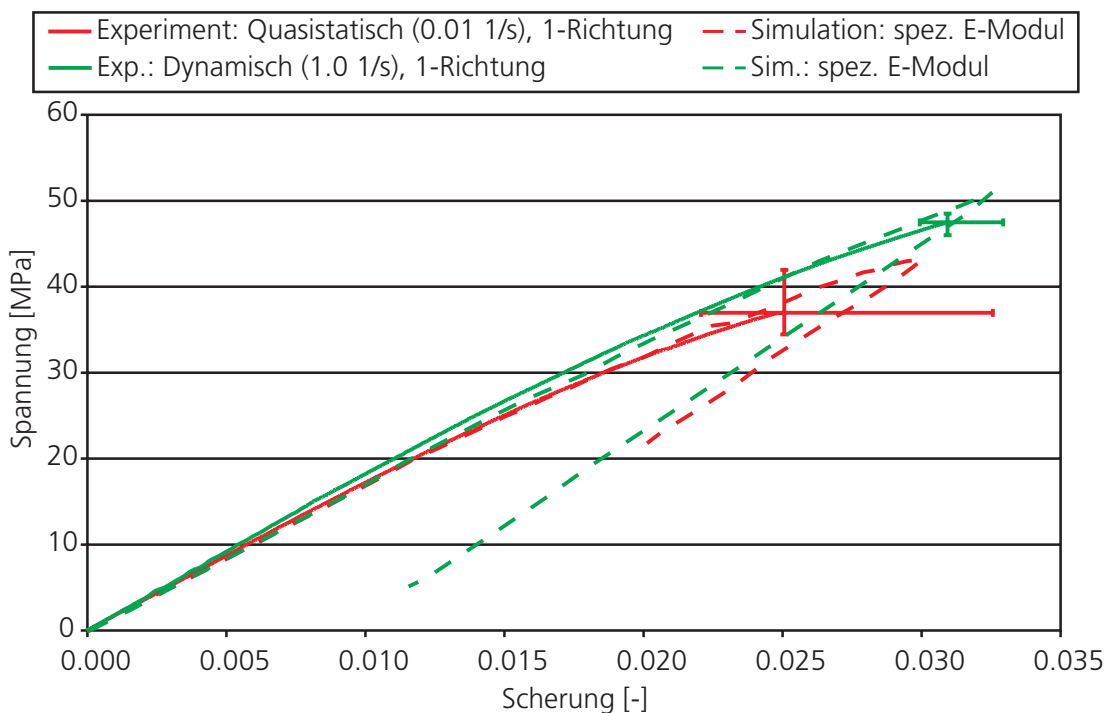


Bild 5–5: Vergleich der Spannungs-Scherungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen und dynamischen Schubversuches in die 1-Richtung mit dem »spez. E-Modul« bei einem Schublastfall.

Die dynamische Verfestigung des in dieser Arbeit untersuchten kurzfaserverstärkten Materials wird hervorragend wiedergegeben. Das scherungsratenabhängige Versagen ist bei Verwendung des »spez. E-Moduls« nur bei den dynamischen Versuchen sehr gut. Bei den quasistatischen Simulationen tritt das Versagen bei einer etwas zu hohen Scherung und Spannung auf.

Richtungsabhängigkeit

In den Experimenten der Schubversuche ergab sich ein nahezu isotropes (richtungsunabhängiges) Verhalten des Kunststoffes. Dies konnte durch die bereits nachgewiesenen Materialeigenschaften der Matrix erklärt werden. Eine unverstärkte thermoplastische Kunststoffmatrix verhält sich isotrop (vgl. Junginger [52]). Im Schubspannungsfall übernimmt diese Matrix die Spannungen und schützt die Fasern vor Schädigungen. Das implementierte Materialmodell ermöglicht auch eine Simulation mit isotropen Steifigkeitswerten (vgl. Bild 5–6). Das Versagensverhalten wird bei einer Belastung in die 2-Richtung in der Simulation besser wiedergegeben.

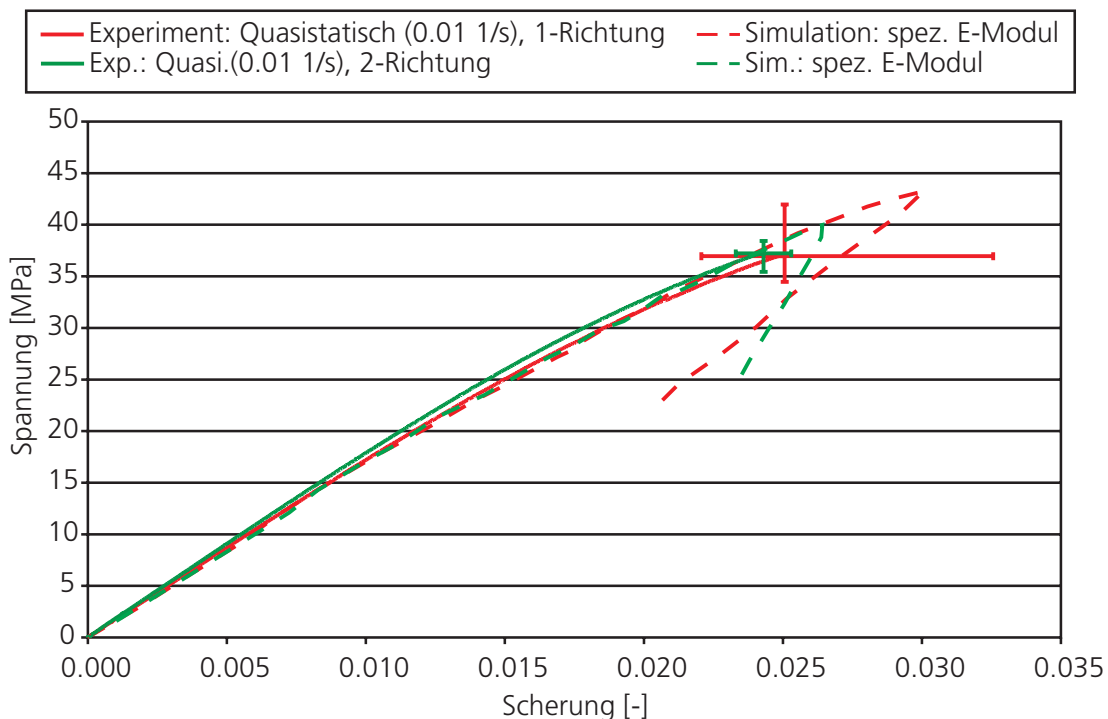


Bild 5–6: Vergleich der Spannungs-Scherungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Schubversuches in die 1- und 2-Richtung mit dem »spez. E-Modul« bei einem Schublastfall.

5.2.3 Zugversuche

In diesem Kapitel werden die Ergebnisse der dynamisch durchgeführten Experimente und Simulationen mit dem »spez. E-Modul« unter einer Zugbelastung (Schalenelementenmodell) mit der 3 mm dicken Proben in

den verschiedenen Richtungen dargestellt. Im Anhang (Abschnitt 8.5.3) sind weitere Vergleiche zwischen Simulation und Experiment ersichtlich.

Dehnratenabhängigkeit

In Bild 5–7 wird die sehr gute Übereinstimmung der simulierten Steifigkeiten und der Spannungsniveaus bei der Verwendung des »spez. E-Moduls« mit den experimentell bestimmten Materialkennwerten bei den quasistatischen und dynamischen Versuchen gezeigt. Bei diesen Werkstoffparametern wird auch ausgezeichnet der gemessene Verlauf der Plastizität abgebildet. Das dehnratenabhängige Versagen wird abermals gut wiedergegeben.

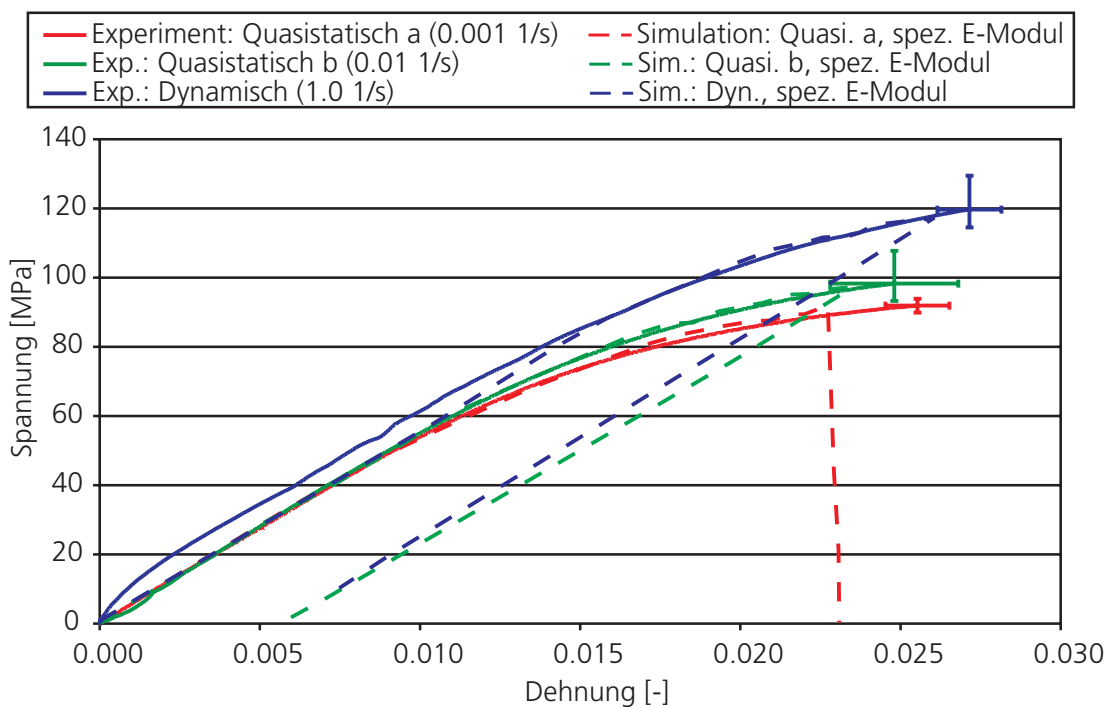


Bild 5–7: Vergleich der Spannungs-Dehnungskurven von Simulation und Experiment der quasistatischen und dynamischen Zugversuche in die 1-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe mit dem »spez. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

Richtungsabhängigkeit

Mit dem neuen Materialmodell ist es nun auch möglich, eine orthotrope Elastizität und eine orthotrope Plastizität abzubilden. Allerdings besteht die Einschränkung, dass die Verfestigung unabhängig von der Belastungsrichtung ist. Es tritt immer ein Verfestigungsverhalten gemäß der einen vorgegebenen Kurve auf. Daher ist das Spannungsniveau bei der Simula-

tion einer Zugbeanspruchung in die 2-Richtung bei einer quasistatischen Beanspruchung höher als im Experiment (vgl. Bild 5–8). Da die 1-Richtung als Verfestigungskurve vorgegeben wird, entspricht deren Simulation dem Experiment. In beide Richtungen wird das Versagen bei der Verwendung des »spez. E-Moduls« numerisch richtig erfasst.

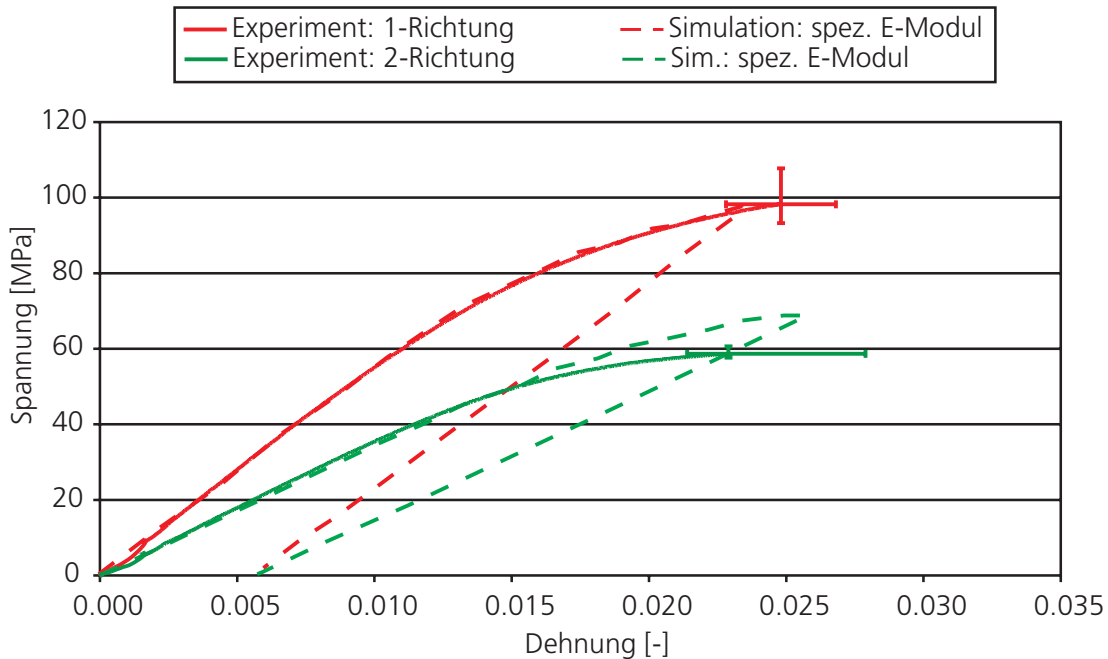


Bild 5–8: Vergleich der Spannungs-Dehnungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Zugversuches in die 1- und 2-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe mit dem »spez. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

5.3 Anwendung

Das implementierte Materialmodell wurde zur Simulation des Impakts eines kugelförmigen Impaktors (vgl. Bild 3–42) auf ein in der Automobilindustrie verwendetes crashrelevantes Bauteil im Frontbereich (Energieabsorber) eingesetzt. Es wurden die Materialdaten des »arithm. E-Moduls« (vgl. Kapitel 3.9) verwendet. Die Vernetzung des Simulationsmodells erfolgte mit Schalenelementen. Auf die Verwendung von Volumenelementen wurde aus Kostengründen (Rechenzeit) verzichtet. Der Impaktversuch wurde mit zwei verschiedenen Geschwindigkeiten (ca. 5.1 m/s und ca. 6.3 m/s) an zwei unterschiedlichen Stellen durchgeführt:

- Zwischen zwei Rippen (vgl. Bild 5–9a)
- Auf einer Rippe (vgl. Bild 5–9b)

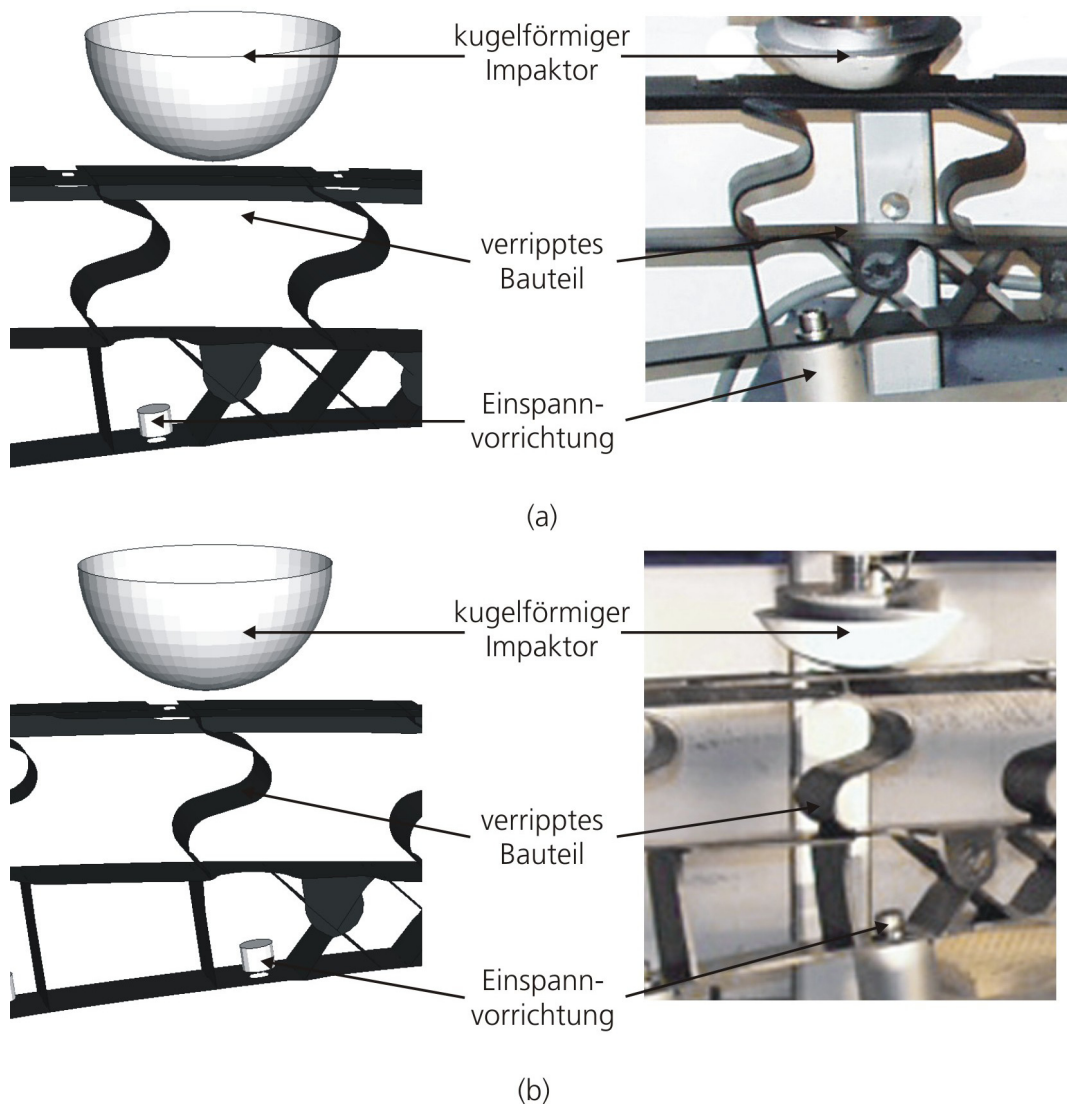


Bild 5–9: Impactstellen am verrippten Bauteil (Ausschnitt einer realen Komponente): (a) zwischen zwei Rippen; (b) auf eine Rippe.

Um numerisch in der Schalenelementenformulierung eine Beanspruchung unter Biegung simulieren zu können, sind über die Dicke in einem Element mehrere Integrationspunkte notwendig. An diesen wird anhand des Materialgesetzes das Materialverhalten bestimmt. Wird nun eine Struktur in der Schalenelementenformulierung mit fünf Integrationspunkten (Ip.) in der Simulation auf Biegung beansprucht, ergibt sich Bild 5–10. Im oberen Bereich wird die Struktur unter Zug, im unteren Bereich auf Druck belastet. Wird ein Riss unter Zug (z. B. durch Mikroschädigung) initialisiert, tritt ein sofortiges Versagen des Bauteils im Experiment auf. Numerisch versagt der erste Integrationspunkt korrekt unter Zug. Um dieses Verhal-

ten simulieren zu können, besteht die Möglichkeit, dass alle weiteren Integrationspunkte versagen, sobald der erste versagt hat. Eine andere Möglichkeit besteht darin, dass das Element erst gelöscht, wenn alle Integrationspunkte eines Elementes versagt haben.

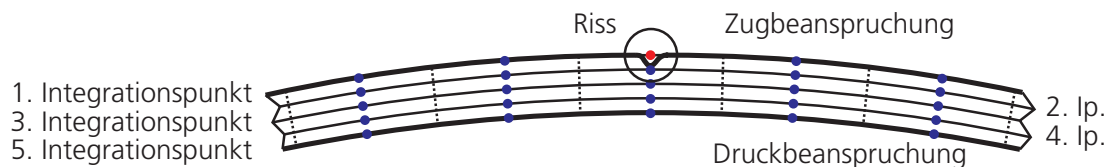


Bild 5–10: Struktur und numerische Abbildung in der Schalenelementenformulierung unter einer Biegebeanspruchung (Entstehung eines Risses): 1. Integrationspunkt (Ip.) hat unter einer Zugbeanspruchung schon korrekt versagt; Ip. intakt: blau; Ip. versagt: rot.

Somit wurde jeder Impact auf dem verrippten Bauteil mit zwei verschiedenen Versagensmodi simuliert:

- Simulation mit sofortigem Versagen (das Schalenelement wird gelöscht sobald ein Integrationspunkt über die Dicke versagt hat).
- Simulation ohne sofortiges Versagen (das Schalenelement wird erst gelöscht, wenn alle Integrationspunkte über die Dicke versagt haben).

Das Löschen von Elementen wird auch als Erosion bezeichnet. Darunter wird die Elimination desselbigen verstanden; d. h. es wird aus der Simulation entfernt und überträgt keinerlei Kräfte mehr. An dem Beispiel des Impactversuches zwischen zwei Rippen mit 6.4 m/s (vgl. Kapitel 5.3.1) soll die Wichtigkeit dieser numerischen Möglichkeit gezeigt werden. In diesem Kapitel wird im Weiteren nur noch auf die Simulationsergebnisse mit dem sofortigen Versagen eingegangen. Weitere Simulationen bei anderen Geschwindigkeiten und Impactorten mit dem sofortigen Versagen und ohne das sofortige Versagen sind im Anhang (vgl. Kapitel 8.6) zu finden.

Die Simulationsergebnisse wurden mit einem 10 000 Hz Butterworth-Filter der zweiten Ordnung als Tiefpass [1] beaufschlagt, um zu starke Schwingungen zu unterdrücken. Erfolgte ein Durchschlag mit hoher Geschwindigkeit des Impactors bis zur Einspannvorrichtung (sehr hohe Kraftspitze), beschreiben die Graphen in diesem Kapitel den Versuchshergang bis kurz davor. Die Randbedingungen wurden entsprechend der im Versuch verwendeten Einspannvorrichtung aufgebracht. Der Impaktor und die Befestigungsschrauben wurden als Starrkörper abgebildet. Die

Kantenlänge der in der Simulation verwendeten Schalenelemente S4R [71] betrug im Mittel 5 mm. Jedes undeformierte Element hatte die reale Dicke und ein lokales Koordinatensystem, das entsprechend der Faserorientierung ausgerichtet war. Durch die Festlegung des Koordinatensystems wurden die richtungsabhängigen Materialkennwerte für jedes Element numerisch abgebildet. Die Faserausrichtung innerhalb des Bauteils wurde durch ein für diese Zwecke verwendetes Simulationsprogramm (vgl. Kapitel 3.1) ermittelt. Weitere Informationen zu dem Elementtyp sind bei ABAQUS [71] zu finden.

Wie in Bild 3–11 zu erkennen, muss die Versagensverzerrung für die Simulation der Komponente reduziert werden. Der Kunststoff verhält sich im Bauteil aus verschiedenen Gründen (mehrere Angüsse, komplexere Geometrie) spröder. Durch die diversen Angüsse entstehen im Bauteil Bindenähte. An diesen wird die Faserorientierung gestört. Deshalb wurde die äquivalente plastische Vergleichsversagensverzerrung auf 75 % des an den Laborproben gemessenen Wertes (vgl. Kapitel 3) reduziert.

5.3.1 Impact zwischen zwei Rippen mit 6.4 m/s

Erosion der Elemente

Bei der Simulation der Impactversuche war darauf zu achten, dass die Schalenelemente gelöscht werden und somit keine weiteren Kräfte übertragen, sobald ein Integrationspunkt versagt hat. Geschieht dies nicht, kann in den gezeigten Rippen kein Versagen unter Biegung auftreten. Der mittlere Integrationspunkt über die Dicke des Elementes würde bei einem identischen Versagen unter Zug- und Druckbelastung keine Schädigung erfahren (neutrale Faser). Somit kann die Rippe bei Bruch in den Randintegrationspunkten den Impactort nicht verlassen und es tritt keine lokale Schädigung, sondern eine Schädigungszone auf. Als eine Schädigungszone wird der Bereich bezeichnet, in dem Integrationspunkte außerhalb der neutralen Faser geschädigt sind (vgl. Bild 5–11). In so einem Fall besteht die numerische Struktur nur noch aus einer Kette von Stäben, die lediglich Normalkräfte übertragen und unter einer Zugbeanspruchung versagen können.



Bild 5–11: Struktur und numerische Abbildung in der Schalenelementenformulierung nach einer Biegebeanspruchung: Versagen der Integrationspunkte (Ip.) außerhalb der neutralen Faser (3. Ip.) bei identischem Versagen unter einer Druck- und Zugbeanspruchung; Ip. intakt: blau; Ip. versagt: rot.

In Bild 5–12 ist eine Schädigungszone für eine Impaktsimulation (Schalenelementenmodell) mit fünf Integrationspunkten über die Dicke zwischen zwei Rippen mit ca. 6.4 m/s dargestellt. In solchen Zonen werden vor allem die äußeren Integrationspunkte über die Schalendicke geschädigt (vgl. Bild 5–12a und Bild 5–12e). Die Elemente mit noch intakten Integrationspunkten sind blau, mit geschädigten rot eingefärbt.

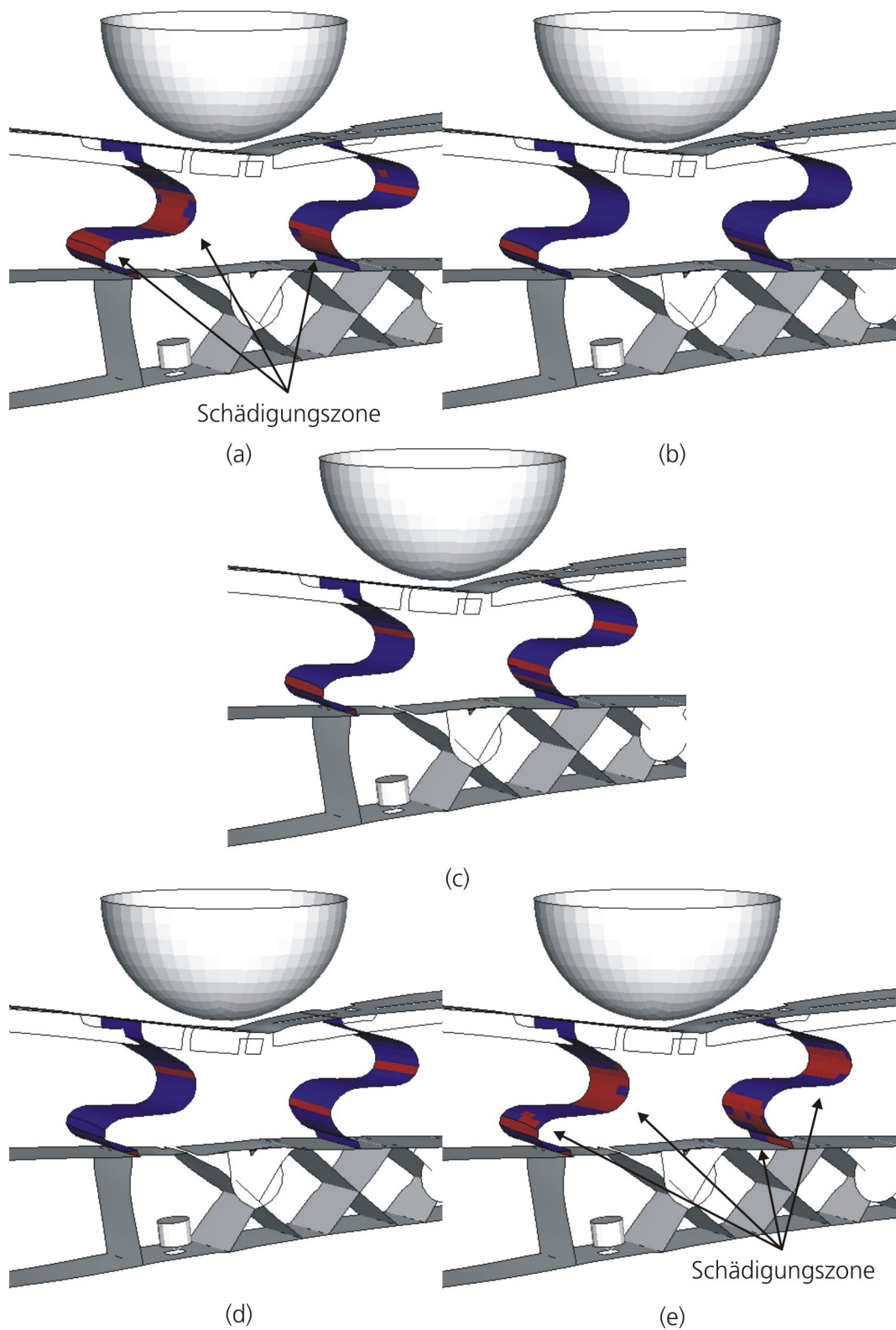


Bild 5–12: (a)-(e) Schädigung der fünf einzelnen Integrationspunkte im Schalenelementenmodell über die Materialdicke bei einem Impact zwischen zwei Rippen mit ca. 6.4 m/s: Schädigungszone und kein Verlassen des Impaktortes von geschädigten Elementen (blau: intakt, rot: geschädigt).

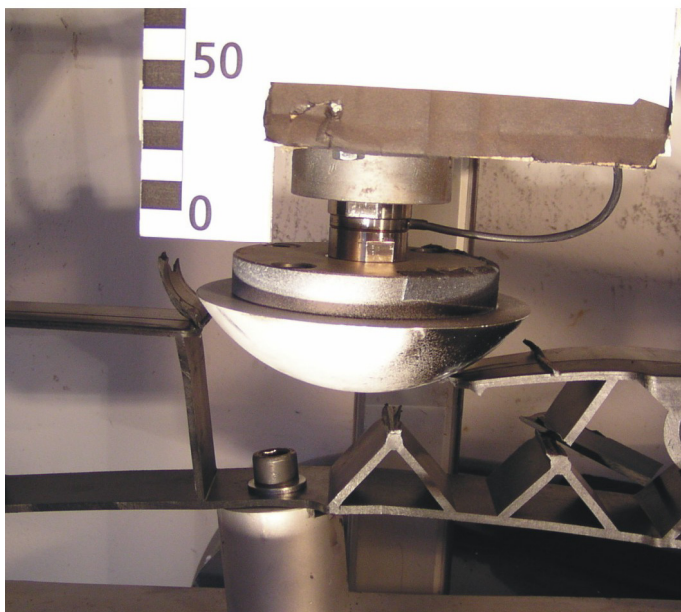


Bild 5–12: (f) Lokale Schädigung des Bauteils und Verlassen des Impaktortes von geschädigten Elementen bei sofortigem Versagen der Elemente; (g) Geschädigtes Bauteil am Ende des Versuches.

Dies hat aber zur Folge, dass die gesamte kinetische Energie des Impaktors in der Schädigungszone in dissipative umgewandelt wird und der Impaktor im Gegensatz zum Versuch nicht bis zur Einspannvorrichtung das Bauteil zerstört (vgl. Bild 5–13).

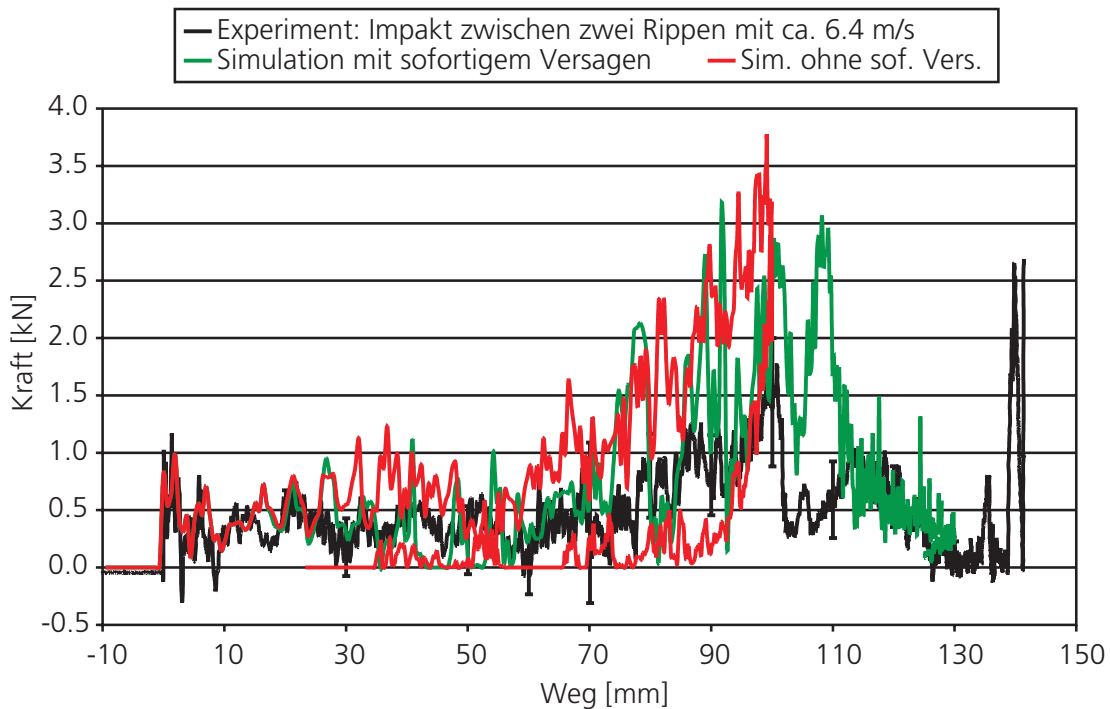


Bild 5–13: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 6.4 m/s zwischen zwei Rippen und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit und ohne sofortiges Versagen der Elemente.

Die Energie des Gesamtsystems muss identisch sein, daher ist das Kraftniveau bei einem verkürzten Weg höher. Der Effekt trat unabhängig davon auf, ob das neue Materialmodell oder ein anderes verwendet wird. Bei den Materialcharakterisierungsversuchen bestand dieses Problem mit der Elementerosion nicht, da diese nur in einem ebenen Spannungszustand durchgeführt wurden und somit keine Biegungen auftraten. In diesen Simulationen versagten alle Integrationspunkte über der Probendicke fast simultan.

Impaktversuch

Bei der Simulation eines Impakts mit ca. 6.4 m/s zwischen zwei Rippen ist zu erkennen, dass das Kraftniveau am Anfang der Simulation gut wieder gegeben wird. Später wird ein etwas zu hohes Niveau erreicht. Der Impaktor schlägt in dieser Simulation bis zur Einspannvorrichtung durch (vgl. Bild 5–14).

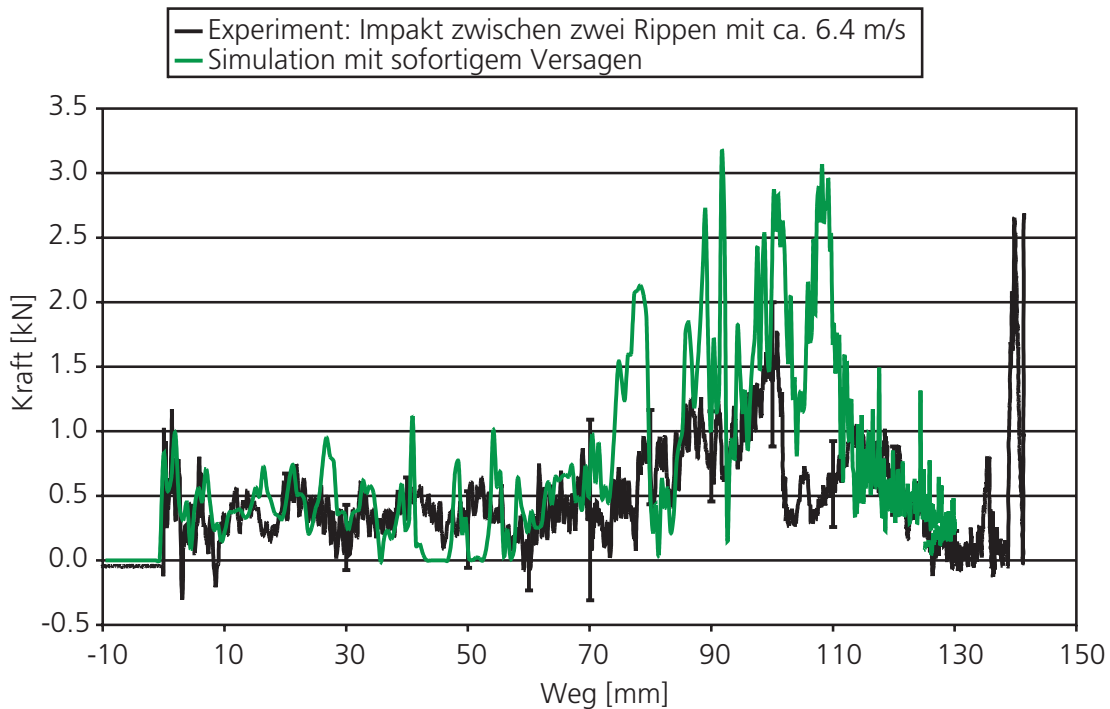


Bild 5–14: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 6.4 m/s zwischen zwei Rippen und der Simulation mit dem neuen Materialmodell und sofortigem Versagen der Elemente.

5.3.2 Impact zwischen zwei Rippen mit 5.2 m/s

Trifft der Impaktor mit einer Geschwindigkeit von ca. 5.2 m/s zwischen zwei Rippen auf, so wird sowohl das Kraftniveau als auch der zurückgelegte Weg in der Simulation mit dem sofortigen Versagen sehr gut wiedergegeben. Wie im Versuch wird der Impaktor nach ca. 100 mm Weg zurückgefedert (vgl. Bild 5–15).

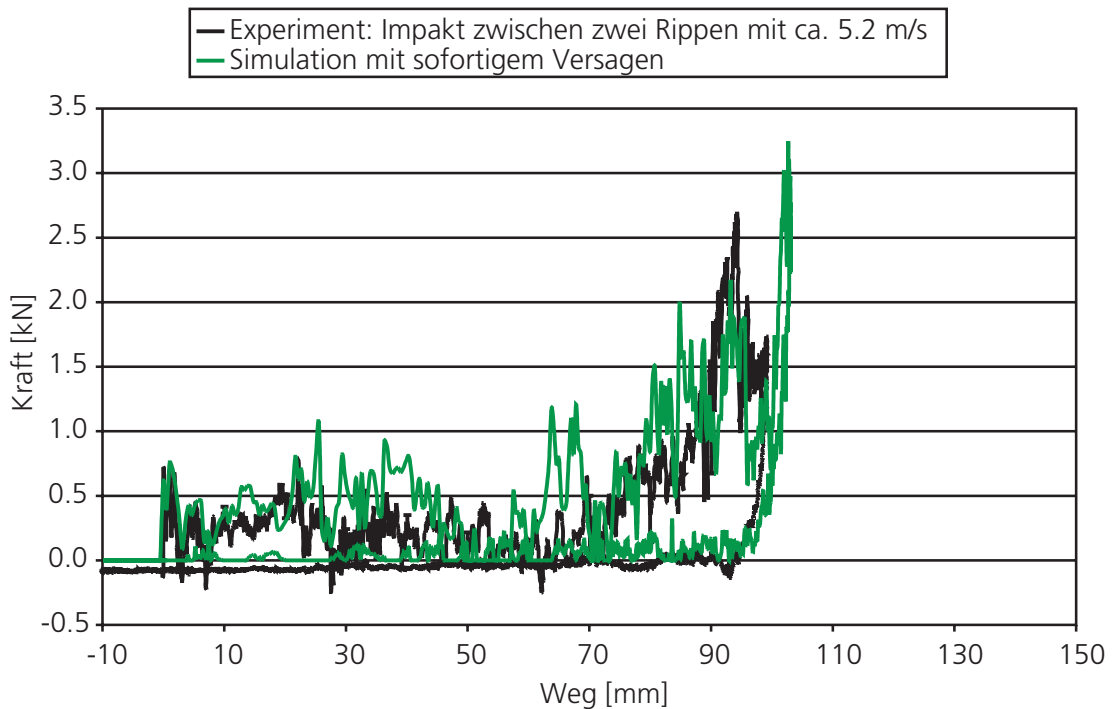


Bild 5–15: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 5.2 m/s zwischen zwei Rippen und der Simulation mit dem neuen Materialmodell und sofortigem Versagen der Elemente.

Die sehr gute Übereinstimmung der Simulation mit dem neuen Materialmodell und dem Experiment ist auch in Bild 5–16 ersichtlich. Zu verschiedenen Zeitpunkten wird das Verformungs- und Versagensverhalten des Frontmoduls bei einem Impact auf eine Rippe mit ca. 5.2 m/s in der Simulation mit dem durchgeführten Experiment verglichen. Der Versuch wurde mit einer Hochgeschwindigkeitskamera aufgezeichnet. Zum Zeitpunkt von $t=0.014$ s sind die beiden an den Impactort angrenzenden Rippen gebrochen und splintern auf. 0.012 Sekunden später erreicht der Impaktor den Umkehrpunkt und die erste Rippe auf der linken Seite ist ebenfalls gebrochen, splittert aber nicht. Die dritte Rippe von links ist sowohl im Versuch als auch in der Simulation im unteren Bereich durchgebrochen und wird zusammengedrückt. Zum Zeitpunkt von $t=0.060$ s ist die Oberseite des Bauteils vollständig zerstört und die Rippen links und rechts des Impactortes gänzlich geschädigt und zerbrochen. Das elastische Rückfedern der noch intakten Bereiche der Oberseite wird gut in der Simulation wiedergegeben. Am Ende ist die erste Rippe auf der linken Seite des Bildes im unteren Teil nicht weiter geschädigt worden und nur einmal gebrochen.

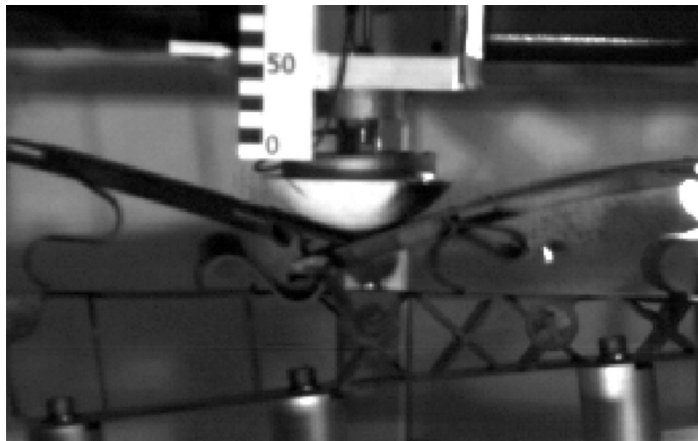
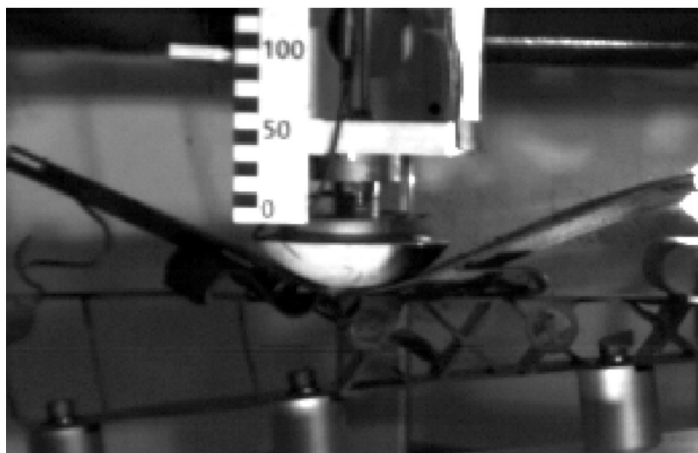
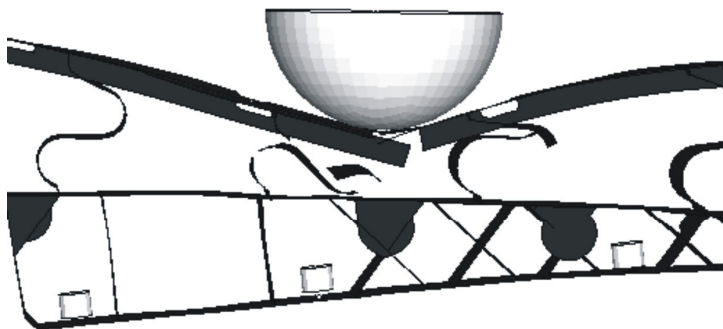
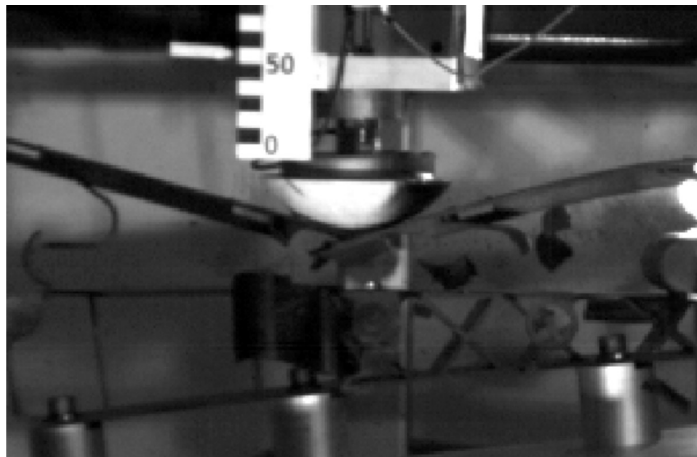
 $t=0.014\text{ s}$  $t=0.026\text{ s}$ 

Bild 5–16: Vergleich des Verformungs- und Versagensverhalten mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 5.2 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit sofortigem Versagen der Elemente zu verschiedenen Zeitpunkten.



t=0.060 s

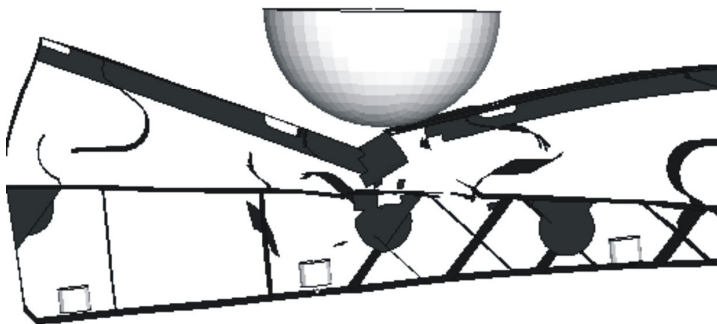


Bild 5–16: Vergleich des Verformungs- und Versagensverhalten mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 5.2 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit sofortigem Versagen der Elemente zu verschiedenen Zeitpunkten.

5.3.3 Impact auf eine Rippe mit 6.2 m/s

Das Kraftniveau in der Simulation mit dem sofortigen Versagen ist ähnlich dem des Versuches. Nach der Kraftspitze liegt das Kraftniveau in der Simulation leicht höher als im Experiment. Der Impaktor schlägt wie im Experiment auf der Einspannvorrichtung auf (vgl. Bild 5–17).

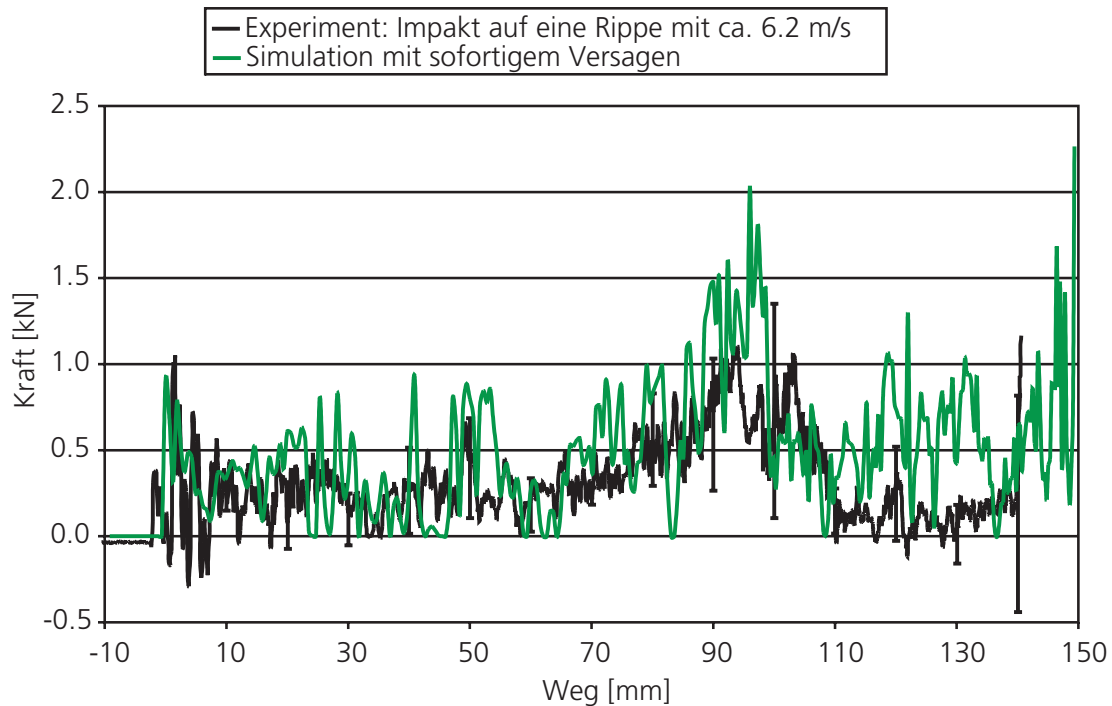


Bild 5–17: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 6.2 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell und sofortigem Versagen der Elemente.

5.3.4 Impakt auf eine Rippe mit 4.9 m/s

Impaktversuch

In Bild 5–18 ist die Übereinstimmung der Daten bei einem Impakt mit 4.9 m/s auf eine Rippe mit dem neuen Materialmodell zu sehen. Die Simulation mit dem sofortigen Versagen bildet den experimentell bestimmten Kraft-Wegverlauf gut ab. Es wird das Kraftniveau sehr gut wiedergegeben und der Impaktor dringt fast bis zur Einspannvorrichtung in das Bauteil ein. Die Spitze am Ende des Versuches ist durch das Aufschlagen des Impaktors auf die Einspannvorrichtung bedingt.

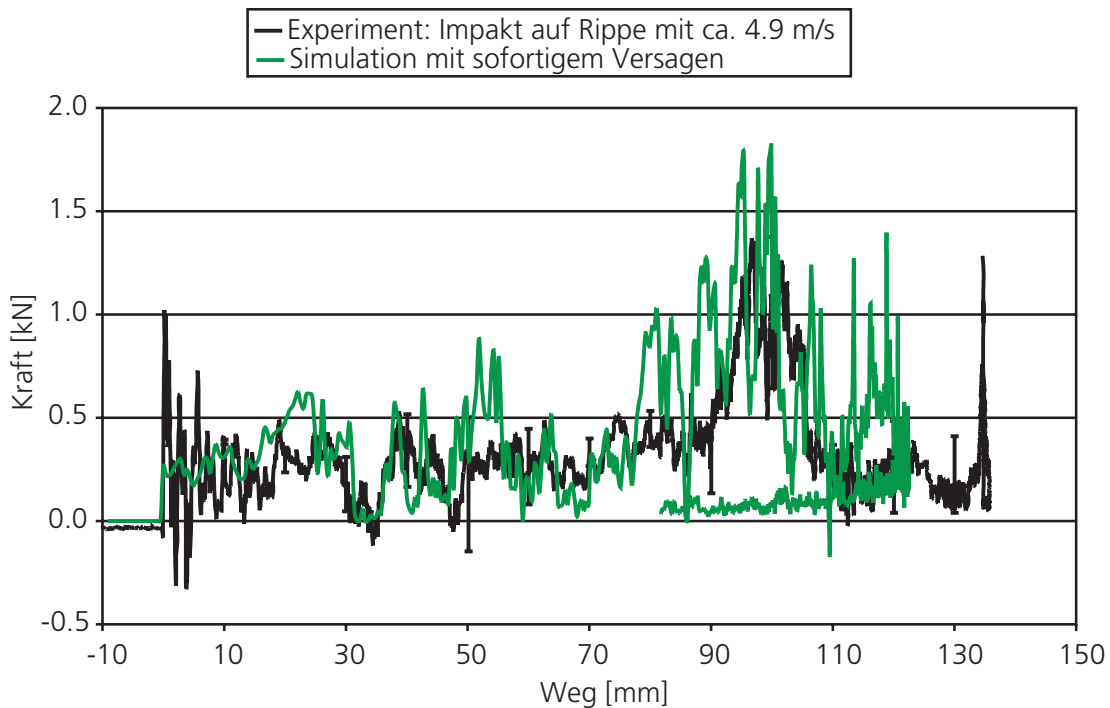


Bild 5–18: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 4.9 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell und sofortigem Versagen der Elemente.

Vergleich des neuen Materialmodells mit dem von Mises Modell

Es wurden zusätzlich Simulationen des Impakts auf den Energieabsorber mit dem von Mises Modell durchgeführt. Dazu wurden als Werkstoffkennwerte die dynamischen Daten der Zugversuche in die Abspritzrichtung (0° -Richtung) und quer dazu (90° -Richtung) verwendet. Die Versagenswerte ergaben sich aus den durchgeführten Druck-, Schub- und Zugversuchen in Abhängigkeit der Verzerrungsrate und dem Mehrachsigkeitsverhältnis in der 1-Richtung.

Wird die Energie (integriertes Kraft-Wegsignal) des Versuches betrachtet, liegen die Simulationen mit dem neuen Materialmodell bzw. mit dem Modell nach von Mises mit den Kennwerten in die 0° -Richtung bei diesem verwendeten Bauteil und Versuchsdurchführung fast gleich auf (vgl. Bild 5–19). Lediglich die Energie in der Simulation mit dem von Mises Modell und den Daten der 90° -Richtung liegt deutlich darunter. Dies ist ein Hinweis darauf, dass das Strukturverhalten des Energieabsorbers nur eine geringe Abhängigkeit von der experimentell beobachteten Anisotropie der Materialkennwerte und der anisotropen Verfestigung bei dieser

Belastungsart aufweist. Es kann nur der Verlauf der Energie im Vergleich zum Versuch korrekt wiedergegeben werden. Das Niveau des Versuches liegt zwischen dem der Simulation mit dem neuen Materialmodell bzw. dem von Mises Modell (0°-Richtung) und der Simulation mit von Mises (90°-Richtung). Welche Materialdaten konkret benötigt werden, ist abhängig vom Bauteil und der vorherrschenden Belastungsrichtung in Bezug auf die Faserorientierung im Bauteil. Zur Klärung dieses Sachverhaltes sind noch weitere Untersuchungen notwendig.

Im Anhang (vgl. Bild 8–14) befindet sich ein Vergleich in der Energiebeurteilung zwischen den verschiedenen numerischen Versagensmöglichkeiten (sofortiges Versagen und ohne sofortiges Versagen).

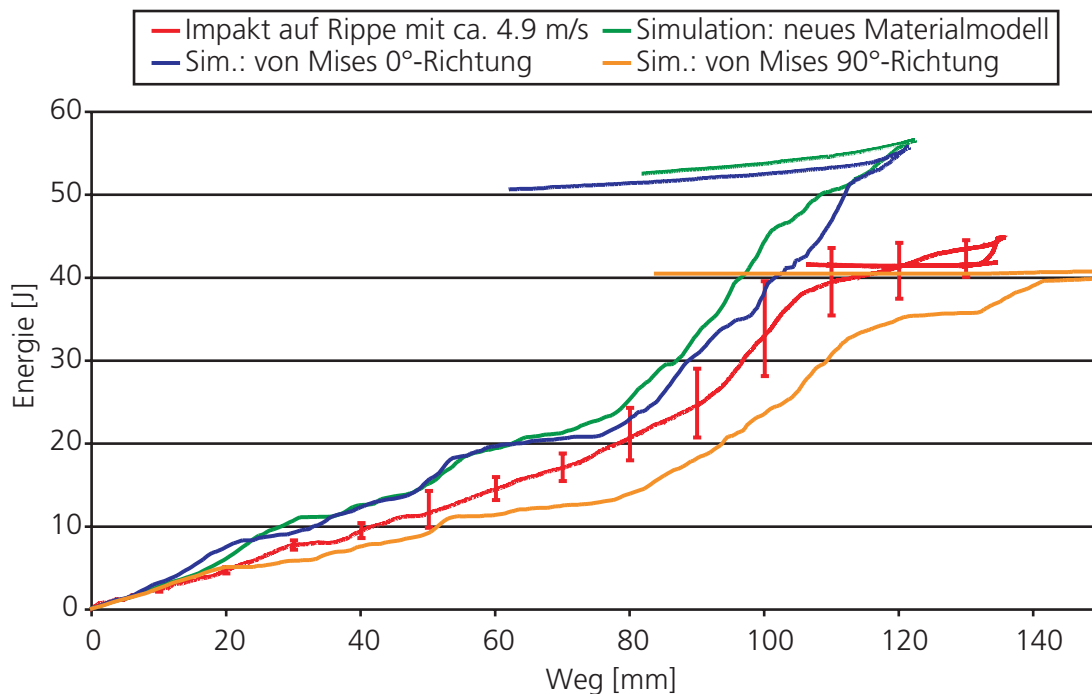


Bild 5–19: Vergleich der Energiekurven (integriertes Kraft-Wegsignal) des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 4.9 m/s auf eine Rippe und den Simulationen mit dem neuen Materialmodell und mit dem Modell nach von Mises (Materialdaten in Abspritzrichtung und quer dazu) und sofortigem Versagen der Elemente.

5.4 Diskussion und Vergleich der Ergebnisse von Simulation und Experiment

Durch das neue Materialmodell ist es möglich, das komplexe Materialverhalten eines kurzfaserverstärkten thermoplastischen Kunststoffes numerisch zu erfassen. Es können folgende Punkte im Werkstoffverhalten berücksichtigt werden:

- Orthotrope, lineare Elastizität
- Orthotrope, vom hydrostatischen Druck abhängige Plastizität
- Abhängigkeit des Verfestigungsverhaltens von der Belastungsart
- Abhängigkeit von der Verzerrungsrate
- Verfestigung
- Orthotropes, verzerrungsraten- und vom hydrostatischen Druck abhängiges Versagen

Die Übereinstimmung der Simulationsergebnisse in den genannten Punkten mit den Daten der Materialcharakterisierungsversuchen (Druck-, Schub- und Zugversuch) ist gut bis sehr gut (Simulationen in die 1-Richtung). Durch die Vorgabe der experimentell bestimmten Verfestigungskurve in der Abspritzrichtung, kann die Plastizität in die anderen Richtungen partiell nur unzureichend numerisch berücksichtigt werden.

Die Impaktversuche mit dem verrippten Bauteil konnten durch das neue Materialmodell ebenfalls gut wiedergegeben werden. Die Energie-Wegkurve des in dieser Arbeit durchgeführten Impaktversuches mit dem eingesetzten Bauteil zeigt, dass bei Verwendung des von Mises Modells sich die Schwierigkeit ergibt, welche Materialdaten (0°- oder 90°-Richtung) zu verwenden sind. Der Unterschied im Verlauf zwischen den Daten der beiden Richtungen ist sehr viel größer als die Differenz zwischen dem neuen Modell und dem von Mises Modell bei Einsatz der Materialdaten der 0°-Richtung. Der geringe Unterschied in den Simulationen des komplexen Bauteils mit den verschiedenen Materialmodellen bzw. Materialdaten ist ein Hinweis auf den marginalen Einfluss der anisotropen Verfestigung bzw. des anisotropen Materialverhaltens auf die Simulation. Es lassen sich aber nur Rückschlüsse auf diesen konkreten Anwendungsfall ziehen. Bei anderen Lastbedingungen oder Bauteilen kann sich sehr wohl ein Unterschied in den Energie-Wegkurven ergeben. Dazu sind noch weitere Untersuchungen notwendig.

Es war darauf zu achten, dass ein Element in der Simulation gelöscht wird, sobald ein Integrationspunkt versagt hat. Die Simulationen des Energieabsorbers haben gezeigt, dass das Versagen einen sehr großen Einfluss auf das Ergebnis hat. So sind dazu und zur Abhängigkeit der Ergebnisse von der verwendeten Feinheit der Vernetzung des Bauteils zusätzliche Forschungen erforderlich. In dem simulierten System wird beim Versagen abhängig von der Elementgröße kinetische Energie in dissipative umgewandelt. Somit ist ein energiebasiertes Schädigungsmodell notwendig, das eine netzunabhängige Schädigung beschreibt. Mit diesem würde die Energie elementgrößenunabhängig umgewandelt werden.

Zum besseren Verständnis des spröden Versagens würden Versuche unter einem komplexeren Versagenszustand beitragen, die jedoch nicht im Rahmen dieser Arbeit erfolgt sind. Dabei gilt es zwischen Versuchen mit einer Plattengeometrie oder auch Proben mit einem T-Stoß zu unterscheiden (vgl. Bild 5–20).

Zur besseren Anpassung der numerischen Versagensparameter mit einer ebenen Probe bei einer Biegung ist es möglich, die mechanischen Kennwerte durch den in Bild 5–20a skizzierten Dreipunktbiegeversuch nach DIN EN ISO 178 [94] zu bestimmen. Bei diesem Experiment könnte auch der Einfluss der Probendicke auf die mechanischen Kennwerte bei einer Biegung ermittelt werden, der durch die Faserorientierung hervorgerufen wird.

Bild 5–20b stellt den Erichsen Tiefungsversuch für Bleche und Bänder nach DIN 50101 dar [90]. Die Probe wird allseitig fest eingespannt und in der Mitte durch einen kugelförmigen Stempel belastet. Es tritt ein nahezu biaxialer Spannungszustand bis zum Versagen auf. Somit können auch die Versagenswerte unter einer biaxialen Belastung bestimmt werden.

Junginger untersuchte ein komplexes Bauteil, bei dem es numerische Probleme der Versagensmodellierung bei einem T-Stoß gab [52]. Demzufolge sollten auch Experimente unter Zug, Schub und transversalem Schub bei einer solchen Komponente zur besseren Bestimmung von Versagenskennwerten erfolgen (vgl. Bild 5–20c). Hier ist eventuell eine zuvor durchgeführte Prozesssimulation zum Abspritzvorgang hilfreich.

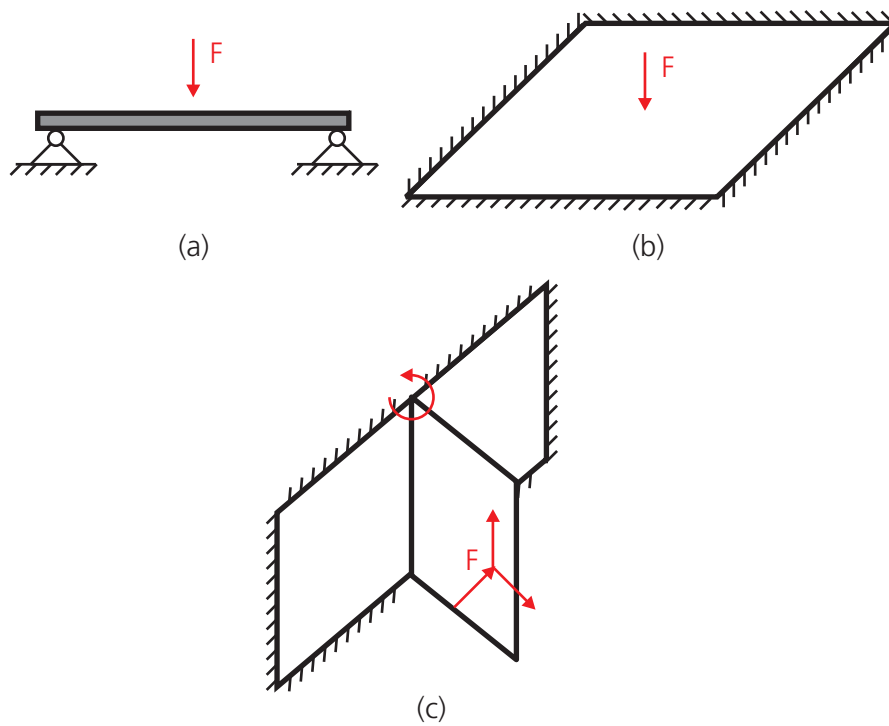


Bild 5–20: Biegeversuche: (a) Dreipunktbiegeversuch; (b) Tiefungsversuch nach Erichsen; (c) Transversaler Schublastfall.

6 Zusammenfassung und Ausblick

Zusammenfassung

In der Automobilindustrie werden wegen den besseren Designmöglichkeiten, der Korrosionsbeständigkeit und dem geringeren spezifischen Gewicht im Vergleich zu Metallen immer häufiger Kunststoffe eingesetzt. Allerdings sind bei der Bauteilentwicklung und der computergestützten funktionalen Auslegung die mechanischen Kennwerte und ein numerisches Materialmodell notwendig, das die speziellen Eigenschaften des kurzfaserverstärkten Kunststoffes abbilden kann. Bei bereits existierenden Datenbanken über die Kennwerte von Kunststoffen werden vor allem die Ergebnisse von Zugversuchen ohne Berücksichtigung der Dehnrates, des Versagens oder der Richtungsabhängigkeit hinterlegt. Ein Versuchsplan soll für die Bestimmung der entscheidenden mechanischen Kennwerte eines kurzfaserverstärkten Kunststoffes dienen. Bei dem Kunststoff handelt es sich um Crastin (Gemisch aus PBT und ASA) der Firma DuPont mit 20 % Glasfasergehalt. Die Experimente bestanden aus Druckversuchen ($\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$), Schubversuchen ($\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 1.0s^{-1}$) und Zugversuchen ($\dot{\epsilon} = 0.01s^{-1}$, $\dot{\epsilon} = 1.0s^{-1}$ und $\dot{\epsilon} = 100.0s^{-1}$). Bei den durchgeführten Versuchen wurde auch die Richtungsabhängigkeit relativ zur Abspritzrichtung untersucht. Dabei war zu berücksichtigen, dass das Material eine geringe Verzerrung (ca. 3 %) zeigt. Demzufolge wurden die Kennwerte sowohl der Elastizität als auch der Plastizität anhand von Dehnmessstreifen, Extensometer oder optischer Auswertung bestimmt. Bei den quasi-statischen Zugversuchen wurde teilweise eine dreidimensionale Vermessung der Probenverzerrung vorgenommen. Dadurch konnte nachgewiesen werden, dass sich das Material nicht volumenkonstant verhält (vgl. Bild 3–38). Die errechnete Dickenstauchung steigt stärker an als die gemessene. Somit ist im Zuglastfall keine Volumenkonstanz gegeben. Es wird angenommen, dass innerhalb der Probe Hohlräume entstehen.

Anhand des Versuchsplans wurde der vom Belastungsfall abhängige Elastizitätsmodul ermittelt (vgl. Bild 3–44). Die Glasfasern zeigen eine sehr viel höhere Steifigkeit als ein Kunststoff. Daher überträgt sich die Belastung auch auf diese und im Zuglastfall ergibt sich eine höhere Steifigkeit als im Drucklastfall, da die Glasfasern unter einer Zuglast mit beansprucht werden.

Des Weiteren konnten folgende mechanischen Eigenschaften eines kurzfaserverstärkten Kunststoffes ermittelt werden:

- Orthotrope, nicht lineare, viskoelastische Elastizität
- Orthotrope, vom hydrostatischen Druck abhängige Plastizität
- Abhängigkeit von der Verzerrungsrate
- Verfestigung
- Keine Volumenkonstanz bei einem Zugversuch
- Abhängigkeit der Materialkennwerte von der Probendicke
- Orthotropes, verzerrungsraten- und vom hydrostatischen Druck abhängiges Versagen

Das unterschiedliche Materialverhalten in Abhängigkeit vom hydrostatischen Druck beruht auf dem polymeren Aufbau und dem Zusatz der Glasfasern. Dieser bewirkt, dass bei einer Belastung eine bestimmte Energie benötigt wird, um die Molekülketten zu verschieben. Deren Beweglichkeit setzt allerdings einen gewissen Freiraum voraus, der bei höheren Drücken geringer ist. Dadurch kommen die intermolekularen Kräfte stärker zur Wirkung und es ergeben sich vom hydrostatischen Druck abhängige Materialkennwerte.

Unter Berücksichtigung dieser Kennwerte wurden die konstitutiven Gleichungen ermittelt und ein numerisches Materialmodell erstellt. Im Bereich der Elastizität wird das verallgemeinerte Hooke'sche Gesetz verwendet. Bei der Plastizität wird von einem nicht assoziierten Fließen ausgegangen. Zusätzlich spaltet sich die Fließfläche in zwei Teile auf. Ein Teil berücksichtigt die Zug-/Schubbelastung, der andere die Schub-/Druckbelastung. Im Bereich der reinen Schubbelastung gehen die beiden Teile ineinander über (vgl. Bild 6–1).

Der Fließbeginn ist noch zusätzlich von der Belastungsrichtung abhängig. Für das plastische Potential wird auf die Formulierung nach Hill zurückgegriffen. Die numerische Abbildung der Verzerrungsrate erfolgt über eine logarithmische Abhängigkeit, die viele Materialien zeigen. Das Versagen wird nicht nur von der Verzerrungsrate und der Spannungsmehrachsigkeit, sondern auch von der Faserorientierung beeinflusst. Somit wird die Versagensfläche unter Berücksichtigung der genannten Parameter definiert. Dieses Werkstoffmodell wird als User-Subroutine mit folgenden Eigenschaften in das kommerzielle Simulationsprogramm ABAQUS [71] jeweils für Volumen- und Schalenelemente implementiert:

- Orthotrope, lineare Elastizität
- Orthotrope, vom hydrostatischen Druck abhängige Plastizität

- Abhängigkeit von der Verzerrungsrate
- Verfestigung
- Orthotropes, verzerrungsraten- und vom hydrostatischen Druck abhängiges Versagen
- Nicht assoziiertes Fließen

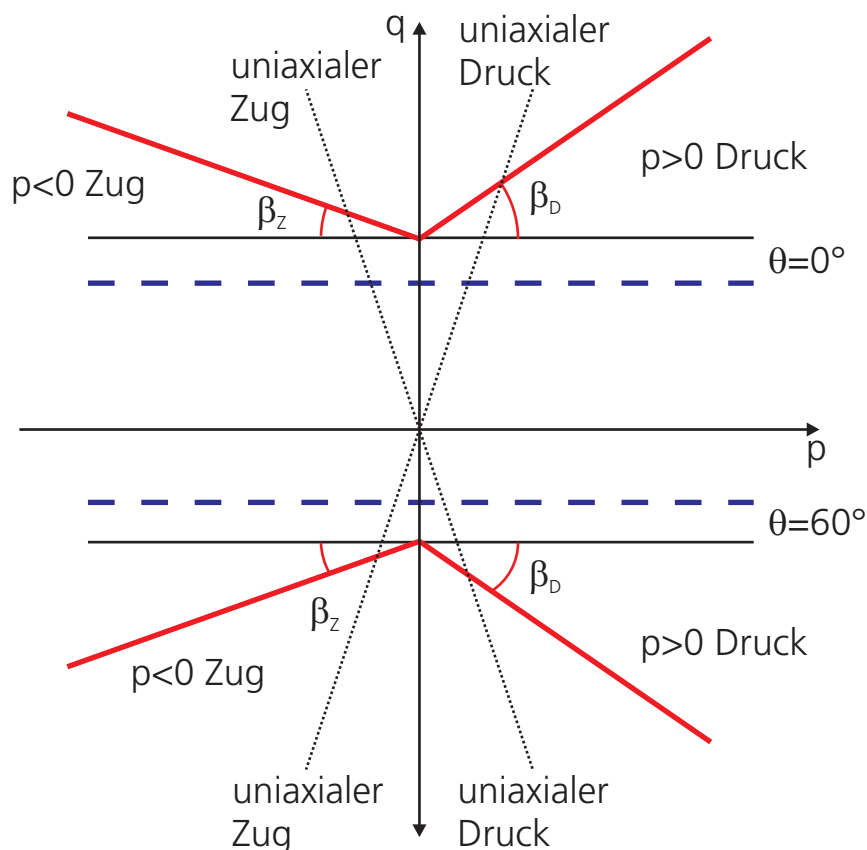


Bild 6–1: Vom Reibungswinkel β abhängige Fließfläche (rot) mit plastischen Potential (blau) in Abhängigkeit des Ähnlichkeitswinkels θ im Meridianschnitt.

Die Verifikation erfolgt teilweise über den Vergleich der analytischen Lösung mit der Simulation. Das implementierte Modell wird anhand von einfachen Experimenten, die zur Bestimmung der Materialkennwerte dienen, gut validiert. Sehr gute Resultate liefert die Anwendung an einem mechanischen Energieabsorber, der in der Automobilindustrie eingesetzt wird. Dabei wird die Wichtigkeit der exakten Bestimmung der Versagenskennwerte und -verhalten im Experiment und der Transfer in die Simulation deutlich.

Ausblick

Der Vergleich der Bauteilsimulationen zeigt jedoch, dass neben der möglichst genauen Bestimmung und Simulation des Beginns und Verlaufs des Versagens auch die numerische Abbildung der Schädigung wichtig ist, die noch nicht im neuen Materialmodell implementiert ist. Hier ist eine Entwicklung eines verbesserten Schädigungsmodells notwendig. Für die industrielle Anwendung sollte eine Anwendbarkeit des zu entwickelnden Schädigungsmodells für Schalenelemente möglich sein.

In einem nächsten Schritt könnte eine richtungsabhängige Verfestigung mit einer plastischen Querkontraktionszahl berücksichtigt werden, wie sie bei [110] verwendet wurde. Eine andere Möglichkeit ist, die in Kapitel 2.3.2 definierten Anisotropiefaktoren in Abhängigkeit der plastischen Verzerrung zu bestimmen. Somit ist ebenfalls eine Anpassung der Verfestigung an die Belastungsrichtung durchführbar.

Viele Versagensmodelle verwenden häufig Vergleichsspannungshypothesen (wie in dieser Arbeit), die aus dem aktuellen mehrachsigen Spannungszustand einen skalaren Vergleichswert berechnen und diesen mit einer einachsigen Versagensspannung vergleichen. Bei ausgeprägten mehrachsigen Zuständen sind jedoch anisotrope Modelle im Bezug auf die Spannungsmehrachsigkeit und den exakten Spannungszustand überlegen. Allerdings werden für die Ermittlung der notwendigen Parameter mehrachsige Tests benötigt, die beliebig komplex werden können. So bietet sich die Möglichkeit für eine Verbesserung der Abbildung des Versagens im Modell die Versagensfläche von Hoffmann (2-94) zu verwenden.

Würden kombinierte Druck-/Schub- bzw. Schub-/Zugversuche durchgeführt werden, könnte die lineare Näherung des Fließbeginns zwischen den in dieser Arbeit durchgeführten uniaxialen Experimenten besser ermittelt werden. So wäre ein kontinuierlicher Übergang zwischen den Messpunkten der Druck-, Schub- und Zugversuche möglich [56].

7 Literatur

- [1] Achenbach, J.-J.: System-Syntese - Grundlagen der Synthesemethoden kontinuierlicher und diskreter Systeme und Filter für die Praxis. Düsseldorf, VDI Verlag: 1988.
- [2] Adam W.: Simulation von Spritzgussvorgängen bei LFT. OTTI-Profiforum: Wirtschaftlicher Konstruieren mit Langfaserverstärkten Thermoplasten (LFT). Regensburg, 2005.
- [3] Akay, M., Barkley, D.: Fibre orientation and mechanical behaviour in reinforced thermoplastic injection mouldings. *Journal of Materials Science*, 26 (1991) 2731-2742.
- [4] Anderson J.D. Jr.: Governing Equations of Fluid Dynamics. In: »Fundamentals of Aerodynamics«. New York: McGraw-Hill, 1984.
- [5] Aravas N.: On the numerical integration of a class of pressure-dependent plasticity models. *International journal for numerical methods in engineering*, 24 (1987) 1395-1416.
- [6] Arcan, M., Hashin, Z., Voloshin, A.: A Method to Produce Uniform Plane-stress States with Application to Fiber-reinforced Materials. *Experimental Mechanics*, 37 4 (1978) 460-468.
- [7] Askeland, D.R.: *Materialwissenschaften: Grundlagen, Übungen, Lösungen*. Berlin, Oxford: Spektrum Akademischer Verlag Heidelberg, 1996.
- [8] Assmann, W., u. a.: *Handbuch des Arbeitskreises verstärkte Kunststoffe - Technische Vereinigung e. V.* Frankfurt am Main, 2004.
- [9] Bardenheier, R.: *Mechanisches Versagen von Polymerwerkstoffen*. München, Wien: Hanser, 1982.
- [10] Barlat, F., Lian, J.: Plastic behaviour and stretch ability of sheet metals. Part I: A yield function for orthotropic sheets under plane stress conditions. *International Journal of Plasticity*, 5 (1989) 51-66.

-
- [11] Belytschko T., Liu, W.K., Moran, B.: Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures. Chichester, Weinheim, Toronto: John Wiley & Sons, 2001.
- [12] Bergmann, W.: Werkstoffmechanik - Teil 1 Grundlagen. München, Wien: Hanser, 1984.
- [13] Berthelot, J.-M.: Composite Materials - Mechanical Behavior and Structural Analysis. New York: Springer, 1999.
- [14] Betten, J.: Kontinuumsmechanik: Elasto-, Plasto- und Kriechmechanik. Berlin, Heidelberg, New York, London, Paris, Tokyo: Springer, 1993.
- [15] Betten, J.: Zum plastischen Potential isotroper und anisotroper Werkstoffe. Materials Science and Engineering, 41 (1979) 183-192.
- [16] Brostow, W., Corneliussen, R.D.: Failure of Plastics. Munich, Vienna, New York: Hanser Publishers, 1989.
- [17] Brydson, J.: Plastics Materials. Oxford, Auckland, Melbourne: Butterworth Heinemann, 1999.
- [18] Caddell, R.M., Kim, J.W.: Influence of hydrostatic pressure on the yield strength of anisotropic polycarbonate. International Journal of Mechanical Science, 23 (1981) 99-104.
- [19] Car, E., Zalamea, F., Oller, S., Miquel, J., Oñate, E.: Numerical simulation of fiber reinforced composite materials - two procedures. International Journal of Solids and Structures, 39 (2002) 1967-1986.
- [20] Chang, R.-Y., Peng, Y.-H., Hsu, D.C., Yang, W.-H.: Three-Dimensional Insert Molding Simulation in Injection Molding. Antec 2004, SPE's 62th Annual Technical Conference. Chicago, 2004.
- [21] Chen, J.K., Allahdadi, F.A., Sun, C.T.: A Quadratic Yield Function for Fiber-Reinforced Composites. Journal of Composite Materials, 31 4 (1997) 788-811.
- [22] Chen, W.F., Han, D.J.: Plasticity for Structural Engineers. New York, Berlin, Heidelberg, London, Paris, Tokyo: Springer, 1988.

- [23] Crisfield, M.A.: Non-linear Finite Element Analysis of Solids and Structures. Chichester, New York, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, 1991.
- [24] Czichos, H. (Hrsg.): Hütte. Berlin, New York, Hong Kong, Tokio: Springer, 1996.
- [25] de Witte, F.C., Feenstra, P.H.: DIANA Finite element analysis. User's Manual release 7, 1998.
- [26] Drozdov, A.D., Al-Mulla, A., Gupta, R.K.: The viscoelastic and viscoplastic behaviour of polymer composites: polycarbonate reinforced with short glass fibres. Computational Materials Science, 28 (2003) 16-30.
- [27] Drucker, D.C.: Coulomb Friction, Plasticity, and Limit Loads. Journal of Applied Mechanics, 21 (1954) 71-74.
- [28] Drucker, D.C., Prager, W.: Soil mechanics and plastic analysis or limit design. Quart. Appl. Math., 10 (1952) 157-165.
- [29] Ehrenstein, W.G. et al.: Glasfaserverstärkte Kunststoffe. Grafenau: Expert-Verlag, 1981.
- [30] Flügge, S.: Handbuch der Physik - Band IV Elastizität und Plastizität. Berlin, Göttingen, Heidelberg: Springer, 1958.
- [31] Frenz, H. (Hrsg.), Gese, H., Keller, S., Yeliseyev, V., Dell, H.: Ermittlung von Fließwiderstandskurven bei großer Formänderung für die Blechumformsimulation. Weinheim: Wiley-VCH, 2003.
- [32] Fu, S.-Y., Lauke, B., Mäder, E., Yue, C.-Y., Hu, X. Tensile properties of short glass-fiber- and short carbon-fiber-reinforced polypropylene composites. Composites: Part A, 31 (2000) 1117-1125.
- [33] Grassl, P., Lundgren, K., Gylltoft, K.: Concrete in compression: a plasticity theory with a novel hardening law. International Journal of Solids and Structures, 39 (2002) 5205-5223.
- [34] Harper, C.A.: Handbook of plastics, elastomers and composites. New York, London, Tokyo: McGraw-Hill, 1992.
- [35] Hassan, A., Yahya, R., Yahaya, A.H., Tahir, A.R.M.: Properties of injection-molded short and long glass fiber-

- reinforced polyamid 6,6 composites. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 23 9 (2004) 969-986.
- [36] Henning, F., Gayer, U., Mieck, K.-P.: Neue Chancen für naturfaserverstärkte Kunststoffbauteile durch Langfasertechnologie. *VDI Kunststofftechnik, Kunststoffe im Automobilbau*. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 2003.
- [37] Hiermaier, S.: Numerik und Werkstoffdynamik der Crash- und Impaktvorgänge. *ε-Forschungsergebnisse aus der Kurzzeitdynamik; Heft 1*. Freiburg, Fraunhofer Institut für Kurzzeitdynamik, 2003. ISBN 3-8167-6342-1.
- [38] Hiermaier, S.: Numerische Simulation von Impaktvorgängen mit einer netzfreien Lagrangemethode (Smooth Particle Hydrodynamics). Ernst-Mach-Institut, Freiburg, EMI-Report 10/97.
- [39] Hill, R.: Constitutive modelling of orthotropic plasticity in sheet metals. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 38 3 (1990) 405-417.
- [40] Hill, R.: *The mathematical theory of plasticity*. Oxford: At the university press, 1950.
- [41] Hoffman, O.: The Brittle Strength of Orthotropic Materials. *Journal of Composite Materials*, 1 (1967) 200-207.
- [42] Hooputra, H., Gese, H., Dell, H., Werner, H.: A comprehensive failure model for crashworthiness simulation of aluminium extrusions. *International Journal of Crashworthiness*, 9 5 (2004) 449-463.
- [43] Hu, W.: Characterized behaviours and corresponding yield criterion of anisotropic sheet metals. *Materials Science and Engineering*, A345 (2003) 139-144.
- [44] Hung, S.-C., Liechti, K.M.: An Evaluation of the Arcan Specimen for Determining the Shear Moduli of Fiber-reinforced Composites. *Experimental Mechanics*, 37 4 (1997) 460-468.
- [45] Hung, S.-C., Liechti, K.M.: Finite Element Analysis of the Arcan Specimen for Fiber Reinforced Composites under Pure Shear and Biaxial Loading. *Journal of Composite Materials*, 33 14 (1999) 1288-1317.

- [46] Hying, K.: Analyse der viskoelastischen Eigenschaften von Poly(tetrafluorethylen) im Bereich des β -Übergangs. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 2003.
- [47] Iosipescu, N.: New accurate procedure for single shear testing of metals. *Journal of Materials*, 2 (1967) 537-566.
- [48] Janzen, W.: Zum Versagens- und Bruchverhalten von Kurzglasfaser-Thermoplasten. Dissertation, Gh Kassel, 1989.
- [49] Jirasek, M., Bazant, Z.P.: *Inelastic Analysis of Structures*. Baffins Lane, Chichester: John Wiley & Sons, 2002.
- [50] Jirasek, M.: Modeling of localized inelastic deformation. Lecture notes. Short course given by Milan Jirasek at the Czech Technical University in Prague. Prague, 2004.
- [51] Jones, E.A. (Publisher): *Mechanics of Materials*. New York, London, Tokyo: McGraw-Hill, 2002.
- [52] Junginger, M.: Charakterisierung und Modellierung unverstärkter thermoplastischer Kunststoffe zur numerischen Simulation von Crashvorgängen. Ernst-Mach-Institut Freiburg, EMI-Report 15/02. ISBN 3-8167-6339-1.
- [53] Kausch, H.H. (Hrsg.): *Deformation and Fracture of High Polymers*. New York, London: Plenum Press, 1973.
- [54] Kelly, A.: *Handbook of composites, Volume 4: Fabrication of composites*. Amsterdam, New York, Oxford: North-Holland, 1983.
- [55] Khan, A.S, Huang, S.: *Continuum theory of plasticity*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto, Singapore: John Wiley & Sons, 1995.
- [56] Kolling, S., Haufe, A., Feucht, M., Du Bois, P.: A Viscoplastic Material Model with Damage for Thermoplastics. 10. Problemseminar »Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen«. Merseburg, 2005.
- [57] Lademo, O.-G., Hopperstad, O.S. Langseth, M.: An evaluation of yield criteria and flow rules for aluminium alloys. *International Journal of Plasticity*, 15 (1999) 191-208.

- [58] Lai, W.M., Rubin, D., Krepl, E.: Introduction to Continuum Mechanics - Third Edition. Pergamon Press Ltd, 1993.
- [59] Lankford, W.T., Snyder, S.C., Bauscher, J.A.: New criteria for predicting the press performance of deep drawing sheets. Transaction of the A.S.M., 42 (1950) 1197-1232.
- [60] Laska, R., Flesch, C.: Werkstoffkunde für Ingenieure. Braunschweig, Wiesbaden: Vieweg & Sohn, 1992.
- [61] Lemaitre, J., Chaboche, J.-L.: Mechanics of solid materials. Cambridge: University Press, 1990.
- [62] Li, Q.M.: Dissipative flow model based on dissipative surface and irreversible thermodynamics. Archive of Applied Mechanics, 69 (1999) 379-392.
- [63] Lindner, C.: Produktions- und Verbrauchsdaten für Kunststoffe in Deutschland unter Einbeziehung der Verwertung 2003. Consultic Marketing & Industrieberatung GmbH. Großostheim, 2004.
- [64] Magnus, K., Müller, H.H.: Grundlagen der Technischen Mechanik. Teubner Studienbücher Mechanik, Band 22. Stuttgart: B. G. Teubner, 1982.
- [65] Maier, A., Musical, K., Wehner, J., Meyr, W.: Kunststoff-Leichtbau am Beispiel der neuen 6er Baureihe. Kunststoffe im Automobilbau. VDI Kunststofftechnik, Kunststoffe im Automobilbau. Düsseldorf: VDI Verlag GmbH, 2004.
- [66] Malvern, L.E.: Introduction to the mechanics of a continuous medium. London, Sydney, Toronto: Prentice-Hall, 1969.
- [67] Mase, G.E.: Theory and Problems of Continuum Mechanics. New York, London, Tokyo: McGraw-Hill, 1970.
- [68] Menges, G., Haberstroh, E., Michaeli, W.: Werkstoffkunde Kunststoffe. München, Wien: Hanser, 2002.
- [69] Michaeli, W., Münker, M., Krumpholz, T.: Characterisation of the fibre/matrix adhesion with different microscopic analysis methods on natural fibre-reinforced thermo sets. Macromolecular Materials and Engineering, 284/285 (2000) 25-29.

- [70] Mohr, D., Doyoyo, M.: Analysis of the Arcan Apparatus in the Clamped Configuration. *Journal of Composite Materials*, 36 22 (2002) 2583-2594.
- [71] N.N.: ABAQUS/Explicit, Version 6.4. Hibbitt, Karlsson & Soerensen, Inc. 1080 Main Street, Pawtucket, RI 02860-4847, USA, 2004.
- [72] N.N.: ANSYS, Inc. Theory Release 5.7. 1994.
- [73] N.N.: Autodyn electronic document library. Century Dynamics, 2003.
- [74] N.N.: BMW Group: <http://www.bmw.de>. BMW Group, 80788 München. Deutschland, 2005.
- [75] N.N.: CAMPUS. Computer Aided Material Preselection by Uniform Standards. <http://www.campusplastics.com/>, 2005.
- [76] N.N.: ESI Group: PAM-CRASH 2002: Solver Notes Manual. 2002.
- [77] N.N.: LS-DYNA: User's Manual - Nonlinear Dynamic Analysis of Structures. 1999.
- [78] N.N.: MatWeb. Material Property data. <http://www.matweb.com/>, 2005.
- [79] N.N.: Measurements Group: Tech Note 509, Messfehler aufgrund der Querdehnungsempfindlichkeit von DMS. München, 1993.
- [80] N.N.: Polyplastic. Technical Support, DataBase, Duranex (PBT): <http://www.polyplastics.com/en/support/database/duranex/2000.html>, 2005.
- [81] N.N.: Richtlinie des europäischen Parlamentes und des Rates zum Schutz von Fußgängern und anderen ungeschützten Verkehrsteilnehmern bei Kollisionen mit Kraftfahrzeugen und zur Änderung der Richtlinie 70/156/EWG. Kommission der europäischen Gemeinschaften. Brüssel, 2003.
- [82] Norm ASTM 3410-87: Standard test method for compressive properties of unidirectional or cross ply fibre-resin composites. July 1989.

- [83] Norm ASTM 4255: Standard guide for testing in plane shear properties of composites laminates. November 1990.
- [84] Norm ASTM D 638: Standard Test for Tensile Properties of Plastics. November 1990.
- [85] Norm ASTM D 695 M - 89: Standard Test Method for Compressive Properties of Rigid Plastics (Metric). November 1990.
- [86] Norm ASTM D 3039: Standard Test Method for Tensile Properties of Polymer Matrix Composite Materials. November 1990.
- [87] Norm DIN 7728-1: Kunststoffe - Kennbuchstaben und Kurzzeichen für Polymere und ihre besonderen Eigenschaften. Januar 1988.
- [88] Norm DIN 7728-2: Kunststoffe - Kurzzeichen für verstärkte Kunststoffe. März 1980.
- [89] Norm DIN 50014: Klimate und ihre technische Anwendungen; Normklimate. Juli 1985.
- [90] Norm DIN 50101: Tiefungsversuch an Blechen und Bändern nach Erichsen. September 1979.
- [91] Norm DIN 53399 - Teil 2: Prüfung an faserverstärkten Kunststoffen; Schubversuch an ebenen Probenkörpern. November 1982.
- [92] Norm DIN EN ISO 527-1: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften. Teil 1: Allgemeine Grundsätze. Februar 1996.
- [93] Norm DIN EN ISO 527-4: Kunststoffe - Bestimmung der Zugeigenschaften. Teil 4: Prüfbedingungen für isotrop und anisotrop faserverstärkte Kunststoffverbundwerkstoffe. April 1997.
- [94] Norm EN ISO 178: Kunststoffe - Bestimmung der Biegeeigenschaften. Dezember 1996.
- [95] Norm EN ISO 604: Kunststoffe - Bestimmung von Druckeigenschaften. Dezember 1996.
- [96] Norm EN ISO 2818: Kunststoffe - Herstellung von Probenkörpern durch mechanische Bearbeitung. Dezember 1996.

- [97] Norm EN ISO 6721: Kunststoffe - Bestimmung dynamisch-mechanischer Eigenschaften. Februar 1996.
- [98] Norm ISO 10113: Metallic materials - Sheet and strip - Deformation of plastic strain ratio. Mai 1991.
- [99] Oberbach, K., Baur, E., Brinkmann, S., Schmachtenberg, E.: Kunststoff-Taschenbuch. München, Wien: Hanser Verlag, 2004.
- [100] Oller, S., Car, E., Lubliner, J.: Definition of a general implicit orthotropic yield criterion. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 192 (2003) 895-912.
- [101] Pflamm-Jonas, T.: Auslegung und Dimensionierung von kurzfaserverstärkten Spritzgussbauteilen. Dissertation, Darmstadt, 2001.
- [102] Rabinowitz, S., Ward, I.M., Parry, J.S.C.: The Effect of Hydrostatic Pressure on the Shear Behaviour of Polymers. *Journal of Materials Science*, 5 (1970) 29-39.
- [103] Rade, L., Westergren B., Vachenauer, P.: *Springers Mathematische Formeln*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1997.
- [104] Raghava, R.S., Caddell, R.: Yield locus studies of oriented polycarbonate: An anisotropic and pressure-dependent solid. *International Journal of mechanical Science*, 16 (1974) 789-799.
- [105] Raith, W. (Hrsg.), Bergmann L., Schaefer C.: *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 6 - Festkörper*. Berlin, New York: de Gruyter, 1992.
- [106] Rapp, H.: *Bauweisen und Werkstoffe moderner Leichtbaustrukturen. 2. Landshuter Leichtbau-Colloquium*. Landshut, 2005.
- [107] Reinhardt, A.: *Characterization of Rheology and Prediction of Three-Dimensional Fiber Orientation State during Injection Molding of Long Glass Fiber Reinforced Polypropylene*. Dissertation, Universität Kaiserslautern, 2002.
- [108] Retting, W.: *Mechanik der Kunststoffe*. München, Wien: Hanser, 1992.

- [109] Retting, W.: Mehrachsige Orientierungszustände und mechanische Eigenschaften hochpolymerer Werkstoffe. *Colloid and Polymer Science*, 259 (1999) 52-72.
- [110] Riedel, W., Harwick, W., White, D.M., Clegg, R.A.: A-DAMMO; Advanced Material Damage Models for Numerical Simulation Codes. Ernst-Mach-Institut. Freiburg, EMI-Report I 75/03, ESA CR(P) 4397, 2003.
- [111] Riedel, W.: Beton unter dynamischen Lasten, Meso- und makromechanische Modelle und ihre Parameter. Ernst-Mach-Institut Freiburg, EMI-Report 6/00. ISBN 3-8167-6340-5.
- [112] Rieger, S.: Temperaturabhängige Beschreibung viskoelasto-plastischer Deformationen kurzglasfaserverstärkter Thermoplaste: Modellbildung, Numerik und Experimente. Bericht Nr.: I-13 (2004), Institut für Mechanik (Bauwesen), Lehrstuhl I. Dissertation, Universität Stuttgart, 2004.
- [113] Rothon, R.N. (Hrsg.), Hancock, M.: Particulate-Filled Polymer Composites, 2nd Edition: Principal Types of Particulate Fillers. Shawbury, Shrewsbury, Shropshire: Rapra Technology, 2003.
- [114] Sauer, M.: Adaptive Kopplung des netzfreien SPH-Verfahrens mit finiten Elementen zu Berechnung von Impaktvorgängen. Bericht aus dem konstruktiven Ingenieurbau 00/5. München, Dissertation, Universität der Bundeswehr, 2000.
- [115] Schlott, S.: Insassenschutz; Innovative Sicherheitskonzepte für die motorisierte Gesellschaft. Die Bibliothek der Technik, Band 254. Landsberg am Lech: Verlag moderne Industrie, 2003.
- [116] Schmidt, E., Stephan, K., Mayinger, F.: Technische Thermodynamik - Band 1 Einstoffsysteme. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1975.
- [117] Schwer, L.: Constitutive Model Verification and Validation. ASME Committee #60. http://www.usacm.org/vnvcsm/PDF_Documents/Constitutive%20Model-V&V-14May01.pdf, 2001.

- [118] Seidler, S. (Hrsg.), Langer, B., Bierögel, C. et al.: *Material Optimization of Polypropylene - Short-Glass-Fibre Composites*. Berlin, Heidelberg, New York, London: Springer, 2001.
- [119] Simo, J.C., Hughes, T.J.R.: *Computational Inelasticity*. Berlin, Heidelberg, New York, London: Springer, 2000.
- [120] Simon, C.J.: *Wirtschaftsdaten und Grafiken zu Kunststoffen*. PlasticsEurope Deutschland, 2004.
- [121] Stern, A.: Polybethylenterephthalat (PBT). *Technische Kunststoffe*, 10 92 (2002) 99-105.
- [122] Strobl, G.: *The Physics of Polymers*. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1996.
- [123] Thoma, K.: *Werkstoffmodellierung in Statik und Dynamik*. Vorlesung, gehalten an der Universität der Bundeswehr München, 2002.
- [124] Thomason, J.L.: Micromechanical parameters from macromechanical measurements on glass-reinforced polybutyleneterephthalate. *Composites: Part A*, 33 (2002) 331-339.
- [125] Truesdell, C.: *Mechanics of Solids - Volume III: Theory of Viscoelasticity, Plasticity, Elastic Waves, and Elastic Stability*. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer, 1984.
- [126] Verein Deutscher Eisenhüttenleute (Hrsg.), Jäniche, W., Dahl, W., u. a.: *Werkstoffkunde Stahl - Band 1: Grundlagen*. Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo: Springer, 1984.
- [127] von Mises, R.: *Mechanik der festen Körper im plastisch-deformablen Zustand*. *Göttinger Nachrichten Math.-Phys. Klasse 1*, (1913) 582-592.
- [128] Weyer, S., Dell, H., Oberhofer, G., Gese, H.: *Material- und Versagensmodell zur Modellierung von Kunststoffen unter Crashbelastung - Validierung anhand von Komponentenversuchen*. 10. Problemseminar »Deformation und Bruchverhalten von Kunststoffen«. Merseburg, 2005.
- [129] Will, J.: *Vergleich expliziter und impliziter Lösungsverfahren zur Verarbeitung von nicht linearen, zusammengesetzten (multi surface) Fließbedingungen am Beispiel der Berechnung des geklüfteten Felsgesteines*. 2. ISM-Kol-

- loquium, Mitteilungen des Institutes für Strukturmechanik Nr. 96-2. Weimar, 1996.
- [130] Wölfel, U.: Verarbeitung faserverstärkter Formmassen im Spritzgießprozess. Dissertation, Rheinisch-Westfälische Technische Hochschule Aachen, 1987.
- [131] Wolff, T.: Persönliche Mitteilung. BMW Group. 84030 Landshut. Deutschland, 2005.
- [132] Wu, H.-C., Hong, H.-K., Shiao, Y.-P.: Anisotropic plasticity with application to sheet metals. *International Journal of Mechanical Science*, 41 (1999) 703-724.
- [133] Yeh, H.-L., Yeh, H.-Y.: The Modified Quadratic Surfaces Criterion for Composites Materials. *Journals of Reinforced Plastics and Composites*, 21 3 (2002) 277-289.
- [134] Yen, S.-C., Craddock, J.N., The, K.T.: Evaluation of a modified Arcan fixture for the in-plane shear test of materials. *Experimental Techniques*, (1988) 22-25.
- [135] Ziegeltrum, M.: Persönliche Mitteilung. 2R Kunststofftechnik GmbH & Co. Schweitenkirchen, 2005.
- [136] Zysk, Th.: Zum statischen und dynamischen Werkstoffverhalten von Thermoplastischen Elastomeren. Dissertation, Erlangen, 1993.

8 Anhang

8.1 Kurzbezeichnungen ausgewählter polymerer Werkstoffe

Neben den hier genannten, genormten Kurzbezeichnungen für Kunststoffe existieren noch händlerspezifische Handelsnamen [87].

ABS	Acrylnitril Butadien-Styrol	ASA	Acrylnitril-Styrol-Acrylester
EMA	Ethylen-Methacrylsäureester	EP	Epoxid
EVAL	Ethylenvinylalkohol	PA	Polyamid
PBT	Polybutylenterephthalat	PC	Polycarbonat
PCTFE	Polychlortriflourethylen	PE-HD	Polyethylen hoher Dichte
PE-LD	Polyethylen niedriger Dichte	PET	Polyethylenterephthalat
PF	Phenol-Formaldehyd	PFA	Perflouro-Alkoxyalkan
PIB	Polyisobutylene	PMMA	Polymethylmethacrylat
POM	Polyoxymethylen (Polyacetal)	PP	Polypropylen
PPOX	Polypropylenoxid	PS	Polystyrol
PTFE	Polytetraflourethylen	PUR	Polyurethan
PVC	Poylvinylchlorid	PVCC	Chloriertes Polyvinylchlorid
PVDF	Polyvinylidenflourid	UP	Ungesättigte Polymere

Die Kurzzeichen für verstärkte Kunststoffe sind hier aufgeführt [88]:

AFK	Asbestfaserverstärkter Kunststoff
BFK	Borfaserverstärkter Kunststoff
CFK	Kohlenstofffaserverstärkter Kunststoff
GFK	Glasfaserverstärkter Kunststoff
MFK	Metallfaserverstärkter Kunststoff
MWK	Metallwhiskerverstärkter Kunststoff
SKF	Synthesefaserverstärkter Kunststoff

8.2 Backward Euler Algorithmus

Im folgenden Kapitel erfolgt eine detaillierte Herleitung des Backward Euler Algorithmus in Bezug auf die Verwendung in der Kontinuumsmechanik in der Ingenieursnotation. Der Algorithmus wird verwendet, falls der elastische Spannungsprädiktor die Fließfläche verlässt bzw. überschreitet und wegen der Konsistenzbedingung der neue Spannungspunkt am Ende

des Zeitinkrementes erneut die Fließbedingung erfüllen muss. Für weitere Informationen sei auf die Literatur Belytschko [11], Crisfield [23] und DIANA User's Manual [25] verwiesen. Eine Anwendung und detaillierte Beschreibung findet sich bei [33]. Es handelt sich dabei um einen Algorithmus mit der Genauigkeit zweiter Ordnung.

Zuerst wird ein Spannungsprädiktor (auch Trialspannung genannt)

$${}^n \sigma_i^{tr} = {}^n \sigma_i + C_{ij} \Delta \varepsilon_j \quad (8-1)$$

mit den Spannungswerten des alten Zeitschrittes ${}^n \sigma_i$, der konstanten Steifigkeitsmatrix C_{ij} und den Verzerrungsincrementen $\Delta \varepsilon_j$ errechnet. Dieser Prädiktor wird in der Variablen $\sigma_i^{outside}$ gespeichert. Der Backward Euler Algorithmus wird nur verwendet, wenn die Vergleichsspannung der Spannungsprädiktoren aus Gleichung (4-10) bzw. (4-11) größer Null ist. Der Algorithmus beinhaltet ein Residuum r_i , das Null werden soll.

$${}^n r_i = {}^{n+1} \sigma_i^{tr} - \left(\sigma_i^{outside} - \Delta \lambda C_{ij} {}^{n+1} b_j \right) = 0 \quad (8-2)$$

In der Gleichung (8-2) errechnet sich eine erste Korrektur des Spannungsprädiktors ${}^{n+1} \sigma_i^{tr}$ aus

$${}^{n+1} \sigma_i^{tr} = {}^n \sigma_i^{tr} - \Delta \lambda C_{ij} {}^n b_j. \quad (8-3)$$

Die Größen ${}^n b_j$ bzw. ${}^{n+1} b_j$ bezeichnen die Normale zum plastischen Potential G_p an den Punkten ${}^n \sigma_i^{tr}$ bzw. ${}^{n+1} \sigma_i^{tr}$.

$$b_j = \frac{\partial G_p}{\partial \sigma_i^{tr}} \quad (8-4)$$

Mit $\Delta \lambda$ wird die Länge des Abstandes zur Fließfläche errechnet.

$$\Delta \lambda = \frac{{}^n Ff}{{}^n a_i C_{ij} {}^n b_j} \quad (8-5)$$

Die Vergleichsspannung ${}^n Ff$ wird nach Gleichung (4-10) bzw. (4-11) mit ${}^n \sigma_i^{tr}$ berechnet. Die Größen ${}^n a_i$ bzw. ${}^{n+1} a_i$ stellen die Normale zur Fließfläche Ff in den Spannungspunkten ${}^n \sigma_i^{tr}$ bzw. ${}^{n+1} \sigma_i^{tr}$ dar.

$$a_i = \frac{\partial Ff}{\partial \sigma_i^{tr}} \quad (8-6)$$

Da diese Korrektur meistens nicht ausreichend ist, wird eine weitere vorgenommen. Dazu wird eine Taylor Reihe an der Stelle x mit einer Schrittweite h in erster Näherung durchgeführt [103].

$$f(x+h) = f(x) + hf'(x) + O(h^2) \quad (8-7)$$

Der letzte Summand bezeichnet den Fehler, der durch den Abbruch der Taylorreihe entsteht. Durch eine solche Taylorreihe des Residuums (8-2) wird die Spannungsänderung $d\sigma_i^{tr}$ an der Stelle ${}^{n+1}\sigma_i^{tr}$ berechnet.

$$\begin{aligned} {}^{n+1}r_i = & {}^n r_i + d\sigma_i^{tr} \frac{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} - \\ & - \left(d\sigma_i^{tr} \frac{\partial({}^n\sigma_i^{tr})}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} - d\sigma_i^{tr} \frac{\partial(\Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j)}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} \right) \Big|_0 \end{aligned} \quad (8-8)$$

Nach einigem Umformungen und Zusammenfassungen ergibt sich der neue Residuumswert.

$$\begin{aligned} {}^{n+1}r_i = & {}^n r_i + d\sigma_i^{tr} - \\ & - \left(\left(\Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j + d\sigma_i^{tr} \Delta\lambda C_{ij} \frac{\partial({}^{n+1}b_j)}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} \right) \right) \Big|_0 \end{aligned} \quad (8-9)$$

Dabei wird in der Gleichung (8-9) mit $\Delta\dot{\lambda}$ folgender Term zusammengefasst:

$$\Delta\dot{\lambda} = d\sigma_i^{tr} \frac{\partial\Delta\lambda}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} \quad (8-10)$$

Nach mehreren mathematischen Umformungen wird ein Ausdruck erhalten, in dem alle Größen außer $d\sigma_i^{tr}$ und $\Delta\lambda$ bekannt sind.

$${}^{n+1}r_i = {}^n r_i + d\sigma_i^{tr} + \Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j + d\sigma_i^{tr} \Delta\lambda C_{ij} \frac{\partial({}^{n+1}b_j)}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} = 0 \quad (8-11)$$

So wird Gleichung (8-11) nach einer der noch Unbekannten $d\sigma_i^{tr}$ aufgelöst

$$\begin{aligned} d\sigma_i^{tr} &= -\left({}^n r_i + \Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j\right) \left(I + \Delta\lambda C_{ij} \frac{\partial({}^{n+1}b_j)}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} \right)^{-1} = \\ &= -\left({}^n r_i + \Delta\lambda C_{ij} {}^{n+1}b_j\right) Q_{ij}^{-1} \end{aligned} \quad (8-12)$$

und der letzte Term in der Matrix Q_{ij} zusammengefasst. Der Faktor I stellt eine Einheitsmatrix dar. Wegen der Konsistenzbedingung hat der neue Spannungspunkt ${}^{n+2}\sigma_i^{tr}$ wieder auf der Fließfläche zu liegen. Diese Nebenbedingung des zu lösenden Systems wird ausgenutzt, um den weiteren Korrektor $d\sigma_i^{tr}$ zu bestimmen.

$$Ff\left({}^{n+2}\sigma_i^{tr}\right) = 0 \quad (8-13)$$

So muss mit einer Taylorreihe an der Stelle ${}^{n+1}\sigma_i^{tr}$ mit der Schrittweite $d\sigma_i^{tr}$

$$Ff\left({}^{n+2}\sigma_i^{tr}\right) = Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right) + d\sigma_i^{tr} \frac{\partial F\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}{\partial({}^{n+1}\sigma_i^{tr})} = 0 \quad (8-14)$$

gelten. Gleichung (8-14) wird mit der Verwendung von Gleichung (8-12) nach $Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)$ umgestellt.

$$Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right) = {}^n r_i Q_{ij}^{-1} \frac{\partial Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}{\partial \left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)} + \Delta\dot{\lambda} C_{ij} {}^{n+1} b_j Q_{ij}^{-1} \frac{\partial Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}{\partial \left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)} \quad (8-15)$$

Diese Gleichung kann nach $\Delta\dot{\lambda}$ aufgelöst werden.

$$\begin{aligned} \Delta\dot{\lambda} &= \frac{Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right) - {}^n r_i Q_{ij}^{-1} \frac{\partial Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}{\partial \left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}}{\frac{\partial Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)}{\partial \left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right)} C_{ij} {}^{n+1} b_j Q_{ij}^{-1}} = \\ &= \frac{Ff\left({}^{n+1}\sigma_i^{tr}\right) - {}^{n+1} a_i Q_{ij}^{-1} {}^n r_j}{{}^{n+1} a_i C_{ij} {}^{n+1} b_j Q_{ij}^{-1}} \end{aligned} \quad (8-16)$$

Jetzt sind in der Gleichung (8-12) alle Terme bekannt und die weitere Korrektur des Spannungsprädiktors ${}^{n+2}\sigma_i^{tr}$ errechnet sich zu:

$${}^{n+2}\sigma_i^{tr} = {}^{n+1}\sigma_i^{tr} + d\sigma_i^{tr} \quad (8-17)$$

Im Anschluss daran wird überprüft, ob die neuen Spannungspunkte folgende zwei Bedingungen erfüllen: Fließbedingung und der Wert des Residuums unterschreiten eine gewisse Toleranz. Dazu wird für das Residuum aus Gleichung (8-2) zu den neuen Spannungswerten die Normale zum plastischen Potential und der neue Wert von $\Delta\lambda$ bestimmt.

$$\Delta\lambda = \Delta\lambda + \Delta\dot{\lambda} \quad (8-18)$$

Ist eine Bedingung nicht erfüllt, wird mit den neuen Spannungspunkten ${}^{n+2}\sigma_i^{tr}$ der Algorithmus erneut durchlaufen.

8.3 Werkstoffmodell zur Abbildung ebener Spannungszustände

Ein ebener Spannungszustand in der FEM Simulation kann mit Schalenelementen beschrieben werden. Dabei ist deren Länge l bzw. Breite b sehr viel größer als deren Dicke d ($l \gg d$ bzw. $b \gg d$). Daher wird die Spannung in Dickenrichtung als vernachlässigbar angenommen. Mit Bezeichnungen nach der Ingenieursnotation wird sie auf

$$\sigma_3 = 0 \quad (8-19)$$

gesetzt. Zusätzlich ergeben sich die Schubmoduln G_{23} und G_{13} der Steifigkeitsmatrix (2-43) zu Null. Die Steifigkeitsmatrix C_{ij} vereinfacht sich dadurch zu

$$C_{ij} = \begin{pmatrix} \frac{1-\nu_{23}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_2E_3\Delta} & 0 \\ \frac{\nu_{21}+\nu_{31}\nu_{23}}{E_2E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{13}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & 0 \\ \frac{\nu_{31}+\nu_{21}\nu_{32}}{E_1E_3\Delta} & \frac{\nu_{32}+\nu_{12}\nu_{31}}{E_1E_3\Delta} & \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}}{E_1E_2\Delta} & 0 \\ \frac{E_2E_3\Delta}{0} & \frac{E_1E_3\Delta}{0} & \frac{E_1E_2\Delta}{0} & G_{12} \end{pmatrix} \quad (8-20)$$

mit

$$\Delta = \frac{1-\nu_{12}\nu_{21}-\nu_{23}\nu_{32}-\nu_{13}\nu_{31}-2\nu_{21}\nu_{32}\nu_{13}}{E_1E_2E_3}. \quad (8-21)$$

Die Fließbedingung Ff (vgl. Gleichung (4-8) für ein Volumenelement) für die Schalenformulierung lautet:

$$Ff = \left\{ F(\sigma_2)^2 + G(\sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} - p \tan \beta \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) - d \left(\dot{\bar{\epsilon}}^{pl}, \bar{\epsilon}^{pl} \right) = 0 \quad (8-22)$$

Ferner ändert sich das plastische Potential (vgl. Gleichung (4-13) für ein Volumenelement).

$$Gp = \left\{ F(\sigma_2)^2 + G(\sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} \quad (8-23)$$

Es wird der identische Backward Euler Algorithmus wie bei der Volumenelementenformulierung verwendet. Allerdings ergeben sich dabei Spannungen, die sich am Ende des Zeitinkrementes wieder auf der Fließfläche befinden aber mit $\sigma_3 \neq 0$. Diese Differenz ist jedoch bei der expliziten FEM Berechnung vernachlässigbar gering. Bei jedem neuen Zeitschritt wird am Anfang die Spannung in Dickenrichtung (3-Richtung) auf Null gesetzt.

Die mathematische Berechnung kann in Bild 8–1 veranschaulicht werden. Dabei wird von einem von Mises Zylinder im Hauptspannungsraum ausgegangen. Dieser wird in dem ebenen Spannungsfall durch eine (blaue) Ellipse abgebildet. Der Spannungsprädiktor (grüner Pfeil) verlässt im plastischen Fall diese Ellipse und erreicht den Spannungspunkt A, der sich immer noch in der Ebene der blauen Ellipse befindet, da $\sigma_3 = \sigma_{III} = 0$ gilt.

Mit dem Backward Euler Algorithmus wird der neue Spannungspunkt B berechnet. Jener befindet sich zwar auf dem isotrop verfestigendem von Mises Zylinder (rote, gepunktete Ellipse). Er erfüllt infolgedessen die Konsistenzbedingung, aber es gilt nicht mehr $\sigma_3 = \sigma_{III} = 0$. Der Spannungspunkt C liegt auf einer isotrop verfestigenden Fließfläche (graue, gestrichelte Ellipse) in der $\sigma_I - \sigma_{II}$ Ebene. Dieser entspricht sowohl der Konsistenzbedingung und liegt in der Ebene $\sigma_3 = \sigma_{III} = 0$. Der Abstand zwischen den Punkten B und C ist unerheblich. Infolgedessen wird im nachfolgenden Zeitschritt der Punkt C verwendet, der auf der Projektion von B in die $\sigma_I - \sigma_{II}$ Ebene liegt.

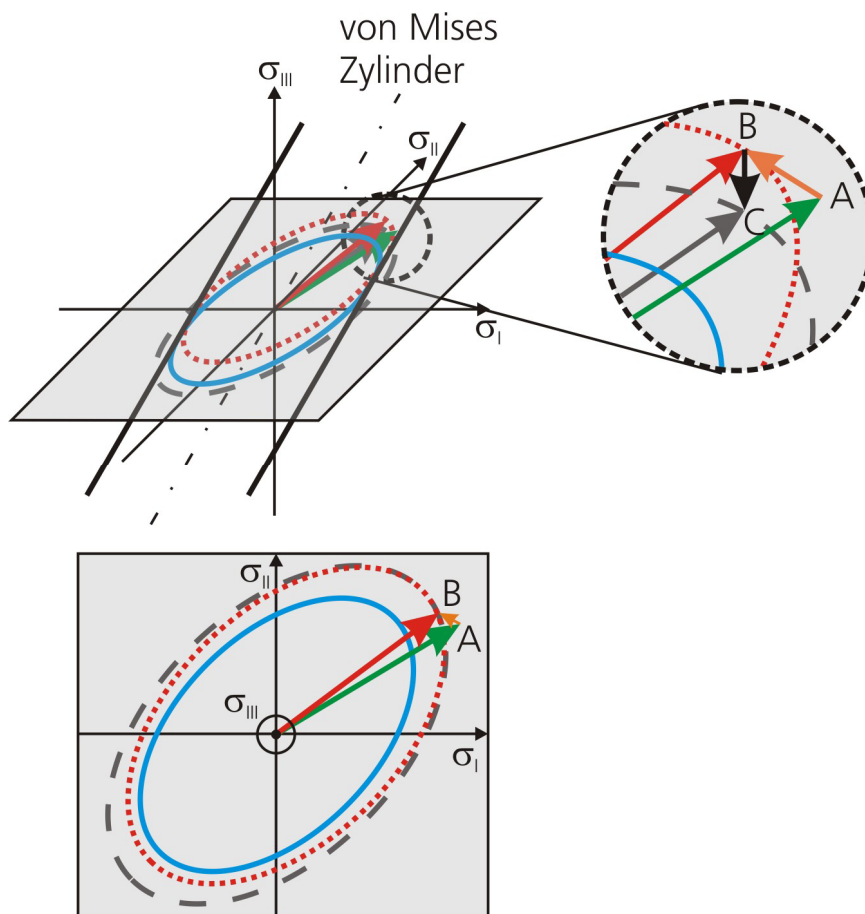


Bild 8–1: Schematische Darstellung des Backward Euler Algorithmus für die Schalelementenformulierung: (oben) im Hauptspannungsraum; (unten) ebener Spannungszustand.

8.4 Thermodynamische Zulässigkeit einer nichtkonvexen Fließfläche mit anisotropen plastischen Potential

Das vorgestellte Materialmodell zeigt gegenüber bisherigen Materialmodellen einen entscheidenden Unterschied: eine nichtkonvexe Fließfläche. Diese trat auch schon bei dem Modell von Junginger [52] auf. Die physikalische Überprüfung einer solchen Fließfläche wird im folgenden Kapitel erörtert. Dabei wird auf die Werke von Betten [14], Lemaitre [61] und Li [62] zurückgegriffen.

In der Beschreibung des zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik wird die Entropie S als extensive Zustandsgröße eines thermodynamischen

Systems eingeführt, die niemals abnehmen kann. Die zeitliche Änderung der Gesamtentropie S^g wird mit dS^g/dt bezeichnet. Für die plastische Deformation eines Kontinuums wird nach [14] für die Entropiezunahme

$$\frac{dS^g}{dt} = \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} - \frac{q_k}{\rho T^2} T_{,k} - \frac{1}{q} \left(\frac{q_k}{T} \right)_{,k} \quad (8-24)$$

definiert. Dabei bezeichnet ρ die Dichte, T die absolute Temperatur, σ_{ij} den Spannungstensor, $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ die plastischen Verzerrungsinkremente und q_k den Wärmestrom in vektorieller Form. Der Index $,k$ bezeichnet die partielle Differentiation in Koordinatenrichtung k . Diese Gesamtentropieänderung lässt sich additiv

$$\frac{dS^g}{dt} = \frac{dS^i}{dt} + \frac{dS^a}{dt} \quad (8-25)$$

in eine Änderung der inneren dS^i/dt und äußeren dS^a/dt Entropie aufspalten. Die Änderung der äußeren Entropie bezeichnet einen Entropiestrom, welcher die Anteile der Entropiezunahme der Gesamtentropieänderung beinhaltet, die sich aus einem Wärmefluss ergeben.

$$\frac{dS^a}{dt} = -\frac{1}{q} \left(\frac{q_k}{T} \right)_{,k} \quad (8-26)$$

Durch die innere Entropieänderung dS^i/dt wird dagegen die Änderung der Gesamtentropie beschrieben, die sich durch plastische Deformation und einen inneren Wärmeausgleich ergeben.

$$\frac{dS^i}{dt} = \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} - \frac{q_k}{\rho T^2} T_{,k} \quad (8-27)$$

Für die innere Entropieänderung gilt nach [116]:

$$\frac{dS^i}{dt} < 0 \text{ nicht zulässig} \quad (8-28)$$

$$\frac{dS^i}{dt} = 0 \text{ für reversible Prozesse} \quad (8-29)$$

$$\frac{dS^i}{dt} > 0 \text{ für irreversible Prozesse} \quad (8-30)$$

Wird nun der Sonderfall eines adiabaten ($q_k = 0$) und isothermen ($T_{,k} = 0$) Prozesses betrachtet, so vereinfacht sich die Gesamtentropieänderung von Gleichung (8-24).

$$\frac{dS^g}{dt} = \frac{1}{\rho T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \quad (8-31)$$

Mit den Forderungen (8-29) und (8-30) muss gelten:

$$\frac{1}{\rho T} \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \geq 0 \quad (8-32)$$

Die Dichte ρ und die absolute Temperatur T werden im betrachteten Prozess als konstant angenommen. Mit der Definition der dissipativen mechanischen Arbeit dW^{pl} als dem Produkt des Spannungstensors σ_{ij} und den Verzerrungsinkrementen $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ muss

$$dW^{pl} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} \geq 0 \quad (8-33)$$

erfüllt sein. Die in der Gleichung (8-33) genannte Bedingung muss für alle Spannungszustände gültig sein. Die plastischen Verzerrungsinkremente $d\varepsilon_{ij}^{pl}$ errechnen sich nach der Fließregel (2-54).

$$d\varepsilon_{ij}^{pl} = \Delta\lambda \frac{\partial Gp}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8-34)$$

Das plastische Potential Gp ergibt sich nach dem Modell von Hill (4-13) in der Ingenieursnotation.

$$Gp = \left\{ F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + \right. \\ \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5} \quad (8-35)$$

Dabei wird angenommen, dass für die Anisotropiekoeffizienten folgendes gilt:

$$F, G, H, L, M, N > 0 \quad (8-36)$$

Es werden alle Spannungszustände betrachtet, außer denen, die sich auf der hydrostatischen Achse mit $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$ befinden. Diese Werte können ausgeschlossen werden, da auf der hydrostatischen Achse bei der gegebenen Fließbedingung von Ff in der Gleichung (4-10) bzw. (4-11) kein Fließen auftreten kann. Für den Lagrange'schen Multiplikationsfaktor $\Delta\lambda$ gilt im plastischen Fall immer:

$$\Delta\lambda > 0 \quad (8-37)$$

Deshalb errechnet sich Gleichung (8-33) zu:

$$dW^{pl} = \sigma_{ij} d\varepsilon_{ij}^{pl} = \sigma_{ij} \Delta\lambda \frac{\partial Gp}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8-38)$$

Wegen der Ungleichung (8-37) kann auch

$$\frac{dW^{pl}}{\Delta\lambda} = \sigma_{ij} \frac{\partial Gp}{\partial \sigma_{ij}} \quad (8-39)$$

geschrieben werden. So gilt mit den einzelnen Ableitungen des plastischen Potentials in der Ingenieursnotation

$$\begin{aligned} \frac{dW^{pl}}{\Delta\lambda} = & \frac{2H(\sigma_1 - \sigma_2) - 2G(\sigma_3 - \sigma_1)}{2 \text{ nenner}} \sigma_1 + \\ & + \frac{-2H(\sigma_1 - \sigma_2) + 2F(\sigma_2 - \sigma_3)}{2 \text{ nenner}} \sigma_2 + \\ & + \frac{-2F(\sigma_2 - \sigma_3) + 2G(\sigma_3 - \sigma_1)}{2 \text{ nenner}} \sigma_3 + \\ & + 2 \frac{2L\sigma_5}{\text{nenner}} \sigma_5 + 2 \frac{2M\sigma_6}{\text{nenner}} \sigma_6 + 2 \frac{2N\sigma_4}{\text{nenner}} \sigma_4 \end{aligned} \quad (8-40)$$

mit

$$\begin{aligned} \text{nenner} = & \left\{ H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_3 - \sigma_1)^2 + \right. \\ & \left. + 2L\sigma_5^2 + 2M\sigma_6^2 + 2N\sigma_4^2 \right\}^{0.5}. \end{aligned} \quad (8-41)$$

Dies kann weiter vereinfacht werden zu:

$$\begin{aligned} \frac{dW^{pl}}{\Delta\lambda} = & \frac{H(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + F(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + G(\sigma_1 - \sigma_3)^2}{\text{nenner}} + \\ & + \frac{4L\sigma_5^2 + 4M\sigma_6^2 + 4N\sigma_4^2}{\text{nenner}} \geq 0 \end{aligned} \quad (8-42)$$

Der in der Gleichung (8-42) genannte Ausdruck ist für alle möglichen Spannungszustände (außer Spannungen, die auf der hydrostatischen Achse liegen) erfüllt, da Ungleichung (8-37) gilt.

8.5 Weitere Simulationen der Validierungsversuche

In diesem Kapitel sind weitere Daten (Verwendung des »arithm. E-Moduls« und Kraft-Wegkurven) der durchgeführten Simulationen der Materialcharakterisierungsversuche dargestellt. Es wird auf den Vergleich der Richtungs-, Verzerrungsraten- und Dickenabhängigkeit in der Simulation mit den Experimenten eingegangen.

Bei der Versuchsdurchführung ist zu berücksichtigen, dass das Versagen möglichst unter einem uniaxialen Spannungszustand erfolgt. Einige Materialien (z. B. unidirektional mit Kohlestofffasern verstärkter Kunststoff) neigen dazu, bei einer Belastung an der Einspannungsstelle zu versagen. Dies geschieht vor allem bei Zugversuchen. So werden diese mit Aufleimern an der Einspannungsstelle verstärkt [86]. Bei dem hier untersuchten Werkstoff traten ähnliche Effekte auf. Das Versagen ist in Vorversuchen unter einem mehrachsigen Spannungszustand (z. B. in der Einspannung) aufgetreten. Dies konnte durch eine definierte Kraftaufbringung zur Einspannung (z. B. durch einen Drehmomentenschlüssel bei der Fixierung der Schrauben) teilweise behoben werden.

8.5.1 Druckversuche

Verwendung des »arithm. E-Moduls« - Richtungsabhängigkeit

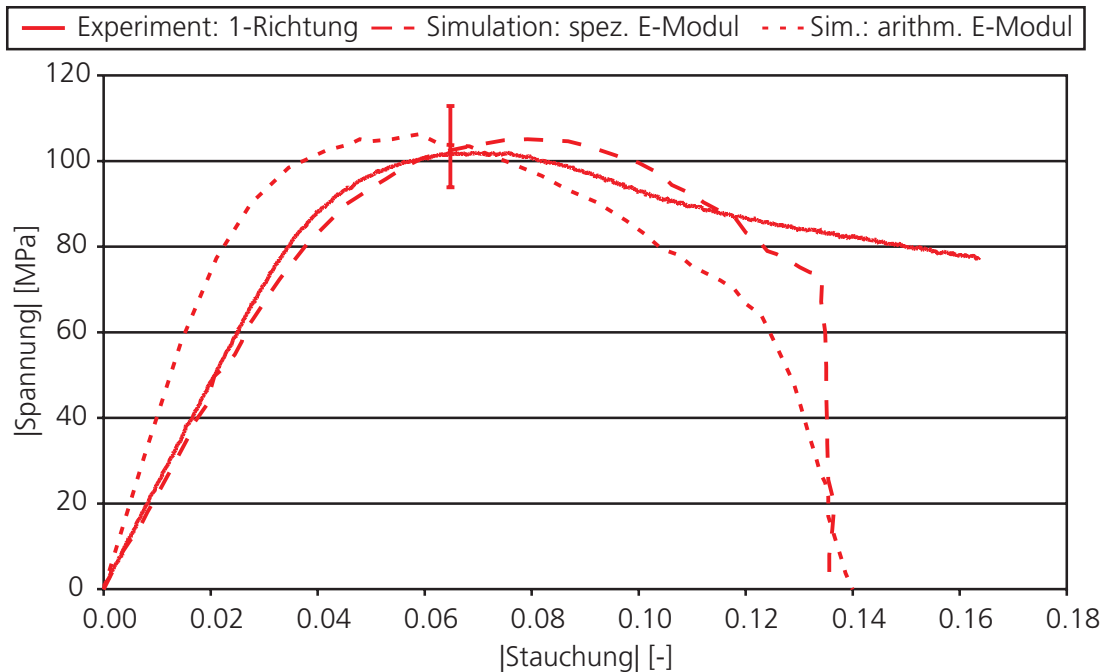


Bild 8–2: Vergleich der Spannungs-Stauchungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Druckversuches in die 1-Richtung mit dem »spez. E-Modul« und »arithm. E-Modul« bei einem Drucklastfall.

Bild 8–2 zeigt, dass sich bei Verwendung des arithmetischen Mittels der Steifigkeiten (»arithm. E-Modul«) eine höhere Steifigkeit als im Experiment bzw. beim »spez. E-Modul« ergibt. Das Spannungsniveau wird wiederum korrekt abgebildet, der Verlauf der Plastizität ist aber verschoben. In beiden Simulationen versagt die Probe, wenn im Experiment ein deutlicher Spannungsabfall zu beobachten war.

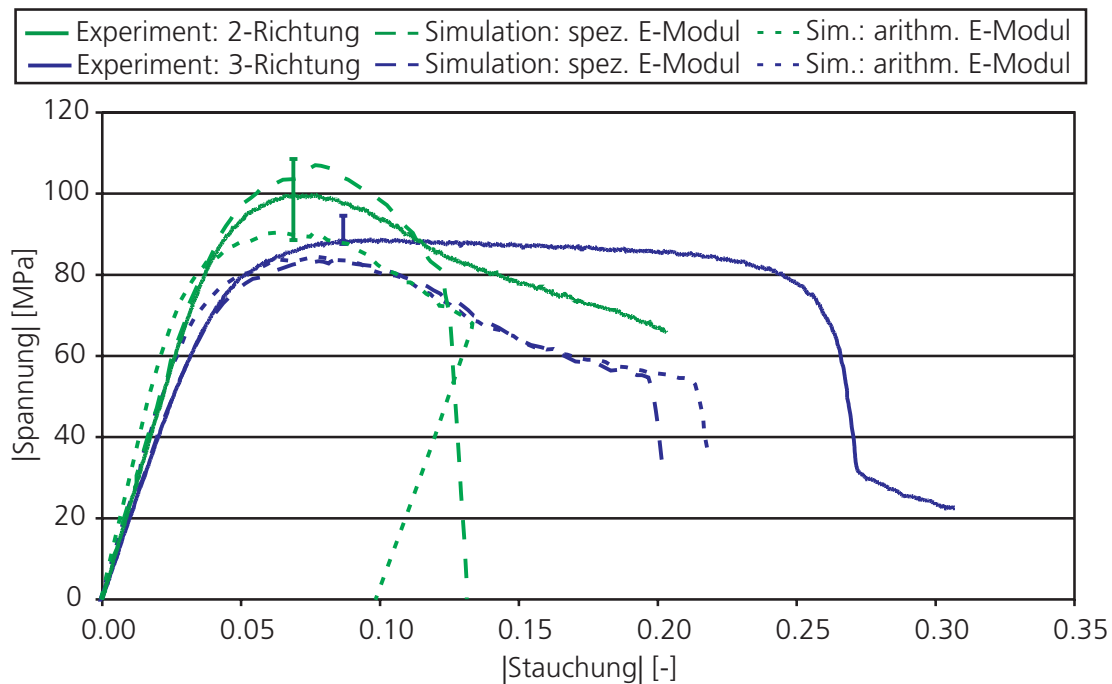


Bild 8–3: Vergleich der Spannungs-Stauchungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Druckversuches in die 2- und 3-Richtung mit dem »spez. E-Modul« und »arithm. E-Modul« bei einem Drucklastfall.

Bei der Verwendung des »arithm. E-Moduls« wird das Spannungsniveau im plastischen Bereich bei einer Belastung in die 2- und 3- Richtungen nicht ganz erreicht (vgl. Bild 8–3). Dies ergibt sich bei der 2-Richtung sowohl aus dem arithmetischen Mittel der Steifigkeit bei einer Belastung in die Druck- und Zugrichtung als auch aus den angepassten Anisotropiefaktoren (vgl. Tabelle 3–8). Der Faktor R_{22} beträgt im Gegensatz zur 1-Richtung (R_{11}) nicht 1.0, sondern 0.85. Somit tritt sehr viel früher ein Fließen des Materials auf. Zusätzlich ist auch die Steifigkeit mit dem »arithm. E-Modul« größer als bei der Verwendung von dem »spez. E-Modul«.

Der plastische Bereich wird mit dem »arithm. E-Modul« in der 3-Richtung nur unzureichend abgebildet. Dies ergibt sich aus der Einschränkung im Materialmodell, dass die Plastizität nur einer vorgegebenen Verfestigungskurve entspricht. So wird das Materialverhalten in diese Richtung sehr gut, in die anderen entsprechend wiedergegeben. Die Steifigkeit kann dagegen mit dem »arithm. E-Modul« gut wiedergegeben werden. Dies ist auf den geringen Unterschied im Elastizitätsmodul bei einer Druck- bzw. Zugbelastung zurückzuführen (vgl. Tabelle 3–7). Der geringe Unterschied beim Fließbeginn in den Simulationen mit dem »spez. E-Modul« und dem »arithm. E-Modul« ist auch dadurch bedingt, dass der

Anisotropiefaktor unter einer Druck- und Zugbelastung identisch ist (vgl. Tabelle 3–8).

8.5.2 Schubversuche

Die Schubmoduln sind unabhängig voneinander und somit von der unterschiedlichen Steifigkeit bei einer Druck- bzw. Zugbelastung entkoppelt. Demzufolge sind die Simulationen mit dem »spez. E-Modul« und »arithm. E-Modul« sowohl im Bereich der Elastizität (Steifigkeit) als auch in der Plastizität (Spannungsniveau, Verlauf der Spannungs-Scherungskurve) nahezu identisch (vgl. Bild 8–4). Einen Unterschied in den Materialkennwerten in der Simulation ergab sich bei den Faktoren Steifigkeiten, Anisotropiefaktoren und Bewertungsfaktoren für das Versagen in den Normalenrichtungen.

Verwendung des »arithm. E-Moduls« - Scherungsratenabhängigkeit

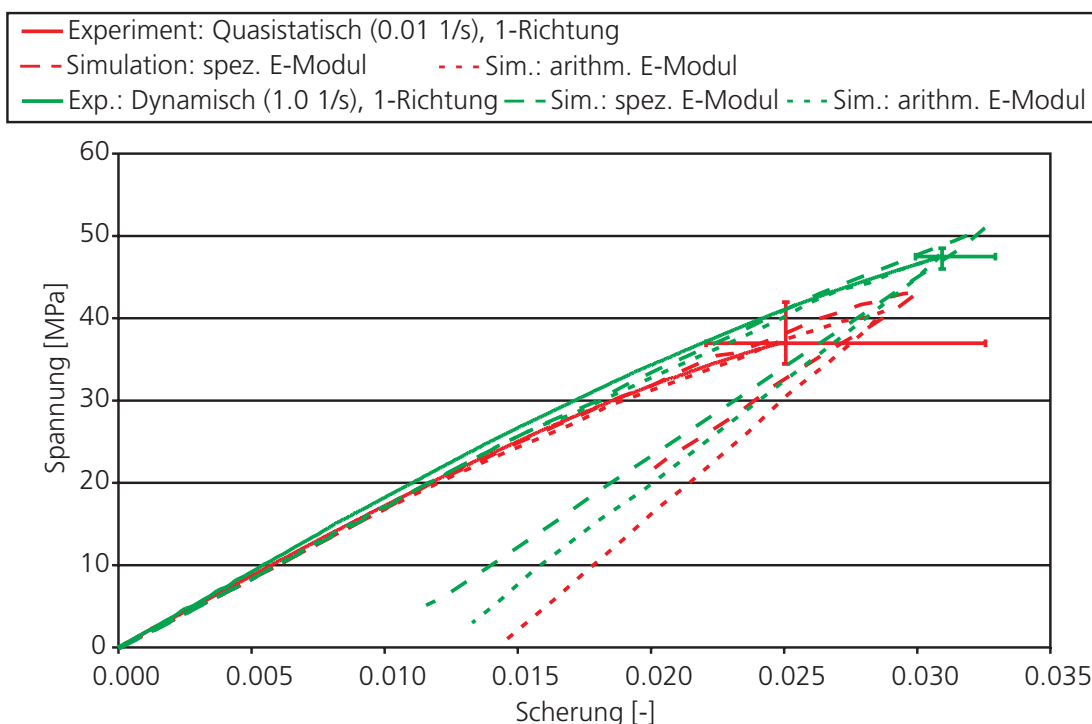


Bild 8–4: Vergleich der Spannungs-Scherungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen und dynamischen Schubversuches in die 1-Richtung mit dem »spez. E-Modul« und dem »arithm. E-Modul« bei einem Schublastfall.

Die Probe versagt bei der Simulation des quasistatischen Schubversuches und der Verwendung sowohl des »spez. E-Modul« als auch bei dem Einsatz des »arithm. E-Modul« bei einer etwas zu hohen Scherung und Spannung. Bei den dynamischen Versuchen sind die Simulationsergebnisse im Bezug auf das Versagen besser (vgl. Bild 8–4).

Verwendung des »arithm. E-Modul« - Richtungsabhängigkeit

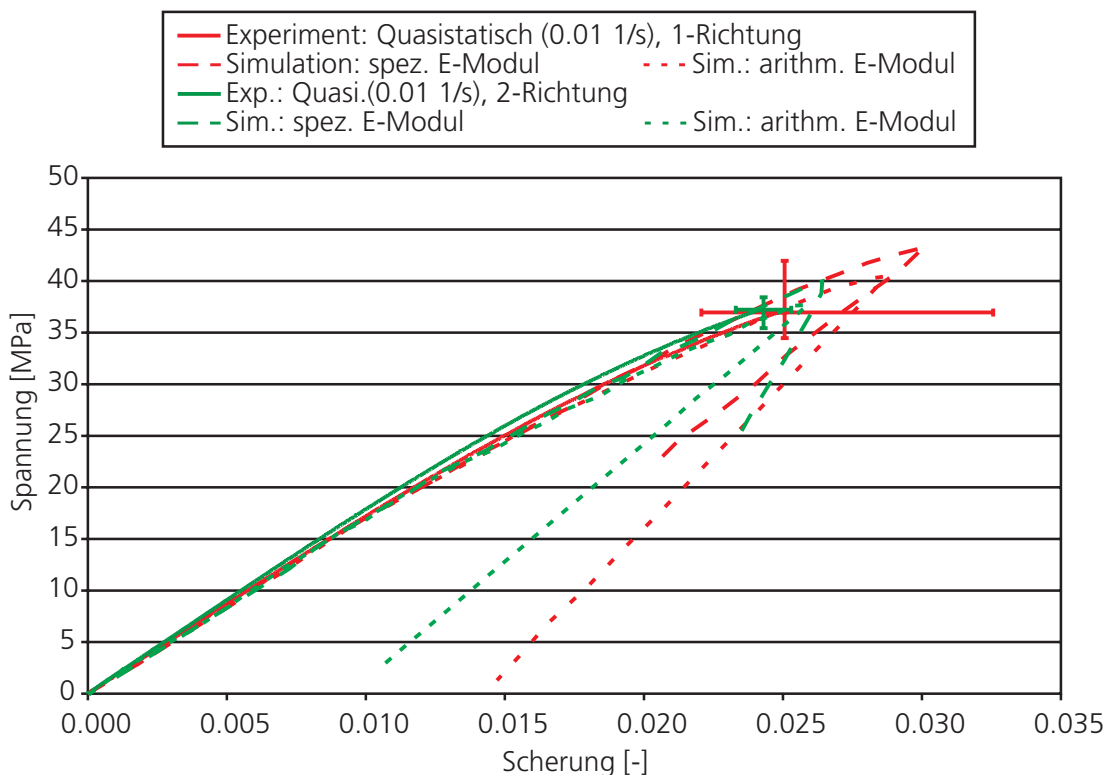


Bild 8–5: Vergleich der Spannungs-Scherungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Schubversuches in die 1- und 2-Richtung mit dem »spez. E-Modul« und dem »arithm. E-Modul« bei einem Schublastfall.

Die Steifigkeit und das richtungsunabhängige Bruchverhalten werden in die Abspritzrichtung und quer dazu identisch simuliert (vgl. Bild 8–5). In die 2-Richtung versagt die simulierte Probe wie im Experiment unabhängig vom verwendeten Elastizitätsmodul. Bei der 1-Richtung wird das korrekte Versagen numerisch nur mit dem »arithm. E-Modul« erreicht.

Kraft-Wegkurven - Richtungsabhängigkeit

Die experimentelle Untersuchung des Werkstoffverhaltens unter Schub in die $+45^\circ$ - und -45° -Richtung wurden nur mit dem »arithm. E-Modul« simuliert (vgl. Bild 8–6). Dabei wird auch in der Simulation der etwas kürzere Weg bis zum Versagen und das niedrigere Kraftniveau in die -45° -Richtung erfasst. Der geringe Wegunterschied zwischen Simulation und Experiment beim Versagen wird durch Nachgiebigkeit des Aufbaus, Setzprozesse des Werkzeuges oder der Maschine erklärt. Die experimentell gemessenen Werte (Spannung, Scherung) in den Versuchen sind dennoch korrekt, da diese lokal auf der Probe durch Dehnmessstreifen erfasst wurden. Sie wurden nicht durch Fertigungstoleranzen im Versuchsaufbau verfälscht.

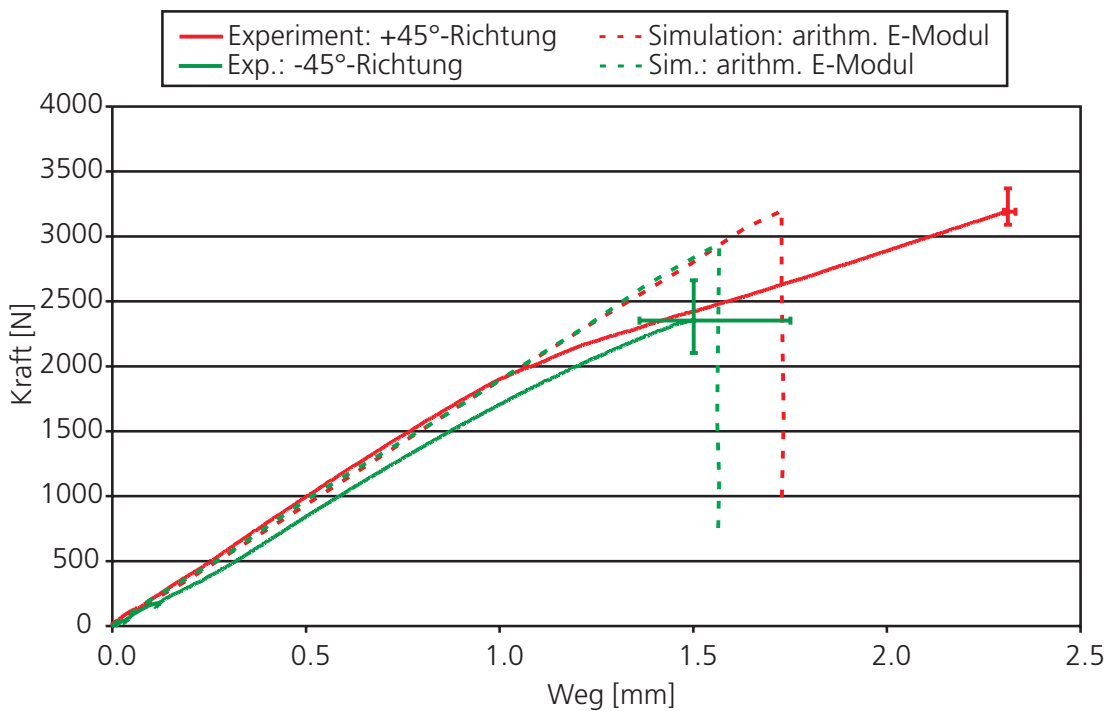


Bild 8–6: Vergleich der Kraft-Wegkurven von Simulation und Experiment des quasi-statischen Schubversuches in die $+45^\circ$ - und -45° -Richtung mit dem »arithm. E-Modul« bei einem Schublastfall.

8.5.3 Zugversuche

Verwendung des »arithm. E-Moduls« - Dehnratenabhängigkeit

Wird der »arithm. E-Modul« verwendet, so wird in der Simulation eine zu geringe Steifigkeit erreicht (vgl. Bild 8–7). Die zu geringe Steifigkeit beruht

auf dem arithmetischen Mittel der unterschiedlichen Elastizitätseigenschaften bei einer Druck- und Zugbelastung (vgl. Tabelle 3–7). Da im implementierten Modell nur eine Steifigkeit eingegeben wird, wurde der Mittelwert der experimentell ermittelten Größen in den unterschiedlichen Lastfällen bestimmt. Im plastischen Bereich ist zwar das Spannungsniveau gleichwertig, aber im Verlauf nicht korrekt wiedergegeben.

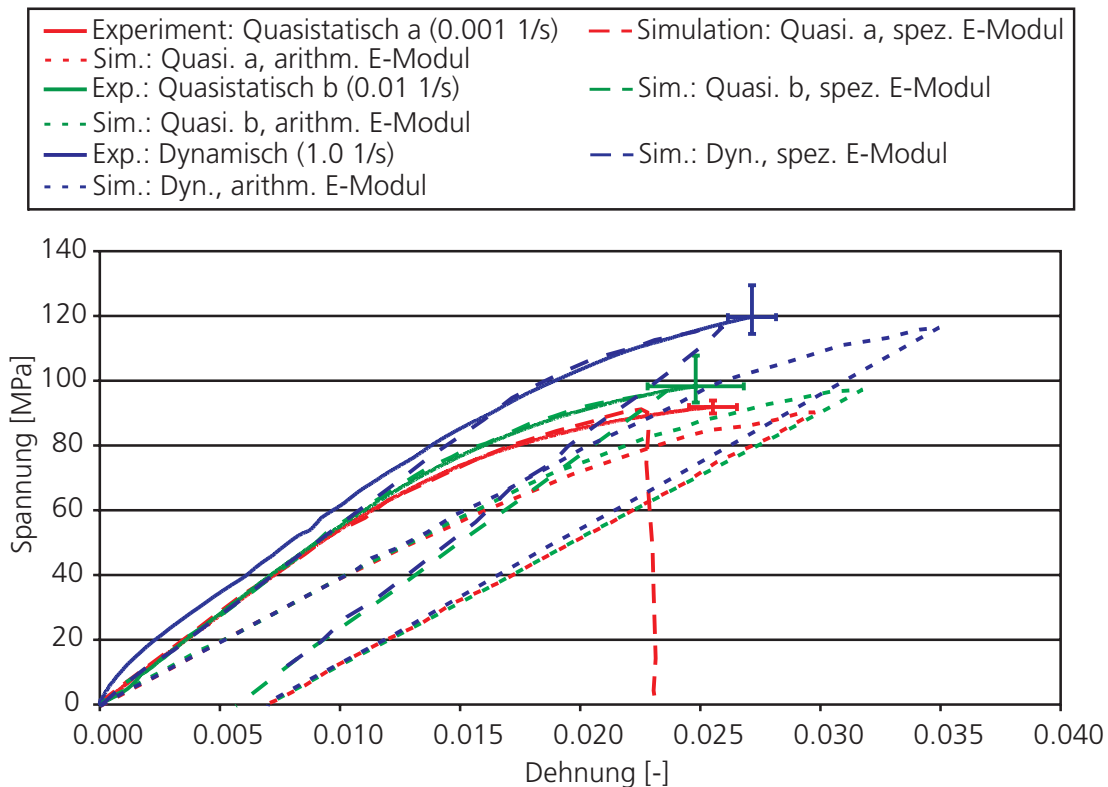


Bild 8–7: Vergleich der Spannungs-Dehnungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen und dynamischen Zugversuches in die 1-Richtung mit dem »spez. E-Modul« und »arithm. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

Verwendung des »arithm. E-Moduls« - Richtungsabhängigkeit

Bei der quasistatischen Simulation mit dem »arithm. E-Modul« in die 1- bzw. 2-Richtung ergibt sich erneut eine zu geringe Steifigkeit und eine verschobene Abbildung der Plastizität (vgl. Bild 8–8). Das Spannungsniveau wird aber in der 1-Richtung erreicht. In der 2-Richtung versagt die Probe bei Verwendung des »arithm. E-Modul« unter einer sehr viel höheren Spannung und größeren Versagensdehnung.

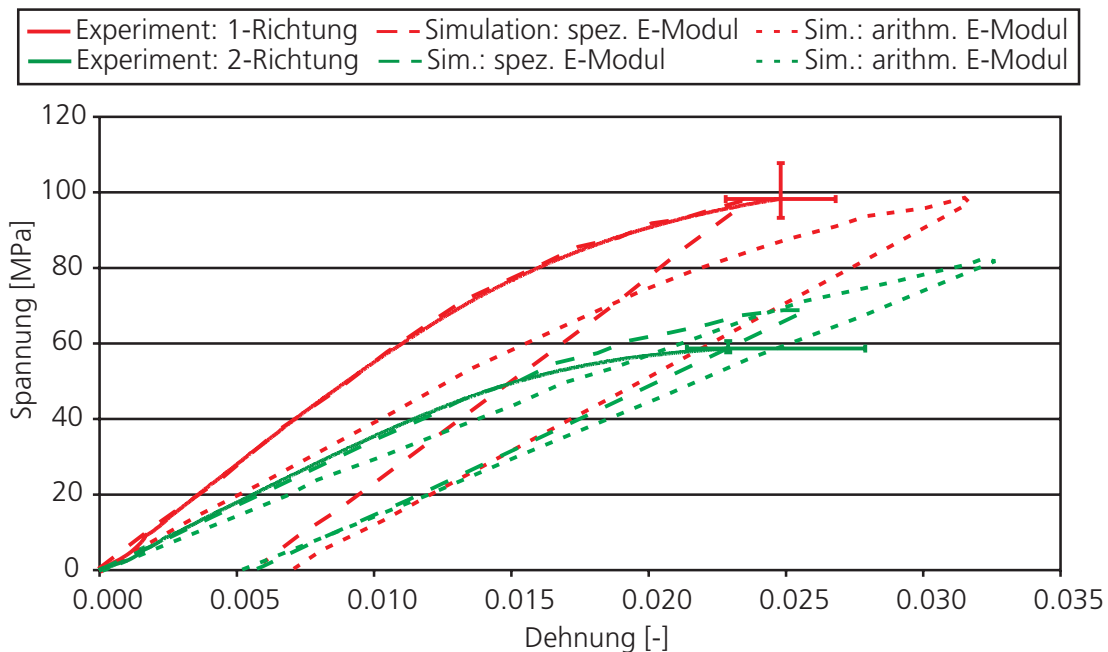


Bild 8–8: Vergleich der Spannungs-Dehnungskurven von Simulation und Experiment des quasistatischen Zugversuches in die 1- und 2-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe mit dem »spez. E-Modul« und dem »arithm. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

Kraft-Weg Kurven - Dickenabhängigkeit

Am Anfang dieses Kapitels wird darauf hingewiesen, dass das Einspannen der Zugproben wegen der Sprödigkeit des Materials einen komplexen Vorgang darstellte und somit die Probe bis zum Formschluss rutschen konnte. Einen weiteren Hinweis darauf liefert Bild 8–9. Die simulierten Proben versagen unabhängig von der Probendicke bei äquivalentem Weg. Das Materialmodell lässt den geringen Einfluss der Dicke (vgl. Bild 3–37) auf die Materialkennwerte unberücksichtigt. Es ist ersichtlich, dass bei geringen Kräften (Probendicke 2 mm) die Übereinstimmung bei Verwendung des »spez. E-Moduls« im zurückgelegten Weg sehr gut ist. Traten im Experiment dagegen größere Kräfte auf, ergibt sich eine Differenz im Weg. Dies ist ein Hinweis auf das Rutschen, Setzen oder Nachgiebigkeit des Versuchsaufbaus. Eine festere Befestigung war wegen der Sprödigkeit und der damit verbundenen Gefahr des Versagens außerhalb des uniaxialen Bereiches während der Versuchsdurchführung nicht möglich. Es sind noch weitere Untersuchungen notwendig, um eine bessere Übereinstimmung der Kraft-Weg Signale zwischen Experiment und Simulation zu erzielen. Dies ist vor allem für Untersuchungen mit Werkstoffen notwendig, die eine geringe Dehnung haben.

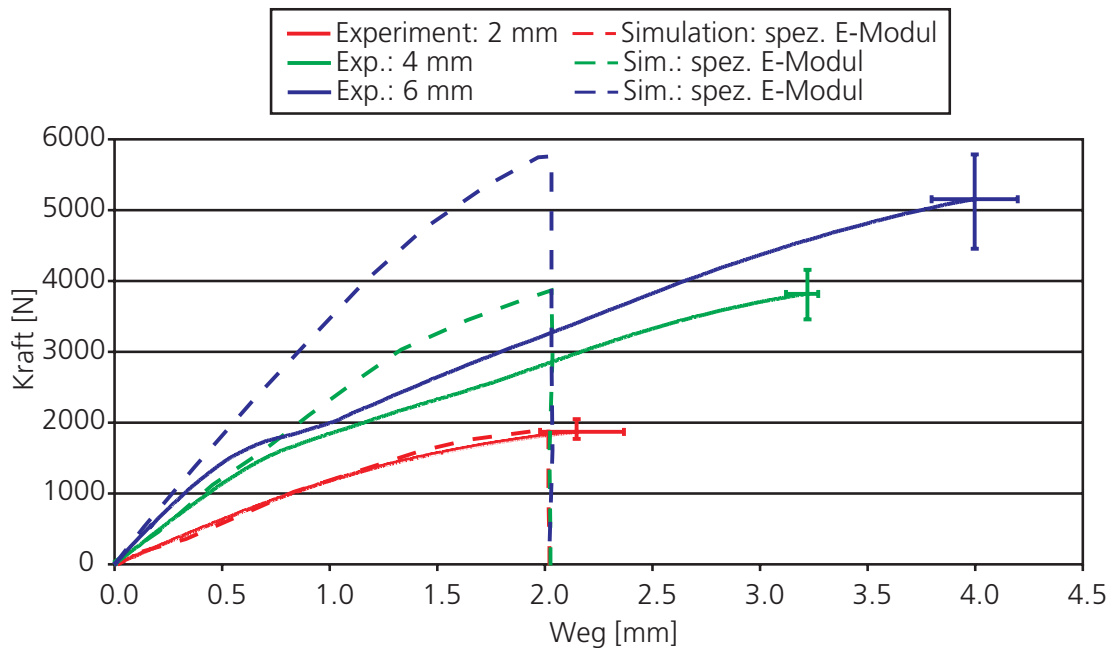


Bild 8–9: Vergleich der Kraft-Wegkurven von Simulation und Experiment der quasi-statischen Zugversuche in die 1-Richtung mit einer 2, 3, 4 und 6 mm dicken Probe mit dem »spez. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

Des Weiteren beinhaltet das implementierte Materialmodell keine Volumenzunahme, wie sie aber im Zugversuch (vgl. Bild 3–38) nachgewiesen worden ist. Dadurch entsteht in der Simulation eine zu geringe Dehnung und somit ein zu kurzer Weg.

Kraft-Weg Kurven - Richtungsabhängigkeit

Schließlich ist noch der Vergleich der Kraft-Wegkurven der Zugversuche dargestellt, die der Platte unter einem Winkel von 45° entnommen worden sind. Es stimmen sowohl bei Benutzung des »spez. E-Moduls« als auch des »arithm. E-Moduls« die Elastizität (Steifigkeiten) und die Plastizität (Spannungsniveau und Verlauf der Verfestigungskurve) gut mit den experimentellen Werten überein. Der geringe Wegunterschied zwischen Simulation und Experiment beim Versagen kann durch Setzen der Probe oder der Nachgiebigkeit der Maschine erklärt werden (vgl. Bild 8–10).

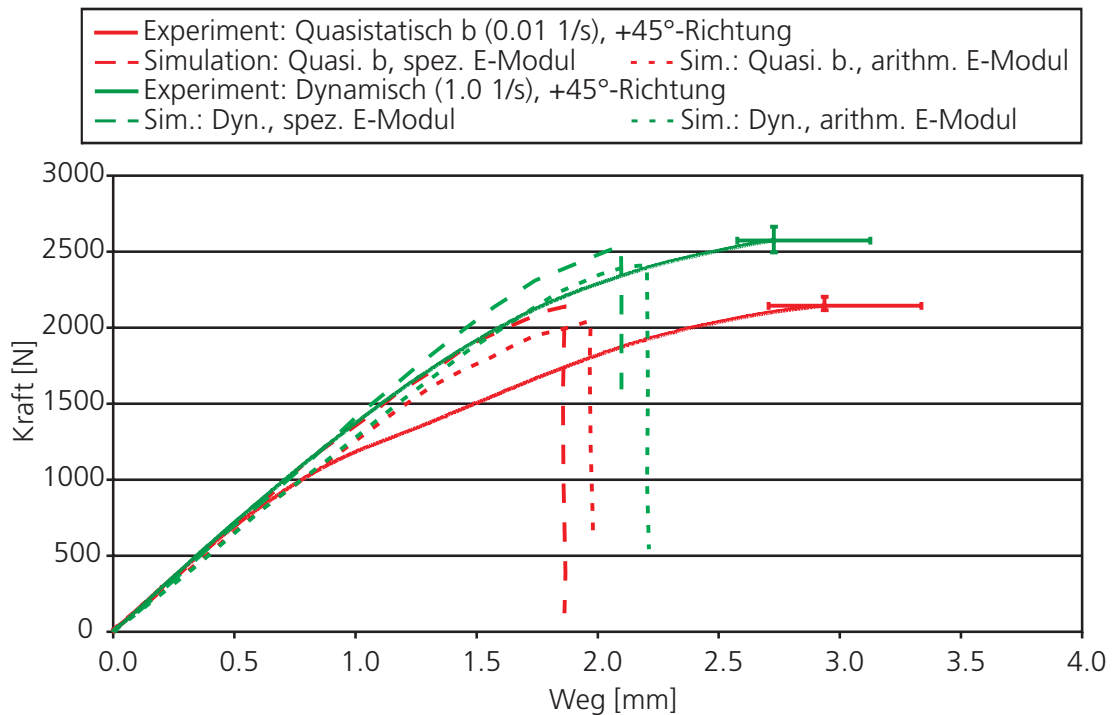


Bild 8–10: Vergleich der Kraft-Wegkurven von Simulation und Experiment des quasistatischen und dynamischen Zugversuches in die +45°-Richtung mit einer 3 mm dicken Probe und dem »spez. E-Modul« und dem »arithm. E-Modul« bei einem Zuglastfall.

8.6 Weitere Simulationen der Anwendungsversuche

Im folgenden Kapitel sind die Vergleiche der Daten bei einem Impact mit verschiedenen Geschwindigkeiten auf eine Rippe bzw. zwischen zwei Rippen mit dem neuen Materialmodell und zwei Verfahren des Versagens zu sehen.

Impact zwischen zwei Rippen mit 5.2 m/s

Bei diesem Versuchstyp wird in der Simulation das Kraftniveau auch ohne das sofortige Versagen identisch zum Experiment erreicht (vgl. Bild 8–11). Jedoch ist der simulierte Weg kürzer als der gemessene. Der elastische Bereich wird bei der Simulation mit dem sofortigen Versagen und ohne dieses identisch abgebildet. Versagen aber die ersten Elemente (bei knapp 20 mm Weg), unterscheiden sich die beiden Simulationen. Die Simulation

mit dem sofortigen Versagen bildet den experimentell bestimmten Kraft-Wegverlauf sehr viel besser ab.

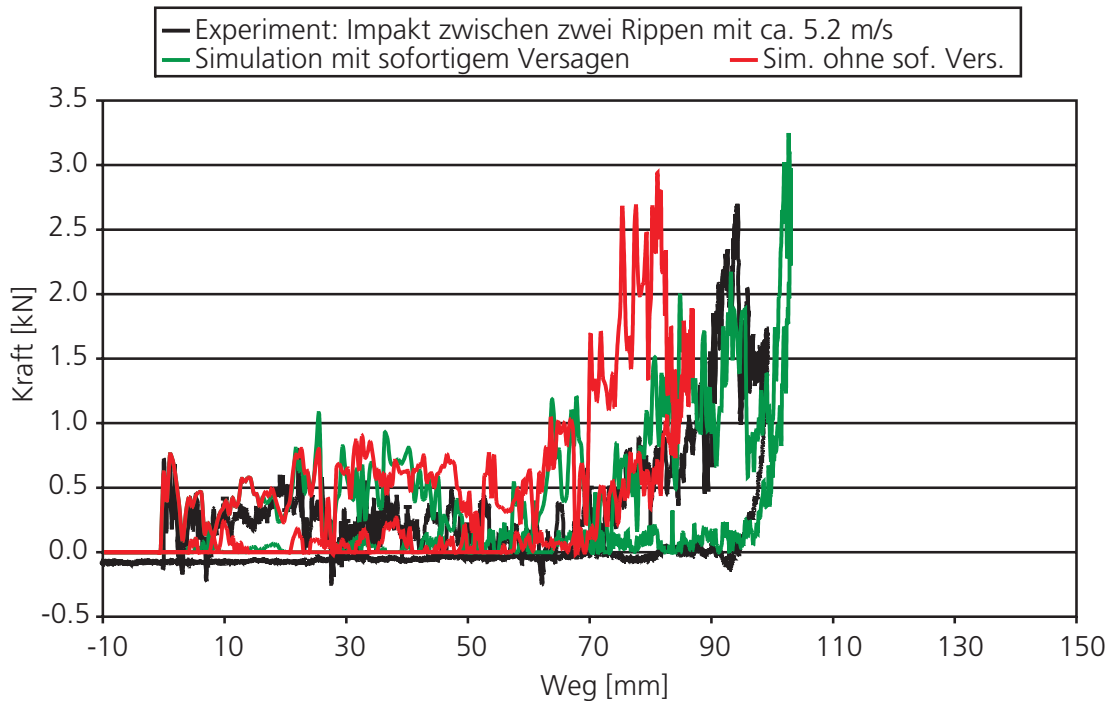


Bild 8–11: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 5.2 m/s zwischen zwei Rippen und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit und ohne sofortiges Versagen der Elemente.

Impakt auf eine Rippe mit 6.2 m/s

Bei einem Impakt auf eine Rippe mit 6.2 m/s ist ein erheblicher Unterschied sowohl im Kraftniveau als auch im zurückgelegten Weg bei einer Simulation ohne sofortiges Versagen zu erkennen (vgl. Bild 8–12). Es wird ein fast dreimal so hohes Kraftniveau erreicht, wie im Versuch oder in der Simulation mit dem sofortigen Versagen. Die Energie des Gesamtsystems muss unabhängig von der numerischen Methode des Versagens identisch sein. Daher ist bei der Simulation ohne das sofortige Versagen der Weg sehr viel kürzer. Außerdem tritt eine elastische Rückfederung des Impaktors auf.

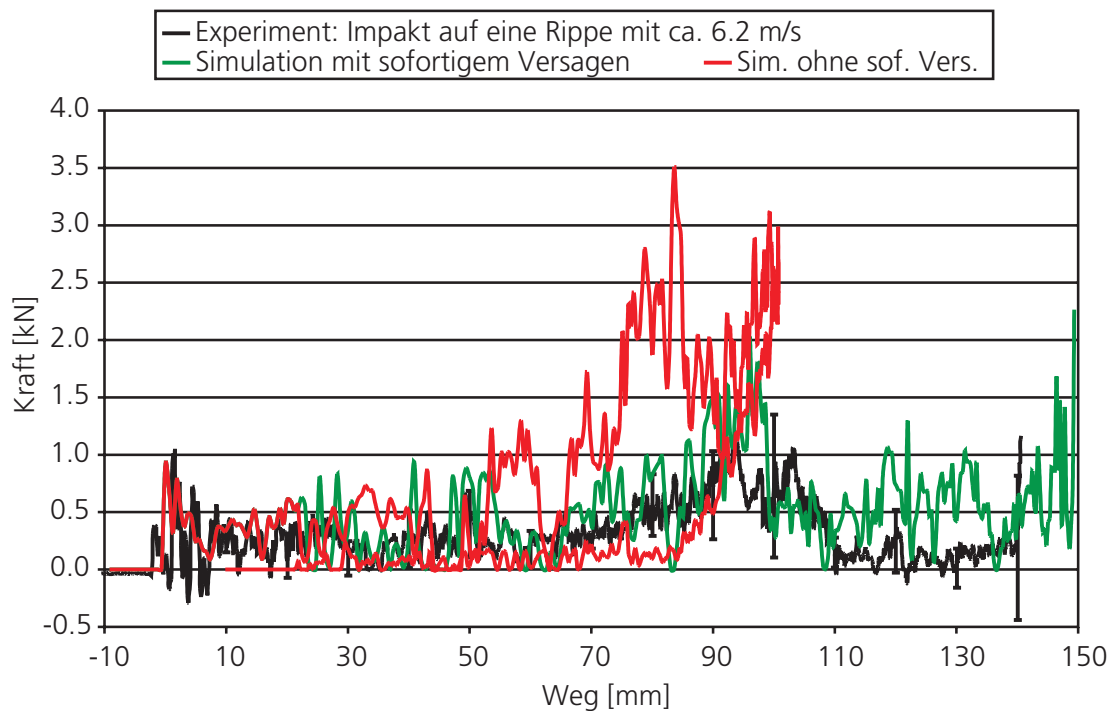


Bild 8–12: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 6.2 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit und ohne sofortiges Versagen der Elemente.

Impakt auf eine Rippe mit 4.9 m/s

Der elastische Bereich wird bei der Simulation bei einem Impakt auf eine Rippe mit 4.9 m/s mit dem sofortigen Versagen und ohne dieses identisch abgebildet (vgl. Bild 8–13). Versagen aber die ersten Elemente (bei knapp 25 mm Weg), unterscheiden sich die beiden Simulationen erheblich. Das Kraftniveau ist ohne sofortiges Versagen sehr viel höher als mit dem sofortigen Versagen. Wie im vorherigen Versuch ist somit der zurückgelegte Weg sehr viel kürzer und es tritt eine Rückfederung des Impaktors bei ca. 85 mm Weg auf.

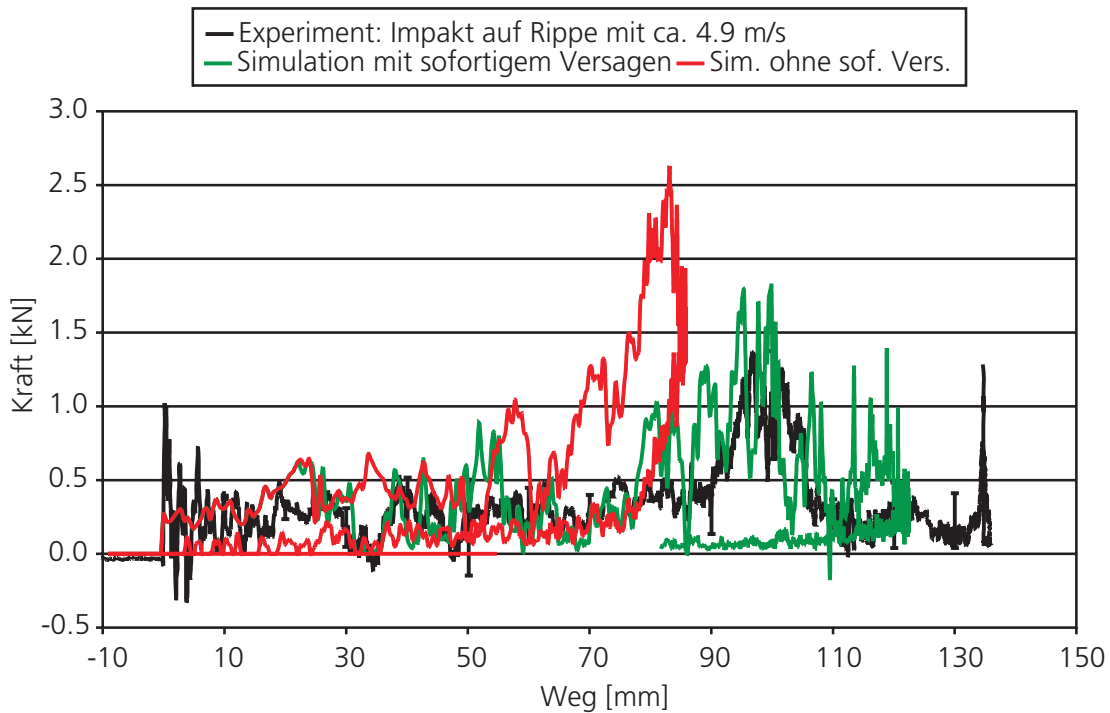


Bild 8–13: Vergleich der Kraft-Wegkurven des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 4.9 m/s auf eine Rippe und der Simulation mit dem neuen Materialmodell mit und ohne sofortiges Versagen der Elemente.

Wird die integrierte Kraft-Wegkurve bei diesem Versuch betrachtet, so wird erneut die Wichtigkeit der numerischen Möglichkeit des sofortigen Versagens deutlich. Bis zu einem Weg von ca. 25 mm ist der Energieverlauf zwischen der Simulation mit dem sofortigen Versagen und ohne sofortiges Versagen mit dem Materialmodell nach von Mises und den Materialdaten der 0°-Richtung identisch (vgl. Bild 8–14). Treten die ersten Versagenszustände auf, unterscheiden sich die beiden Kurven erheblich. Ohne das sofortige Versagen wird das Energieniveau von ca. 55 J sehr viel früher erreicht.

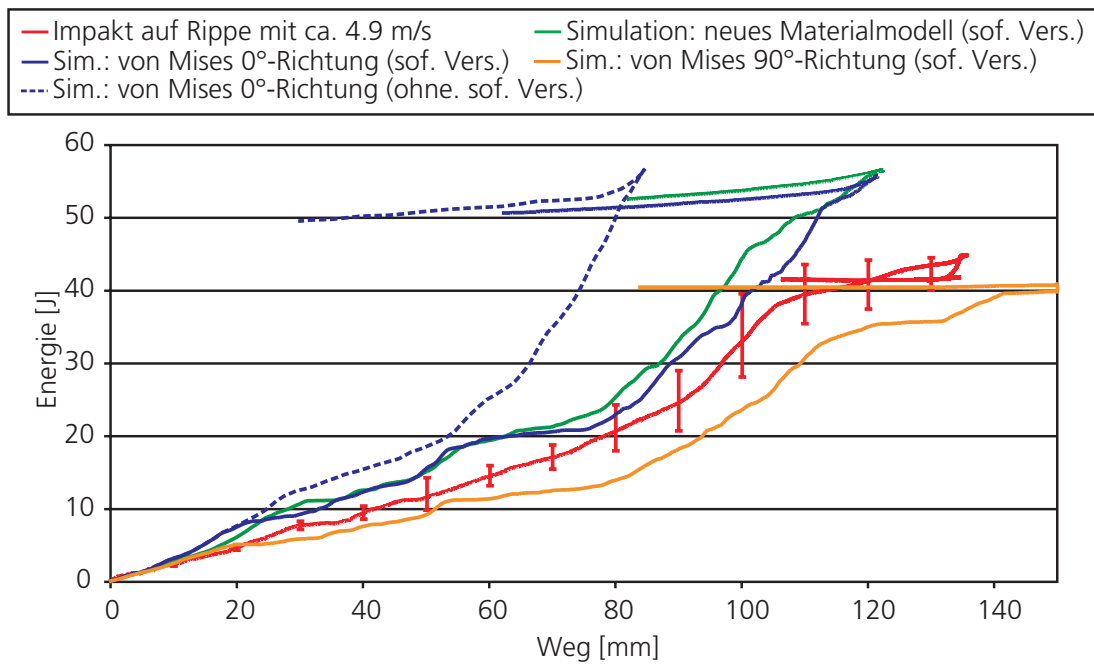


Bild 8–14: Vergleich der Energiekurven (integriertes Kraft-Wegsignal) des Versuches mit dem verripptem Bauteil und einem kugelförmigen Impaktor bei einer Geschwindigkeit von 4.9 m/s auf eine Rippe und den Simulationen mit dem neuen Materialmodell und mit dem Modell nach von Mises (Materialdaten in Abspritzrichtung und quer dazu) mit sofortigem Versagen und ohne sofortiges Versagen der Elemente.

9 Notation

Folgende Begriffe werden in dieser Arbeit äquivalent verwendet:

0°-Richtung	Abspritzrichtung	1-Richtung
90°-Richtung	Quer zur Abspritzrichtung	2-Richtung
Dickenrichtung		3-Richtung

Griechische Buchstaben

α	[-]	Anpassungsfaktor
α	[-]	Glättungsfaktor
β	[°]	Reibungswinkel
γ	[°]	Gleitwinkel
δ	[-]	Kroneckerdelta
ε	[-]	Verzerrungen (Dehnungen, Scherungen und Stauchungen)
η	[-]	Mehrachsigkeitsverhältnis
η	[kg/ms]	Viskosität
θ	[°]	Ähnlichkeitswinkel
κ	[-]	Kompression
λ	[-]	Anpassungsfaktor
λ	[-]	Lamé'sche Konstante
μ	[-]	Lamé'sche Konstante
ν	[-]	Querkontraktions- oder Poissonzahl
ρ	[kg/m ³]	Dichte
σ	[kg/ms ²]	Spannung
τ	[kg/ms ²]	Schubspannung
ψ	[°]	Dilatationswinkel
$\Delta\lambda$	[-]	Lagrange'sche Multiplikator
$\Delta\lambda$	[m]	Normierter Abstand

Lateinische Buchstaben

a	[-]	Anisotropiekoeffizient
a	[-]	Normale zur Fließfläche
b	[m]	Breite
b	[-]	Normale zum plastischen Potential

c	[m/s]	Ausbreitungsgeschwindigkeit
c	[-]	Konstante
d	[m]	Abstand
d	[kg/ms ²]	Kohäsion
e	[m ² /s ²]	Spezifische innere Energie
f	[kg/ms ²]	Fließspannung
f	[-]	Volumetrische Kräfte
fv	[-]	Richtungsabhängiger Versagensfaktor
k	[-]	Werkstoffkennwert
k	[kg/ms ²]	Kohäsion
l	[m]	Länge
m	[-]	Exponent
n	[-]	Normalenvektor
p	[kg/ms ²]	Hydrostatischer Druck
q	[kg/ms ²]	Vergleichsspannung
q	[m ² kg/s ²]	Wärmestrom
r	[-]	Residuum
s	[kg/ms ²]	Spannungsdeviator
t	[s]	Zeit
t	[kg/ms ²]	Spannungsvektor
u	[m]	Verschiebungsvektor
v	[m/s]	Geschwindigkeit
x	[m]	Länge
x	[-]	Ortsvektor
A	[-]	Anisotropiekoeffizient
A	[m ²]	Fläche
A	[-]	Werkstoffparameter
B	[-]	Anisotropiekoeffizient
B	[-]	Linker Cauchy-Green'scher Verzerrungstensor
B	[-]	Werkstoffparameter
C	[-]	Rechter Cauchy-Green'scher Verzerrungstensor
C	[kg/ms ²]	Steifigkeitsmatrix
E	[kg/ms ²]	Elastizitätsmodul
E	[-]	Lagrange'scher Verzerrungstensor
F	[-]	Anisotropiekoeffizient
F	[-]	Deformationsgradient
F	[kgm/s ²]	Kraft
Ff	[-]	Fließfläche, Fließbedingung
G	[-]	Anisotropiekoeffizient

G	[kg/ms ²]	Schubmodul
Gp	[-]	Plastisches Potential
H	[-]	Anisotropiekoeffizient
I	[-]	Anisotropiekoeffizient
I	[-]	Invariante des Spannungstensors
J	[-]	Anisotropiekoeffizient
J	[-]	Invariante des Spannungsdeviators
K	[-]	Anisotropiekoeffizient
K	[-]	Querverzerrungsempfindlichkeit
K	[kg/ms ²]	Kompressionsmodul
L	[-]	Anisotropiekoeffizient
M	[-]	Anisotropiekoeffizient
O	[-]	Fehler bei Abbruch der Taylorreihe
N	[-]	Anisotropiekoeffizient
R	[-]	Anisotropiekoeffizient
R	[-]	Fehlerquadrat
S	[kgm ² /Ks ²]	Entropie
S	[-]	Nachgiebigkeitsmatrix
T	[s]	Gesamtzeit
T	[°C]	Temperatur
V	[m ³]	Volumen
W	[kgm ² /s ²]	Arbeit
X	[-]	Ortsvektor

Exponenten, Indices und Symbole

∇	Nabla-Operator
a	Äußere-
D	Druck
el	Elastisch
ges	Gesamt-
i	Innere-
i, j, k, l	Indices
k	Richtung
$krit$	Kritische
m	Mittel
n	Aktueller Wert
$n+1$	Nachfolgender Wert
pl	Plastisch

tr	Prädiktor- /Trial-
x, y, z	Richtungen
Z	Zug
0	Referenzgröße
$1, 2, 3$	Erste-, Zweite-, Dritte-
$1, 2, 3$	Richtungen
I, II, III	Größe im Hauptspannungsraum
$-$	Vergleichsgröße
$*$	Aus Tabelleneingabegrößen errechneter Wert
\wedge	Unkorrigierte Größe
$'$	Versobene Größe
\dot{x}	Zeitliche Ableitung der Größe x