

Universität der Bundeswehr München
Fakultät für Luft- und Raumfahrt



Untersuchungen zur Durchführung von satellitengestützten
Radio Science Experimenten im interplanetaren Raum

Dipl.-Ing. Stefan Remus

Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik
der Universität der Bundeswehr München zur Erlangung des akademischen Grades
Doktor der Ingenieurwissenschaften
genehmigten Dissertation

Vorsitzender:	Univ.-Prof. Dr. F. Svaricek
1. Berichterstatter:	Univ.-Prof. Dr. B. Häusler
2. Berichterstatter:	Univ.-Prof. Dr. G. Hein

gewidmet:

Meiner Frau und

meinen beiden Töchtern Sarah (4 Jahre) und Salomé (3 Jahre)

Dank

Diese Arbeit entstand an der Fakultät für Luft- und Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München.

Mein Dank gilt allen, die mir während meiner Promotionszeit mit Rat und Tat zur Seite standen.

Insbesondere danke ich Herrn Prof. Dr. rer. nat. B. Häusler, der mir die Möglichkeit gab, diese Arbeit anzufertigen und mit seinem Interesse und seinen Anregungen die Arbeit förderte. Ebenso danke ich Herrn Prof. Dr.-Ing F. Svaricek für die Übernahme des Vorsitzes, und Herrn Prof. Dr.-Ing G. Hein für die Übernahme des 2. Berichterstatters.

Herzlich danke ich den Mitarbeitern am Institut für die anregenden Diskussionen. Insbesondere gilt mein Dank Herrn Selle für die Zurverfügungstellung der VEX-Orbitberechnung aus dem Simulator und Frau Hülbert für Ihre Hilfsbereitschaft und die Übernahme der anfallenden Verwaltungsaufgaben.

Besonderer Dank gilt auch meiner Familie: meiner Frau, meinen Eltern und meinen Geschwistern, die mir während der Entstehung dieser Arbeit im privaten Bereich die notwendige Hilfe und viel Verständnis entgegengebracht haben.

Kurzfassung

Als europäischen Beitrag zur Erkundung des Sonnensystems führt die ESA unter anderem Missionen zu den Planeten Mars, Venus und Merkur sowie zu einem Kometen durch. Das Institut für Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München ist maßgeblich an diesen Missionen beteiligt. Ziel der ESA Missionen Rosetta, Mars Express und Venus Express ist die Erforschung des Kometen 67P/Churyumov-Gerasimenko sowie der Planeten Mars und Venus. Zur Erforschung der Himmelskörper wurde in die Satelliten neben anderen Experimenten auch Radio Science Experimente integriert. Ein Radio Science Experiment ermittelt aus den Veränderungen des Mikrowellen-Trägersignals der Nachrichten-Strecke Schwerefelder, Oberflächeneigenschaften der Körper und Höhenprofile in der Atmosphäre vom Brechungsindex, von der Dichte und der Temperatur. Die Observablen sind Dopplerfrequenzversatz, Polarisierung, Leistung bzw. Amplitude und die Phase.

Die Durchführung und Planung der Radio Science Experimente erfordert eine genaue Kenntnis der Phasenstabilität des Trägersignals und der Laufzeiten in den elektronischen Komponenten des Satelliten und der Bodenstation. Zusätzlich erfordern die Einzelexperimente in den jeweiligen Satelliten-Missionen bestimmte Lageregelungsmanöver bezüglich der Ausrichtung der Hochgewinnantenne.

Diese Arbeit trägt diesen Bestandteilen Rechnung und ist im Wesentlichen in drei Abschnitte gegliedert. Der erste Abschnitt stellt die theoretischen Grundlagen für die Signalausbreitung von Mikrowellen in Medien mit ortsabhängigem Brechzahlprofil zusammen. Das auf diesen Grundlagen basierende und speziell entwickelte Ray-Tracing-Programm nimmt für die Planetenatmosphäre der Venus einen sphärisch symmetrischen höhenabhängigen Brechungsindex an.

Zur Bestimmung der wichtigsten Messgröße im Radio Science Experiment, die Dopplerfrequenzverschiebung, behandelt der zweite Teil dieser Arbeit Simulationsrechnungen zum Teilexperiment "Planetennokkultation" (Abschattung der Sichtlinie zwischen dem Satelliten und der Bodenstation durch den Planeten) an der Venus. Mit dem Ray-Tracing-Programm können zur Vorbereitung der Mission Dopplerfrequenzverschiebungen aufgrund des Einflusses eines atmosphärischen bzw. ionosphärischen Mediums berechnet werden. Des Weiteren kann die Beeinflussung der Signalleistung in der Atmosphäre/Ionosphäre durch die Krümmungsänderungen der Strahlen (defocusing loss) und durch Absorption bestimmt werden. Weiterhin wird zum Zwecke der späteren Datenanalyse auf Methoden eingegangen, die es erlauben aus dem gemessenen Dopplereffekt bei Kenntnis der Bahndaten die atmosphärischen/ionosphärischen Höhenprofile des Planeten zu bestimmen.

In den Missionen Rosetta und Venus Express wird zum ersten Mal bei einer Kometenmission und bei einer Mission zur Venus im Satelliten eine hochstabile Quarz Referenzfrequenzquelle (USO = ultra stable oscillator) eingesetzt. Zur Überprüfung der Radio Science Anforderungen an die Signalstabilität wurden dazu Testmessungen an den HF-Komponenten der Satelliten durchgeführt. Der dritte Teil der Arbeit befasst sich mit dem Aufbau von Messkonfigurationen zur Bestimmung bestimmter Signalparameter (wie Stabilität der Frequenz, die Gruppenlaufzeit und

das Frequenzspektrum = Einseitenband-Phasenrauschen) und den Messergebnissen an elektronischen Komponenten im Signalweg der Satelliten Rosetta und Mars Express. Es wurden Messungen an der kohärenten Sende-Empfangs-einheit, dem Satelliten Referenzoszillator (USO), am Transponder im Ein-Weg-Mode und am Endverstärker im X-Band (der TWTA) durchgeführt. Mit dem Messaufbau und den Testmessungen konnte gezeigt werden, dass die wissenschaftlichen Anforderungen der Mission erfüllt werden können.

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	1
I	Radio Science	3
2	Allgemeine Beschreibung der Radio Science Experimente	4
2.1	Planetare Okkultation	5
2.2	Schwerefeldbestimmung (Gravitationspotenzial)	6
2.3	Bistatisches Radar Experiment	7
3	Die Radio Science Experimente der interplanetaren ESA-Missionen	9
3.1	Die ESA Mission Rosetta	9
3.2	Die ESA Mission Mars Express	10
3.3	Die ESA Mission Venus Express	11
II	Grundlagen zur Berechnung der Wellenausbreitung	12
4	Physikalische Grundlagen	13
4.1	Die Observablen	13
4.2	Wellentheorie	14
4.2.1	Der Zusammenhang zwischen Wellenphase und Brechungsindex (Die Eikonalgleichung)	15
4.2.2	Die Strahlendifferenzialgleichung	17
5	Der Signalweg im Raum	21
5.1	Betrachtungen zur Signallaufzeit und Positionsbestimmung	22
5.1.1	Der Dopplereffekt	22
5.2	Die Atmosphäre	25
5.2.1	Neutralgasatmosphäre	25
5.2.2	Ionosphäre	28
5.2.2.1	Beschreibung der höhenabhängigen Ionendichte der Planetenatmosphäre (Chapman Profil)	29
5.2.2.2	Aufbau der Ionosphäre (Zusammensetzung)	31
5.2.2.3	Der Brechungsindex in der Ionosphäre	31
5.3	Zusammensetzen der Brechzahl	32
5.4	Berechnung der Strahlenwege in einem ortsabhängigen Medium	33
5.4.1	Refraktion an sphärischen Schichten	34
5.4.2	Berechnung der Wegelemente	35
5.4.3	Numerisches Ray Tracing	36
5.4.4	Berechnung der Brechzahl aus Dopplerwerten	39

5.4.5	Fresnel-Zonen und Mehrwegeausbreitung	53
5.4.6	Gruppenlaufzeit und Phasenlaufzeit	57
5.5	Signalabschwächung durch Strahlaufweitung (“Defocusing“)	59
6	Modellberechnungen am Beispiel der Venusatmosphäre/Ionosphäre	63
6.1	Berechnung des Signalweges in der Ionosphäre und Atmosphäre	65
6.1.1	Modellierung der Neutralgasatmosphäre der Venus	65
6.1.2	Modellierung der Ionosphäre der Venus	65
6.1.3	Berechnung der Strahlenwege Satellit-Bodenstation	66
6.1.4	Dämpfung der Welle	73
6.1.4.1	Dämpfung durch Strahlaufweitung (“Defocusing“)	73
6.1.4.2	Dämpfung durch Absorption	75
6.1.5	Auswirkungen auf die Lageregelung	77
6.1.6	Dopplerfrequenzverschiebungen (2D-Modell)	80
6.1.7	Ergebnisse der 2D-Dopplerfrequenz Berechnung (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	84
6.2	Modell zur Berechnung der Brechzahländerung aus Dopplermessungen	89
6.2.1	Ergebnisse der Abel-Inversion	91
6.2.1.1	Modell zur Berechnung der Brechzahl mit der Abelinversion in Kombination mit dem RTP-Programm	98
6.2.2	Die Bestimmung weiterer physikalischer Eigenschaften aus der Brech- zahl N in der Venusatmosphäre	100
6.3	Modell zur Berechnung der Laufzeiteinflüsse der Erdatmosphäre	101
III	Test-Messungen an HF-Satellitenkomponenten im Vorfeld der ESA-Missionen	102
7	Der Signalweg	103
7.1	Signalbeeinflussung durch elektronische Komponenten	103
7.1.1	Beschreibung der Bodenstation(IFMS)	103
7.1.2	Beschreibung der Sende- Empfangseinheiten im Satelliten	105
8	Test-Messungen an HF-Satellitenkomponenten der ESA Missionen Rosetta und Mars Express	107
8.1	Der Messplatz	107
8.1.1	Messgrößen	107
8.1.1.1	Die Allan Varianz	108
8.1.1.2	Das Phasenrauschen	110
8.1.1.3	Die Gruppenlaufzeit	111
8.2	Messkonfigurationen	112
8.2.1	Aufbau zur Messung der Allan Varianz	113
8.2.2	Aufbau zur Messung des Phasenrauschens	114
8.2.3	Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit	121
8.3	Messung von signalbeeinflussenden Komponenten im Übertragungsweg	127
8.3.1	Messung der Einseitenbandstabilität an der Rosetta und Mars Express Wanderfeldröhre (TWTA)	127
8.3.2	Messung der Einseitenbandstabilität am Rosetta und Mars Express Trans- ponder	131
8.3.3	Messung der Einseitenbandstabilität am Wasserstoff Maser der ESA- Bodenstation in New Norcia	136
8.3.4	Allan Deviation Messung am Transponder	137

8.3.5	Gruppenlaufzeitmessung am Transponder	139
8.3.6	Phasenrauschmessungen von korrelierten Rauschsignalen	141
9	Fehlerbetrachtung	142
9.1	Erhöhung der Systemrauschtemperatur im Satellitenempfänger durch die Atmosphäre	145
9.2	Betrachtung der Rauschbeiträge auf der Übertragungsstrecke	146
10	Zusammenfassung	149
11	Literaturverzeichnis	151
A	Anhang A	A-1
A.1	Ergebnisse der 2D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation) (Okkultationsaustritt bzw. Egress-Fall)	A-1
A.2	Ergebnisse der 3D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation)	A-7
A.3	Vergleich der S- und X-Band Signalabschwächung in der Venusatmosphäre . .	A-13
A.4	Darstellung der Strahlrichtungsänderung	A-17
B	Anhang B	B-1
B.1	Beeinflussungen der Mikrowelle aufgrund der Relativitätstheorie	B-1
B.1.1	Einfluss der speziellen Relativitätstheorie auf die Frequenz	B-1
B.1.2	Mikrowellenstrahlkrümmung im Gravitationsfeld	B-2
B.1.3	Der Einfluss des statischen Gravitationspotenzials auf die Frequenz einer elektromagnetischen Welle (Gravitationsrotverschiebung)	B-4
C	Anhang C	C-1
C.1	Der Brechungsindex in einem Gasgemisch	C-1
D	Anhang D	D-1
D.1	Umformungen zur Berechnung des Strahlablenkungswinkels aus der Satellitengeschwindigkeit	D-1

Abbildungsverzeichnis

2.1	Geometrische Konfiguration für Okkultationsmessungen im interplanetaren Raum	6
2.2	Bistatisches Radar Experiment	7
4.1	Der gebogene Strahlenweg in einem Medium (S bezeichnet eine Phasenfront) .	16
4.2	Deutung der Strahlendifferenzialgleichung	18
4.3	Differenzielle Geometrie	19
4.4	Darstellung der Richtungsänderung einer elektromagnetischen Welle in der Ionosphäre eines Planeten	20
5.1	Der Ausbreitungsweg zwischen Satellit und Bodenstation	21
5.2	Geometrie zur Berechnung der Positionen von Bodenstation und Satellit unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit	22
5.3	Darstellung der Position von Satellit und Bodenstation in einem Inertialsystem	24
5.4	Entstehung eines Chapman-Profiles in der Ionosphäre	29
5.5	Strahlkrümmung an sphärischen Schichten	34
5.6	Geometrie eines Wegelementes	35
5.7	Die Krümmung des Strahlenweges in der Atmosphäre	37
5.8	Geometrie zur Bestimmung der Strahlenwegelemente R_{gi}	38
5.9	Darstellung zur Bestimmung des Schnittpunktes Strahl - Satellitenorbit	39
5.10	Schematische Darstellung der Iteration zur Bestimmung des Ablenkwinkels und der Phasenänderung auf dem gekrümmten Weg durch die Atmosphäre	42
5.11	Berechnung der Weglängendifferenz s_1 (aus dem Integral längs der gekrümmten Strecke minus der geraden Verbindung Bodenstation Satellit)	43
5.12	Ein Wegelement des Strahls am Beispiel einer Planetenionosphäre	44
5.13	Die Auswirkung der Transformation $\cos \frac{\alpha}{r_0}$ auf die Strahlgeometrie	45
5.14	Die Geometrie der Abeltransformation	47
5.15	Geometrie zur Bestimmung des Parameters a am Beispiel der Strahlkrümmung in einer Ionosphäre	50
5.16	Grafische Darstellung des Strahlenweges und der Satellitenposition mit den Satellitengeschwindigkeiten V_1 und V_2	52
5.17	Die Geometrie der 1. Fresnel-Zone	53
5.18	Darstellung mehrerer Strahlenwege während einer Okkultation im Perizentrum	55
5.19	Darstellung mehrerer Strahlenwege während einer Okkultation im Apozentrum	55
5.20	Darstellung der Mehrdeutigkeit des Strahlenweges anhand einer Beispielrechnung für eine Okkultation im Bereich des Apozentrums in einem 24 h Orbit an der Venus 1	56
5.21	Darstellung der Mehrdeutigkeit des Strahlenweges anhand einer Beispielrechnung für eine Okkultation im Bereich des Apozentrums in einem 24 h Orbit an der Venus 2	56
5.22	Betrachtung der Amplitudenverluste aufgrund höhenabhängiger Brechzahländerung	59

5.23	Darstellung des Orbits und des Okkultationsbereiches zur Berechnung des Verlustes durch Strahlaufweitung (Defocusing Loss)	61
5.24	Darstellung des Verlustes aufgrund der Strahlaufweitung in der Atmosphäre der Venus für den betrachteten Orbitausschnitt	61
5.25	Berechnung des Defokussierungsverlustes nach Yakovlev	62
6.1	Übersicht der Rechenwege im RTP-Programm und die Rechenwege zur Bestimmung der physikalischen Größen im Inversionsprogramm	64
6.2	Ablaufplan vom RTP-Programm	65
6.3	Gradient des Brechungsindex aufgetragen über der Höhe über Grund	66
6.4	Anzahl freier Elektronen in der Venusionosphäre aufgetragen über der Höhe über Grund	67
6.5	Geometrie für die Okkultationsrechnung 1	68
6.6	Geometrie für die Okkultationsrechnung 2	69
6.7	Ansicht a: Satellitenorbit und Ort des Strahleintritts in die Atmosphäre, welcher in Erdrichtung die Atmosphäre verlässt	69
6.8	Ansicht b: Satellitenorbit und Ort des Strahleintritts in die Atmosphäre, welcher in Erdrichtung die Atmosphäre verlässt	70
6.9	Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 33 - 80 km über Grund)	71
6.10	Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 90 - 140 km über Grund)	72
6.11	Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 150 - 170 km über Grund)	73
6.12	Leistungsverluste im Signal beim Durchlaufen der Atmosphäre durch Strahlaufweitung	74
6.13	Leistungsverluste durch Strahlaufweitung in der Ionosphäre	74
6.14	Verluste beim Durchleuchten der Venus Atmosphäre im S-Band durch H_2SO_4	75
6.15	Verluste beim Durchleuchten der Venus Atmosphäre im X-Band durch H_2SO_4	76
6.16	Modellierte H_2SO_4 -Konzentration in der Venusatmosphäre	77
6.17	Dämpfung der Mikrowelle in der Venusatmosphäre aufgrund der H_2SO_4 und CO_2, N_2 -Konzentrationen	77
6.18	Winkelabweichung (2τ) der optimalen Strahlrichtung der Antenne von der geometrischen Richtung Satellit-Bodenstation (3D)	78
6.19	Darstellung des Okkultationsbereichs für den Atmosphärenaustritt (Egress) in dem für Venus Express festgelegten 12 h Orbit mit einer Perizentrumshöhe von 250 km	78
6.20	Vorhaltewinkel der Satellitenantenne (HGA), Vorhaltewinkeländerung und der zugehörige Orbitabschnitt in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten (2D Okkultationsaustritt (Egress))	79
6.21	Vorhaltewinkel der Satellitenantenne (HGA), Vorhaltewinkeländerung und der zugehörige Orbitabschnitt in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten (2D Okkultationseintritt (Ingress))	79
6.22	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Atmosphäre/Ionosphäre aufgetragen über der Höhe h	80
6.23	Darstellung des Rechenweges zur Bestimmung der zu berücksichtigenden Dopplerfrequenzanteile während einer Planetenokkultation	81
6.24	Abstrahierte Skizze zur Entstehung der Doppleranteile auf dem sich zeitlich ändernden gekrümmten Strahlenweg	83

6.25	Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung im S-Band (aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse und der Brechzahl) (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	84
6.26	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse aber ohne Brechzahl im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation) . . .	85
6.27	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation).	85
6.28	Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Dopplereffekt im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	86
6.29	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem gekrümmten Strahlenweg im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation). Aus diesem Frequenzversatz (mit den zugehörigen Höhen) berechnet man mit der Abelversion die höhenabhängige Brechzahl.	86
6.30	Differenz der Freiraumdopplerfrequenz ($n=1$) zwischen geradem und gebogenem Strahl im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	87
6.31	Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwindigkeit in 1. gerader geometrischer Erdrichtung und 2. in Strahlrichtung im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	87
6.32	Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	88
6.33	Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)	88
6.34	Blockschaltbild zur Berechnung der Brechzahl aus Dopplerwerten	89
6.35	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Atmosphäre/Ionosphäre aufgetragen über der Höhe h	90
6.36	Mit der Spektraldifferenziation nach Anderssen berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe	92
6.37	Nach Hansen und Law berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe	92
6.38	Mit interpolierenden Splines berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe . . .	93
6.39	Mit den Gl. 5.141 und 5.125 bestimmter Brechzahlverlauf über der Höhe . . .	93
6.40	Oberes Bild: Die verrauschten Strecken s_2 in rad Unteres Bild: Die mit der Spline Funktion geglätteten Strecken s_2	94
6.41	Oberes Bild: Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Hansen und Law Unteres Bild: Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Hansen und Law mit Kalman Filter	95
6.42	Oberes Bild: Brechzahl berechnet aus verrauschten Daten mit interpolierenden Splines, Parameter $K = 1 \cdot 10^{10}$ Unteres Bild: Brechzahl berechnet aus verrauschten Daten mit interpolierenden Splines, Parameter $K = 50000$	96
6.43	Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Anderssen	97
6.44	Programmablauf zur Berechnung der Brechzahl in Atmosphären mit großem Strahlkrümmungswinkel	99
6.45	Darstellung des Programmablaufes zur Berechnung der Brechzahl unter Anwendung des RTP-Programmes	100
7.1	Konfiguration der Bodenstation in New Norcia	104

7.2	Bestimmung der Laufzeitunterschiede in den Ranging Einheiten von IFMS1 und IFMS2	105
7.3	Die Venus Express Sende- und Empfangseinheit mit redundantem Transponder	106
8.1	Gerätekonfiguration vom Messplatz	107
8.2	Das SSB Phase-Noise Messprinzip	110
8.3	Prinzipieller Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit	112
8.4	a) Aufbau zum Messen der Frequenz im Ein-Weg-Mode, b) Aufbau zum Messen der Frequenz im Zwei-Weg-Mode	113
8.5	Aufbau zum Messen vom TWTA-SSB Phasenrauschen	114
8.6	Transponder-Phasenrauschmesskonfiguration im Ein-Wege-Modus	116
8.7	Das berechnete Phasenrauschspektrum für drei ultra stabile Oszillatoren mit Hilfe der 3 Oszillator Methode	117
8.8	Modifizierter Phasenrauschmessaufbau zur Messung von Intermodulationen und AM-PM-Conversion an der Wanderfeldröhre (TWTA)	118
8.9	Aufbau zur Messung des Phasenrauschens vom Transponder	120
8.10	Frequenzplan zur Messung des Phasenrauschens in der Transponderkonfiguration X-Band Signal im uplink und S-Band Signal im downlink	121
8.11	Schaltung zur Verbesserung der Korrelation vom Messplatzrauschanteil am Phasendetektor zwischen Messsignal und Referenzsignal für die Phasenrauschmessung im X-Band	122
8.12	SSB-Phasenrauschspektrum vom Signalgenerator R&S SME03 und vom HP83731 unkorreliert und korreliert	123
8.13	Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit von einzelnen Komponenten	124
8.14	Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit des Transponders bei niedrigen Tonleistungen	125
8.15	Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit des Transponders bei hohen Tonleistungen	126
8.16	SSB-Phasenrauschen vom Messplatz im X-Band (naher Frequenzbereich)	128
8.17	SSB-Phasenrauschen vom Messplatz im X-Band (hoher Frequenzbereich)	128
8.18	SSB-Phasenrauschen der Rosetta TWTA in Sättigung	129
8.19	SSB-Phasenrauschen der Mars Express TWTA in Sättigung	129
8.20	Spurious Frequenzen im SSB-Phasenrauschspektrum erzeugt durch die Rosetta TWTA	130
8.21	Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Rosetta Satelliten im X-Band mit USO	131
8.22	Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Rosetta Satelliten im X-Band mit TCXO	132
8.23	Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Mars Express Satelliten im X-Band mit USO	132
8.24	Das Phasenrauschspektrum im Narrow Band Mode (schmalbandige Empfängerbandbreite ca. 40 Hz) vom Rosetta Transponder (aufgenommen im Integrated System Test (IST))	133
8.25	Das Phasenrauschspektrum vom Rosetta FM-Transponder im S-Band	134
8.26	Das Phasenrauschspektrum vom Rosetta EM-Transponder im S-Band im Wide Band Mode (breitbandige Empfänger PLL ca. 500 Hz)	134
8.27	SSB-Phasenrauschen der Referenzfrequenzen vom Messplatz	136
8.28	SSB-Phasenrauschen der Maser in der Bodenstation von New Norcia	137
8.29	Allan Deviation vom Rosetta Transponder mit USO als Frequenzreferenz im nicht-kohärenten Mode	138
8.30	Allan Deviation vom Rosetta EQM-Transponder im kohärenten Mode (S-Band)	138

8.31	Allan Deviation vom Rosetta FM-Transponder im nicht-kohärenten Mode (X-Band)	139
8.32	Gruppenlaufzeit vom Messplatz im S-Band	140
8.33	Varianz der 100 im Sekundentakt gemessenen Phasenmesswerte einer Tonfrequenz aufgetragen über der Tonfrequenz	140
8.34	Gruppenlaufzeit vom Rosetta FM-Transponder	141
9.1	Erhöhung der Antennenrauschtemperatur durch die Venusatmosphäre (Orbit 105, X-Band)	145
9.2	Erhöhung der Antennenrauschtemperatur durch die Venusatmosphäre (Orbit 105, X-Band)	146
9.3	Auszug aus der Link Bilanz für die Mission Bepi Colombo	147
A.1	Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung (aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse und der Brechzahl) (Egress)	A-1
A.2	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse aber ohne Brechzahl (Egress)	A-2
A.3	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation (Egress).	A-2
A.4	Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Dopp- lereffekt (Egress)	A-3
A.5	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem gekrümm- ten Strahlenweg (Egress). Aus diesem Frequenzversatz (mit den zugehörigen Höhen) berechnet man mit der Abelinversion die höhenabhängige Brechzahl.	A-3
A.6	Differenz der Freiraumdopplerfrequenz ($n=1$) zwischen geradem und geboge- nem Strahl (Egress)	A-4
A.7	Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwin- digkeit in 1. gerader geometrischer Erdrichtung und 2. in Strahlrichtung (Egress)	A-4
A.8	Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls (Egress)	A-5
A.9	Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung (Egress)	A-5
A.10	Darstellung des Bahnausschnittes vom Orbit 105 für den Zeitraum der Okkultation	A-7
A.11	Darstellung des Bahnausschnittes vom Orbit 129 für den Zeitraum der Okkultation	A-8
A.12	Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung während der Okkultationsphase (auf- grund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse und der Brechzahl)	A-8
A.13	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbitein- flüsse aber ohne Brechzahl ($n=1$, X-Band)	A-9
A.14	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation (X-Band, gerade Verbindungslinie)	A-9
A.15	Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Dopp- lereffekt (X-Band, Orbit 105)	A-10
A.16	Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem gekrümm- ten Strahlenweg (X-Band, Orbit 105). Aus diesem Frequenzversatz (mit den zu- gehörigen Höhen) folgt mit der Abelinversion die höhenabhängige Brechzahl.	A-10
A.17	Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwin- digkeit in gerader geometrischer Erdrichtung und in Strahlrichtung (X-Band, Orbit 105)	A-11
A.18	Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls (X-Band, Orbit 105)	A-11

A.19	Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung (X-Band, Orbit 105)	A-12
A.20	Verluste aufgrund der H ₂ SO ₄ -Konzentration in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)	A-13
A.21	Signalverluste aufgrund der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)	A-14
A.22	Gesamter Signalverlust aufgrund der Absorption und der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)	A-14
A.23	Verluste aufgrund der H ₂ SO ₄ -Konzentration in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)	A-15
A.24	Signalverluste aufgrund der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)	A-15
A.25	Gesamter Signalverlust aufgrund der Absorption und der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)	A-16
A.26	Signalverluste aufgrund der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 129)	A-16
A.27	Im oberen Bild wird die absolute Richtungsänderung des Strahls gegenüber der geraden Verbindungslinie gezeigt und im Unteren die Änderung dieses Winkels mit der Zeit (X-Band, Orbit 105)	A-17
B.1	Strahlkrümmung im Gravitationsfeld großer Massen	B-2
B.2	Laufzeitaenderung in der Naehе grosser Massen ([Ber90])	B-3

Tabellenverzeichnis

3.1	Beschreibung der geforderten Genauigkeit im Radio Science Experiment der ESA-Mission Rosetta	10
9.1	Vergleich der in einer Phasenrauschmessung ermittelten Rauschleistungsdichte im Satellitenempfänger von Rosetta mit der aus der Systemrauschtemperatur in der Link Bilanz verwendeten Rauschleistungsdichte	144
B.1	Frequenzänderung im Gravitationsfeld	B-6

Abkürzungsverzeichnis

- ADEV** (Allan Deviation)
- AE** Astronomische Einheit
- ART** Allgemeine Relativitätstheorie
- AU** (Astronomical Unit)
- BSR** Bistatisches Radar (Bistatic Radar)
- CME** (coronal mass ejection)
- DC** (Down Converter)
- DIPL** (Diplexer)
- DUT** (Device under Test)
- ESA** Europäische Weltraumorganisation (European Space Agency)
- FM** Flugmodell eines Gerätes (Flight Model)
- GPS** (Global Positioning System)
- HGA** Hochgewinn-Antenne (High Gain Antenna)
- HP** (Hewlett Packard)
- IATP** (Inverse Abel Transformation Program)
- IFMS** (Intermediate Frequency and Modem System)
- IST** (Integrated System Test)
- LEO** (Low Earth Orbit)
- LGA** Niedriggewinn-Antenne (Low Gain Antenna)
- NASA** (National Aeronautics and Space Administration)
- PC** (Computer)
- PD** (Phase Detector)
- PLL** (Phase Lock Loop)
- PSD** spektrale Leistungsdichte (Power Spectral Density [W/Hz])
- R u. S** (Rhode und Schwarz)
- RFDU** (Radio Frequency Distribution Unit)
- RS** Radio-Sondierung (Radio Science)

RSS Radio-Sondierungs-Simulator (Radio Science Simulator)

RTP (Ray Tracing Program)

RX (Receiver)

SCOE (Special Checkout Equipment)

SSB (Single-Side-Band)

TCXO (Temperature Controlled Crystal (Xtal) Oscillator)

TEC (Total Electron Content)

TWTA Wanderfeldröhre (Traveling Wave Tube Amplifier)

TX (Transceiver)

USO (Ultra Stable Oscillator)

WIU (Waveguide Interface Unit)

Symbolverzeichnis

2Ψ	Beschreibt die Richtungsänderung eines Strahls [°]
2τ	Beschreibt die Richtungsänderung eines Strahls [°]
α	Dämpfung der Welle [1/m]
β	Ausbreitungskonstante einer Welle [1/m]
\hat{A}	komplexe Amplitude
λ	Wellenlänge der Tonfrequenz [m]
ω	Kreisfrequenz [1/s]
ω_g	Gyrationsfrequenz [Hz]
ϕ	Winkel zwischen Magnetfeld B und Ausbreitungsrichtung des Strahls
ϕ_{eff}	Effektivwert des Phasenfehlers [rad]
ϕ_q	maximale Amplitude des Phasenfehlers [rad]
ρ	Teilchendichte [1/m ³]
ρ	elektrische Raumladungsdichte [As/m ³]
σ	elektrische Stromdichte [A/m ²]
σ_ϕ	mittlere Phasenfehler [rad]
σ_f	mittlere Frequenzabweichung [Hz]
σ_r	mittlere Entfernungsfehler [m]
σ_v	mittlere Geschwindigkeitsfehler [m/s]
σ_y	Allan Deviation
τ_0	Messintervall [s]
θ_S	Winkel zwischen Flugrichtung und Ausbreitungsrichtung der Mikrowelle am Sender
ζ	Zenitdistanz der Sonne [rad]
A	Fläche [m ²]
A_{Scat}	Absorptionsquerschnitt [m ²]
B	magnetische Flussdichte [T=Vs/m ²]
b	Stoßparameter (kleinste Abstand des Strahls zum Massenzentrum)
B_L	Bandbreite die zur Messung der Leistung P_C eingestellt wird (Loop Bandwidth) [Hz]
c	Lichtgeschwindigkeit [m/s]
D	elektrische Verschiebungsstrom [As/m ²]

E	elektrische Feldstärke [V/m]
e	Elementarladung [As]
f	Frequenz [Hz=1/s]
f_E	Empfangsfrequenz [Hz]
f_S	Sendefrequenz [Hz]
G	Gravitationskonstante [$\frac{m^3}{kg \cdot s^2}$]
g	Beschleunigung [m/s^2]
G_E	Gradient in östlicher Richtung [m]
G_N	Gradient in nördlicher Richtung [m]
H	magnetische Feldstärke [A/m]
h_{Ant}	Antennenhöhe über dem Ellipsoid [km]
I	Strahlungsintensität [Ws/m^2]
k	Umsetzungsverhältnis im Transponder
k	Wellenzahl [1/m]
M	Masse des Zentralkörpers [kg]
M	Molekulargewicht [kg/mol]
m	Masse [kg]
m_{Hyd} m_{Wel} m_{Grad}	Mapping-Funktionen
M_i	Molare Masse vom Gas i [kg/mol]
N	Anzahl der Phasenmessungen
N	Brechzahl
n	Brechungsindex
n	Vielfache der Messzeit
N_0	Rauschleistungsdichte in der betrachteten Bandbreite (Noise Power Density) $\frac{W}{Hz}$
p	Druck (der gemessene Druck) [hPa]
p	Druck [$Pa = N/m^2$]
P_C	Tonträgerleistung [W]
P_C	Trägerleistung [W]
p_d	trockener Luftdruck [hPa]
p_e	Partialdruck des Wasserdampfes [hPa]
r	radialer Abstand zum Koordinatenursprung [m]
R^*	universelle Gaskonstante: $R^* = 8.31434[\frac{J}{molK}]$
R_\odot	Radius der Sonne [m]
R_i	spezielle Gaskonstante [$\frac{J}{kgK}$]
r_s	Schwarzschildradius [m]
S	Eikonal (räumliches Phasenverhalten einer Welle [m])

s	Weg [m]
S_e	Amplitude des Quantisierungsfehlers der Ortsbestimmung (LSB)
T	Integrationszeit [s]
T	Peridendauer [s]
T	Temperatur [K]
t	Zeit [s]
T_C	Temperatur [°C]
V	Volumen [m^3]
v	Geschwindigkeit [m/s]
v	Geschwindigkeit des Senders [m/s]
x	normierter gemessener Phasenwert
y	normierter gemessener Frequenzwert
$Z_{d,w}$	Kompressionsfaktor für trockene bzw. feuchte Luft

1 Einleitung

Die europäische Raumfahrtagentur ESA startet bzw. startete mit den Satelliten Rosetta, Mars Express und Venus Express erstmals Satelliten, die zu den Nachbarplaneten der Erde (Mars und Venus) und auch zu einem Kometen (67P/Churyumov-Gerasimenko) fliegen (Rosetta). In Zusammenarbeit mit dem Institut für Geophysik der Universität Köln und anderen nationalen und internationalen Forschungsinstituten ist das Institut für Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr München an diesen Missionen mit den Radio Science Experimenten RSI, MaRS und VeRa beteiligt. Im Falle der Venus Mission liegt die Gesamtleitung des Experimentes beim Institut für Raumfahrttechnik (Principal Investigator Prof. Dr. B. Häusler)

In einem Radio Science Experiment werden die Veränderungen der Mikrowellen-Trägerfrequenz der Nachrichtenstrecke durch Geschwindigkeitsänderungen des Satelliten oder durch die Änderung der optischen Eigenschaften der Übertragungsstrecke aufgenommen. Die Observablen des Mikrowellen-Experimentes sind Dopplerfrequenzversatz, Polarisation, Leistung bzw. Amplitude und die Phase. Aus diesen Observablen lassen sich das Gravitationsfeld, die Oberflächeneigenschaften und Atmosphären/Ionosphären-Höhenprofile von Planeten bestimmen. Eine Voraussetzung dafür ist, dass der Satellit im "Ein Weg Verfahren" oder im kohärenten "Zwei Wege Verfahren" stabile Signale generiert bzw. weiterleitet. Im Ein Weg Verfahren benötigt der Satellit einen hochstabilen Referenzoszillator (USO = Ultra Stabiler Quarz-Oszillator) und im Zwei Wege Verfahren entsprechend die mit einem H_2 -Maser ausgestattete Bodenstation. In den Missionen Rosetta und Venus Express wurde deshalb ein USO als Referenzfrequenzquelle integriert. Erstmals fliegt ein USO mit der Rosetta Mission zu einem Kometen und mit der Venus Express Mission zur Venus.

Die Zielsetzung dieser Arbeit besteht im Wesentlichen aus zwei Anteilen.

1. Die Bestimmung der höhenabhängigen Brechzahl aus dem Dopplerfrequenzresiduum während einer Planeten-Okkultation und die Berechnung des Strahlenweges zwischen Satellit und Bodenstation. (Eine Planeten-Okkultation entsteht, wenn die direkte geometrische Verbindungslinie zwischen Satellit und Bodenstation durch den Planeten verdeckt wird. Der Planet steht zwischen dem Satelliten und der Bodenstation.)
2. Die Messung der Beeinflussung des Signals durch elektronische Komponenten im Satelliten und in der Bodenstation im Ein-Wege- und Zwei-Wege-Verfahren sowie die Messung von Träger-Signaleigenschaften der Mikrowellenverbindung zwischen Satellit und Bodenstation.

Der Teil I dieser Arbeit beschreibt die wichtigsten Messgrößen des Radio Science Experimentes und gibt einen kurzen Überblick über die Forschungsziele des Experimentes in den Missionen Mars Express, Rosetta und Venus Express. In diesem Teil werden auch die theoretischen Grundlagen der Signalausbreitung von Mikrowellen in Medien mit ortsabhängigem Brechzahlprofil behandelt.

Das auf diesen Grundlagen basierende Ray-Tracing-Programm (RTP) zur Berechnung der Ausbreitung von Mikrowellenstrahlen in Planetenatmosphären beruht auf der Annahme sphärischer

Symmetrie des höhenabhängigen Brechungsindex in der Neutralgasatmosphäre und in der Ionosphäre.

Die Berechnung der Strahlwege und deren Längen im Ray-Tracing-Programm (RTP-Programm) für die S- und X-Band Trägerfrequenzen ermöglicht, die Beeinflussung der Trägerfrequenz und der Amplitude durch die Atmosphäre mittels des Dopplereffekts sowie auch die Dämpfung durch absorbierende Schichten anzugeben. Aus den Strahlenwegen wird die Richtungsabweichung des Mikrowellenstrahls am Satelliten von der geometrischen Verbindung Satellit-Bodenstation berechnet. Damit ist es möglich, das Profil der Richtungsänderung des Strahls während der Okkultation des Satelliten im Orbit voraus zu berechnen. Durch Ausrichtung der Hochgewinnantenne in diese Strahlrichtung, besteht die Möglichkeit, das Trägersignal in der Bodenstation während der gesamten Okkultationszeit zu messen.

Der zweite Teil dieser Arbeit stellt die Ergebnisse der Simulationsrechnung vor. Die Änderung des Dopplereffektes aufgrund der Planetenatmosphäre/Ionosphäre während einer Okkultation gegenüber dem Freiraum-Dopplereffekt kann durch drei Anteile (die getrennt berechnet werden) dargestellt werden. Beim Durchleuchten der Venusatmosphäre mit Mikrowellenstrahlen folgt aus der großen Brechzahländerung in Abhängigkeit von der Höhe zusätzlich eine Aufweitung des Strahls, wodurch in Abhängigkeit des Abstandes vom Satelliten hinter der Atmosphäre ein Verlust in der Signalstärke entsteht ("Defocusing loss"). Dieser von der Satellitenposition abhängige Verlust und der Verlust aufgrund der Absorption ergeben ein zeitabhängiges oder ortsabhängiges Verlust-Profil für den betrachteten Orbitabschnitt des Satelliten. Diese zusätzlichen Verluste der Signalleistung während einer Okkultation an einer Atmosphäre mit großem Brechzahlgradienten werden anhand eines Beispiels gezeigt.

Zur Überprüfung der im RTP-Programm generierten Dopplerwerte und zur Vorbereitung der späteren Datenanalyse entstand ein Programm, welches mit Hilfe der Abeltransformation den Brechzahlgradienten aus diesen Dopplerwerten bestimmt (IATP = "Inverse Abel Transformation Program"). Das IATP-Programm bietet die Möglichkeit, verschiedene Verfahren miteinander zu vergleichen und dadurch das Verfahren mit der größten Genauigkeit zu wählen. Probleme entstehen in der Inversionsrechnung, wenn verrauschte Daten in den Algorithmen differenziert werden. Daher ist es notwendig, verrauschte Daten durch eine Spline Interpolation zu glätten und die Parameter der Verfahren anzupassen. Die Ergebnisse der Inversionsrechnungen für die unterschiedlichen Verfahren weisen im Bereich der Ionosphäre für unverrauschte Dopplerdaten kaum Unterschiede auf.

Der dritte Teil der Arbeit beschreibt die entwickelten Messaufbauten zur Bestimmung von Signalparametern der Trägerfrequenz und der Referenzfrequenz sowohl in der Bodenstation als auch im Satelliten. Die zu messenden Größen lauten Frequenz, Frequenzstabilität (Allan Varianz), Einseitenband-Phasenrauschen, Spurious Frequenzen und Gruppenlaufzeit für S- und X-Band Signale. Zur Bestimmung von störenden Einflüssen der Sende- Empfangseinheiten auf das Radio Science Experiment wurden während des Satellitenbaus von Rosetta und Mars Express Messungen an den Komponenten der Sende- Empfangseinheit und dem Transponder durchgeführt. Ein Vergleich der Messergebnisse mit der Linkbilanz liefert Aussagen über die Systemrauschtemperatur im Satellitenempfänger und damit auch über die Genauigkeit der Messungen im Radio Science Experiment.

Teil I

Radio Science

2 Allgemeine Beschreibung der Radio Science Experimente

Die in der interplanetaren Raumfahrt hier beschriebenen Radio Science Experimente erlauben es, aus den geringen Änderungen der Frequenz, der Phase, der Amplitude, der Form des Fourierpektrums und der Polarisationsrichtung des Mikrowellen Trägersignals der Raumsonde im S- und X-Band wissenschaftliche Aussagen über Planetenatmosphären, Planetenionosphären, Gravitationspotenziale (innerer Aufbau der Körper) und Oberflächeneigenschaften planetarer Körper (Material und Struktur), Staub- und Plasmaumgebung eines Kometen, koronale Plasmadichten und Magnetfelder zu ermitteln.

Eine Aufteilung des Radio Science Experimentes anhand der zu untersuchenden physikalischen Größen ergibt die im Folgenden aufgelisteten Telexperimente:

- Das Okkultationsexperiment liefert höhenabhängige Profile von Planetenatmosphären und Ionosphären, sowie Aussagen über die Gas und Staubumgebung von Kometen.
Gemessen wird:
 - die Dopplerfrequenzverschiebung und
 - die Signalamplitude.
- Im Gravitationsexperiment wird das Schwerefeld des umkreisten Himmelskörpers ermittelt.
Gemessen wird:
 - die Dopplerfrequenzverschiebung.
- Das Bistatische Radar Experiment an planetaren Objekten liefert Aussagen über die Rauigkeit und die Zusammensetzung der Oberfläche.
Gemessen wird:
 - die Dopplerfrequenzverschiebung,
 - das Frequenzspektrum und
 - die Polarisation.
- Das Solar Corona Experiment liefert Aussagen über die Struktur der Korona und dem koronalen Magnetfeld.
Gemessen wird:
 - die Dopplerfrequenzverschiebung,
 - die Laufzeit und
 - die Polarisationsdrehung.
- Effekte der allgemeinen Relativitätstheorie im Sonnensystem wirken sich aus auf
 - die Dopplerfrequenzverschiebung und
 - die Laufzeit.

Da die Frequenzänderung gleichzeitig durch mehrere Effekte hervorgerufen wird, ist es notwendig die Beiträge der einzelnen Effekte zu bestimmen und nur den Residuanteil zur Berechnung der jeweiligen physikalischen Größe (z. B. den höhenabhängigen Brechzahlverlauf eines Planeten) zu verwenden.

Die folgenden Kapitel beschreiben die Radio-Science-Experimente. Da diese Arbeit im wesentlichen das Okkultationsexperiment behandelt, werden die anderen Teilexperimente nur kurz betrachtet.

2.1 Planetare Okkultation

Bei der Untersuchung von planetaren Atmosphären aus dem Weltraum bedient man sich der Okkultationstechnik. Deren Prinzip ist in Abb. 2.1 skizziert.

Die Geometrie zwischen Bodenstation und Satellit in Abbildung 2.1 zeigt eine planetare Okkultation. Jeder Mikrowellenstrahl durchläuft auf seinem Weg zur Bodenstation die planetare Atmosphäre und bewegt sich in der niedrigsten Strahlhöhe über Grund tangential zur Planetenoberfläche. Die Signalbeeinflussung durch das Medium (Atmosphäre) ist an die Satellitenbewegung gekoppelt und erzeugt einen zeitabhängigen Datensatz der dem Höhenprofil der Brechzahl entspricht.

Zur Trennung der Frequenzänderung der Trägerwelle durch die Planetenatmosphäre von denen der Erdatmosphäre als Funktion der Zeit und der Richtung des Strahls, sind die Effekte der Erdatmosphäre/Ionosphäre durch Modelle und Bodenstationsmesswerte wie Temperatur, Druck und Luftfeuchtigkeit zu ermitteln.

Aus dem vertikalen Höhenprofil der Brechzahl kann ein vertikales Höhenprofil der Temperatur, des Druckes und der Dichte gewonnen werden. Zusätzlich liefern die Absorptionsprofile und Ionisationsprofile mit Zusatzinformationen Aussagen über die chemische Zusammensetzung der Atmosphäre (siehe auch Kapitel 6.2.2 und Abbildung 6.1).

Die Drehung der Polarisationssebene der Welle während der Durchleuchtung ermöglicht, Aussagen über die Stärke eines planetaren Magnetfeldes oder allgemeine Aussagen über ein Magnetfeld im Plasma auf dem Übertragungsweg zu bekommen.

Die ersten Okkultationsmessungen an einem Planeten wurden 1965 mit der Mariner 4 Raumsonde am Mars durchgeführt. Die im sogenannten Ein-Frequenz-Verfahren aufgenommenen Daten lieferten Aussagen über die Dichte und die Skalenhöhe der Neutralgasatmosphäre des Planeten ([FE65]). 1967 wurden vom Satelliten Mariner 5 die ersten Okkultationsmessungen an der Venus durchgeführt ([FKE71]). Weitere Mariner Missionen untersuchten die Venus und den Merkur. Die äußeren Planeten und deren Monde untersuchten spätere Satellitenmissionen mit Hilfe von Okkultationsmessungen entsprechend dem folgenden zeitlichen Ablauf.

- 1973 Jupitermond Io (Pioneer 10) ([KFS⁺75])
- 1980 Saturnringe und Saturnmond Titan (Voyager 1) ([LWH⁺83])
- 1985 Saturn (Voyager 2) ([LSE85])
- 1987 Uranus (Voyager 2) ([LLS⁺87])
- 1989 Neptun und Mond Triton (Voyager 2) ([TNA⁺89], [LLS⁺90], [Lin92])

Die Erforschung der Erdatmosphäre mit Hilfe der Okkultationstechnik begann in den sechziger Jahren ([FGM⁺69], [LGM⁺69]). In dieser Zeit wurde das Navy Navigational Satellite System (NNSS) TRANSIT der USA aufgebaut, welches aus sieben nahezu polumlaufernden Satelliten in einer Orbithöhe von 1100 km bestand und auch zur Untersuchung der Ionosphäre genutzt wurde ([LKLP84], [Feh96] siehe auch [KL84]). Die weitere Erforschung der Erdatmosphäre wird durch die amerikanischen GPS- und die russischen GLONASS-Satelliten mitbestimmt. Aus den Okkultationsmessungen mit den GPS- und GLONASS-Satelliten lassen sich atmosphärische

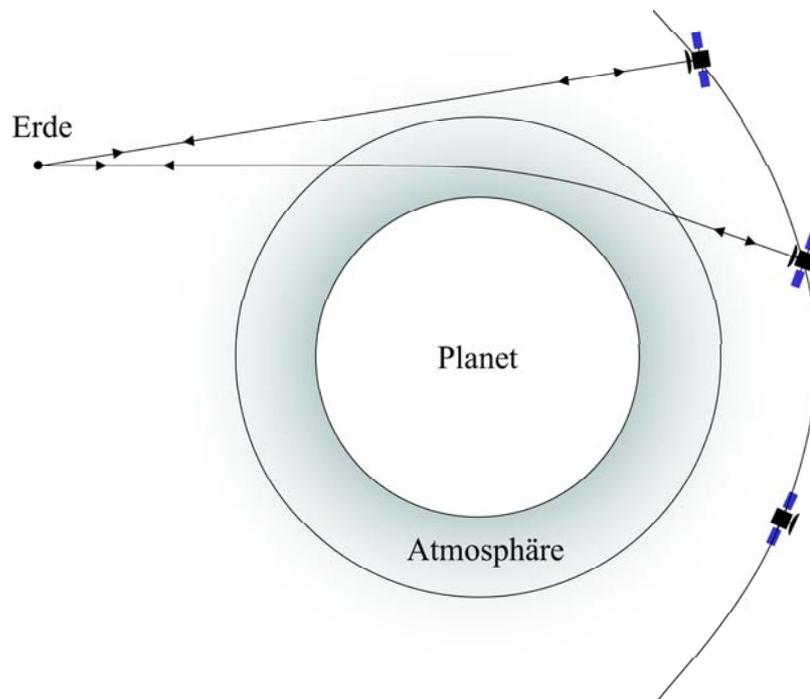


Abbildung 2.1: Geometrische Konfiguration für Okkultationsmessungen im interplanetaren Raum

Die Abbildung zeigt die Übertragungstrecke für ein Mikrowellensignal zwischen Satellit und Bodenstation. Der obere Strahlverlauf zum Zeitpunkt t_1 ist unbeeinflusst und gerade. Zum Zeitpunkt t_2 befindet sich der Satellit in der Okkultation und der Strahlenweg wird durch den höhenabhängigen Brechungsindex der Planetenatmosphäre/Ionosphäre gekrümmt (untere Strahlenweg).

Profile zur Bestimmung von Temperatur, Druck und Wasserdampfgehalt ([WMF⁺96]) und ionosphärische Höhenprofile des Elektronengehalts (z.B. [HRKR94], ([HJ98])) ableiten. Der erste LEO-Satellit, welcher Okkultationen mit GPS-Satelliten zur Erforschung der Erdatmosphäre nutzte, war MicroLab-1 (1995)([WMF⁺96]). Ziel dieser Bestrebungen ist es, ein globales Netz von LEO-Satelliten aufzubauen, wodurch ein täglicher weltweiter Datensatz über die fundamentalen Werte der Atmosphäre und Ionosphäre zur Auswertung und zum Einbinden in die Wettervorhersage zur Verfügung steht. Einen guten Überblick über die "Radio Occultation" Historie findet man z. B. in [AT02]und[Ste98].

2.2 Schwerefeldbestimmung (Gravitationspotenzial)

Die Bestimmung des Gravitationspotenzials eines Planeten oder Kometen durch einen Satelliten erfordert, dass die Änderungen der Satellitenbahn und -geschwindigkeit die in der Phase und der Frequenz des Signals abgebildet werden, genau bestimmt werden. Aus der Rekonstruktion des Satellitenorbits anhand der Frequenz- und Phasenmesswerte und dem Vergleich mit

der angenommenen Flugbahn um einen Planeten mit homogener oder inhomogener Massenverteilung können ortsabhängige Gravitationsfeldschwankungen bestimmt werden. Eine mathematische Beschreibung der Gravitationsfeldschwankungen liefern die Kugelflächenfunktionen ([Sch99]). Nun kann aus den lokalen Abweichungen des Gravitationspotentials von dem der Kugel im Vergleich mit den bekannten Oberflächenstrukturen auf eine Massenverteilung innerhalb des Planeten oder Kometen geschlossen werden ([BBV97]). Die Behandlung des Einflusses einzelner Schwerefeldterme sind z. B. in [Su00] zu finden.

2.3 Bistatisches Radar Experiment

Beim bistatischen Radarexperiment an Himmelskörpern wird die Sendeantenne des Satelliten auf einen zu betrachtenden Bereich (Region auf der Planetenoberfläche oder anderer Himmelskörper) gerichtet und das reflektierte Signal in der Bodenstation auf der Erde empfangen. Diese Konfiguration mit örtlich getrennter Sende- und Empfangseinheit wird als Bistatisches Radar bezeichnet (siehe z.B. [Sim93], [Yak02] u. [Fje64]). Ein typisches Empfangssignal und die dazugehörige Konstellation Satellit, Planet und Erdrichtung ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

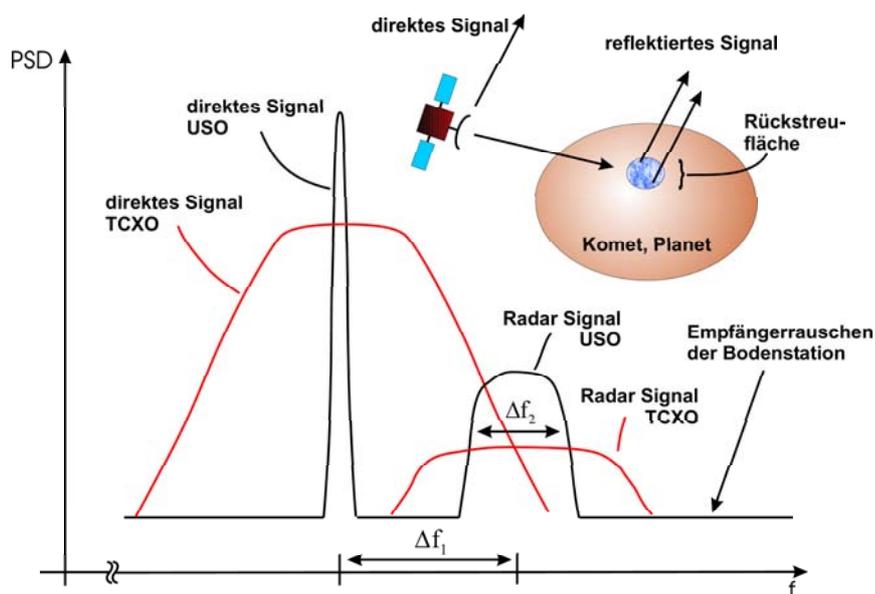


Abbildung 2.2: Bistatisches Radar Experiment

PSD = Spektrale Leistungsdichte [W/Hz], f = Frequenz [Hz]

Das in der Bodenstation empfangene Signal besteht im wesentlichen aus zwei voneinander auf dem Übertragungsweg getrennten Trägerfrequenzen. Der Frequenzversatz Δf_1 zwischen dem direkten Signal und dem reflektierten Signal, siehe Abbildung 2.2, entsteht durch folgende Anteile:

- Unterschiedlicher radialer Doppleranteil aufgrund der Bewegung des Satelliten in Richtung des Strahlenweges vom Radarsignal und vom direkten Signal

- Radialer Doppleranteil aufgrund der Drehbewegung der Rückstreuläche in Richtung des Radarsignales
- Doppleranteil durch Wegänderungen des Radarsignals in der Atmosphäre während einer Messung.

Bei bekannter Satellitenbahn, kann folglich, aus dem Frequenzabstand zwischen direktem Signal und reflektiertem Radarsignal eine Aussage über die Drehbewegung eines Kometen gewonnen werden. Aus der Form, der Amplitude, der Polarisation und den unterschiedlichen Eigenschaften im X- und S-Band lassen sich Aussagen über die Materialeigenschaften im ausgeleuchteten Gebiet machen. Die Aufweitung des reflektierten Signals Δf_2 entsteht durch die Überlagerung der Dopplereffekte in den inkrementell kleinen Teilgebieten der Ausleuchtzone. Diese kleinen Gebiete, die unterschiedliche Abstände zur Rotationsachse haben, bewegen sich aufgrund der Rotationsbewegung des Planeten oder Kometen in den kleinen Teilgebieten mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten in Richtung des einfallenden und reflektierten Strahls, wodurch ein Teil der Aufweitung auf Δf_2 des einer δ -Funktion gleichenden einfallenden Signales entsteht. Bei bekannter Drehbewegung des Planeten kann dieser Effekt korrigiert werden und aus dem Residuum erhält man eine Aussage über die Rauigkeit der Oberfläche des ausgeleuchteten Gebietes. Aus der Polarisation des reflektierten Signals erhält man eine Aussage über Dielektrizitätskonstante der Oberfläche.

Da kein externes Referenzsignal aus dem Uplink zur Verfügung steht, ist bei der Planung eines solchen Experiments darauf zu achten, dass zur Generierung eines stabilen Mikrowellensignals nur die Oszillatorfrequenz des Satelliten zur Verfügung steht. Schwankungen des Referenzoszillators können in der Bodenstation aus dem direkt gesendeten Signalanteil ermittelt werden. Aufgrund der Korrelation zwischen direktem und reflektiertem Strahl können die aufgenommenen Frequenzschwankungen die durch die Referenzquelle entstehen korrigiert werden.

3 Die Radio Science Experimente der interplanetaren ESA-Missionen

Die Radio Science Experimente sind den Besonderheiten des jeweiligen zu erforschenden Planeten oder Kometen angepasst. Im folgenden werden die wissenschaftlichen Ziele des Radio Science Experiments, an denen das Institut für Raumfahrttechnik der Universität der Bundeswehr in München beteiligt ist, aufgezeigt.

3.1 Die ESA Mission Rosetta

Das Ziel der Rosetta Mission ist die Erforschung eines Kometen, wobei der 67P/Churyumov Gerasimenko ausgewählt wurde. Von 67P sind die folgenden Daten bekannt: 67P wurde 1969 entdeckt, hat einen Durchmesser von 3-5 km und dreht sich ca. einmal in 12 Stunden. Das Perizentrum liegt in einer Entfernung von 1,29 AU und das Apozentrum bei 5,74 AU. Der Umlauf dauert 6,47 Jahre bei einer Inklination von $7,12^\circ$ zur Ekliptik.

Aus den Messungen im S- und X-Band im Ein- und Zwei-Weg-Verfahren des RSI-Experimentes sollen die folgenden physikalischen Größen des Kometen 67P/Churyumov-Gerasimenko bestimmt werden.

- Gravitationsfeld des Kometen (Gravitationskoeffizienten bis zur Ordnung 2)
- Kometenmasse und Dichte
- Drehraten des Kometen
- Größe und Form des Kometen (aus Okkultationsmessungen) zur Unterstützung von Kameraaufnahmen
- Dielektrizitätskonstante und Rauigkeit der Oberfläche (Bistatisches Radar)
- mm und dm Partikel Verteilung in der Kometenkoma (aus Okkultationsmessungen)
- Plasmadichte um den Kometen (aus Okkultationsmessungen)
- Gas- und Staubfluss (aus nichtgravitativen Beschleunigungen von Rosetta).

Des weiteren soll die Sonnenkorona in der langen Flugphase durchleuchtet werden.

- Dynamik und Struktur der Sonnenkorona
- Elektroneninhalt der Korona (TEC)
- Suche nach Massenauswürfen in der Korona (sog. CME's - coronal mass ejection)

Die Anforderungen der Radio Science Experimente an die Signalqualität und die Stabilität der Messgeräte sowie Sende- und Empfangseinheiten dieser Mission zeigt Tabelle 3.1.

Experiment	Physikalische Grösse	Messgrösse	Genauigkeit	Störgrößen
Schwerefeld	Gravitationsanomalien	Dopplerdaten (1s Integrationszeit)	0,3 mm/s	Ausgasung des Kometen (unbekannte nicht-gravitativ Störgrösse)
Okkultation	Brechungsindex	Dopplerdaten oder Ranging-Daten	erfordert eine Genauigkeit von $< 0,02$ rad oder 1° oder < 2 mHz oder ADEV besser als 10^{-12} (1s Integrationszeit)	Neutralgasatmosphäre und Ionosphäre der Erde
	Magnetfeld	Polarisationswinkel	besser als $0,1^\circ$	Erdmagnetfeld
Bistatisches Radar	Dielektrizitätskonstante	Brewsterwinkel Frequenz und Form des Radar-Signals	Frequenzauflösung $0,01$ Hz Polarisationswinkel $0,1^\circ$	Dämpfung und Frequenzänderung durch die Atmosphäre

Tabelle 3.1: Beschreibung der geforderten Genauigkeit im Radio Science Experiment der ESA-Mission Rosetta

3.2 Die ESA Mission Mars Express

Die Mars Mission der ESA Mars Express führt neben zahlreichen anderen Experimenten vom Orbiter das Radio Science Experiment MaRS durch. Der gewählte elliptische Orbit hat folgende Kenndaten: Perizentrumshöhe von ca. 260 km, Apozentrumshöhe ca. 11560 km, Umlaufzeit ca. 7,5 h und Inklination von $86,3^\circ$. Der Name Mars Express enthält den Bezug zu den Rahmenbedingungen dieser Mission, da ein enormer Kosten- und Zeitdruck die Komplexität und Größe des Satelliten einschränkte. Dieses hatte auch Einfluss auf die Auslegung des Radio Science Experiments. Aus Gründen der Gewichtsersparnis wurde auf einen USO im Satelliten verzichtet und damit die Sondierung der Neutralgasatmosphäre im Ein-Weg-Verfahren ausgeschlossen und dadurch auch die Genauigkeit vom bistatischen Radar beeinträchtigt. Trotz dieser Einschränkungen können die folgenden physikalischen Größen ermittelt werden.

- Bestimmung von Höhenprofilen der Dichte, Temperatur und Druck der Neutralgas-Atmosphäre als Funktion der Zeit und der Jahreszeiten
- Bestimmung von Höhenprofilen der Elektronendichte der Ionosphäre
- Dielektrizitätskonstante der Oberfläche (Bistatisches Radar)
- Gravitationskoeffizienten

Messungen an der Sonnenkorona

- Elektroneninhalt der Korona
- Suche nach Massenauswürfen in der Korona
- Beschleunigung des Sonnenwindes und Turbulenzen

3.3 Die ESA Mission Venus Express

Die Venus Mission Venus Express (VEX) ist ein direkter Nachfolger der Mars Express Mission und verwendet den gleichen Satelliten-Bus, wodurch zusätzlich Kosten reduziert und die Mission mit einem sehr geringen Gesamtaufwand realisiert werden kann. Das Radio Science Experiment VeRa ist jetzt jedoch wie bei der Rosetta Mission mit einem USO für die Einweg-Messungen ausgerüstet. Dies ermöglicht erstmalig die Sondierung der extrem dichten Neutralgasatmosphäre im Ein-Weg-Verfahren mit einer hochstabilen Trägerfrequenz. An der Planetenoberfläche herrscht ein Druck von über 90 bar. Weiterhin erzeugt der Treibhauseffekt an der Venus Oberfläche Temperaturen von fast 500°C. Der damit verbundene große Gradient der Brechzahl lässt Okkultations-Messungen nur bis in eine Höhe von ca. 33 km über Grund zu. Signale, die diese Höhe durchleuchten, können nur empfangen werden, wenn eine große Sendeleistung und eine entsprechend große Sendeantenne die in der Atmosphäre auftretenden Verluste kompensiert. Die wissenschaftlichen Ziele der VEX-Mission sind:

- Bestimmung von Höhenprofilen der Elektronendichte der Ionosphäre
- Bestimmung von Höhenprofilen der Dichte, Temperatur und Druck der Neutralgas-Atmosphäre als Funktion der Zeit und der Jahreszeiten
- Dielektrizitätskonstante und Rauigkeit der Oberfläche (Bistatisches Radar)
- Analyse von Gravitationsanomalien
- Untersuchung der Struktur des Sonnenwindes.

Teil II

Grundlagen zur Berechnung der Wellenausbreitung

4 Physikalische Grundlagen

Die Berechnung der Beeinflussung der elektromagnetischen Welle auf dem Übertragungsweg im interplanetaren Raum durch das Gravitationspotenzial der Sonne (siehe Anhang B.1), den Plasmen in den Planetenionosphären und den Neutralgasgemischen der Atmosphären erfordert die Kenntnis der Brechzahl auf dem Verbindungsweg zwischen Sende- Empfangseinheit im Satelliten und in der Bodenstation. Die folgenden Kapitel beschreiben diese Wechselwirkung.

4.1 Die Observablen

Für ein Radio Science Experiment ist die gesamte wissenschaftliche Information im Hochfrequenz-Trägersignal enthalten. Zur Bestimmung des Trägersignals sind die folgenden Observablen zu messen:

- die Frequenz
- die Phase
- die Amplitude
- die Polarisierung
- das Spektrum

Die wichtigste Observable im Radio Science Experiment ist dabei die Frequenz bzw. die Frequenzänderung. Sie wird zur Bestimmung von Höhenprofilen in den Okkultationsmessungen und zur Bestimmung von Gravitationsanomalien benötigt. Aus der Amplitudenänderung können z. B. Absorptions-Höhenprofile in den Okkultationsmessungen bestimmten Molekül- oder Atomkonzentrationen mit Absorptionseigenschaften zugeordnet oder Reflexionseigenschaften des ausgeleuchteten Oberflächen Bereichs im bistatischen Radarexperiment ermittelt werden. Die Polarisationsänderung ermöglicht eine Aussage über die Dielektrizitätskonstante der Oberfläche im ausgeleuchteten Bereich beim bistatischen Radarexperiment oder eine Aussage über die Magnetfeldstärke in einem durchleuchteten Plasma z.B. während einer CME.

Von den Observablen wird die Messung der mittleren Empfangsfrequenz im Zeitintervall Δt und die Messung der Phase (Ranging) durch Effekte der Relativitätstheorie beeinflusst. Die in der Bodenstation gemessenen Frequenzwerte und Phasenwerte müssen deshalb relativistisch korrigiert werden. Die folgenden Kapitel gehen deshalb auch kurz auf den Einfluss der Relativitätstheorie auf das Mikrowellensignal ein und geben eine Abschätzung der Beeinflussung an (siehe auch Anhang D). Eine Beschreibung der Koordinatensysteme und Zeitsysteme ist z. B. im Dokument [HEH⁺03] oder in [Sch00] enthalten.

4.2 Wellentheorie

Die Maxwell-Gleichungen bilden die Grundlage zur Berechnung der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen im Vakuum und in Materie. Sie verknüpfen den Ort und die Zeit mit den elektrischen und magnetischen Feldgrößen. Aus den Maxwell-Gleichungen folgt für die Ausbreitung des elektrischen und magnetischen Feldes einer elektromagnetischen Welle in einem Medium eine Lösung entsprechend dem Realteil von Gleichung 4.1.

$$A(r, t) = \text{Realteil} \left\{ \underline{A}_0 e^{i(\omega t - \beta r + i\alpha r)} \right\} = \text{Realteil} \left\{ \underline{A}_0 e^{i(\omega t - k r)} \right\} \quad (4.1)$$

(mit \underline{A}_0 = komplexe Amplitude, k = komplexe Wellenzahl, α = Dämpfung der Welle, β = Phasenkonstante und ω = Kreisfrequenz, r = radialer Abstand zum Koordinatenursprung. r und k können auch als Vektoren eingesetzt werden.)

Hieraus folgt für die komplexe Wellenzahl k_c

$$k_c = \beta - i\alpha \quad (4.2)$$

Für den Realteil k_r von k_c folgt

$$k_r = k = \beta \quad (4.3)$$

Für die im Radio Science Experiment durchleuchteten Gase und Plasmen kann die Änderung der Freiraumpermeabilität ($\mu = \mu_0 \mu_r$) durch das Gas gleich Null gesetzt werden ($\mu_r = 1$). Als einzige Größe, die im Experiment zu bestimmen ist, bleibt die Dielektrizitätszahl

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r = \varepsilon' - i\varepsilon'' \quad (4.4)$$

Für den Brechungsindex

$$n_c = \sqrt{\varepsilon_r \mu_r} \stackrel{\text{hier}}{=} \sqrt{\varepsilon_r} \quad (4.5)$$

folgt

$$n_c = n_r - in_i = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{\frac{\varepsilon' - i\varepsilon''}{\varepsilon_0}} \quad (4.6)$$

Die komplexe Wellenzahl lautet nun

$$k_c = k_0 n_c = k_0 n_r - ik_0 n_i \quad (4.7)$$

Nun folgt für k_c α und β

$$k_c = k_0 \sqrt{\frac{\varepsilon'}{\varepsilon_0}} \left[\left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} - i \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\varepsilon''}{\varepsilon'}\right)^2} - 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \quad (4.8)$$

$$\alpha = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon'} \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^2} + 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.9)$$

$$\beta = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon'} \left(\frac{\sqrt{1 + \left(\frac{\epsilon''}{\epsilon'}\right)^2} - 1}{2} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (4.10)$$

$$(4.11)$$

Diese Gleichungen zeigen, dass der Brechungsindex sowohl von der Phasenkonstante als auch von der Absorption beeinflusst wird ([AT02]). Somit kann aus der Absorption und der Phasenkonstante einer Mikrowelle in einem Gas dessen Dielektrizitätskonstante bestimmt werden.

Im folgenden wird die Herleitung der Eikonal und Strahlendifferenzialgleichung gezeigt, die die Grundlage für das RTP-Programm darstellen.

4.2.1 Der Zusammenhang zwischen Wellenphase und Brechungsindex (Die Eikonalgleichung)

Aus den Maxwell Gleichungen erhält man im homogenen Medium und in guter Näherung für ein schwach inhomogenes Medium die Wellengleichung mit der komplexen Amplitude \underline{A} in der folgenden Form ([Hei85]).

$$\Delta \underline{A} + k^2 n_c^2 \underline{A} = 0 \quad \text{mit} \quad k = k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0} = \frac{\omega}{c} \quad (4.12)$$

Das elektrische und magnetische Feld folgt aus dem Realteil von $[\underline{A}(x, y, z) e^{i\omega t}]$

Ist der Brechungsindex $n_c = \text{const.}$, folgt als einfache Lösung für \underline{A}

$$\underline{A} = \underline{A}_0 e^{-ikn_c z(x,y,z)} \quad \text{und} \quad \underline{A}_0 = \text{const.} \quad (4.13)$$

Die Ausbreitung der Welle ist hier die positive z-Richtung und die Flächen konstanter Phasen sind Ebenen mit $z = \text{const.}$

Im Fall $n=n(x,y,z)$ folgt für die komplexe Amplitude

$$\underline{A} = A_0 e^{-ikS(x,y,z)} \quad (4.14)$$

mit reellem $A_0(x, y, z)$ und einer Phasenfunktion $S(x,y,z)$. Die Flächen konstanter Phase $S(x,y,z)$ werden also im allgemeinen krumme Flächen sein. Mit diesem Ansatz folgt für die Wellengleichung mit

$$\begin{aligned} \nabla \underline{A} &= (\nabla A_0) e^{-ikS} + A_0 \nabla e^{-ikS} = (\nabla A_0) e^{-ikS} + A_0 (-ik) \nabla S e^{-ikS} \\ &= (\nabla A_0 - ikA_0 \nabla S) e^{-ikS} \end{aligned} \quad (4.15)$$

und damit

$$\begin{aligned}
\Delta \underline{A} &= \nabla(\nabla \underline{A}) \\
&= \nabla(\nabla A_0 - ikA_0 \nabla S) e^{-ikS} + (\nabla e^{-ikS})(\nabla A_0 - ikA_0 \nabla S) \\
&= [\Delta A_0 - ik(\nabla A_0 \nabla S + A_0 \Delta S)] e^{-ikS} + (\nabla A_0 - ikA_0 \nabla S)(-ik) \nabla S e^{-ikS}
\end{aligned} \tag{4.16}$$

Für sehr hohe Frequenzen, bzw. $\lambda \rightarrow 0$ oder $k = 2\pi/\lambda \rightarrow \infty$ bestimmen die quadratischen Glieder das Verhalten von $\Delta \underline{A}$. Vernachlässigt man die von k unabhängigen und linearen Glieder (d. h. von k unabhängige Terme und lineare Terme sind ll als Terme die mit k^2 multipliziert werden), folgt

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (\Delta \underline{A}) = \underbrace{-k^2 A_0 (\nabla S)^2 e^{-ikS}}_{4.16} = \underbrace{-k^2 n_c^2 A_0 e^{-ikS}}_{4.12+4.14} \tag{4.17}$$

Daraus folgt die Eikonalgleichung

$$(\text{grad } S)^2 = n_c^2 = n^2 \tag{4.18}$$

Die Phasenfunktion $S(x,y,z)$ heißt Eikonal (Bildfunktion). $S(x,y,z)$ gibt an, wie sich die Phase der Welle ändert, wenn man in beliebiger Richtung fortschreitet. Die Eikonalgleichung liefert nur eine Aussage über die Größe von $\text{grad } S$, jedoch noch keine Aussage über die Richtung von $\text{grad } S$.

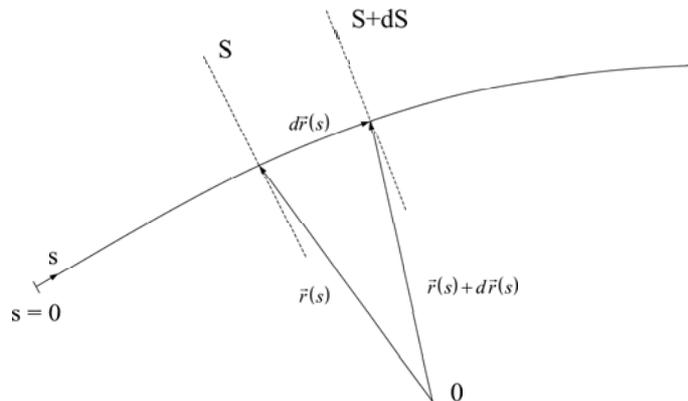


Abbildung 4.1: Der gebogene Strahlenweg in einem Medium (S bezeichnet eine Phasenfront)

Die Abbildung 4.1 zeigt den Verlauf eines Strahls mit den zugehörigen Phasenfronten S an den Orten $\vec{r}(s)$ und $d\vec{r}(s)+\vec{r}(s)$ in einem Medium mit ortsabhängigem Brechungsindex.

4.2.2 Die Strahlendifferenzialgleichung

Aus dem Zusammenhang zwischen Phasenverhalten und Brechungsindex (der Eikonalgleichung) kann die Strahlendifferenzialgleichung, d.h. der Zusammenhang zwischen dem Strahlenweg und dem Brechungsindex, bestimmt werden.

Da die Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle immer in Normalenrichtung zu den Flächen konstanter Phasen verläuft, und Änderungen dieser Flächen durch den Gradienten beschrieben werden, welcher in Normalenrichtung zeigt, kann der Tangenteneinheitsvektor \vec{t} des Strahlenweges, der ebenfalls in Normalenrichtung der Flächen konstanter Phasen zeigt, mit der Eikonalgleichung ausgedrückt werden (der Betrag von $\frac{\text{grad} S}{n} = 1$).

$$\vec{t} = \frac{\text{grad } S}{n} \quad (4.19)$$

Aus Abbildung 4.1 folgt für den Tangenteneinheitsvektor

$$\vec{t} = \frac{d\vec{r}(s)}{ds} \quad (4.20)$$

durch Einsetzen folgt

$$n \frac{d\vec{r}(s)}{ds} = \text{grad } S \quad (4.21)$$

Hieraus erhält man die Differenzialgleichung für den Lichtweg nach einer weiteren Differenziation und anschließendem Einsetzen der Eikonalgleichung.

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) &= \frac{d(\nabla S)}{ds} \\ &= \frac{d\vec{r}}{ds} \nabla(\nabla S) \\ &= \frac{\nabla S}{n} \nabla(\nabla S) \\ &= \frac{1}{n} \nabla S \nabla(\nabla S) \end{aligned} \quad (4.22)$$

Mit der Beziehung

$$\nabla(\nabla S)^2 = 2(\nabla S) \nabla(\nabla S) \quad (4.23)$$

folgt die Strahlendifferenzialgleichung (siehe z. B. [BW75])

$$\begin{aligned} \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) &= \frac{1}{2n} \text{grad} (\text{grad } S)^2 \\ &= \frac{1}{2n} \text{grad } n^2 \\ \frac{d}{ds} \left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right) &= \text{grad } n \end{aligned} \quad (4.24)$$

In der Abbildung 4.2 werden 2 differenziell weit auseinander liegende Punkte P_1 und P_2 mit den Tangentialvektoren $\left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right)_1 = (n\vec{t}_1)$ und $\left(n \frac{d\vec{r}}{ds} \right)_2 = (n\vec{t}_2)$ betrachtet. Die Differenz dieser Tangenten $d(n\vec{t})$ zeigt in Richtung der Änderung des Brechungsindex bzw. in Richtung des Gradienten von n , entspricht also der Änderung der Ausbreitungsrichtung.

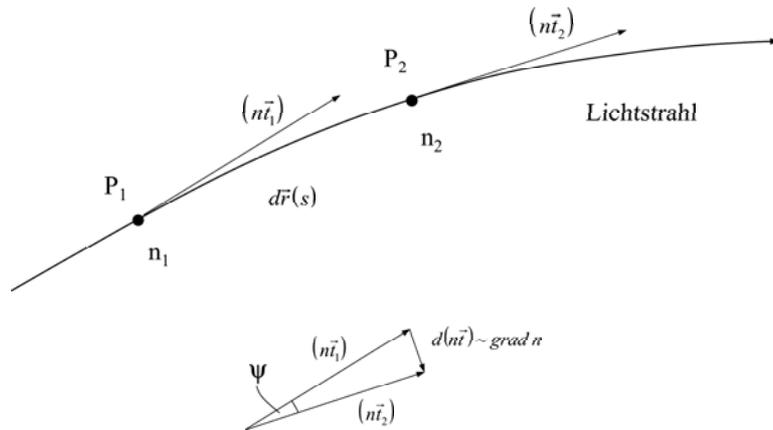


Abbildung 4.2: Deutung der Strahlendifferenzialgleichung

Betrachten wir den speziellen Fall, der durch die Geometrie eines Planeten mit seiner Atmosphäre und Ionosphäre gegeben ist, und verfolgen den Weg eines Strahls, der sich in y -Richtung ausbreitet, durch den ortsabhängigen Brechungsindex in der x - y -Ebene. Der resultierende Winkel, den der Strahl auf seinem Weg von der ursprünglichen Richtung abweicht, folgt aus der Strahlendifferenzialgleichung nach Integration über ds in Richtung \vec{e}_x (siehe auch Abb. 4.3 sowie [Hak99])

$$\int_{-\infty}^{\infty} d \left[n(r) \frac{d\vec{r}(s)}{ds} \right] \vec{e}_x = \int_{-\infty}^{\infty} \nabla n(r) ds \vec{e}_x \quad (4.25)$$

Da der Einfluss der Planetenatmosphäre im Unendlichen zu vernachlässigen ist $n(\infty) = 1$, folgt für die linke Seite der Gleichung 4.25 (siehe auch Abbildung 4.3)

$$\left(\frac{d\vec{r}(s)}{ds} \Big|_{\infty} - \frac{d\vec{r}(s)}{ds} \Big|_{-\infty} \right) \vec{e}_x \equiv 2\Psi \quad (4.26)$$

Der Zusammenhang aus Gleichung 4.26 kann für kleine Winkel mit der Abbildung 4.3 wie folgt interpretiert werden: Liegt der beobachtete Strahl in der x - y -Ebene und breitet sich bis auf kleine Abweichungen in y -Richtung aus, so folgt für den Winkel 2Ψ (im Unendlichen mit dem Brechungsindex $n=1$), welcher die Richtungsabweichung des Strahls (die Richtungsänderung ist im Unendlichen null, da $n = 1 = \text{konst.}$) von der Y -Achse beschreibt

$$\Psi = \frac{d\vec{r}(s) \vec{e}_x}{ds} = \frac{\Delta\vec{r}(s) \vec{e}_x}{\Delta s}. \quad (4.27)$$

Unter der Annahme eines sich nur in radialer Richtung ändernden Brechungsindex folgt für die rechte Seite der Gleichung 4.25 (wenn nur der Brechungsindex in Ausbreitungsrichtung der

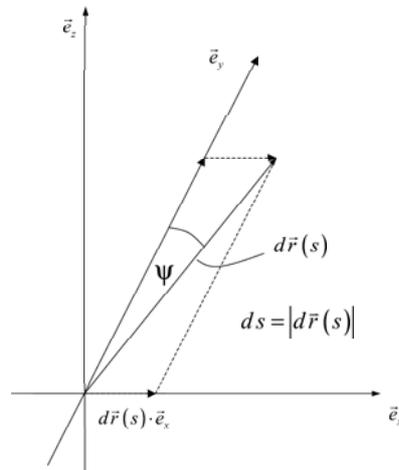


Abbildung 4.3: Differenzielle Geometrie

Der in der Abbildung gezeigte Winkel ψ beschreibt die Strahlablenkung des Strahls mit der Richtung $d\vec{r}(s)$ von der positiven y -Richtung. Die Summation der Strahlablenkung bei $+\infty$ und $-\infty$ ergibt den Winkel 2ψ

Welle ansonsten aber keine örtlichen Schwankungen der Atmosphäre/Ionosphäre senkrecht zur Ausbreitungsrichtung berücksichtigt werden)

$$\nabla n(r) = \frac{d}{dr} n(r)$$

$$2\Psi = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{d}{dr} n(r) ds \vec{e}_x \quad (4.28)$$

Für die hier angenommene Geometrie wird aus dem Gradienten durch die Multiplikation mit dem Einheitsvektor in x -Richtung ein $\frac{d}{dx}$ und dem ds eine Integration über dy [Fje64]

$$2\Psi = \frac{d}{dx} \int_{\text{Durch das Medium}} n dy \quad (4.29)$$

oder mit der Geometrie aus Abbildung 4.4 und mit dem Zusammenhang zwischen Brechungsindex n und Brechzahl N

$$n = 1 + 10^{-6} N \quad (4.30)$$

kann für den Winkel 2Ψ geschrieben werden.

$$2\Psi = \frac{\Delta \int_{\text{Durch das Medium}} n dy}{\Delta x} = 10^{-6} \frac{\Delta \int_{\text{Durch das Medium}} N dy}{\Delta x} \quad (4.31)$$

Interpretiert man diese Gleichung, so folgt, dass die aufsummierte Weglängenänderung zwischen 2 Strahlen in y -Richtung (dies entspricht einem Δy) dividiert durch deren Abstand in

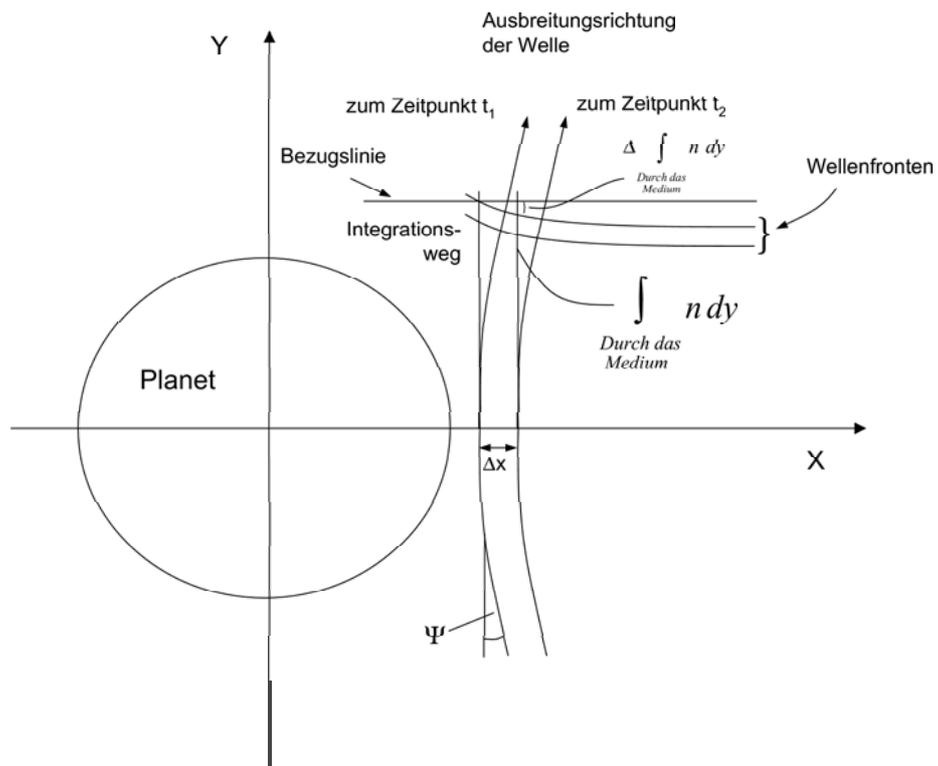


Abbildung 4.4: Darstellung der Richtungsänderung einer elektromagnetischen Welle in der Ionosphäre eines Planeten

Die Darstellung der Phasenfronten in der Neutralgasatmosphäre liefert prinzipiell das gleiche Bild. Der einzige Unterschied besteht darin, dass die Strahlen zum Planeten hin gebrochen werden und die Wellenfronten entsprechend anders geformt sind, da diese senkrecht zu den Strahlen verlaufen.

x-Richtung (dies entspricht einem Δx) die Richtungsänderung der Strahlen ergibt ($\tan 2\psi = \Delta y / \Delta x \approx 2\psi$).

5 Der Signalweg im Raum

Der optische Wegerschied einer elektromagnetische Welle zwischen der Ausbreitung in einem Medium und dem Freiraum wird durch die folgende Gleichung beschrieben.

$$\delta s = \int n(s) ds - \int_{Vac} ds \quad (5.1)$$

(δs ist die optische Weglängenänderung) Zur Bestimmung des Weganteils, welcher zur Messgröße gehört sind von δs zusätzlich zur Freiraumstrecke die Weglängen im Satelliten, der Bodenstation und der Erdatmosphäre abzuziehen. Eine Übersicht vom Signalverlauf und den Störungen zeigt Abbildung 5.1.

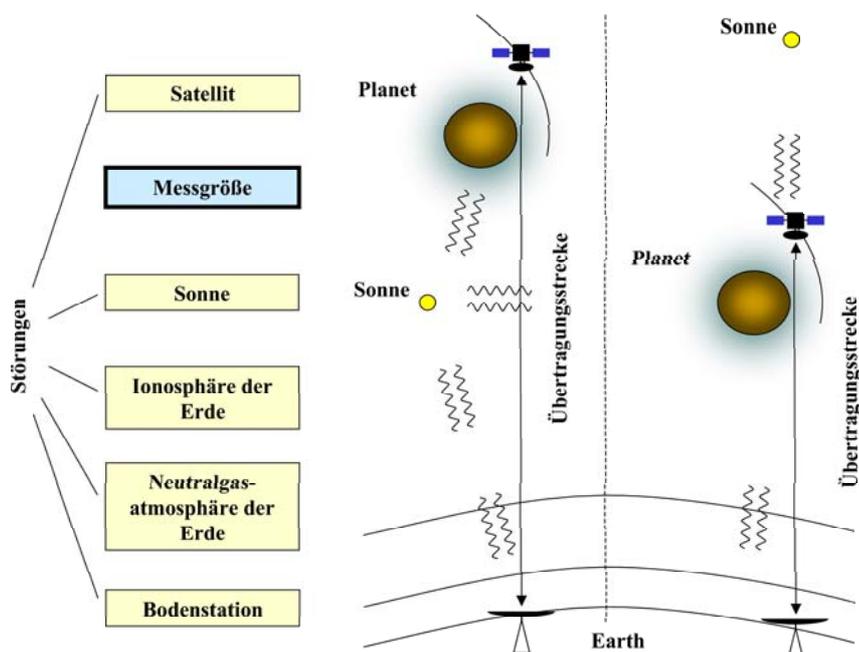


Abbildung 5.1: Der Ausbreitungsweg zwischen Satellit und Bodenstation. Die Abbildung zeigt die Geometrie für eine Okkultationsmessung im Ein-Weg-Verfahren in zwei Konstellationen. Einmal wird die Sonne als Störgröße zwischen Satellit und Bodenstation im Übertragungsweg dargestellt und im zweiten Fall befindet sich die Sonne von der Bodenstation aus betrachtet hinter dem Satelliten.

In den folgenden Abschnitten wird der Signalweg in der Ionosphäre und der Neutralgasatmosphäre betrachtet.

5.1 Betrachtungen zur Signallaufzeit und Positionsbestimmung

Zur Bestimmung der kleinen Dopplerfrequenzänderungen wie z.B. die aufgrund der Ionosphäre oder einer Unregelmäßigkeit im Schwerfeld entstehen, ist es notwendig, die Dopplerfrequenzverschiebungen, die durch eine ungestörte Bahn entstehen würden, zu berechnen und von den gemessenen Werten abzuziehen [HEH⁺03]. Als Ergebnis erhält man die Residuum-Dopplerwerte, aus welchen die unbekanntes physikalischen Größen bestimmt werden.

Der Dopplerwert berechnet sich, wie im folgenden Kapitel gezeigt, und muss hierbei die Lichtlaufzeit zwischen Sender und Empfänger sowie alle zeitabhängigen Größen auf dem Übertragungsweg berücksichtigen. Abbildung 5.2 zeigt die Geometrie zwischen Bodenstation und Satellit unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit. Hierbei wurde in der Abbildung für die Position der Venus die gleiche Zeit eingetragen wie für die Position des Satelliten. Für die Berechnungen der Strahlausbreitung in der Atmosphäre wurde die Bewegung des Planeten gegenüber dem Strahl während der Zeit des Durchlaufens der Atmosphäre vernachlässigt.

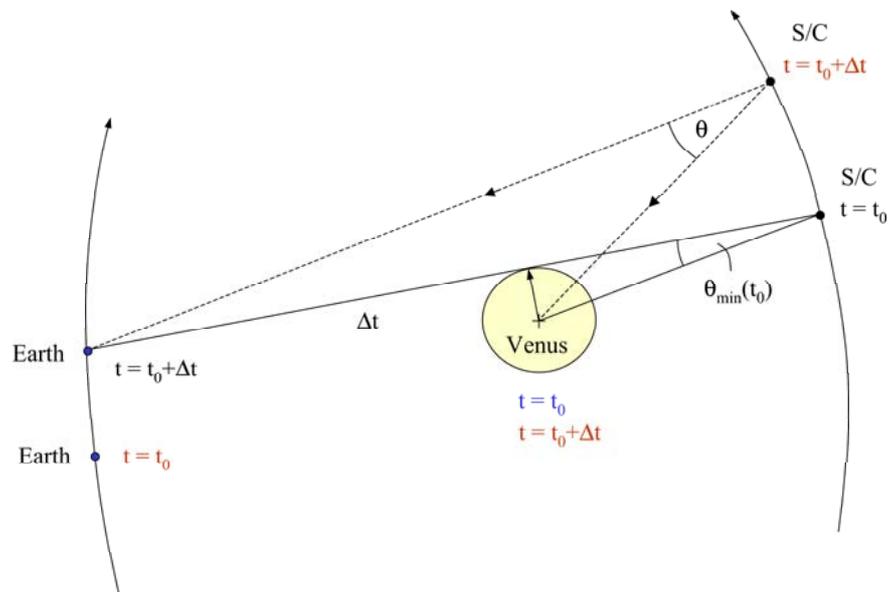


Abbildung 5.2: Geometrie zur Berechnung der Positionen von Bodenstation und Satellit unter Berücksichtigung der Lichtlaufzeit. Dargestellt ist die Erdposition und die Satellitenposition zum Zeitpunkt $t = t_0$ und $t = t_0 + \Delta t$. Die Berechnung der Dopplereffekte aus der Entfernungsänderung erfordert eine Zuordnung der Satellitenposition zum Sendezeitpunkt $t = t_0$ zur Empfangsposition der Bodenstation zum Zeitpunkt $t = t_0 + \Delta t$. Diese Wertepaare Satellitenposition zum Zeitpunkt $t = t_0$ und Bodenstation zum Zeitpunkt $t = t_0 + \Delta t$ können in einer Iteration bestimmt werden.

5.1.1 Der Dopplereffekt

Aus der Bewegung zwischen Sender S und Empfänger E elektromagnetischer Wellen lässt sich ein transversaler und radialer Geschwindigkeitsanteil berechnen. Die radiale optische Distanzän-

derung führt zu einem Unterschied zwischen gesendeter und empfangener Frequenz. Dieser Effekt ist nach seinem Entdecker Christian Doppler benannt (siehe auch [Gil65]).

Zur genauen Bestimmung der Dopplerfrequenz sind bei interplanetaren Missionen und sehr genauen Messungen im Erdorbit die relativistischen Effekte zu berücksichtigen. Im System S' , welches sich in x' -Richtung bewege, sende ein Satellit eine elektromagnetische Welle in x' Richtung aus. Für die Phase der Welle aus Gl. 4.1 gilt mit $T = \frac{1}{f}$ ($T \hat{=}$ Periodendauer)

$$\Psi = 2\pi \left(\frac{t'}{T'} - \frac{x'}{c'} \right) = 2\pi f' \left(t' - \frac{x'}{c'} \right) \quad (5.2)$$

Mit der Lorentz-Transformation für t' und x' ergibt sich für die Phase

$$2\pi f' \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left[t \left(1 + \frac{v}{c} \right) - \frac{x}{c} \left(1 + \frac{v}{c} \right) \right] = 2\pi f' \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left(t - \frac{x}{c} \right) \quad (5.3)$$

Ein Vergleich mit der Welle im System S

$$E = \hat{E}' \sin \left[2\pi f \left(t - \frac{x}{c} \right) \right] \quad (5.4)$$

liefert die Frequenz f , welche im Empfänger gemessen wird.

$$f = f' \frac{1 + \frac{v}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5.5)$$

Bilden der Geschwindigkeitsvektor und die Ausbreitungsrichtung der elektromagnetischen Welle einen Winkel θ , folgt

$$f = f' \frac{1 + \frac{v \cos \theta}{c}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \quad (5.6)$$

Eine genaue Beschreibung ist z.B. in [Goe96] zu finden.

Gleichung 5.6 kann durch eine Reihenentwicklung dargestellt werden. Eine Abschätzung der absoluten Werte der Terme in der Reihe ermöglicht eine Aussage darüber, bis zu welchem Grad die Reihenentwicklung Einfluss auf das Messergebnis hat. Z.B. ergibt sich für die Bahngeschwindigkeit der Erde und eine Übertragungsfrequenz von 10 GHz die folgende Abschätzung.

$$\frac{\Delta f}{f} = \underbrace{\frac{v \cos \theta}{c}}_{\approx 10^{-4} \cos \theta, \Delta f \approx 1 \text{ MHz} \cos \theta} + \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{v}{c} \right)^2}_{\approx 10^{-8}, \Delta f \approx 100 \text{ Hz}} + \frac{1}{2} \underbrace{\left(\frac{v}{c} \right)^3}_{\approx 10^{-12} \cos \theta, \Delta f \approx 1 \text{ mHz} \cos \theta} \cos \theta \quad (5.7)$$

Alle weiteren Terme sind für dieses Beispiel vernachlässigbar. Befinden sich Empfänger und Sender in unterschiedlichen Gravitationspotenzialen oder ändert sich aufgrund der großen Zeitdifferenz zwischen Senden und Empfangen (Signallaufzeit) das Potenzial am Ort der Sende-Empfangseinheit, müssen die Effekte der allgemeinen Relativitätstheorie zusätzlich im Dopplereffekt berücksichtigt werden. Berücksichtigt man die Rotverschiebung aufgrund unterschiedlicher Gravitationspotenziale für Sender und Empfänger, so folgt für den Doppler ([Sch96] und [Häu02a]):

$$\frac{f_E}{f_S} \approx \frac{1 - \vec{n} \vec{\beta}_E + \frac{1}{2} \beta_E^2 - \frac{\phi_E}{c^2}}{1 + \vec{n} \vec{\beta}_S + \frac{1}{2} \beta_S^2 - \frac{\phi_S}{c^2}} \quad (5.8)$$

Aus einer Reihenentwicklung folgt

$$\frac{\Delta f}{f_s} = \vec{n}(\beta_E - \beta_S) + \frac{1}{2}(\beta_S^2 - \beta_E^2) + (\vec{n} \cdot \vec{\beta}_S)(\vec{n} \cdot \vec{\beta}_E) - (\vec{n} \cdot \vec{\beta}_S)^2 - \frac{1}{c^2}(\phi_S - \phi_E) \quad (5.9)$$

mit $\beta = \frac{v}{c}$ zu unterschiedlichen Zeiten und \vec{n} Einheitsvektor in Richtung des Strahls der vom Sender zum Empfänger zeigt. ϕ_S ist das Gravitationspotential am Standort des Senders zur Sendezeit und ϕ_E entspricht dem Gravitationspotential am Empfänger zum Zeitpunkt des Signalempfangs.

Abbildung 5.3 zeigt die überlagerten Bewegungen der Bodenstation und des Satelliten in einem Inertialsystem X,Y,Z. Die radiale Dopplerfrequenz entsteht durch die Änderung des Vektors r_{21} pro Messintervall.

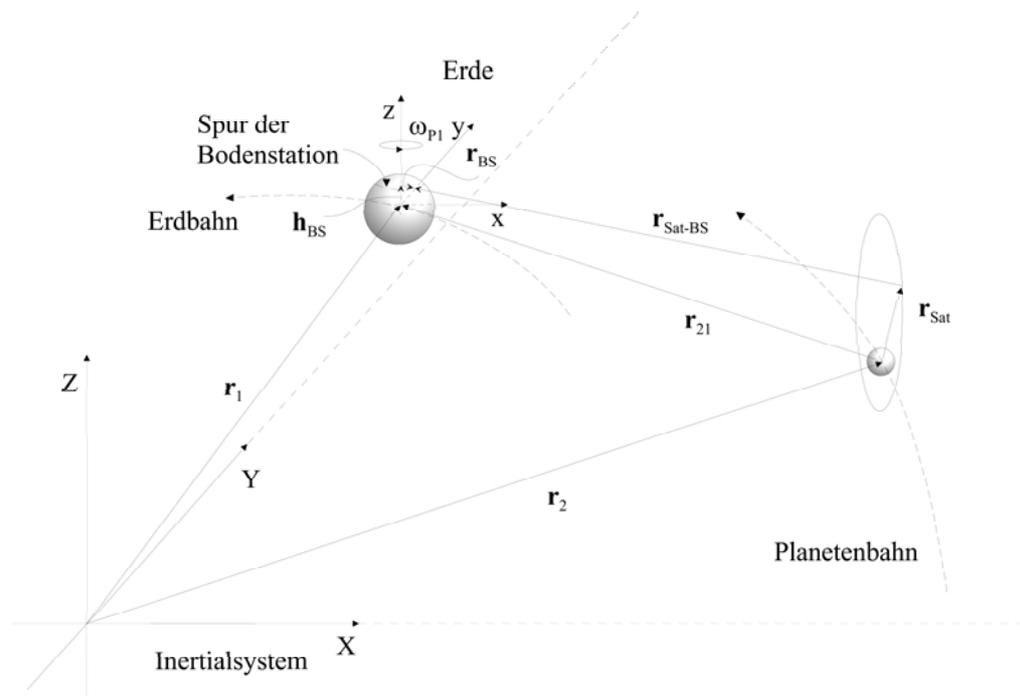


Abbildung 5.3: Darstellung der Position von Satellit und Bodenstation in einem Inertialsystem

Während der Okkultationsmessungen ist zusätzlich der Dopplereffekt durch die Änderung der Brechzahl in der Atmosphäre zu berücksichtigen.

Die Änderungen der Brechzahl bzw. der Dielektrizitätskonstante ϵ_r auf dem Übertragungsweg entsteht aufgrund der Lageänderung des Strahls und aufgrund von Temperaturdriften im Sender- u. Empfänger, d.h. ϵ_r ist eine Funktion des Strahlenwegs und der Temperatur sowie der zeitlichen und räumlichen Änderungen des Plasmas $\epsilon_r = f(\text{Strahlenweg}, \text{Temperatur}, \text{Plasmaschwankungen})$.

5.2 Die Atmosphäre

Da im Übertragungsweg vom Planeten zur Bodenstation auf der Erde die Neutralgasatmosphäre und Ionosphäre der Erde als Störgrößen enthalten sind, sind diese genau zu ermitteln und von den Messdaten des Experimentes abzuziehen. Für den Brechungsindex bzw. die Brechzahl der Neutralgasatmosphäre und Ionosphäre der Erde wurden viele Modelle entwickelt, auf die im Folgenden eingegangen wird. Eine Beschreibung der Fehler, die durch die Modellierung der Erdatmosphäre/Ionosphäre in GPS-Messungen entstehen, beschreibt unter anderem [Blo96].

5.2.1 Neutralgasatmosphäre

Die troposphärische Refraktion bewirkt zwei Effekte auf dem Signalweg. Die erste Auswirkung ist die Verzögerung (Gruppenlaufzeit) der elektromagnetischen Welle aufgrund der Brechzahl und als Effekt zweiter Ordnung wirkt sich die Strahlkrümmung auf die Laufzeit aus. Der eben genannte zweite Effekt ist für Elevationen, die größer als 5° sind, sehr gering. Aus diesem Grund wird die Strahlkrümmung bei manchen Modellen nicht berücksichtigt.

Der Einfluss der Erdatmosphäre auf die elektromagnetische Welle besteht aus einem trockenen und einem feuchten nicht dispersiven Anteil. Der hydrostatische Anteil (ZHD = zenith hydrostatic delay) beträgt im Zenit ca. 2,3 m und der feuchte Anteil (ZWD = zenith wet delay) liegt in einer Größenordnung von 0,15 m (die Längenänderung der Übertragungsstrecke aufgrund der Neutralgasatmosphäre liegt am Mars für ein Okkultationssignal (siehe Abb. 2.1) im Bereich weniger Meter, entspricht also der gleichen Größenordnung). Der hydrostatische Anteil wird häufig als dry component bezeichnet und der nicht hydrostatische Anteil als wet component, da dieser im Wesentlichen durch den Feuchtegehalt der Luft entsteht ([Sch01a]).

$$\delta s = \delta s_{Hyd} + \delta s_{wet} \quad (5.10)$$

Eine genauere Betrachtung führt zu einem senkrechten Anteil (ZHD Zenit Hydrostatic Delay, ZWD Zenit Wet Delay) und einem Gradientenanteil (G_N Gradient in nördlicher Richtung, G_E Gradient in östlicher Richtung) für δs .

$$\delta s_{Neu} = m_{Hyd} \cdot ZHD + m_{Wet} \cdot ZWD + m_{Grad} (G_N \cos \alpha + G_E \sin \alpha) \quad \text{mit } G_{...} = G_{...Hyd} + G_{...Wet} \quad (5.11)$$

Die Mappingfunktionen $m_{...}$ geben den Einfluss der Krümmung vom Strahlenweg gegenüber der direkten geometrischen Verbindung wieder. Zur Bestimmung der Zenit Delays kann nach Thayer [Tha74] von dem folgenden Ansatz zur Berechnung der Brechzahl für die Neutralgas-Komponente der Erde ausgegangen werden.

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (5.12)$$

$$N = k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{p_e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{p_e}{T^2} Z_w^{-1} \quad (5.13)$$

$$p_d = p - p_e \quad (5.14)$$

Mit p_d = trockener Luftdruck, p = Druck (der gemessene Druck), p_e = Partialdruck des Wasserdampfes, $Z_{d,w}$ = Kompressionsfaktor für trockene bzw. feuchte Luft

Nach Davis [DHS⁺85] charakterisiert der erste Term den Einfluss der Dipolmomente der trockenen Gasmoleküle, der zweite Term den Einfluss der Dipolmomente der Wassermoleküle und der dritte Term die Dipolorientierung der Wassermoleküle auf die elektromagnetische Welle. Die Konstanten haben nach Bevis [BBC94] folgende Werte:

- $k_1 = 77,60 \pm 0,09 [K/hPa]$
- $k_2 = 69,4 \pm 2,2 [K/hPa]$
- $k_3 = 370100 \pm 1200 [K^2/hPa]$

Nach Owens [Owe67] folgt für die inversen Kompressionsfaktoren für ein nicht ideales Gasverhalten

$$Z_d^{-1} = 1 + p_d \left[57,97 \cdot 10^{-8} \cdot \left(1 + \frac{0,52}{T} \right) - 9,4611 \cdot 10^{-4} \frac{T_C}{T^2} \right] \quad (5.15)$$

$$Z_w^{-1} = 1 + 1650 \cdot \frac{p_e}{T^3} \left(1 - 0,01317 \cdot T_C + 1,75 \cdot 10^{-4} \cdot T_C^2 + 1,44 \cdot 10^{-6} \cdot T_C^3 \right) \quad (5.16)$$

Mit dem allgemeinen Gasgesetz

$$\frac{pV}{mT} = R \quad \text{und} \quad R_i = \frac{R^*}{M_i}; \quad \rho_i = \frac{m_i}{V} \quad \text{folgt} \quad p_i = \rho_i R_i T = \frac{\rho_i R^* T}{M_i} \quad (5.17)$$

Erweitert man das Gasgesetz auf nicht ideale Gase um den Kompressibilitätsfaktor Z_i und wendet diese Gleichung auf den ersten Term in 5.13 an, so folgt

$$k_1 \frac{p_d}{T} Z_d^{-1} = k_1 \rho_d R_d = k_1 \rho_d \frac{R^*}{M_d} \quad (5.18)$$

Ergänzt man diesen Ausdruck mit $\rho_w \frac{R^*}{M_d} - \rho_w \frac{R^*}{M_d} \frac{M_w T Z_w}{M_w T Z_w}$ folgt

$$\begin{aligned} \rho_d \frac{R^*}{M_d} &= \frac{R^* (\rho_d + \rho_w)}{M_d} - \left(\rho_w T Z_w \frac{R^*}{M_w} \right) \cdot \frac{1}{T} Z_w^{-1} \frac{M_w}{M_d} \\ &= \frac{R^* \rho}{M_d} - \frac{e}{T} Z_w^{-1} \frac{M_w}{M_d} \end{aligned} \quad (5.19)$$

Mit dem molaren Gewicht der trockenen Luft von $M_d = 28,9644 \text{ kg/kmol}$ und dem molaren Gewicht vom Wasserdampf $M_w = 18,0152 \text{ kg/kmol}$. Für die Brechzahl aus 5.13 können nun der hydrostatische und der feuchte Anteil getrennt werden.

$$\begin{aligned} N &= k_1 \frac{\rho R^*}{M_d} + \left(k_2 - k_1 \frac{M_w}{M_d} \right) \frac{p_e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{p_e}{T^2} Z_w^{-1} \\ &= k_1 \frac{\rho R^*}{M_d} + k_2' \frac{p_e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{p_e}{T^2} Z_w^{-1} \end{aligned} \quad (5.20)$$

Für k_2' fand Bevis [BBC94] den folgenden Wert

$$k_2' = k_2 - k_1 \frac{M_w}{M_d} = 22,1 \pm 2,2 [K/hPa] \quad (5.21)$$

Eine Integration entlang des vertikalen Brechzahlprofils liefert den ZND (Zenit Neutral Delay), den ZHD oder den ZWD.

$$ZHD = 10^{-6} \int_{\infty}^{h_0} N_{Hyd}(h) dh \quad (5.22)$$

Im Weiteren wird nun der hydrostatische Anteil der Brechzahl entwickelt. Zur Berechnung des ZHD nach dem Modell von Saastamoinen ([Saa72b]), dass aufgrund der hohen Genauigkeit hier vorgestellt wird, gehen wir vom idealen Gas für die differenzielle Änderung des Druckes aus.

$$dp = -g(h) \rho(h) dh \quad (5.23)$$

Für die Brechzahl N_{Hyd} folgt mit der gewichteten mittleren Gravitationsbeschleunigung

$$g_m = \frac{\int_{h_0}^{\infty} \rho(h) g(h) dh}{\int_{h_0}^{\infty} \rho(h) dh} \quad (5.24)$$

$$N_{Hyd} = k_1 R_d \rho = -k_1 R_d \frac{1}{g_m} \frac{dp}{dh} \quad (5.25)$$

und für den ZHD

$$ZHD = \frac{-10^{-6} k_1 R_0}{M_d} \frac{p_0}{g_m} = 0,022275 \left[\frac{m^2}{s^2 \cdot hPa} \right] \frac{p_0}{g_m} \quad (5.26)$$

Davis [DHS⁺85] beschreibt die mittlere Beschleunigung über dem Ellipsoiden mit Breite φ und der mittleren Höhe der Atmosphäre

$$g_m = 9,8062 (1 - 0,00265 \cos 2\varphi - 0,00031 h_c/[km]) [m/s^2] \quad (5.27)$$

Saastamoinen ([Saa72b], [Saa73], [Saa72a]) fand die folgende lineare Beziehung für h_c

$$h_c = 7,3 [km] + 0,9 h_{Ant} \quad (5.28)$$

für den ZHD ergibt sich

$$ZHD = \frac{0,0022767 \cdot p_0 [m/hPa]}{1 - 0,00266 \cos 2\varphi - 0,00028 \cdot h_{Ant} [1/km]} \quad (5.29)$$

Ein großer Vorteil von Saastamoinens Modell ist, dass keine Temperaturwerte der Atmosphäre benötigt und trotzdem sehr hohe Genauigkeiten erreicht werden. Der mittlere Fehler von diesem Modell liegt nach [EDHS91] im mm-Bereich.

Die Genauigkeit (Mittelwert rms) der ZWD-Modelle, welche nur auf Bodenmesswerten aufbauen, liegt im Bereich einiger Zentimeter. Genauere Werte können durch den Einsatz eines Kalman-Filters bestimmt werden. Ein Beispiel-Modell von Mendes und Langley ([ML98]), welches relativ einfach die Brechzahl nur in Abhängigkeit vom Dampfdruck berechnet, lautet

$$ZWD = 0,122[m] + 0,00943 \left[\frac{m}{hPa} \right] \cdot e \quad (5.30)$$

Ein Vergleich dieses Modells mit dem Hopfield ZWD-Modell ([Hop69b], [Hop71] u. [Hop69a]) ergibt denselben globalen rms-Wert von ca. 3 cm ([Sch01a]). Zur Berechnung der gesamten Weglängenänderung fehlen noch die Einflüsse aufgrund der Krümmung. Die Krümmung des Strahls wird mit Hilfe sogenannter Mapping-Funktionen berücksichtigt. Folgende Grenzwerte müssen eingehalten werden.

Für $\vartheta \rightarrow 0^\circ$ ist m proportional zu $\cos \vartheta$ und für $\vartheta \rightarrow 90^\circ$ ist m proportional zu $1/\cos \vartheta$. Diese Bedingungen ergeben für die Mapping-Funktion den folgenden allgemeinen Ausdruck (mit dem Zenitwinkel ϑ und dem Elevationswinkel ϵ).

$$m(\vartheta) = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + \frac{c}{\cos \vartheta}}}}{\cos \vartheta + \frac{a}{\cos \vartheta + \frac{b}{\cos \vartheta + \frac{c}{\cos \vartheta}}}} = \frac{1 + \frac{a}{1 + \frac{b}{1 + \frac{c}{\sin \epsilon}}}}{\sin \epsilon + \frac{a}{\sin \epsilon + \frac{b}{\sin \epsilon + \frac{c}{\sin \epsilon}}}} \quad (5.31)$$

Die Koeffizienten a , b , c , ... beinhalten die Abhängigkeiten von z.B. Druck, Temperatur, Dampfdruck an der Empfangsantenne, Troposphärenhöhe und Temperaturänderung mit der Höhe. Die Punkte unter der Konstanten c deuten an, dass die Funktion auch für weitere Terme berechnet werden kann. Mit den Mapping Funktionen für den hydrostatischen Delay und den Dampfdruck und Änderungen in der Atmosphäre in Nord-Süd- und Ost-West-Richtung kann die Gleichung 5.1 berechnet werden.

Die hier genannten Modelle der Neutralgasatmosphäre werden zur Beschreibung der Erdatmosphäre eingesetzt. Für die Missionsplanung von Venus Express wurde der Brechungsindex der Venus Atmosphäre an Messdaten früherer Satellitenmissionen durch Näherungsfunktionen angepasst (Kapitel 6.1).

Die Brechzahl der Neutralgasatmosphäre an der Venus und am Mars kann sehr gut durch eine Exponentialfunktion angenähert werden ([Yak02], und Kapitel 6.1.1).

$$N(h) = e^{-a_1 h^2 - b_1 h - c_1} \quad (5.32)$$

Mit a_1 , b_1 und c_1 = Konstanten und h = Höhe über Grund.

Die Krümmung eines elektromagnetischen Strahls im S- und X-Band, der durch die höhenabhängige Brechzahl in der Neutralgasatmosphäre entsteht, ist identisch. Der Brechungsindex ist nicht dispersiv d. h. frequenzunabhängig.

5.2.2 Ionosphäre

Der Höhenbereich, in welchem die ionisierten Teilchen der Gashülle eines Planeten die charakteristischen physikalischen Eigenschaften bestimmen, wird auf der Erde in 2 Bereiche unterteilt.

Auf geladene Teilchen, die sich mit einer Geschwindigkeitskomponente quer zum Magnetfeld bewegen, wirkt die Lorentzkraft. Die Ionisation nimmt mit zunehmender Höhe zu. Bis zu einer Höhe von 70 km ist sie noch so gering, dass die ionisierte Komponente bei einer auftretenden Luftbewegung des Neutralgases einfach mitgenommen wird. Der Einfluss des Erdmagnetfeldes ist hier noch vernachlässigbar klein. Mit zunehmender Höhe wächst dieser Einfluss, so dass die sich mit dem Neutralgas mitbewegenden Ionen elektrische Felder induzieren. In dieser Schicht fließen Ströme, die einen Großteil der erdmagnetischen Schwankungen verursachen. Aufgrund dieser Eigenschaft nennt man diese Schicht die Dynamoschicht. Oberhalb von 130 km hat die Dichte soweit abgenommen, die Bewegung der ionisierten Teilchen nicht länger durch Gasbewegungen beeinflusst werden, sondern sich im Wesentlichen nach dem Erdmagnetfeld richten. Diesen Bereich nennt man Magnetosphäre.

Der Verlauf der Elektronendichte mit der Höhe ergibt sich durch Überlagerung mehrerer Einzelschichten und hängt dabei im Wesentlichen von der Intensität der ionisierenden Strahlung und der Dichte des ionisierbaren Gases ab. Dabei nimmt die Dichte mit der Höhe ab, während die Intensität der ionisierenden Strahlung mit der Höhe zunimmt. Da die Ionenproduktionsrate zu beiden Größen proportional ist, ergibt sich ein ausgeprägtes Maximum im Höhenverlauf. Die Ionisation richtet sich nach der Komponente des ionisierbaren Gases, das nur ein bestimmtes Spektrum der Strahlung absorbiert. Besteht das Gas aus mehreren Komponenten, so bilden sich mehrere Maxima aus ([Ker71]). Unter anderen ermöglicht z. B. die Satellitenmission Champ die Rekonstruktion dreidimensionaler Elektronendichteverteilungen aus

GPS-Messungen ([Hei02]). Korrekturmodelle für die Erdionosphäre zur Echtzeitpositionsbestimmung werden auch in [Lei97] beschrieben.

5.2.2.1 Beschreibung der höhenabhängigen Ionendichte der Planetenatmosphäre (Chapman Profil)

Die Beschreibung der Ionendichte als Funktion der Höhe erfordert die Kenntnis mehrerer Parameter. Diese lauten:

- Abnahme der Teilchendichte mit der Höhe (Druckverlauf)
- Temperaturverlauf mit der Höhe
- Strahlungsintensität der einfallenden Welle als Funktion der Höhe

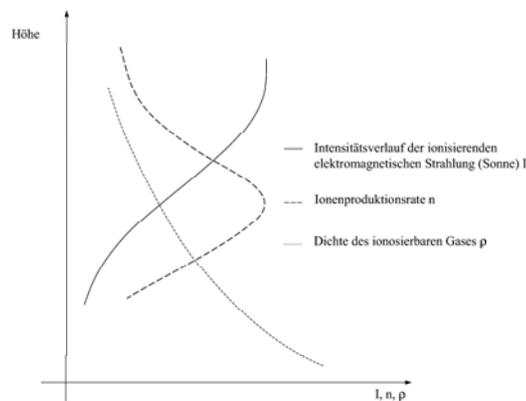


Abbildung 5.4: Entstehung eines Chapman-Profiles in der Ionosphäre

Zur Berechnung der barometrischen Höhenformel gehen wir von der folgenden Gleichung aus.

$$dp = -g\rho dz \quad (5.33)$$

Mit der allgemeinen Gasgleichung

$$p = \frac{R^*}{M} \rho T \quad (5.34)$$

erhält man

$$\frac{dp}{p} = -\frac{gM}{R^*T} dz = -\frac{dz}{H} \quad (5.35)$$

mit $H = \frac{R^*T}{gM}$ = Skalenhöhe. Die Lösung lautet

$$p = p_0 e^{-\int_0^z \frac{dz}{H(z)}} \quad (5.36)$$

bzw. für die Dichte

$$\rho = \rho_0 \frac{M}{M_0} \frac{T_0}{T} e^{-\int_0^z \frac{dz}{H(z)}} \quad (5.37)$$

Nimmt man eine konstante Temperatur und ein konstantes Molekulargewicht an, folgt für die Teilchenanzahl

$$n(z) = n(0) e^{-\frac{z}{H}} \quad (5.38)$$

Bezeichnet man die Absorptionsfläche der Moleküle mit A_{Scat} , ergibt sich bei schrägem Einfall der Strahlung

$$dI = nA_{Scat} \frac{dz}{\cos \zeta} I \quad (5.39)$$

Mit den obigen Annahmen folgt aus der Integration

$$I = I_\infty e^{-\frac{QH}{\cos \zeta}} n_0 e^{-\frac{z}{H}} \quad (5.40)$$

Beschreibt man die Änderung der Strahlung pro Wegelement und bezeichnet diese als Absorption q , so folgt aus Gl. 5.39

$$\cos \zeta \frac{dI}{dz} = q = nQI \quad (5.41)$$

Einsetzen ergibt:

$$q = Qn_0 I_\infty e^{-\frac{z}{H} - \frac{QH}{\cos \zeta}} n_0 e^{-\frac{z}{H}} \quad (5.42)$$

Eine Vereinfachung ergibt

$$q = q_0 e^{1 + \frac{z_0 - z}{H} - \frac{1}{\cos \zeta}} e^{\frac{z_0 - z}{H}} \quad (5.43)$$

Mit $q_0 = I_\infty / (e^1 H)$ und $z_0 = z_m - H \ln(1 / \cos \zeta) = -H \ln(QHn_0 / \cos \zeta) - H \ln(1 / \cos \zeta)$.

Der charakteristische Verlauf dieser Funktion, über die Höhe aufgetragen, wird als Chapman-Profil bezeichnet. Nun wird diese Produktionsrate durch die Rekombination im Gleichgewicht gehalten. Für ein Volumenelement gilt: Die Anzahl der Ionen ist gleich der Anzahl der freien Elektronen $n_i = n_e$. Die Rekombination in einem Zeitintervall ist proportional der Elektronendichte und der Ionendichte, und mit dem Rekombinationskoeffizienten α folgt für die Nachtstunden

$$\frac{dn_e}{dt} = -\alpha n_e n_i = -\alpha n_e^2 \quad (5.44)$$

Die Lösung dieser Gleichung lautet

$$n_e(t) = \frac{n_e(t_0)}{1 + \alpha n_e(t_0)(t - t_0)} \quad (5.45)$$

Auf der der Sonne zugewandten Seite ergibt sich mit der Ionenproduktionsrate pro Volumenelement und pro Zeiteinheit γq

$$\frac{dn_e}{dt} + \alpha n_e^2 = \gamma q_0 e^{1 + \frac{z_0 - z}{H} - \frac{1}{\cos \zeta}} e^{\frac{z_0 - z}{H}} \quad (5.46)$$

Mit der stationären Lösung $\frac{dn_e}{dt} = 0$ (siehe z. B. [Ker71] u. [ESA03])

$$n_e = \sqrt{\frac{\gamma q_0}{\alpha}} e^{\frac{1}{2} \left(1 + \frac{z_0 - z}{H} - \frac{1}{\cos \zeta} \right)} e^{\frac{z_0 - z}{2H}} \quad (5.47)$$

Im RTP-Programm wird zur Modellierung des Brechzahlverlaufs in der Ionosphäre auf der Tagseite eine Funktion dieser Form verwendet.

5.2.2.2 Aufbau der Ionosphäre (Zusammensetzung)

Die Ionosphäre besteht aus mehreren Gasen mit höhenabhängigen Dichten. Aufgrund dieser Zusammensetzung können mehrere Chapman-Profile mit unterschiedlichen Maxima (mit anderer Anzahl freier Elektronen und anderer Höhe über Grund) entstehen. Die Überlagerung dieser Einzelprofile ergibt ein Höhenprofil mit mehreren Maximalwerten.

5.2.2.3 Der Brechungsindex in der Ionosphäre

Im folgenden werden die benötigten Formeln zur Berechnung des Brechungsindex in einem stoßfreien kalten Plasma (Ionosphäre) angegeben.

Die Wechselwirkung der Welle mit der Ionosphäre wird durch die Maxwell-Gleichungen bestimmt. Die Dielektrizitätskonstante ε ist richtungsabhängig und kann durch einen Tensor dargestellt werden.

$$\vec{D} = \varepsilon_{\mathbf{p}} \vec{E} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{31} & \varepsilon_{32} & \varepsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix} \quad (5.48)$$

Für ein kaltes Plasma ergibt sich unter Vernachlässigung von Stößen für den Dielektrizitätstensor ([Pie77], [YL72])

$$\varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{21} & \varepsilon_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_g^2}\right) & i\varepsilon \frac{\omega_g}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_g^2} & 0 \\ -i\varepsilon \frac{\omega_g}{\omega} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_g^2} & \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - \omega_g^2}\right) & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) \end{bmatrix} \quad (5.49)$$

ω_g = Gyrationfrequenz

$$\omega_g = \frac{eB}{m_e} \quad (5.50)$$

Für die Ausbreitungskonstante β folgt aus den Maxwell-Gleichungen eine Gleichung die nach Appleton und Hartree (siehe z.B. [Bud85], [Bit86]) benannt wurde. Aus

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} = \omega\mu \|\varepsilon\| \vec{E} \quad (5.51)$$

(Wobei $\|\varepsilon\|$ einen Tensor darstellt, der die Wirkung des Plasmas auf die Ausbreitung der elektromagnetischen Welle beschreibt. Zerlegt man die elektromagnetische Welle in einen rechtsdrehenden und linksdrehenden Anteil, so ist der Einfluss des Plasmas auf die rechtsdrehende und linksdrehende elektromagnetische Welle unterschiedlich, weshalb das Plasma mit Magnetfeld ein doppelbrechendes Medium ist.)

folgt mit dem Lösungsansatz $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\omega t - \beta r)}$ (siehe Gl. 4.1) als Lösung für β (siehe [Kra66])

$$\beta^2 = \omega^2 \mu_0 \frac{(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{11} \varepsilon_{33}) \sin^2 \phi + 2\varepsilon_{11} \varepsilon_{33} \pm \sqrt{(\varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{12}^2 - \varepsilon_{11} \varepsilon_{33}) \sin^4 \phi - 4\varepsilon_{12}^2 \varepsilon_{33}^2 \cos^2 \phi}}{2(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}) \sin^2 \phi + 2\varepsilon_{33}} \quad (5.52)$$

(\pm beschreibt den Brechungsindex für die rechtsdrehende bzw. linksdrehende Welle) Diese Gleichung vereinfacht sich für Berechnungen an der Venus und am Mars durch die Annahmen, dass kein B-Feld existiert.

$$\beta^2 = k_r^2 = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_{11} = \omega^2 \mu_0 \varepsilon \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \right) \quad (5.53)$$

oder

$$n = \pm \sqrt{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}} \quad (5.54)$$

(\pm steht für hinlaufende und rücklaufende Welle. Im folgenden betrachten wir nur die hinlaufende Welle mit dem positiven Vorzeichen.) und für sehr hohe Frequenzen $\omega \gg \omega_p$ folgt

$$n \cong 1 - \frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (5.55)$$

mit der Resonanzfrequenz (Plasmafrequenz)

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\epsilon_0} \left(\frac{Z}{m_I} + \frac{1}{m_e} \right)} \quad (5.56)$$

Da die Ionenmasse \gg als die Masse der Elektronen ist, kann Z/m_I gegenüber $1/m_e$ vernachlässigt werden.

$$f_p = \sqrt{A n_e} \quad \text{mit} \quad A = \frac{e^2}{4\pi^2 m_e \epsilon_0} \approx 80,6 \frac{m^3}{s^2} \quad (5.57)$$

Aus der durch das Chapman Profil beschriebenen Elektronendichte und der Gleichung 5.54 folgt der höhenabhängige Brechungsindex.

5.3 Zusammensetzen der Brechzahl

Der Brechungsindex bzw. die Brechzahl der Atmosphäre und Ionosphäre ist eine Funktion der Molekül-, Atom-, Ionen- und Elektronendichte. Diese sind wiederum abhängig von der Temperatur und vom Druck. Die resultierende Brechzahl der gesamten Atmosphäre/Ionosphäre entsteht durch Überlagerung der Effekte aufgrund der Wechselwirkung zwischen Atomen bzw. Molekülen mit der Welle und aufgrund der Wechselwirkung zwischen dem elektrischen und magnetischen Feld im Plasma (die Ionosphäre) mit dem der Welle. Nach [AW59] ergibt sich die Brechzahl für ein teilweise ionisiertes Plasma aus der Summe der Teilrefraktivitäten (siehe auch Anhang C).

$$(n^2 - 1)_{(gesamt)} = \sum_i (n^2 - 1)_i \quad (5.58)$$

und für die Brechzahlen

$$N = N_{\text{Ionosphäre}} + N_{\text{Neutralgasatmosphäre}} \quad (5.59)$$

Mit den Gleichungen 5.55 und 5.20

Mit den Gleichungen für die Phasenkonstante multipliziert mit c/ω im Plasma mit 5.52 oder ohne Magnetfeld 5.54, der Elektronendichte 5.47 und der Plasmafrequenz 5.56 ist der Anteil der Ionosphäre am gesamten Brechungsindex bestimmt. Der Anteil der Neutralgaskomponente folgt aus dem hydrostatischen Anteil und dem wet-Term aus dem Abschnitt 5.2.1. Aus den gemessenen Brechzahlen und den Zusammenhängen aus den oben aufgeführten Gleichungen können nun Profile, z. B. für Druck oder Temperatur erstellt werden.

Die Brechzahl wird aus den Dopplerwerten während einer Okkultationsmessung gewonnen.

Für die Planung von Okkultationsmessungen im Rahmen des Radio Science Experimentes der ESA Mission Venus Express wurde das aus den Messungen des Magellans-Stelliten erstellte Brechzahlhöhenprofil zur Berechnung der Strahlenwege verwendet ([Lee96]). Anhand dieser Berechnung wird die Position des Satelliten und die Ausrichtung der HGA bestimmt. Im folgenden Kapitel wird die Vorgehensweise zur Berechnung des Strahlenweges in einem ortsabhängigen Medium gezeigt.

5.4 Berechnung der Strahlenwege in einem ortsabhängigen Medium

Aufgrund der zuvor beschriebenen Brechzahländerung in der Neutralgasatmosphäre und der Ionosphäre kann der Ausbreitungsweg von elektromagnetischen Wellen nicht mehr als geradlinig betrachtet werden.

Die Atmosphären der Planeten im Sonnensystem sind sehr unterschiedlich. Der Mars besitzt eine sehr dünne Atmosphäre mit einer sehr geringen Dichte. Der Einfluss auf die Trägerwelle ist entsprechend gering und somit auch die Strahlkrümmung wesentlich kleiner als in der Venusatmosphäre. Hier entstehen aufgrund der hohen Dichte am Boden Atmosphärendrucke von über 90 bar und die Strahlkrümmung der im 2GHz- bzw. im 8 GHz- Bereich liegenden Welle ist ab einer bestimmten Höhe größer als die Krümmung der sphärischen Schicht in dieser Höhe. Die Welle trifft folglich in ihrem weiteren Verlauf der Ausbreitung auf die Oberfläche. Die Höhe, in welcher die Strahlkrümmung gleich der Krümmung der sphärischen Schicht entspricht, wird als "super refraction height" bezeichnet. Ab dieser Höhe kann das Radio Science Experiment mit Okkultationsmessungen der hier beschriebenen Geometrie keine Werte mehr über die Atmosphäre ermitteln.

Zur Beschreibung der Strahlenwege werden die folgenden vereinfachenden Annahmen getroffen:

- Die Atmosphäre wird in sphärischen Schichten mit konstantem Brechungsindex dargestellt.
- Da die Änderung der Brechzahl in erster Näherung nur von der Höhe abhängig ist, wird der Verlauf des Strahles in einer x,y-Ebene berechnet.

5.4.1 Refraktion an sphärischen Schichten

Eine elektromagnetische Welle breitet sich im Raum entlang einer geradlinigen Strecke aus. Ändern sich die Eigenschaften des Raumes (der Brechungsindex), wird der Strahl nach den Gesetzen der Optik (Snellius Brechungsgesetz) zum dichteren Medium hin gebrochen. Durchquert die Welle nach dem Aussenden im Satelliten oder in der Bodenstation eine planetare Atmosphäre, folgt der Strahl diesem Brechungsgesetz. Die Berechnung des Strahlenverlaufs mit den Methoden der geometrischen Optik wird "ray tracing" genannt. Mit dem Modell der Brechung des Strahls an sphärischen Schichten kann der wahre Verlauf angenähert werden.

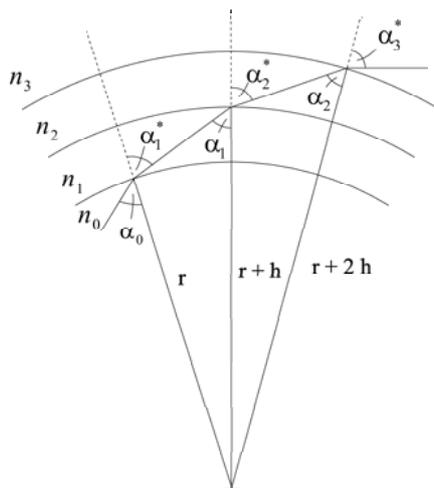


Abbildung 5.5: Strahlkrümmung an sphärischen Schichten

Aus dem Snellius Brechungsgesetz, angewandt auf Abbildung 5.5, folgt

$$n_0 \cdot \sin \alpha_0 = n_1 \cdot \sin \alpha_1^* \quad (5.60)$$

$$n_1 \cdot \sin \alpha_1 = n_2 \cdot \sin \alpha_2^* \quad (5.61)$$

$$n_2 \cdot \sin \alpha_2 = n_3 \cdot \sin \alpha_3^* \quad (5.62)$$

$$(5.63)$$

und mit dem Sinussatz

$$\frac{\sin(\pi - \alpha_1^*)}{r+h} = \frac{\sin(\alpha_1)}{r} \implies r \sin(\alpha_1^*) = (r+h) \sin(\alpha_1) \quad (5.64)$$

$$\frac{\sin(\pi - \alpha_2^*)}{r+2h} = \frac{\sin(\alpha_2)}{r} \implies r \sin(\alpha_2^*) = (r+2h) \sin(\alpha_2) \quad (5.65)$$

ergibt sich

$$n_0 r \cdot \sin \alpha_0 = n_1 (r+h) \cdot \sin \alpha_1 \quad (5.66)$$

$$\begin{aligned} &= n_2 (r+h) \cdot \sin \alpha_2^* \\ &= n_3 (r+2h) \cdot \sin \alpha_3^* \end{aligned} \quad (5.67)$$

Diese Rechnung lässt sich leicht auf i Schichten ausweiten. Allgemein erhalten wir

$$n_0 r_0 \cdot \sin \alpha_0 = n_i r_i \cdot \sin \alpha_i^* = a \quad \text{a ist eine Konstante} \quad (5.68)$$

5.4.2 Berechnung der Wegelemente

Mit der Gleichung 5.68 kann der örtliche Elevationswinkel $\theta = 90 - \alpha_i^*$ berechnet werden. Der Strahlenverlauf ist folglich über den Winkel θ für die ganze Bahn festgelegt und ist an jeder Stelle bzw. für jede sphärische Schicht durch die Anfangsbedingungen beim Eintritt des Strahls in die Atmosphäre festgelegt. Die Bestimmung der einzelnen Schnittpunkte des Strahls mit den Schichten im Modell wird im Folgenden beschrieben.

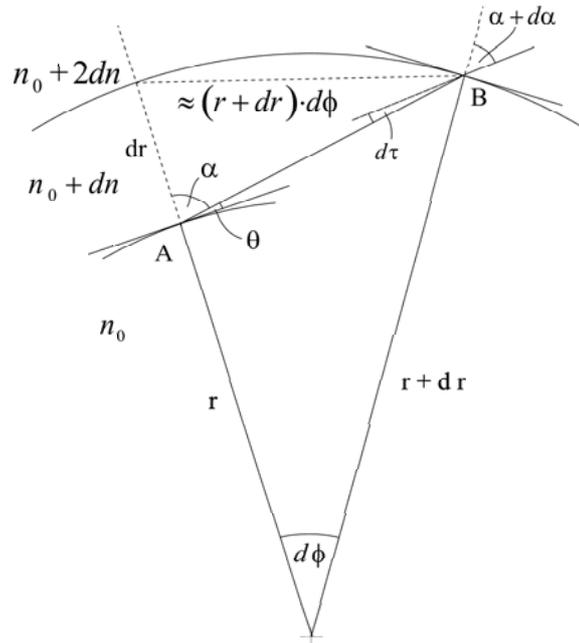


Abbildung 5.6: Geometrie eines Wegelementes

Der Krümmungswinkel $d\tau$ beschreibt die Änderung der Strahlrichtung beim Übergang des Strahls von einer sphärischen Schicht mit dem konstanten Brechungsindex n_0 zur folgenden Schicht mit dem Brechungsindex $n_0 + dn$. τ entspricht der Summe aller $d\tau$ und gibt den Strahlblenkungswinkel der Mikrowelle durch die gesamte Atmosphäre/Ionosphäre an.

In einem polaren Koordinatensystem mit dem Planetenzentrum als Ursprung folgt aus der in Abbildung 5.6 dargestellten Geometrie für ein gerades Wegelement zwischen den Punkten A und B und für einen infinitesimal kleinen Winkel $d\phi$ ([BW75])

$$\tan \alpha = \frac{(r + dr) d\phi}{dr} \approx \frac{r d\phi}{dr} \implies d\phi = \tan \alpha \frac{dr}{r} \quad (5.69)$$

Ersetzt man $\tan \alpha$ durch $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sqrt{1 - \sin^2 \alpha}}$ und aus 5.68 $\sin \alpha$ mit $a/(rn)$, folgt

$$d\phi = \frac{a}{\sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \frac{dr}{r} \quad (5.70)$$

Der Winkel ϕ ergibt sich aus der Integration zwischen den Bahnpunkten mit dem Abstand r_1 und r_2 . Die Konstante a ist durch die Anfangsbedingungen (r_0, n_0 und α_0) festgelegt.

$$\phi = \int_{r_1}^{r_2} \frac{a}{\sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \frac{dr}{r} \quad (5.71)$$

Zur Berechnung des Krümmungswinkels τ des Strahls folgt aus 5.68 nach Bildung des natürlichen Logarithmus und anschließender Differenziation $\frac{d}{dr}$

$$r n \sin \alpha = a \implies \ln r + \ln n + \ln \sin \alpha = a_1 \quad (5.72)$$

$$\frac{dr}{r} + \frac{dn}{n} + \frac{d\alpha}{\tan \alpha} = 0 \quad (5.73)$$

Mit Gleichung 5.69 erhält man

$$\frac{dn}{n} + \frac{d\phi + d\alpha}{\tan \alpha} = 0 \quad (5.74)$$

Nun kann aus dem Dreieck A, B und dem Koordinatenursprung eine Beziehung zwischen ϕ , α und τ angegeben werden.

$$d\phi + \pi - \alpha + \alpha + d\alpha - d\tau = \pi \implies d\phi = d\tau - d\alpha \quad (5.75)$$

Für die Krümmung folgt

$$d\tau = -\frac{dn}{n} \tan \alpha \quad (5.76)$$

Die Summe aller $d\tau$, bzw. das Integral ausgehend von einem Brechungsindex n_0 bis zum Freiraum ($n=1$), ergibt

$$\tau = \int_1^{n_0} \tan \alpha \frac{dn}{n} \quad (5.77)$$

oder

$$\tau = \int_1^{n_0} \cot \theta \frac{dn}{n} \quad (5.78)$$

Der Winkel θ folgt aus Gleichung 5.68.

$$\theta = \arccos\left(\frac{n_0 r_0}{n r} \cos \theta_0\right) \quad (5.79)$$

5.4.3 Numerisches Ray Tracing

Die numerische Berechnung der Strahlenwege (siehe z. B. [Rah88], [Sch00]) erfordert eine Umsetzung der stetigen Gleichungen aus dem Abschnitt 5.4.2 auf diskrete Werte. In der Abbildung 5.7 kann die Beziehung

$$\theta - \theta_0 = \phi - \tau \quad (5.80)$$

aus dem Viereck (gelbe Punkte in der Abbildung 5.7) Koordinatenursprung, A, Schnittpunkt der Strahl tangente von Punkt A und B und dem Austrittspunkt des Strahls B aufgestellt werden ($\phi + \theta_0 + \pi/2 + \pi - \tau + \pi/2 - \theta = 2\pi$). D. h. der Winkel ϕ ist bestimmt durch τ und θ .

Für 2 aufeinander folgende Schichten folgt aus 5.79 der lokale Winkel θ_i und aus dem Integral zur Bestimmung der Krümmung 5.78 (siehe auch [Rah88])

$$\Delta\tau_{1,2} = \frac{N_1 - N_2}{n_{1,2}} \cdot 10^{-6} \cot \bar{\theta}_{1,2} \quad (5.81)$$

mit

$$\bar{\theta}_{1,2} = \frac{\theta_1 + \theta_2}{2} \quad \text{und} \quad n_{1,2} = \frac{n_1 + n_2}{2}$$

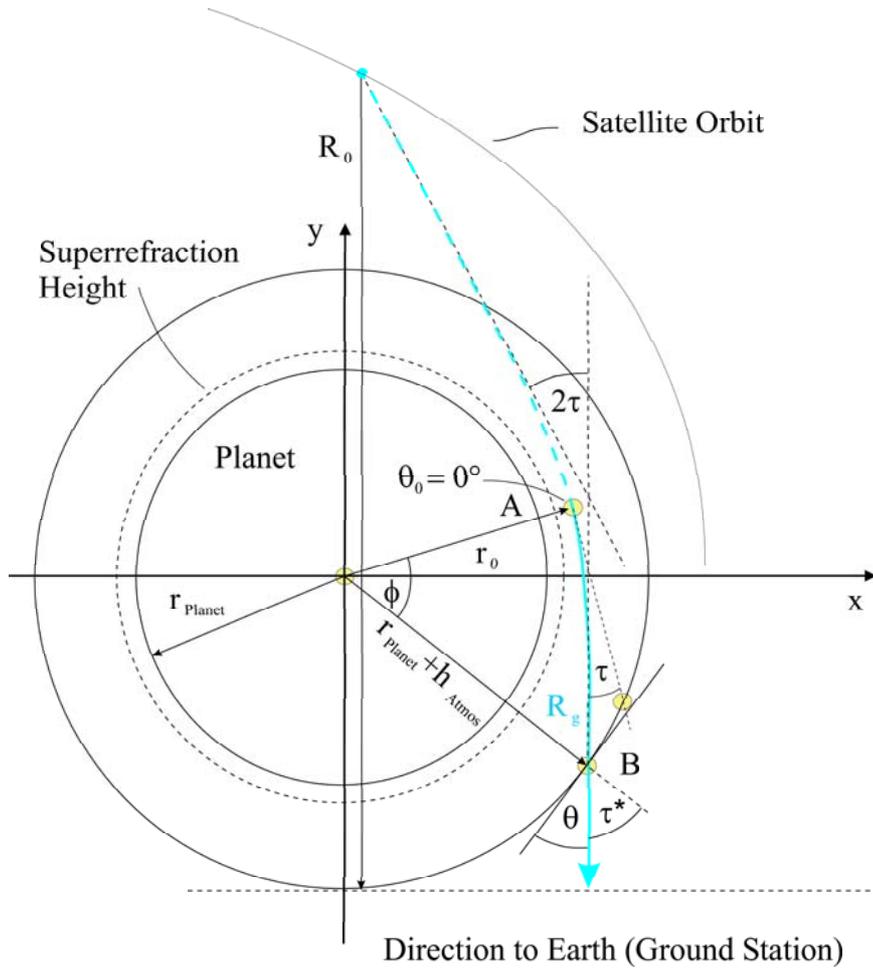


Abbildung 5.7: Die Krümmung des Strahlenweges in der Atmosphäre
 Die "super refraction height" entspricht der Strahlhöhe, in welcher die Krümmung der elektromagnetischen Welle aufgrund der Brechungseigenschaften der Atmosphäre gleich der Krümmung der Kugeloberfläche in dieser Höhe ist.

Aus der Summe dieser Krümmungselemente erhält man die gesamte Strahlablenkung τ .

$$\tau = \sum_{i=1}^m \Delta\tau_i \quad (5.82)$$

Mit den τ - und θ - Werten kann nun der Winkel ϕ bzw. die Winkel $\Delta\phi$ bestimmt werden.

Die Berechnung des Strahls startet aufgrund der Symmetrie zwischen eintretendem und aus tretendem Strahl im Punkt A mit einer Ausbreitungsrichtung tangential zur Planetenoberfläche. Der Wegunterschied des Strahles zwischen der direkten Verbindung (Satellit und Bodenstation) R_0 und dem gekrümmten Weg R_g entspricht $R_g - R_0$. Die Änderung des Weges aufgrund der Brechzahl gegenüber dem Freiraum berechnet sich aus der Differenz zwischen dem geometrischen Weg im Freiraum und dem geometrischen Weg in der Atmosphäre zwischen A und B. Der geometrische Strahlenweg ΔR_{gi} der elektromagnetischen Welle in der i -ten Schicht kann nun mit dem Cosinussatz bestimmt werden.

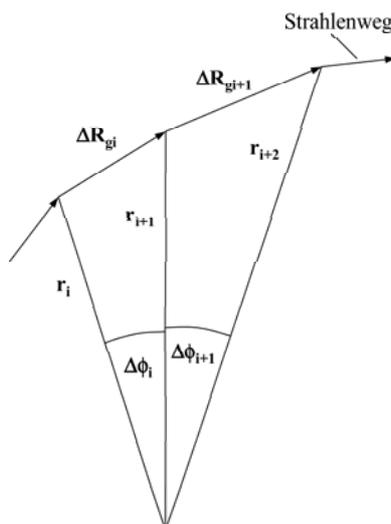


Abbildung 5.8: Geometrie zur Bestimmung der Strahlenwelemente R_{gi}

$$\Delta R_{gi} = \left[(r_{i+1} - r_i)^2 + 2(1 - \cos(\phi_{i+1} - \phi_i)) r_{i+1} r_i \right]^{\frac{1}{2}} \quad (5.83)$$

Die Länge des gesamten geometrischen Strahlenweges ist gleich der Summe über die Teilintervalle.

$$R_g = \sum_{i=1}^m \Delta R_{gi} \quad (5.84)$$

Die Entfernung für die elektromagnetische Welle im Medium auf der gekrümmten Bahn lautet

$$l_{op} = \sum_{i=1}^m n_i \Delta R_{gi} \quad (5.85)$$

Für jede Höhengschicht kann nun der Strahlenweg ausgehend von dem tangentialen Startpunkt berechnet werden. Durch Spiegelung des berechneten Strahlenweges an r_0 ergibt sich der gesamte Strahlenverlauf in der Atmosphäre unter den hier getroffenen Annahmen. Nach einer Drehung des Strahlenweges um den Koordinatenursprung, wodurch der Austrittspunkt des Strahles aus der Atmosphäre in Erdrichtung zeigt, kann in einer 2-dimensionalen Berechnung die Gerade am Eintrittspunkt bestimmt werden und damit der Schnittpunkt mit der Satellitenbahn. Hieraus ergibt sich die Richtung in Abhängigkeit von der Satellitenposition, in welche die Satellitenantenne auszurichten ist um die Bodenstation mit dem Signal zu erreichen. Eine gleiche Vorgehensweise für unterschiedliche Starthöhen der Strahlberechnung ergibt die Ausrichtung bzw. den Vorhaltewinkel der Antenne über der Satellitenbahn und damit in Abhängigkeit von der Zeit.

Die Berechnung der Schnittpunkte Satellitenbahn Strahleintrittsgerade erfolgt durch Gleichsetzen der Geradengleichung des Strahls außerhalb der Atmosphäre

$$r \cos \varphi = m r \sin \varphi + b \quad (5.86)$$

mit der Ellipsengleichung für die angenommene Satellitenbahn (siehe Abb. 5.9)

$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos(\varphi + \psi)} \quad (5.87)$$

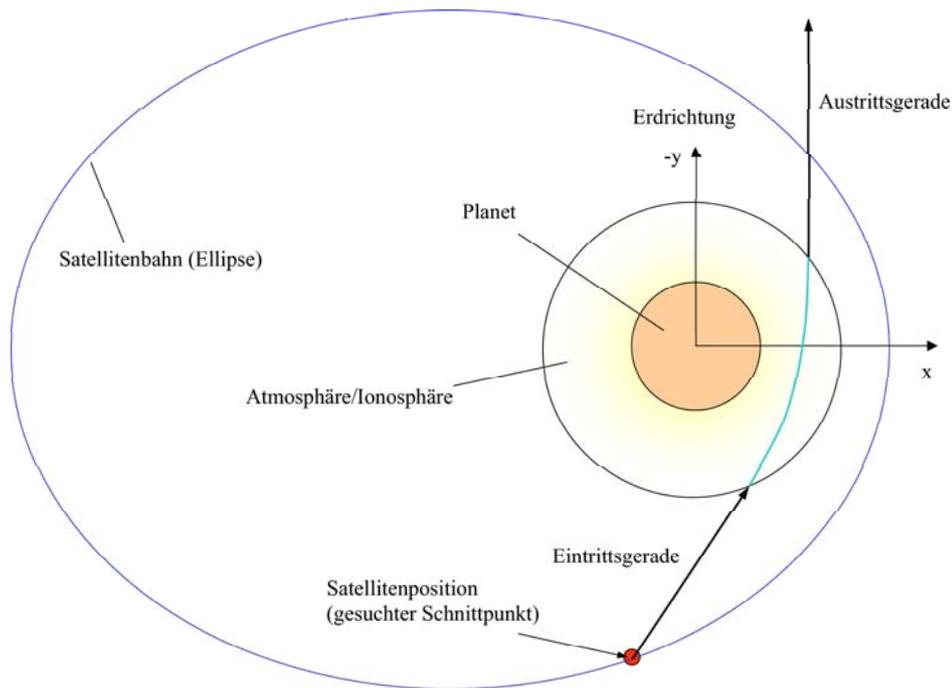


Abbildung 5.9: Darstellung zur Bestimmung des Schnittpunktes Strahl - Satellitenorbit

ψ stellt die Variable zur Verdrehung der Ellipse dar.

$$f(\phi) = 0 = m \frac{p}{1 + e \cos(\phi + \psi)} \sin \phi - \frac{p}{1 + e \cos(\phi + \psi)} \cos \phi + b \quad (5.88)$$

Die gesuchte Lösung wird durch Wahl eines geeigneten Startpunktes bei der durch ein Näherungsverfahren (z. B. dem Newton Verfahren) bestimmten Nullstelle berechnet.

Aus der Differenz der aufsummierten optischen Weglängen zweier Strahlen in verschiedenen Höhen entsteht eine Phasenwegänderung. Diese Änderung des Phasenweges, verursacht durch die Satellitenbewegung, bewirkt eine Dopplereffrequenzverschiebung im Empfangssignal der Bodenstation.

Zur Berechnung der höhenabhängigen Brechzahl der Atmosphäre und Ionosphäre aus Dopplereffwerten wird die inverse Abeltransformation benötigt (siehe Kapitel 5.4.4 und 6.2).

5.4.4 Berechnung der Brechzahl aus Dopplereffwerten

Im Folgenden wird auf das inverse Problem eingegangen, bei dem gemessene Dopplereffwerte bekannt sind und daraus das Höhenprofil der Brechzahl bestimmt wird. Dies entspricht auch der späteren Vorgehensweise bei der Datenanalyse. Zur Berechnung der Brechzahl in der Neutralgasatmosphäre und der Ionosphäre des Planeten aus Dopplereffwerten ist es notwendig, die Ebene, die durch die Erde, den Planeten und den Satelliten aufgespannt wird, als Referenzebene zu Grunde zu legen. Der Strahl, der vom Satelliten abgestrahlt, in der Planetenatmosphäre/Ionosphäre gebrochen und auf der Erde empfangen wird, wird sich bei der angenommenen

sphärischen Symmetrie in dieser Ebene ausbreiten. Nun wird ein Koordinatensystem in diese Ebene gelegt, welches den Ursprung im Planetenzentrum hat und dessen Y-Achse durch den Mittelpunkt der Erde geht. Aus dem bekannten Positionswert des Satelliten in dieser Ebene und dem zugehörigen Dopplerverwert soll nun der Brechungsindex in Abhängigkeit von der Höhe über Grund berechnet werden.

Zur Berechnung der Brechzahl mit dem Tangentenverfahren im IATP-Programm wird der eingelese Dopplereffekt über die Zeit integriert. Dieser aus dem Doppler berechnete Phasenweg besteht aus zwei Anteilen, die in der folgenden Näherungsrechnung getrennt werden. Die Anteile beinhalten

- den Phasenweganteil der durch die Strahlkrümmung entsteht
- und den Phasenweganteil der durch die Brechzahl entsteht.

Das Residuum des Phasenweges in Einheiten der Wellenlänge zwischen dem geraden Strahlenweg und dem realen optischen Strahlenweg bezeichnen wir mit s_p (siehe auch [Fje64]). s_p stellt die durch das Medium verursachte Phasenwegänderung dar. s_p wird durch die Integration des Dopplersignales bestimmt.

$$s_p = \frac{f}{c} \left(\int_{\text{entlang der geraden Linie}} ds - \int_{\text{entlang des Strahlenweges}} n ds \right) \quad (5.89)$$

Allgemein gilt der Zusammenhang nach Gleichung 5.12:

$$n = 1 + 10^{-6}N \quad (5.90)$$

Die Venus und der Mars besitzen kein oder nur ein schwaches globales Magnetfeld, daher kann der Brechungsindex der Ionosphäre aus der Gleichung (5.55), die das Magnetfeld vernachlässigt, bestimmt werden. Aus der Reihenentwicklung und unter Vernachlässigung höherer Terme folgt für die Ionosphäre

$$n = 1 - \frac{1}{2} \left(\frac{\omega_p}{\omega} \right)^2 = 1 - \frac{1}{2} N^*(r) \quad (5.91)$$

Hieraus folgt die Beziehung zwischen der Brechzahl N und dem hier aus praktischen Gründen verwendeten N^*

$$N = -\frac{1}{2} 10^6 N^* \quad (5.92)$$

Einsetzen in 5.89 ergibt den folgenden Zusammenhang für s_p :

$$s_p = s_2 - s_1 \quad (5.93)$$

mit

$$s_1 = \frac{f}{c} \left(\int_{\text{entlang des Strahlenweges}} ds - \int_{\text{entlang der geraden Linie}} ds \right) \quad (5.94)$$

$$s_2 = \frac{f}{2c} \int_{\text{entlang des Strahlenweges}} N^* ds = \frac{f}{c} \int (1 - n) ds \quad (5.95)$$

In realen Atmosphären und Ionosphären nimmt N^* Werte von 10^{-5} bis 10^{-6} ein.

Der erste Schritt besteht also darin, aus der gemessenen Phasenverschiebung s_p , s_2 zu bestimmen.

Berechnung der Strahlhöhe r_0 und des Strahlablenkungswinkels 2ψ

Im folgenden wird aus praktischen Gründen für den Winkel τ auch die Bezeichnung ψ verwendet, also $\tau = \psi$. In diesem Verfahren wird der gekrümmte Strahl durch Geraden (Tangenten) angenähert. Das Verfahren eignet sich zur Bestimmung der Brechzahl in dünnen Atmosphären und Ionosphären. Für dichtere Atmosphären werden weiter unten alternative Vorgehensweisen vorgestellt. Die Trennung der optischen Weglängen s_1 und s_2 erfordert eine Iterationsrechnung mit dem Ziel, dass die Längendifferenz zwischen dem gekrümmten Phasenweg (Tangentenweg am gekrümmten Phasenweg) und dem Messwert s_p (am Schnittpunkt der Tangente mit dem Orbit) eingesetzt in Gl. 5.97 den Winkel 2ψ ergibt. Startpunkt der Iteration sei die Höhe $h_1 \Rightarrow r_0$. Im ersten Näherungsschritt wird $s_1 = 0$ gesetzt (gekrümmter Strahlenweg = gerade Verbindungslinie bzw. $\Psi = 0$). Aus dem Schnittpunkt des geraden Strahls (im Abstand r_0) mit der Bahn erhält man dann für s_2 :

$$s_{2_1}(r_0) = s_p(r_0) \quad (5.96)$$

Mit dieser ersten Näherung für s_2 kann nun eine erste Näherung $2\Psi_1$ (siehe Gl. 4.31) berechnet werden (zur Durchführung der Differentiation werden zwei parallele Strahlen mit einem Abstand Δr_0 von 1 m betrachtet).

$$2\Psi_1 = -\frac{c}{f} \frac{ds_{2_1}(r_0)}{dr_0} \quad (5.97)$$

Mit dem Winkel $2\Psi_1$ lässt sich wiederum im zweiten Näherungsschritt (ausgehend von der gleichen Startposition r_0 aber mit der Tangente die um $2\Psi_1$ abgelenkt wurde) eine andere Satellitenposition bestimmen und ein anderer zugehöriger Messwert s_p für die Iteration auslesen (siehe Abbildung 5.10). Der zur 2-ten Satellitenposition zugehörige x-Wert berechnet sich aus dem Schnittpunkt der Tangente $x = r_0 + y \tan 2\psi$ und der mit einer Geraden approximierten Satellitenbahn $y = y_0 + ux$ (siehe auch [Fje64]). Die mit dieser Methode gewählte Näherung des Orbits in Form einer Geraden, die durch den Ein- und Austrittspunkt der Okkultation bestimmt ist, dient der prinzipiellen Darstellung des Verfahrens. Im IATP-Programm kann jedoch alternativ der Orbit als Keplerbahn verwendet werden.

$$x = \frac{r_0 + y_0 \tan 2\Psi(r_0)}{1 - u \tan 2\Psi(r_0)} \quad (5.98)$$

Mit diesem neuen Schnittpunkt erhält man die neue an dieser Satellitenposition gemessene Phasenverschiebung $s_p(x)$. Nun wird überprüft, ob der neue s_p -Wert mit diesem Winkel (s_2 -Wert) und dem Tangentenweg (s_1 -Wert) übereinstimmt. Aus der Differenz zwischen der geraden Verbindung (Strecke) und der geknickten geometrischen Verbindung (Strecke) erhält man den ersten s_1 -Wert. Die Differenz zwischen diesem s_1 -Wert und dem gemessenen $s_p(x)$ ergibt den neuen s_2 -Wert, der den nächsten 2ψ -Wert liefert (wenn dieser mit dem zuvor eingestellten Winkel übereinstimmt kann die Iteration beendet werden). D. h. mit Gleichung 5.93 und 5.100 lässt sich nun die nächste Näherung für s_2 mit dem Weg s_1 (Differenz aus dem Asymptotenweg und der geraden Verbindung) berechnen.

$$s_{2_2}(r_0) = s_p(x) + s_1 \quad (5.99)$$

Zur endgültigen Bestimmung des Phasenweges s_2 muß jedoch gemäß 5.93 bzw. 5.99 noch der Phasenweg s_1 bestimmt werden. Die Anteile zur Berechnung der Wegdifferenz s_1 zeigt Abbildung 5.11. Die rot gestrichelten Linien zeigen den Tangentenverlauf symmetrisch zur x-Achse.

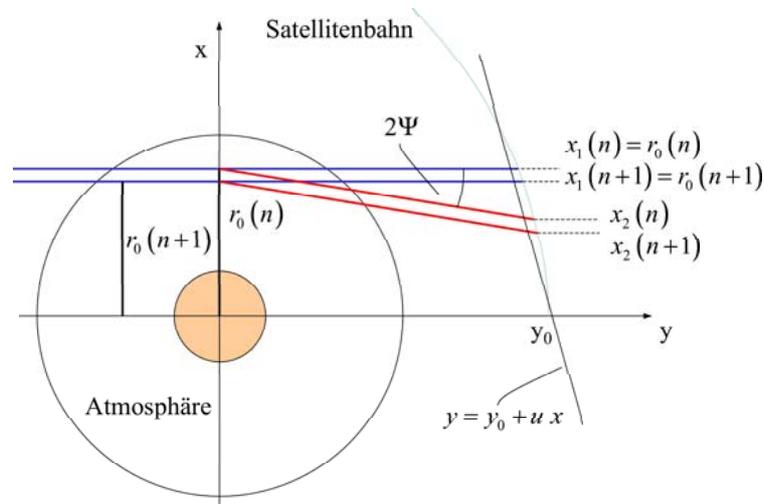


Abbildung 5.10: Schematische Darstellung der Iteration zur Bestimmung des Ablenkwinkels und der Phasenänderung auf dem gekrümmten Weg durch die Atmosphäre

Durch eine Drehung des für diese Höhe bestimmten Tangentenverlaufs um den Winkel ψ entsteht der rot durchgezogene Verlauf, der die Bodenstation mit dem aus der Atmosphäre austretenden Strahl trifft. Aus der Geometrie folgt

$$\begin{aligned}
 s_1 &= D - B = \frac{A}{\sin 2\Psi} - \frac{A}{\tan 2\Psi} \\
 &= (r_0 \cos \Psi - x_{sat}) \left(\frac{1}{\sin 2\Psi} - \frac{1}{\tan 2\Psi} \right) \\
 &= (a - x_{sat}) \frac{1 - \cos 2\Psi}{\sin 2\Psi} \quad \text{oder} \\
 &= (a - x_{sat}) \tan \Psi
 \end{aligned} \tag{5.100}$$

Durch mehrfaches Wiederholen dieser Schritte erhält man eine gute Approximation für s_2 . Die Iteration zieht vom gemessenen Residuum s_p den Weganteil, der durch die Geometrie der Asymptoten entsteht, ab und liefert den zugehörigen Höhenvektor $h = r_0 - R_{planet}$. Es verbleibt der Anteil $s_2(r_0)$, welcher durch den Brechungsindex auf dem Strahlenweg entsteht. Mit diesem $s_2(r_0)$ kann nun die Brechzahl bestimmt werden.

An dieser Stelle sei erwähnt, dass bei verrauschten Messwerten die Berechnung von $\frac{ds_2}{dr_0}$ ein Problem darstellt. Die Ableitung führt zu einer erheblichen Verschlechterung der Iterationsergebnisse. Um diesen Effekt zu verringern, müssen die Daten vor der Iteration z. B. durch einen Ausgleich mit interpolierenden Splines geglättet werden. Dabei ist darauf zu achten, dass Signaturen die in den Dopplerwerten enthalten sind und physikalische Werte beinhalten, erhalten bleiben.

Berechnung des Brechungsindex aus dem Strahlabstand r_0 und dem s_2 -Wert:

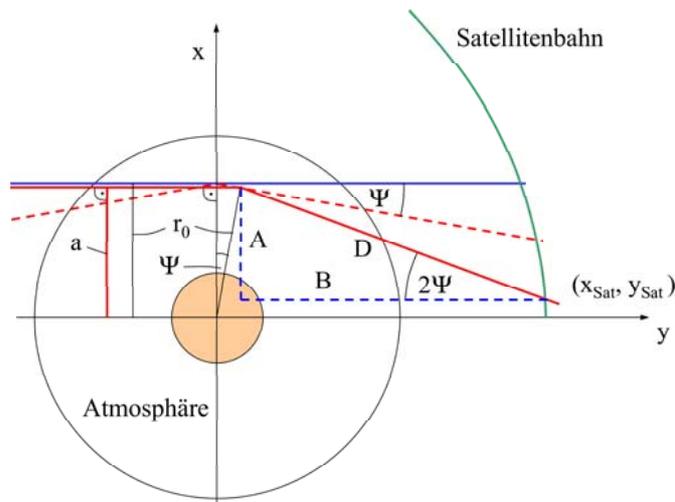


Abbildung 5.11: Berechnung der Weglängendifferenz s_1 (aus dem Integral längs der gekrümmten Strecke minus der geraden Verbindung Bodenstation Satellit). Der rote Strahlverlauf entspricht dem Verlauf des Strahls, der durch die Tangenten angenähert wurde. Berücksichtigt man, dass zur Bestimmung der Strecke s_1 die Symmetrielinie nicht mehr auf der x -Achse liegt (dort entspricht der Tangentenverlauf für dieses r_0 der rot gestrichelten Linie) folgt s_1 aus dem Streckenunterschied $D-B$.

Im folgenden wird gezeigt, wie aus den eben bestimmten $s_2(r_0)$ Werten die Brechzahl N^* bzw. N bestimmt werden kann. Die $s_2(r_0)$ Werte werden auf der Basis realistischer Orbitalelemente (Keplerbahn) bestimmt. Dazu ist Gleichung 5.95 umzuformen.

Mit der Transformation $\cos \alpha = \frac{r_0}{r}$, die in Abb. 5.13 grafisch dargestellt ist, folgt für ds [Fje64]

$$\begin{aligned}
 ds &= \sqrt{(r d\phi)^2 + dr^2} \\
 &= \sqrt{\left(r \frac{d\phi}{dr}\right)^2 + 1} dr \\
 &= \sqrt{\left(\frac{r_0}{\cos \alpha} \frac{\cos^2 \alpha d\phi}{r_0 \sin \alpha d\alpha}\right)^2 + 1} \frac{r_0 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} d\alpha \\
 &= \sqrt{\cos^2 \alpha \left(\frac{d\phi}{d\alpha}\right)^2 + \sin^2 \alpha} \frac{r_0}{\cos^2 \alpha} d\alpha
 \end{aligned} \tag{5.101}$$

und für den Weg s_2 aus der Gleichung 5.95 ($2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}$)

$$s_2 = \frac{f}{c} r_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{\cos^2 \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha \left(\frac{d\phi}{d\alpha}\right)^2 + \sin^2 \alpha} d\alpha$$

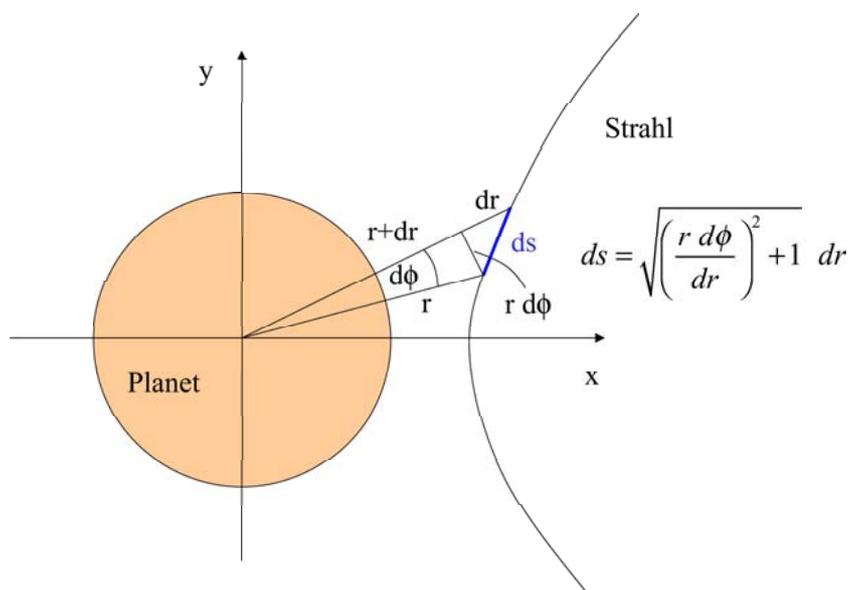


Abbildung 5.12: Ein Wegelement des Strahls am Beispiel einer Planetenionosphäre

Für $(d\phi/d\alpha)^2$ ergibt sich mit 5.70

$$\begin{aligned}
 (d\phi/d\alpha)^2 &= \left(\frac{d\phi}{dr} \frac{dr}{d\alpha} \right)^2 \\
 \frac{d\phi}{dr} &= \frac{1}{r} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{rn}{r_0 n_0}\right)^2 - 1}} = \frac{\cos \alpha}{r_0} \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{n\left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{n_0 \cos \alpha}\right)^2 - 1}} \\
 \frac{dr}{d\alpha} &= \frac{r_0 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha} \\
 \frac{d\phi}{dr} \frac{dr}{d\alpha} &= \frac{n_0 \sin \alpha}{\sqrt{n^2 \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right) - n_0^2 \cos^2 \alpha}} \\
 &= \frac{1 - N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right) - (1 - N^*(r_0)) \cos^2 \alpha}{\sqrt{1 - N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right) - (1 - N^*(r_0)) \cos^2 \alpha}} \\
 (d\phi/d\alpha)^2 &= \frac{1 - N^*(r_0)}{1 + \frac{N^*(r_0) \cos^2 \alpha - N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{\sin^2 \alpha}} \quad (5.102)
 \end{aligned}$$

Eine Reihenentwicklung liefert

$$\begin{aligned}
 \left(\frac{d\phi}{d\alpha} \right)^2 &\approx [1 - N^*(r_0)] \left[1 - \frac{N^*(r_0) \cos^2 \alpha - N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{\sin^2 \alpha} \right] \\
 &= \left[1 - N^*(r_0) - \frac{N^*(r_0) \cos^2 \alpha - N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{\sin^2 \alpha} + \frac{N^{*2}(r_0) \cos^2 \alpha - N^*(r_0) N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha}\right)}{\sin^2 \alpha} \right] \quad (5.103)
 \end{aligned}$$

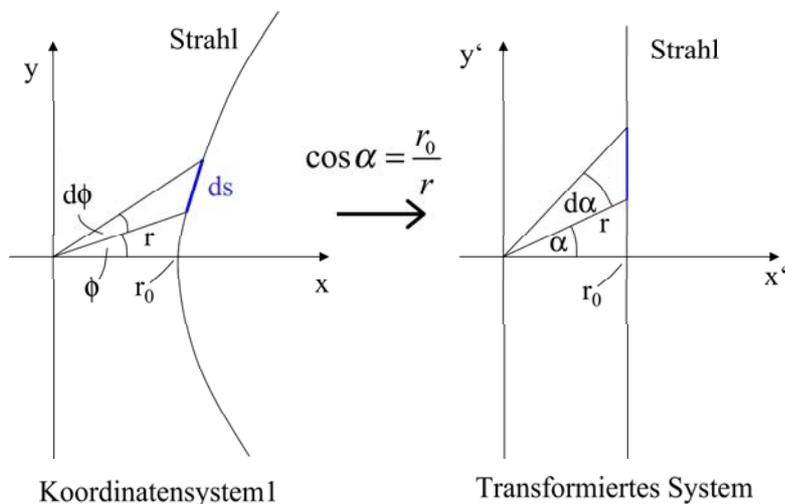


Abbildung 5.13: Die Auswirkung der Transformation $\cos \frac{\alpha}{r_0}$ auf die Strahlgeometrie. Nach der Transformation erscheint der gekrümmte Strahl als Gerade.

Daraus ergibt sich für s_2

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \frac{f}{c} r_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha} \right)}{\cos^2 \alpha} \sqrt{\cos^2 \alpha [1 + O(N^*)] + \sin^2 \alpha} \, d\alpha \\
 &\approx \frac{f}{c} r_0 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{N^* \left(\frac{r_0}{\cos \alpha} \right)}{\cos^2 \alpha} \, d\alpha
 \end{aligned} \tag{5.104}$$

wobei wegen der kleinen N^* -Werte ($\approx 10^{-5}$ bis 10^{-6}) Terme höherer Ordnung von N^* vernachlässigt werden.

Aus der durchgeführten Transformation erkennt man, dass sich die Integration über den gekrümmten Strahl durch eine Integration längs einer Geraden in der Atmosphäre/Ionosphäre annähern lässt. Eine Rücktransformation mit $dr = \frac{r_0 \sin \alpha}{\cos^2 \alpha}$ ergibt [Fje64]

$$\begin{aligned}
 s_2 &= \frac{f}{c} \int_{r_0}^{\infty} \frac{N^*(r)}{\sin \alpha} \, dr \\
 \text{aus } \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 \quad \rightarrow \quad \sin \alpha = \sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2} \\
 s_2 &= \frac{f}{c} \int_{r_0}^{\infty} N^*(r) \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{r_0}{r} \right)^2}} \, dr
 \end{aligned} \tag{5.105}$$

Die Anwendung der inversen Abeltransformation auf Gleichung 5.105 liefert die Werte für den Brechungsindex der Atmosphäre. Eine Form der Darstellung der Inversion lautet ([Fje64], [Pou96], und [Bra86])

$$N(r)^* = \frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \frac{d}{dr} \left\{ \int_{r_0=\infty}^r \frac{s_2(r_0)}{r_0} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2} dr_0 \right\} \quad (5.106)$$

Die Berechnung der Brechzahl aus der Phasenverschiebung mit dem Zusammenhang aus Gleichung 5.95 bzw. 5.105 besteht also im Wesentlichen aus der Umsetzung eines numerischen Verfahrens zur inversen Abeltransformation.

Beschreibung der Abel Transformation

Die Abel'sche Integrationsgleichung stellt den Zusammenhang zwischen einer radialen Verteilung $f(r)$ und ihrer Projektion $h(y)$ her. Es ergibt sich eine Gleichung der Form:

$$h(y) = 2 \int_y^R f(r) \frac{r}{\sqrt{r^2 - y^2}} dr \quad (5.107)$$

Damit lässt sich die Querverteilung, die sich durch die Projektion der radialen Verteilung ergibt, berechnen. Im vorliegenden Fall soll der umgekehrte Weg beschritten werden. Es liegt eine Querverteilung vor, aus der nun die Radialverteilung berechnet werden soll. Dafür kann man die inverse Abeltransformation verwenden:

$$f(r) = -\frac{1}{\pi} \int_r^R \frac{dh(y)}{dy} \frac{dy}{\sqrt{y^2 - r^2}} \quad (5.108)$$

In den meisten Fällen handelt es sich bei der Funktion $h(y)$ jedoch nicht um eine analytisch auswertbare Funktion, sondern eher, wie in unserem Fall, um eine Reihe von Messwerten. Für die numerische Berechnung der inversen Abeltransformation gibt es viele Verfahren, die diese Berechnung ermöglichen (siehe Kapitel 6.2). Abbildung 5.14 zeigt die Geometrie zwischen Messobjekt und Messwert.

Aus s_2 in Gleichung 5.95 bzw. 5.105 lässt sich somit mit Hilfe der Abeltransformation die Brechzahl N berechnen.

Auswertung des Abel Integrals

Im weiteren wird ein Weg zur numerischen Berechnung dieses Integrals aufgezeigt. Man differenziert das Integral 5.106 entsprechend dem im folgenden angegebenen Formalismus. F und G sind dabei willkürlich angenommene Funktionen die für die entsprechenden Terme in Gl. 5.106 stehen.

$$\begin{aligned} F &= \frac{d}{dx} \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} G(x, \xi) dx \\ &= \int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} \frac{\partial G(x, \xi)}{\partial x} d\xi + G(x, \psi) \frac{\partial \psi(x)}{\partial x} - G(x, \varphi) \frac{\partial \varphi(x)}{\partial x} \end{aligned} \quad (5.109)$$

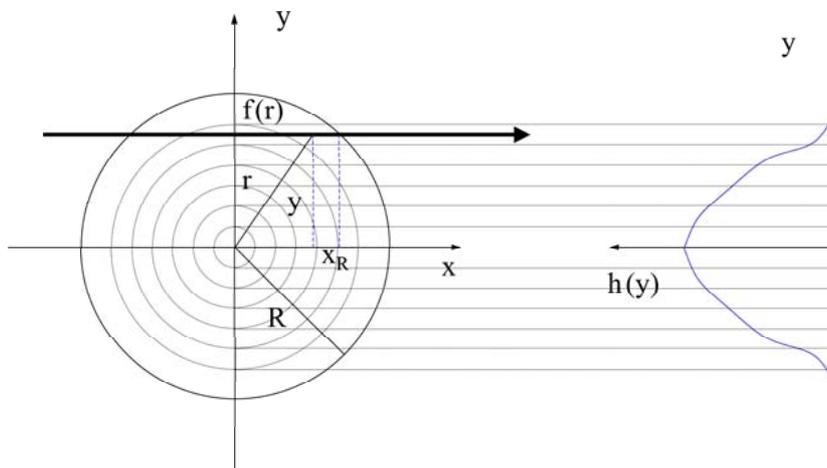


Abbildung 5.14: Die Geometrie der Abeltransformation

Es folgt dann

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial G(r, r_0)}{\partial r} &= \frac{\partial}{\partial r} \left\{ \frac{s_2(r_0)}{r_0} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \right\} \\
 &= \frac{s_2(r_0)}{r_0} \left(-\frac{1}{2} \right) \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{3}{2}} (-2) \frac{r_0^2}{r^3} \\
 &= s_2(r_0) r_0 \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{3}{2}}
 \end{aligned} \tag{5.110}$$

und mit $\frac{\partial \psi}{\partial r} = 1$ für die obere Grenze

$$G(r, \psi) = \frac{s_2(r_0)}{r_0} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{1}{2}} \Bigg|_{r_0=r} \tag{5.111}$$

Einsetzen von $r_0 = r$ liefert für $\frac{s_2(r_0)}{r_0} \rightarrow \underbrace{\frac{s_2(r)}{r}}_{= \text{const. (im Integral)}}$. Der unbestimmte Klammerausdruck

wird zurück unter das Integral gezogen ($\int \frac{d}{dr_0} [\dots] dr_0$). Somit hebt die Integration die Differenziation auf

$$\frac{d}{dr_0} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-\frac{1}{2}} = \frac{d}{dr_0} \left[r(r_0^2 - r^2)^{-\frac{1}{2}} \right]$$

$$= -rr_0 (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} \quad (5.112)$$

Multipliziert mit $s_2(r)/r$ folgt für den Ausdruck im Integral

$$-rr_0 (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} \frac{s_2(r)}{r} = s_2(r) r_0 (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} \quad (5.113)$$

Die unteren Grenze $G(r, \varphi = \infty) = 0$. Hieraus folgt für das gesamte Integral N^*

$$N^* = \frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \int_r^\infty [s_2(r) - s_2(r_0)] (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} r_0 dr_0 \quad (5.114)$$

Für das Wegelement von $r_0 = r$ bis $r + \Delta r$ folgt aus dem Integral 5.106 mit der Annahme das der Funktionswert von $G(r) \cong G(r + \Delta r)$

$$\begin{aligned} N_{Start}^* &= -\frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \frac{d}{dr} \left\{ \int_r^{r_0=r+\Delta r} \frac{s_2(r_0)}{r_0} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2} dr_0 \right\} \\ &\cong -\frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \frac{d}{dr} \left\{ \underbrace{\frac{s_2(r)}{r} \left[\left(\frac{r+\Delta r}{r} \right)^2 - 1 \right]^{-1/2}}_{s_2(r) \underbrace{\left[(r+\Delta r)^2 - r^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \Delta r}_{\approx \left(\frac{\Delta r}{2r} \right)^{\frac{1}{2}}}} \right\} \\ &= -\frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \frac{d}{dr} \left[s_2(r) \left(\frac{\Delta r}{2r} \right)^{\frac{1}{2}} \right] \end{aligned} \quad (5.115)$$

Für N^* ergibt sich ([Fje64])

$$N^*(r) = -\frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \frac{d}{dr} \left[s_2(r) \left(\frac{\Delta r}{2r} \right)^{\frac{1}{2}} \right] + \frac{2}{\pi} \frac{c}{f} \int_{r+\Delta r}^\infty [s_2(r) - s_2(r_0)] (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} r_0 dr_0 \quad (5.116)$$

Damit ist gezeigt, dass das Integral in den Grenzen von $r + \Delta r$ bis ∞ in ein Wegintegral innerhalb der Atmosphäre mit den Grenzen $r + \Delta r$ und R (= Planetenradius + Atmosphärenhöhe) und ein Weiteres außerhalb der Atmosphäre bis $r_0 = \infty$ mit $s_2(r_0) = 0$ aufgeteilt werden kann. Diese Aufteilung liefert für das Integral außerhalb der Atmosphäre

$$\begin{aligned} \int_R^\infty \left[s_2(r) - \underbrace{s_2(r_0)}_{=0} \right] (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} r_0 dr_0 &= s_2(r) \int_R^\infty (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} r_0 dr_0 \\ &= s_2(r) (R^2 - r^2)^{-\frac{1}{2}} \end{aligned} \quad (5.117)$$

Nun ergibt sich für N^*

$$N^*(r) = \frac{2c}{\pi f} \left\{ -\frac{d}{dr} \left[s_2(r) \left(\frac{\Delta r}{2r} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] + \int_{r+\Delta r}^R [s_2(r) - s_2(r_0)] (r_0^2 - r^2)^{-\frac{3}{2}} r_0 dr_0 + s_2(r) (R^2 - r^2)^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (5.118)$$

Diese Gleichung wurde zur Berechnung der höhenabhängigen Brechzahl im IATP-Programm im Zusammenhang mit den Interpolierenden Splines programmiert. Die wahre Brechzahl N berechnet sich gemäß Gl. 5.92 zu:

$$N = -\frac{1}{2} \cdot 10^6 N^* \quad (5.119)$$

Berechnung des Brechungsindex aus dem Tangentenabstand a und dem Strahlablenkungswinkel τ :

Eine weitere Möglichkeit zur Berechnung des Brechungsindex erhält man über den Strahlablenkungswinkel τ und die Tangentenabstände a (siehe Abbildung 5.15) ([Tyl87]). Mit dieser Möglichkeit kann der Brechungsindex allein aus Kenntnis des Dopplereffektes, der Bahndaten und der Strahl tangente (Asymptoten) bestimmt werden. Eine Berechnung der Phasenweglängen ist dabei nicht nötig. Abbildung 5.15 zeigt die dazu verwendeten geometrischen Größen am Beispiel der Strahlablenkung in der Ionosphäre. Aus dem Snellius Brechungsgesetz für sphärische Schichten 5.68 folgt

$$n_0 r_0 = n_\infty R_A \sin \alpha \quad n_\infty = 1$$

$$n_0 r_0 = R_A \sin \alpha \quad (5.120)$$

Außerdem gilt $\sin \alpha = \frac{a}{R_A}$. Hieraus folgt die Regel von Bouguer oder "Bouguer'sche Regel"

$$a = n_0 r_0 \quad (5.121)$$

Differenziert man Gleichung 5.75 nach dr folgt

$$\frac{d\tau}{dr} = \frac{d\phi}{dr} + \frac{d\alpha}{dr} \quad (5.122)$$

Zur Berechnung von $\frac{d\tau}{dr}$ fehlt nur noch eine Beziehung für $\frac{d\alpha}{dr}$ ($\frac{d\phi}{dr}$ ist mit Gl. 5.70 gegeben). Durch Ableiten der Gl. 5.68 nach dr erhält man

$$\begin{aligned} \left(n + r \frac{dn}{dr} \right) \sin \alpha + r n \cos \alpha \frac{d\alpha}{dr} &= 0 \\ \frac{d\alpha}{dr} &= -\frac{\left(n + r \frac{dn}{dr} \right) \sin \alpha}{r n \sqrt{1 - \sin^2 \alpha}} \end{aligned}$$

mit $\sin \alpha = \frac{a}{nr}$ ergibt sich

$$\frac{d\alpha}{dr} = -\frac{\left(n + r \frac{dn}{dr} \right) a}{r n \sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \quad (5.123)$$

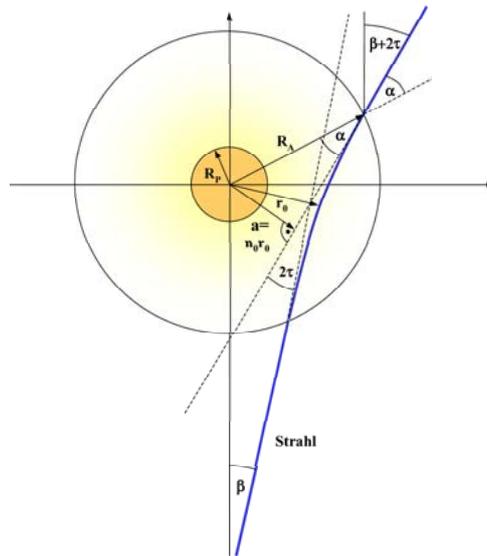


Abbildung 5.15: Geometrie zur Bestimmung des Parameters a am Beispiel der Strahlkrümmung in einer Ionosphäre. (Es besteht kein prinzipieller Unterschied zur Bestimmung des Parameters a mit der Geometrie in einer Neutralgasatmosphäre)

Einsetzen von 5.123 und 5.68 in Gl. 5.122 liefert

$$\begin{aligned} \frac{d\tau}{dr} &= \frac{a}{r \sqrt{r^2 n^2 - a^2}} - \frac{\left(n + r \frac{dn}{dr}\right) a}{rn \sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \\ &= \left(1 - \frac{n}{n} - \frac{r}{n} \frac{dn}{dr}\right) \frac{a}{r \sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \\ &= -\frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \frac{a}{\sqrt{r^2 n^2 - a^2}} \end{aligned}$$

Für $\tau(r)$ folgt

$$\tau(a) = -2 \int_{r=r_0}^{r=\infty} \frac{1}{n} \frac{dn}{dr} \frac{a}{r \sqrt{r^2 n^2 - a^2}} dr \quad (5.124)$$

Die in 5.107 und 5.108 gezeigte Abeltransformation liefert dann:

$$\ln(n(r)) = -\frac{1}{\pi} \int_{a=a_1}^{\infty} \ln \left\{ \frac{a}{a_1} + \left[\left(\frac{a}{a_1} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} \frac{d\tau}{da} da \quad (5.125)$$

bzw. für $d\tau$ folgt durch Anpassen der Integralgrenzen

$$\ln(n(r)) = -\frac{1}{\pi} \int_{\tau=\tau(a_1)}^{\tau=0} \ln \left\{ \frac{a}{a_1} + \left[\left(\frac{a}{a_1} \right)^2 - 1 \right]^{\frac{1}{2}} \right\} d\tau \quad (5.126)$$

Berechnung der Tangentenabstände a und des Strahlablennkungswinkels τ :

Zur Bestimmung der Strahlhöhe a und der Strahlablennkung können die Werte aus dem Tangentenverfahren genommen werden. Als Alternative zum oben beschriebenen Tangentenverfahren können auch die im folgenden aufgeführten Formeln genutzt werden (siehe auch [Yak02] und [HTK98]).

Aus der Beziehung

$$a = n(r) r \sin \alpha = n(r) r \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} \quad (5.127)$$

und dem Wegelement dl

$$dl = dr / \cos \alpha = \frac{nrdr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} \quad (5.128)$$

folgt für den Phasenweg Φ und die Dopplerfrequenzverschiebung

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \int n dl = \frac{2\pi}{\lambda} \int \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} \quad (5.129)$$

$$f = \frac{1}{2\pi} \frac{d\Phi}{dt} \quad (5.130)$$

Teilt man den Weg in drei Strecken (Satellit (R_{Sat}) bis Strahleintritt (R_a) in die Ionosphäre, Strahlenweg in der Atmosphäre/Ionosphäre ($2 \cdot (r_0 \text{ bis } R_a)$), Strahlaustritt R_a aus der Ionosphäre bis zur Bodenstation (R_{BS}))

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} + \int_{R_a}^{R_{Sat}} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - a^2}} + \int_{R_a}^{R_{BS}} \frac{r dr}{\sqrt{r^2 - a^2}} \right) \quad (5.131)$$

und löst die Integralanteile die nur gerade Strecken darstellen ergibt sich

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} + \sqrt{R_{Sat}^2 - a^2} + \sqrt{R_{BS}^2 - a^2} \right) \quad (5.132)$$

Nun ist $R_{BS} \gg R_{Sat}$ und $R_{BS} \gg a$. Außerdem gilt $\sqrt{R_{Sat}^2 - a^2} = R_{Sat} \cos(\phi + 2\tau)$ Damit folgt für Φ

$$\Phi = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} + R_{Sat} \cos(\phi + 2\tau) + R_{BS} \right) \quad (5.133)$$

Für die gerade Verbindung Φ_0 zwischen Satellit und Bodenstation gilt

$$\Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} (R_{Sat} \cos \phi + R_{BS}) \quad (5.134)$$

Die Phasenwegänderungen der Mikrowelle ergibt

$$\Delta\Phi = \Phi - \Phi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} + R_{Sat} \cos(\phi + 2\tau) - R_{Sat} \cos \phi \right) \quad (5.135)$$

und daraus folgt für die gemessene Dopplerfrequenzverschiebung (siehe auch Gl. 6.10)

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} + R_{Sat} \cos(\phi + 2\tau) - R_{Sat} \cos \phi \right) \quad (5.136)$$

oder

$$\Delta f - \frac{1}{\lambda} \frac{d}{dt} \left(2 \int_{R_a}^{r_0} \frac{n^2 r dr}{\sqrt{n^2 r^2 - a^2}} \right) - \frac{d}{d\xi} R_{Sat} \cos(\phi + 2\tau) \frac{d\xi}{dt} = \frac{1}{\lambda} \left\{ [\cos(\phi + 2\tau) - \cos \phi] \frac{dR_{Sat}}{dt} - R_{Sat} [\sin(\phi + 2\tau) - \sin \phi] \frac{d\phi}{dt} \right\} \quad (5.137)$$

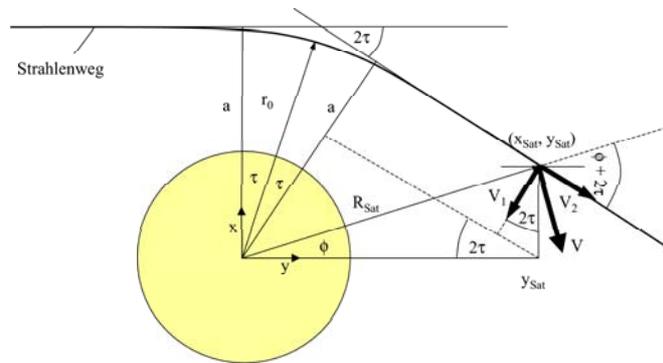


Abbildung 5.16: Grafische Darstellung des Strahlenweges und der Satellitenposition mit den Satellitengeschwindigkeiten V_1 und V_2

Spaltet man die Orbitgeschwindigkeit des Satelliten in einen tangentialen V_2 und einen radialen V_1 Anteil im Bezug zur Erdrichtung auf, folgt (siehe auch Abb. 5.16)

$$\frac{dR_{Sat}}{dt} = -V_1 \sin(\phi + 2\tau) + V_2 \cos(\phi + 2\tau) \quad (5.138)$$

$$R_{Sat} \frac{d\phi}{dt} = -V_1 \cos(\phi + 2\tau) - V_2 \sin(\phi + 2\tau) \quad (5.139)$$

Für Δf ergibt sich mit der Annahme, dass die Änderung des Strahlenweges in der Atmosphäre klein ist

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} [V_1 \sin 2\tau + V_2 (1 - \cos 2\tau)] \quad (5.140)$$

Eine Umformung (siehe Anhang D) ergibt den Krümmungswinkel in Abhängigkeit von der Satelliten-Bahngeschwindigkeit und von der gemessenen Dopplerfrequenz Δf

$$\tau = \arctan \left(\frac{\frac{\Delta f \lambda}{V_1}}{1 + \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta f V_2 \lambda}{V_1^2} - \frac{\Delta f^2 \lambda^2}{V_1^2}}} \right) \quad (5.141)$$

Für dünne Atmosphären/Ionosphären kann dieser Ausdruck vereinfacht werden.

$$2\tau = \frac{\Delta f \lambda}{V_1} \left(1 - \frac{\Delta f V_2 \lambda}{2V_1^2} \right) \quad (5.142)$$

Nun kann mit dem Winkel 2τ a bestimmt werden

$$a = y_{Sat} \sin 2\tau + x_{Sat} \cos 2\tau \quad (5.143)$$

Mit 2τ und a kann nun das Höhenprofil vom Brechungsindex bestimmt werden.

Ein weitere Möglichkeit die Inversionsrechnung durchzuführen wird in [Süß81] beschrieben. Dort wird mit Kenntnis des prinzipiellen Verlaufs der Plasmaverteilung (prinzipiell auch gültig für eine Neutralgasatmosphäre) das Profil durch eine Funktion mit Parametern nachgebildet und diese Verteilung in der Inversionsgleichung eingesetzt. Eine Methode zur Verbesserung der Laufzeitbestimmung der GPS-Signale in der Erdionosphäre aufgrund der frequenzabhängigen Wege für die L_1 - und L_2 -Frequenz und aufgrund der Ellipsoidenform beschreibt Syndergaard ([Syn00], [Syn98], [Wic02]).

5.4.5 Fresnel-Zonen und Mehrwegeausbreitung

Fresnel Zone:

Für eine ungestörte Übertragung muss ein bestimmter Raum zwischen Sender und Empfänger frei von Hindernissen aller Art sein, da sich sonst Interferenzen der direkten Welle mit den von den Hindernissen reflektierten Wellen ergeben. Der Raum um den direkten Funkstrahl wird begrenzt durch einen Bereich, der bis zu einem Umweg von der halben Wellenlänge für die elektromagnetische Welle reicht. Dieser Raum wird nach dem französischen Ingenieur Augustine Jean Fresnel „1. Fresnel’sche Zone“ genannt. Bei der 1. Fresnel’schen Zone handelt es sich um ein gedachtes Rotationsellipsoid, in dessen Brennpunkten die beiden Antennen stehen und über dessen Rand der Umweg für das reflektierte Signal eine halbe Wellenlänge beträgt. Die Abmessungen r_{fz} der 1. Fresnel’schen Zone werden durch die Länge des Funkfeldes und die Wellenlänge bestimmt.

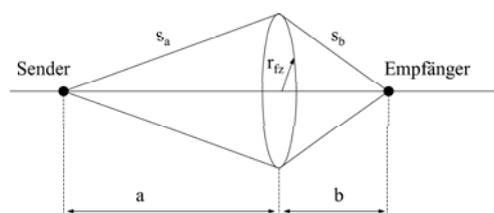


Abbildung 5.17: Die Geometrie der 1. Fresnel-Zone

Die bisherigen Berechnungen der Strahlenwege beziehen sich auf einen theoretischen Strahl ohne Ausdehnung in der Senkrechten zur Ausbreitungsrichtung. Die Ausdehnung des Strahls bzw. der Bereich aus welchem Signalanteile empfangen werden, wird durch die 1. Fresnel Zone beschrieben und entspricht somit dem Auflösungsvermögen der Strahlenwege. Diese ergibt sich unter den Bedingungen des Freiraums mit $n=1$ zu

$$r_{fz} = \sqrt{\frac{\lambda ab}{a+b}} \quad (5.144)$$

Die Strahlen in der Atmosphäre werden höhenabhängig gekrümmt, wodurch die Fresnel Zone eine höhenabhängige Verformung erhält. Strahlen in niedrigeren Schichten (innerhalb der Fresnel Zone) durchlaufen eine optisch dichtere Atmosphäre als der mittlere Strahl wodurch die maximale Wegverlängerung von $\lambda/2$ früher erreicht wird als in einem Medium mit der konstanten Brechzahl des mittleren Strahls. Ein Strahl in höheren Schichten der Atmosphäre durchläuft einen Bereich mit kleinerem Brechungsindex als der mittlere Strahl wodurch ebenfalls der Wegunterschied von $\lambda/2$ früher erreicht wird als im Freiraum oder in einem Medium mit konstantem Brechungsindex. Dieser Effekt tritt immer auf solange Strahlaufweitung bzw. Defocusing im Signalweg auftritt. Im Fall der Strahlbündelung vergrößert sich der Bereich der 1. Fresnel Zone. In der Ionosphäre entsteht aufgrund der Änderung der Brechzahl in bestimmten Bereichen eine Signalverstärkung oder Signalbündelung.

Die Änderung des Bereichs der Fresnel Zone in vertikaler Richtung gegenüber dem Freiraum läßt sich durch den Defocusing Loss ausdrücken. Die modifizierte Gleichung für die Strahlaufweitung lautet ([AT02])

$$r_{refrac} = \sqrt{\frac{\lambda ab}{a+b}} \sqrt{\frac{I_{Scat}}{I_0}} = r_{fz} \sqrt{\frac{I_{Scat}}{I_0}} \quad (5.145)$$

I_{Scat}/I_0 = Signalabschwächung durch "defocusing" (Siehe Kapitel 5.5)

Eine Abschätzung der vertikalen Auflösung der Strahlenwege in der Atmosphäre, für den Fall das $b \gg a$ und der Abstand $a = 2000$ km ergibt für die 1. Fresnel Zone bei einer Frequenz von 8,4 GHz ≈ 270 m ohne den Einfluss der Dämpfung. Wird das Signal um 10 dB durch den defocusing Effekt gedämpft verbessert sich die Auflösung auf 85 m. Die Fresnel Zone wird in horizontaler Richtung nicht beeinflusst. Daraus folgt eine Abplattung des Ellipsoides, welches die 1. Fresnel Zone beschreibt.

Mehrwegeausbreitung:

Die Berechnung der Strahlenwege in der Atmosphäre während der Okkultationsphase des Satelliten ergab aufgrund der sich ändernden Strahlkrümmung von Strahl zu Strahl in der Ionosphäre einen Bereich, in denen der Satellit über mehrere Wege erreicht wird (siehe Abbildung 5.20 und 5.21) (Mehrwegeausbreitung aufgrund von Reflexionen werden hier nicht betrachtet). Anschaulich kann dieser Vorgang, wie folgt, dargestellt werden.

Okkultationsbeginn ist definiert durch einen Strahl, der vom Satelliten ausgeht, die Atmosphäre bzw. Ionosphäre tangiert und die Bodenstation unbeeinflusst erreicht. Der Ausbreitungsweg entspricht einer Geraden. Nun werden aber Strahlen, die in niedrigeren Höhen verlaufen, aufgrund des Brechzahlgradienten in der Ionosphäre von der Oberfläche weg gebrochen. Je nach Orbit des Satelliten können diese in der Ionosphäre gebogenen Strahlen die Satellitenbahn vor dem höher gelegenen Strahl kreuzen. Folglich existieren Bereiche, in denen Strahlen über zwei oder drei räumlich getrennte Wege eine Verbindung zwischen Bodenstation und Satellit herstellen. Dies kann zu einer Signalverstärkung, Signalabschwächung oder im schlimmsten Fall zu Signalausfall führen ([Gor01]).

Die Abbildungen 5.18 und 5.19 zeigen den Strahlenverlauf für zwei unterschiedliche Orbitabschnitte. Die Abbildungen 5.20 und 5.21 zeigen den Bereich der Mehrdeutigkeit anhand einer Beispielrechnung mit dem RTP-Programm.

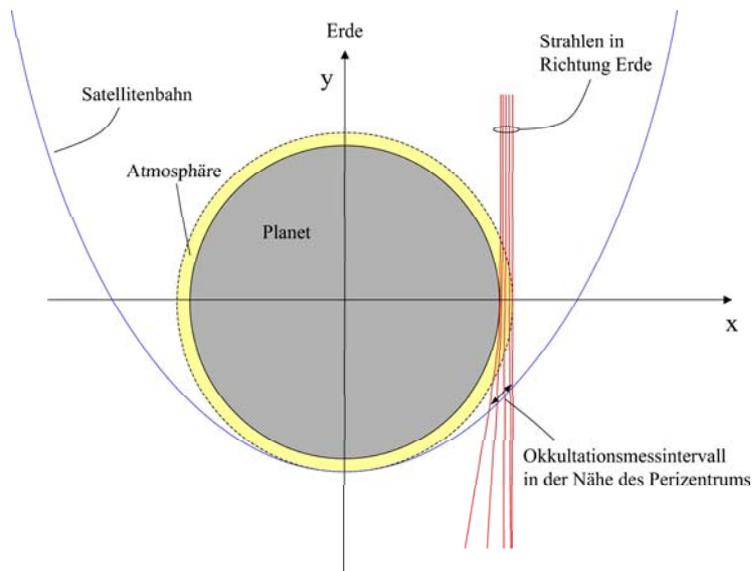


Abbildung 5.18: Darstellung mehrerer Strahlenwege während einer Okkultation im Perizentrum

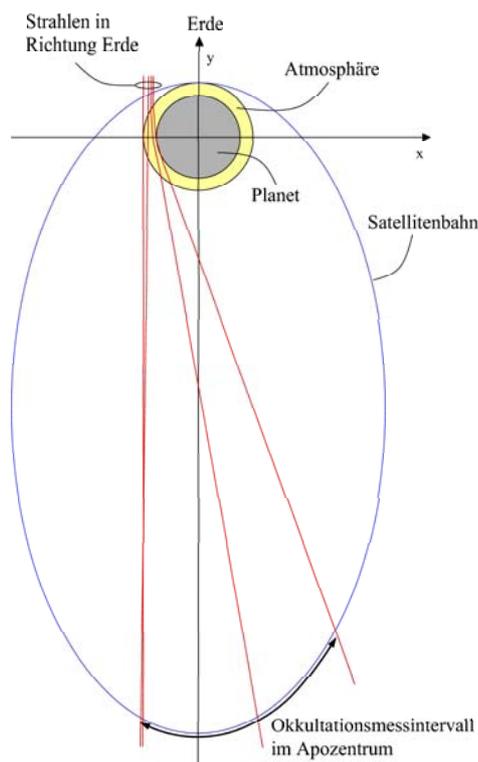


Abbildung 5.19: Darstellung mehrerer Strahlenwege während einer Okkultation im Apozentrum

Direkt hinter der Venus (aus Richtung der Bodenstation) entsteht durch Mehrwegeausbreitung ein Focuspunkt mit entsprechend großer Leistung. Dieser Bereich wird in bestimmten Okkultationszeiträumen durchflogen. Zusätzlich entstehen Beugungsinterferenzen an jedem Rand eines Körpers wie im Laborversuch mit Licht welches durch ein Loch strahlt. Fliegt der Satellit durch

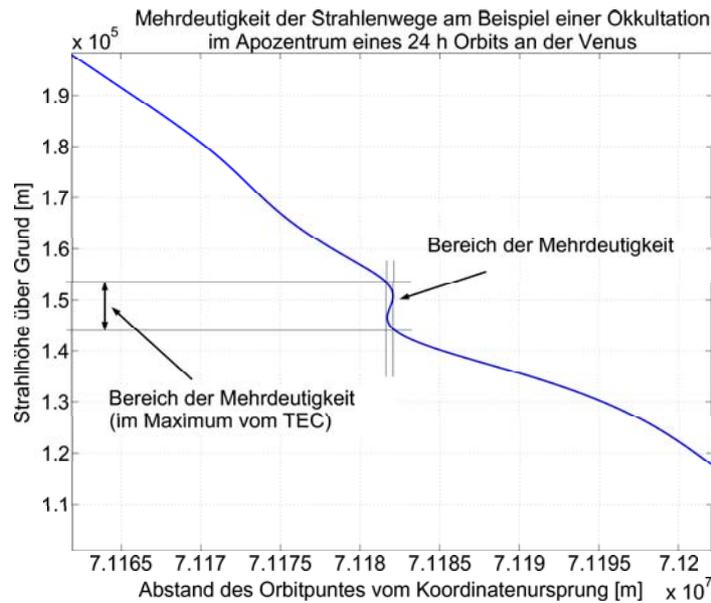


Abbildung 5.20: Darstellung der Mehrdeutigkeit anhand einer Beispielrechnung für eine Okkultation im Bereich des Apozentrums in einem 24 h Orbit an der Venus (Bild 1). Für Satellitenpositionen im Abstand von ca. 71182,5 km wird der Satellit über drei Wege in der Ionosphäre von Mikrowellen der Bodenstation erreicht.

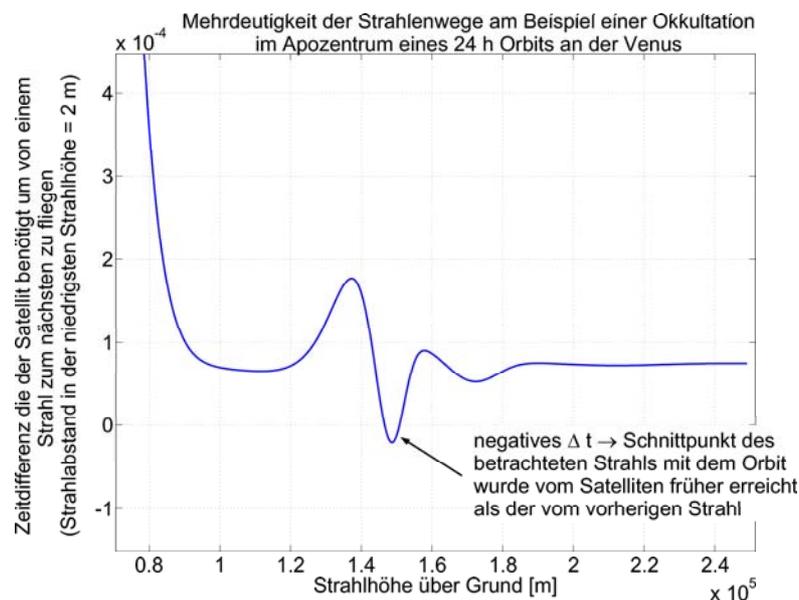


Abbildung 5.21: Darstellung der Mehrdeutigkeit anhand einer Beispielrechnung für eine Okkultation im Bereich des Apozentrums in einem 24 h Orbit an der Venus (Bild 2)

den Focuspunkt erhöht sich die empfangene Signalleistung um ein Vielfaches. Eventuelle Einflüsse auf die in der Bodenstation gemessene Trägerfrequenz müssen vor der Berechnung der Brechzahl-Höhenprofile korrigiert werden.

Weitere Signalanteile können durch Reflexionen in der Umgebung der Bodenstation oder am Satelliten entstehen.

5.4.6 Gruppenlaufzeit und Phasenlaufzeit

Ein elektromagnetische Welle die durch die Atmosphäre und Ionosphäre läuft, habe die Form (siehe auch Gleichung 4.1)

$$A = \hat{A} e^{-\alpha r} e^{i(kr - \omega t)} \quad (5.146)$$

Dann folgt für die Phasengeschwindigkeit

$$v_{ph} = \frac{d\phi}{dt} = \frac{\omega}{k} = \frac{c}{n} \quad (5.147)$$

bzw. die Phasenlaufzeit

$$T_{ph} = \int \frac{ds}{v_{ph}} = \int \frac{nds}{c} = \frac{s}{c} - \frac{A}{2cf^2} \int n_e ds \quad (5.148)$$

Das Integral $\int n ds$ wird auch als integrierte Elektronendichte "TEC" (Total Electron Content) bezeichnet.

Den Empfänger erreicht das gesendete Signal mit der konstanten Frequenz f_T zum Zeitpunkt t . Für die Empfängerphase folgt [Häu02b]

$$\theta_R(t) = 2\pi f_T (t - T) = \omega t = 2\pi f_T \frac{s(t)}{c} - \frac{A}{2cf^2} \int n_e ds \quad (5.149)$$

und für die Empfangsfrequenz mit $f(t) = \frac{d\theta_R}{dt} = f_T \left[1 - \frac{\dot{s}}{c} + \frac{A}{2cf^2} \dot{I}(t) \right]$

$$f_R(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\theta_R}{dt} = f_T \left[1 - \frac{\dot{s}}{c} + \frac{A}{2cf^2} \dot{I}(t) \right] \quad (5.150)$$

Die Frequenzänderung Δf zwischen Sende- und Empfangsfrequenz beträgt

$$\Delta f = f_T - f_R = f_T \frac{v}{c} - \frac{A}{2cf_T} \int \frac{dn_e}{dt} ds \quad (5.151)$$

und die Phasenwegänderung seit Beginn der Messung (integrierter Doppler)

$$\Delta\varphi = 2\pi \left(f_T \frac{s}{c} - \frac{A}{2cf_T} \int \Delta n_e ds \right) \quad (5.152)$$

Die Phase oder Phasenlaufzeit des Signals T_{Phase} folgt aus dem zweiten Integral der Gleichung 5.89 entlang des gekrümmten Weges (siehe auch [HEH⁺03] und [Häu02b])

$$T_{Phase} = \frac{L}{c} - \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c \cdot f^2} \int N ds \quad (5.153)$$

In der Ionosphäre gilt der Zusammenhang $v_{Phase} v_{Gruppe} = c^2$. Aus dieser Beziehung folgt

$$n_{Gruppe} = \frac{1}{n_{Phase}} \cong 1 + \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right] N_e}{f^2} \quad (5.154)$$

Die Ein-Weg-Gruppenlaufzeit mit Effekten der Allgemeinen Relativitätstheorie ergibt

$$T_{Phase} = \frac{L}{c} + \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c \cdot f^2} \int N ds + \Delta T_{ART} \quad (5.155)$$

Die einzige frequenzabhängige Laufzeit entsteht in der Ionosphäre. Unter der Annahme, dass die Signale den gleichen Weg durchlaufen folgt: Aus der Differenz der Laufzeiten einer Zwei-Frequenz-Messung fallen alle frequenzunabhängigen Terme heraus, und es bleibt nur der Laufzeitunterschied der Signale aufgrund der Ionosphäre als Unbekannte erhalten.

$$\Delta T_{Gruppe} = \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c} \left(\frac{1}{f_s^2} - \frac{1}{f_x^2} \right) \int N_e ds \quad (5.156)$$

Betrachtet man eine Zwei-Wege-Verbindung mit kohärenter Umsetzung im Transponder und großen Laufzeiten, in denen sich das Plasma auf dem Übertragungsweg ändert $N_{up}(s)$ und $N_{down}(s)$ (Ort und Zeit), so ergibt sich für das Umsetzungsverhältnis der ESA im S-Band von (221/240)

$$T_{Gruppe,S_{up}S_{down}} = \frac{L_{up}}{c} + \frac{L_{down}}{c} + \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c \cdot} \left(\int \frac{N_{up}(s)}{f_{up}^2(s)} ds + \int \frac{N_{down}(s)}{f_{down}^2(s)} ds \right) + \Delta T_{ART\ up} + \Delta T_{ART\ down} \quad (5.157)$$

$\Delta T_{ART\ up}$ und $\Delta T_{ART\ down}$ beinhalten die relativistischen Effekte auf die Frequenz von der Übertragungsstrecke. Die Frequenz f_{up} und f_{down} entspricht der Frequenz, die ein Beobachter misst, der sich in der durchleuchteten Atmosphäre befindet und mit den Gasmolekülen mitbewegt (für diesen Beobachter ist die Windgeschwindigkeit Null). Da der Strahl durch alle Höhenschichten läuft, ändert sich die vom Beobachter gemessene Frequenz auf dem Weg durch die Atmosphäre. In erster Näherung kann hier die Sende- (uplink) und Empfangsfrequenz (downlink) eingesetzt und als Konstante betrachtet werden.

Mit diesen Näherungen und Vereinfachungen, $L_{up} + L_{down} = 2L$, $\int N ds = I$ und $\Delta T_{ART\ up} + \Delta T_{ART\ down} = \Delta T_{ART}$ folgt

$$T_{Gruppe,S_{up}S_{down}} = \frac{2L}{c} + \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c \cdot f_{S_{up}}^2} \left[I_{up} + \left(\frac{221}{240} \right)^2 I_{down} \right] + \Delta T_{ART} \quad (5.158)$$

ΔT_{ART} entspricht Gleichung B.13

Der Zwei-Wege zwei Frequenzen Laufzeitunterschied in der Konfiguration $S - Band_{up}$ und $S - Band_{down}$ und $X - Band_{down}$ mit der Näherung $I_{down,S} \approx I_{down,X}$ für die Abwärtsstrecke lautet

$$\Delta T_{Gruppe} = \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c \cdot f_{S_{up}}^2} \left[\left(\frac{221}{240} \right)^2 - \left(\frac{221}{880} \right)^2 \right] \cdot I_{down} \quad (5.159)$$

Analog erhält man für die Frequenzdifferenz zwischen S- und X-Band aufgrund der Ionosphäre im Ein-Weg-Verfahren und Zwei-Wege-Verfahren mit einer Uplink-Frequenz

$$\Delta f_{zweiFreq} = \frac{40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right]}{c} f_S \left(\frac{1}{f_S^2} - \frac{1}{f_X^2} \right) \frac{d}{dt} \int N_e ds \quad (5.160)$$

Damit ist gezeigt, dass es möglich ist im sog. zwei Frequenzverfahren den Plasmaanteil zu ermitteln.

Mit dem Residuumdoppleranteil aus einer 2-Frequenz-Messung der nur durch den Brechungsindex hervorgerufen wird, können die Berechnungen zur Bestimmung der Strahlhöhe in Kapitel 5.4.4 vereinfacht werden.

5.5 Signalabschwächung durch Strahlaufweitung (“Defocusing“)

Eine Wellenfront, welche in die Atmosphäre eines Planeten eintritt, erfährt aufgrund der höhenabhängigen Dichte und Zusammensetzung in unterschiedlichen Höhen unterschiedliche Brechung. Hieraus folgt, dass zwei parallele Strahlen im Abstand Δa der eintretenden Wellenfront beim Austritt aus der Atmosphäre nicht mehr parallel verlaufen und einen veränderten Abstand voneinander haben. Dies führt zu einer ortsabhängigen Änderung der Leistungsflussdichte der Wellenfront auf der Austrittsseite der Atmosphäre. Abbildung 5.22 zeigt die Geometrie zur Berechnung Leistungsflussdichteänderung des Verlustes [Esh96] u. [Ty101] (auch als Defocusing Loss bezeichnet).

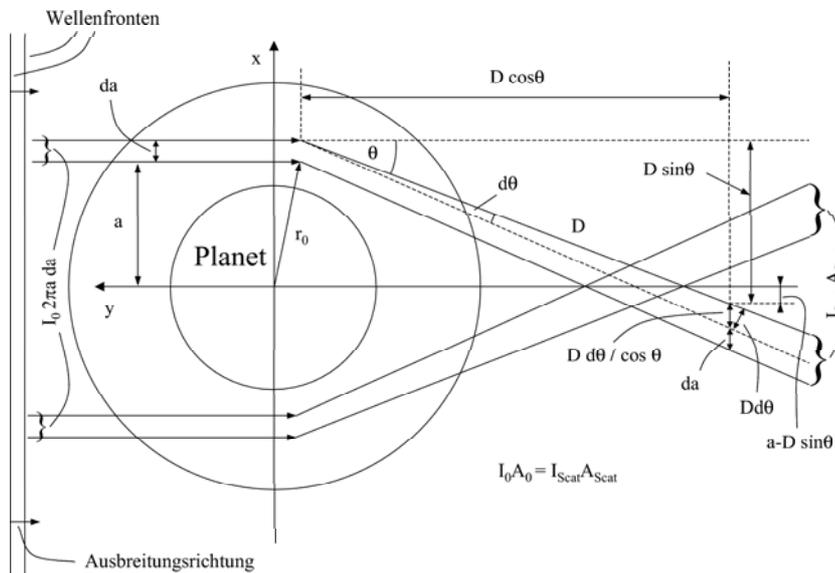


Abbildung 5.22: Betrachtung der Amplitudenverluste aufgrund höhenabhängiger Brechzahländerung

Mit der Annahme, dass keine Verluste innerhalb der Atmosphäre entstehen, bleibt der Leistungsfluss der Strahlung auf der eintretenden und austretenden Seite erhalten und es gilt:

$$I_0 A_0 = I_{Scat} A_{Scat} \quad (5.161)$$

Nun errechnet sich der Leistungsverlust in der Satellitenantenne über das Verhältnis der Leistungsflussdichten. Mit den Kreisringflächen $A_0 = 2\pi a da$ und $A_{Scat} = 2\pi (\cos \theta da + D d\theta) (a - D \sin \theta)$ folgt

$$\frac{I_0}{I_{Scat}} = \frac{(\cos \theta da + D d\theta) (a - D \sin \theta)}{a da} \quad (5.162)$$

$$= \left(\cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \right) \left(1 - \frac{D}{a} \sin \theta \right) \quad (5.163)$$

Für kleine Winkel θ kann die Sinusfunktion durch das Argument ersetzt werden

$$\frac{I_0}{I_{Scat}} = \left(\cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \right) \left(1 + \frac{D}{a} \theta \right) \quad (5.164)$$

$$\approx \cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \quad (5.165)$$

In dieser Rechnung wurde angenommen, dass die Antennenhauptkeule in Richtung des Strahls schaut. Ist die Antenne nicht in Strahlrichtung ausgerichtet, sondern in Erd- bzw. y-Richtung (Verluste durch Fehlansichtung der Antennenhauptstrahlrichtung werden hier nicht betrachtet), ergibt sich für die 2-te Kreisringfläche $A_{Scat} = 2\pi \left(da + D \frac{d\theta}{\cos \theta} \right) (a - D \sin \theta)$. Hieraus folgt

$$\frac{I_0}{I_{Scat}} = \frac{\left(da + D \frac{d\theta}{\cos \theta} \right) (a - D \sin \theta)}{a da} \quad (5.166)$$

$$= \left(\cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \right) \left(\frac{1}{\cos \theta} - \frac{D \sin \theta}{a \cos \theta} \right)$$

$$\approx \left(\cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \right) \underbrace{\left(\frac{1}{1 - \theta^2/2} - \frac{D}{a} \theta \right)}_{\approx 1 - \frac{D}{a} \theta + \frac{1}{2} \theta^2}$$

$$\approx \left(\cos \theta + D \frac{d\theta}{da} \right) \quad (5.167)$$

Die Gleichung 5.165 wird von Eshelman [Esh73] genannt und kann immer dann verwendet werden, wenn der Satellit während der Okkultation nah am Planeten fliegt und kleine Ablenkungen θ des Strahls auftreten. Für den dargestellten Okkultationsfall der Venusatmosphäre (siehe Abbildung 5.23) stimmt der Betrag für die Näherung 5.165 (blauer Graph) sehr gut mit dem Betrag der ursprünglichen Gleichung 5.163 (grüner Graph) überein (Abbildung 5.24). Die Vorzeichenwechsel wurden im grünen Graphen nicht berücksichtigt.

Deutlich zu erkennen sind die Bereiche, in denen der Strahl nicht defokussiert, sondern gebündelt wird. Dies sind die Bereiche, in denen der Verlust negativ wird und somit einer Verstärkung des Signals entspricht.

Im Bild und in der Herleitung sind nur die mittleren Leistungen der Welle berücksichtigt worden. Die Leistung der überlagerten Strahlen, welche unterschiedliche Wege zurücklegen bis sie in

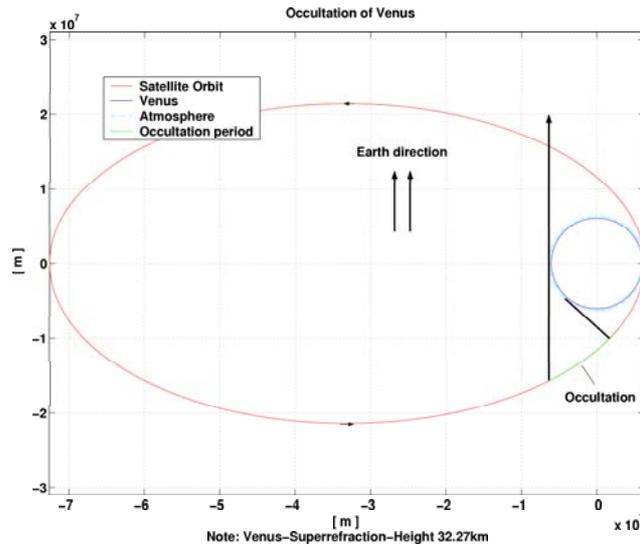


Abbildung 5.23: Darstellung des Orbits und des Okkultationsbereiches zur Berechnung des Verlustes durch Strahlaufweitung (Defocusing Loss)

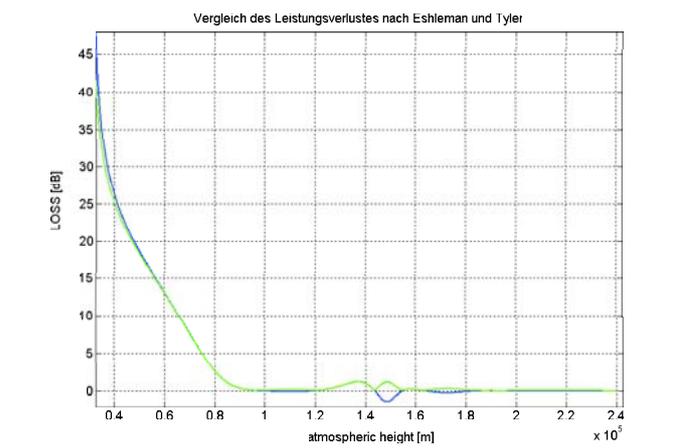


Abbildung 5.24: Darstellung des Verlustes aufgrund der Strahlaufweitung in der Atmosphäre der Venus für den betrachteten Orbitausschnitt

der Antenne empfangen werden, müssen zur endgültigen Auswertung aber auch in der Phase betrachtet werden und können sich auch auslöschen.

Yakovlev [Yak02] berechnet den Defocusing Loss wie folgt (siehe Abbildung 5.25): In der einfallenden Wellenfront wird die Fläche $2\pi a da$ betrachtet. Diese weitet sich in der ausfallenden Ebene auf $2\pi R \sin \varphi \frac{R d\varphi}{\cos(\varphi+2\tau)}$ aus. Aus dem Verhältnis dieser Flächen zueinander folgt

$$\frac{I_0}{I_{Scat}} = \frac{a \cos(\varphi + 2\tau)}{R^2 \sin \varphi \left(\frac{d\varphi}{da} \right)} \quad \text{mit} \quad a = n_0 r_0 \quad (5.168)$$

Mit den Winkelbeziehungen

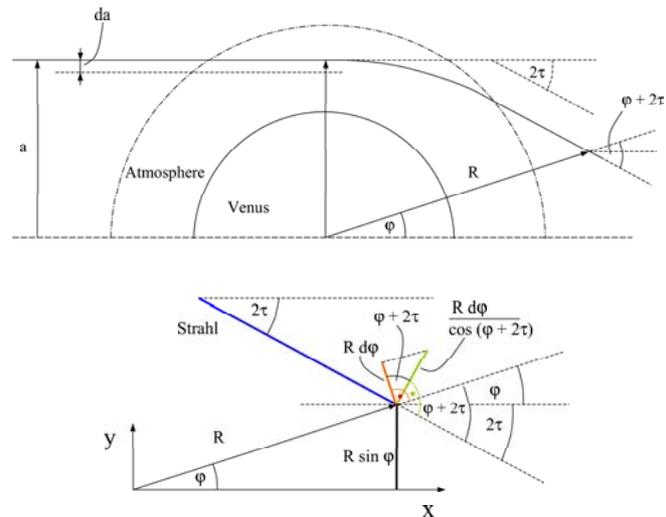


Abbildung 5.25: Berechnung des Defokussierungsverlustes nach Yakovlev

$$\cos(\varphi + 2\tau) = \frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{R} \quad (5.169)$$

$$\varphi = \frac{\pi}{2} - 2\tau - \arctan\left(\frac{\sqrt{R^2 - a^2}}{a}\right) \quad \text{und} \quad (5.170)$$

$$\frac{d\varphi}{da} = -\frac{d2\tau}{da} + \frac{1}{\sqrt{R^2 - a^2}} \quad (5.171)$$

folgt für die Dämpfung

$$\frac{I_0}{I_{Scat}} = \frac{a}{R \sin \varphi \left(1 - \frac{d2\tau}{da} \sqrt{R^2 - a^2}\right)} \quad (5.172)$$

$$\approx \left(1 - D \frac{d2\tau}{da}\right)^{-1} \quad (5.173)$$

$$\approx 1 + D \frac{d2\tau}{da} \quad (5.174)$$

(Die Aufweitung bzw. Verzerrung der Antennenkeule in horizontaler Richtung kann für die hier angenommene sphärische Betrachtung vernachlässigt werden.)

6 Modellberechnungen am Beispiel der Venusatmosphäre/Ionosphäre

Zur Berechnung des Strahlenweges während der Okkultation der Venus entstehen aufgrund der hohen Dichte der Venusatmosphäre große Richtungsänderungen gegenüber der Vakuumausbreitungsrichtung. Diese Richtungsänderung kann mit einem Modell vom Brechungsindex der Atmosphäre berechnet werden. Diese Information dient dann zur Nachregelung der Satellitenantenne während einer Okkultation. Zur Berechnung dieses Strahlenweges wurde das Matlab-Programm RTP erstellt. Aus diesem RTP-Programm *siehe*[Hup02]*und*[Thi03] konnte auch die Dopplerverschiebung aufgrund der Strahlkrümmung und des Mediums mit Brechzahlgradienten errechnet werden.

Im Radio Science Experiment erhält man eine Dopplerverschiebung mit den Positionsdaten des Satelliten und berechnet daraus das Höhenprofil vom Brechungsindex. Die Lösung zur Berechnung des höhenabhängigen Brechungsindex aus den Dopplerfrequenzverschiebungen erhält man z. B. aus Gleichung 5.118 mit der Abel Inversion. In einem weiteren Matlab-Programm wurde mit den Dopplerdaten aus dem RTP-Programm der Brechungsindex bestimmt [Lie02]. Abbildung 6.1 zeigt die Kopplung der beiden Programme und die Rechenwege im RTP- und im IATP-Programm mit der folgenden Farblegende:

- gelb $\hat{=}$ physikalischen Annahmen und Voraussetzungen
- blau $\hat{=}$ bekannten Größen
- schwarz $\hat{=}$ Zwischenberechnungen
- grün $\hat{=}$ Ergebnissen

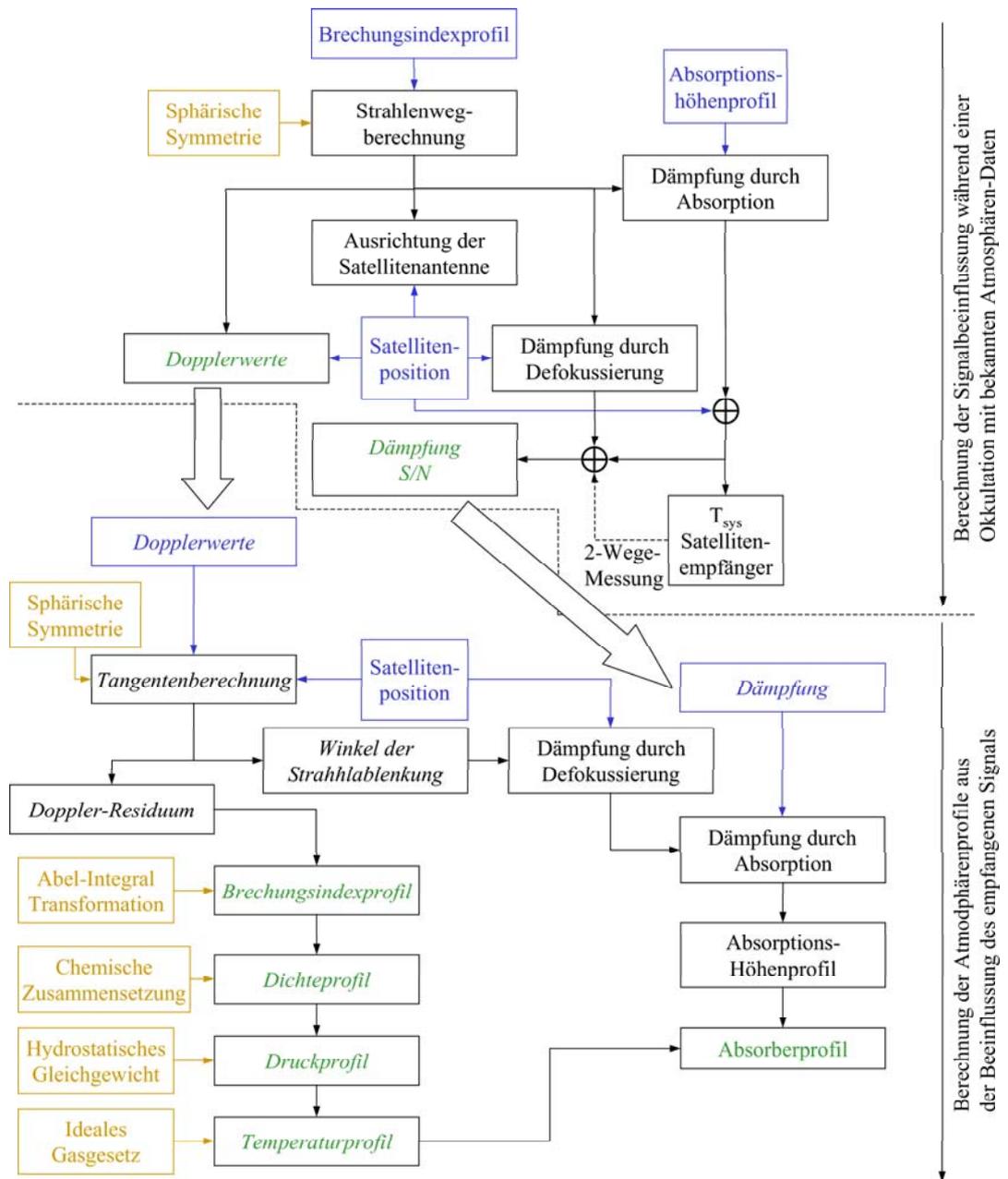


Abbildung 6.1: Übersicht der Rechenwege im RTP-Programm und die Rechenwege zur Bestimmung der physikalischen Größen im IATP-Programm

6.1 Berechnung des Signalweges in der Ionosphäre und Atmosphäre

Zur Berechnung des Strahlenweges in der Atmosphäre muss der höhenabhängige Brechungsindex gegeben sein. Diese wurde einer Modellatmosphäre, die von Messdaten der Magellan Sonde [Lee96] gewonnen wurde, entnommen. Abbildung 6.2 zeigt die wesentlichen Schritte zur Berechnung der Dopplerfrequenz im RTP-Programm.

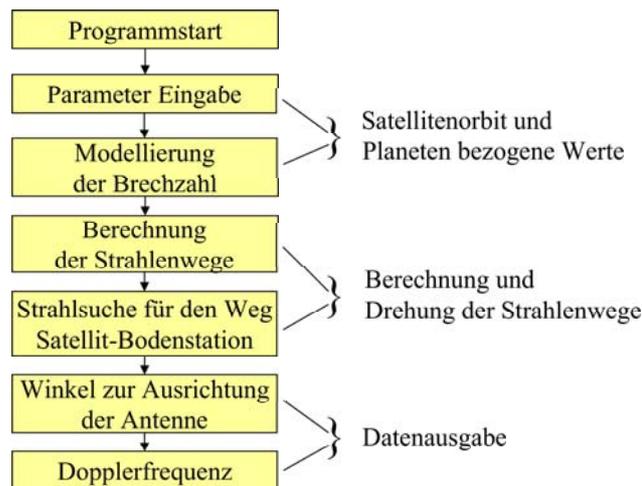


Abbildung 6.2: Ablaufplan vom RTP-Programm

6.1.1 Modellierung der Neutralgasatmosphäre der Venus

Die Grundlage für den Brechungsindex der Neutralgasatmosphäre liefern Messwerte der Magellan Mission ([Lee96]). Im Ablauf des RTP-Programmes entstehen aufgrund der Rechenoperationen durch verrauschte Daten Probleme. Die größten Störungen entstanden im Gradienten des Brechungsindex, deshalb wurde dieser mit einer störungsfreien Funktion der folgenden Form angenähert und geglättet.

$$\frac{dn}{dh} = dn_0^* e^{a z^3 + b z^2 + c z} \quad (6.1)$$

Die geglättete Funktion und der aus verrauschten Messdaten berechnete Brechungsindexgradient sind in der Abbildung 6.3 über der Höhe aufgetragen.

6.1.2 Modellierung der Ionosphäre der Venus

Die ebenfalls mit den Mariner Missionen 5 und 10 ermittelte Elektronendichte ([FE69], [How74]) in der Ionosphäre der Venus wurde durch die Überlagerung dreier Chapman-Profile 5.47 angenähert. Mit N_e als Volumendichte [m^{-3}] der freien Elektronen gilt:

$$N_{e \text{ gesamt}} = N_{e_1} + N_{e_2} + N_{e_3} \quad (6.2)$$

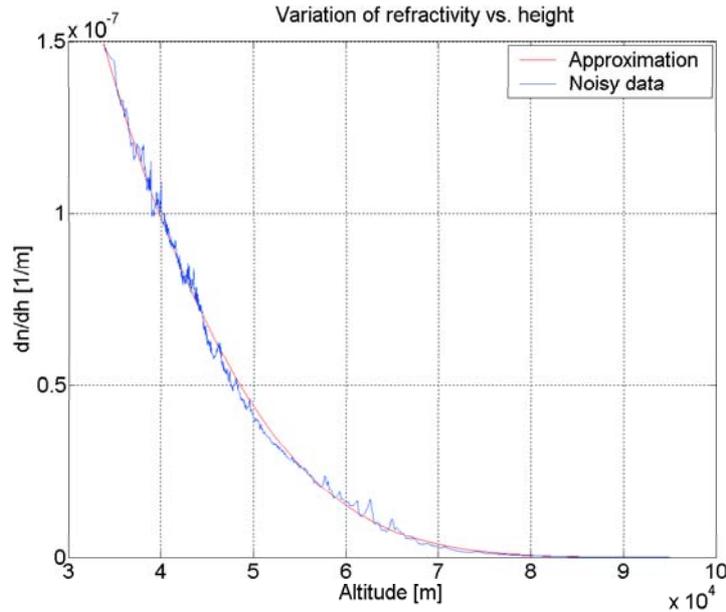


Abbildung 6.3: Gradient des Brechungsindexes aufgetragen über der Höhe über Grund. Der Gradient vom Brechungsindex wurde aus den Daten von [Lee96] durch Berechnung des Differenzenquotienten $\frac{\Delta n}{\Delta h} = \frac{n_{i+1} - n_i}{h_{i+1} - h_i}$ berechnet.

Es folgt mit der Gleichung 5.55 für die Brechzahl N

$$N \cdot 10^{-6} \cong -\frac{1}{2} \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = -\frac{1}{2} \frac{\frac{e^2 N_e \text{ gesamt}}{4\pi^2 m_e \epsilon_0}}{\omega^2} = -40,3 \left[\frac{m^3}{s^2} \right] \frac{N_e \text{ gesamt}}{\omega^2} \quad (6.3)$$

6.1.3 Berechnung der Strahlenwege Satellit-Bodenstation

Unter der Annahme sphärischer Symmetrie kann mit den Brechzahlen für Atmosphäre und Ionosphäre für jede beliebige Höhe über Grund ein Strahlenverlauf berechnet werden. Für die Berechnung eines Strahls lauten die Anfangsbedingungen

- der Strahl startet in der niedrigsten Höhe
- mit tangentialer Richtung zur Oberfläche.

In der Berechnung läuft der Strahl von Schicht zu Schicht und ändert bei jedem Schichtwechsel seine Richtung, bis der Strahl den Einflussbereich der Atmosphäre verlässt. Eine Spiegelung vom Verlauf einer solchen Rechnung ergibt den gesamten Verlauf des Strahls in der Atmosphäre. Nun kann diese Berechnung des Strahlenweges für beliebige Höhen durchgeführt werden, und man erhält einen Satz von Strahlen mit zugehörigem Höhenvektor (Startwert), welcher aufgrund der sphärischen Geometrie an jeden Ort über der Oberfläche des Planeten verschoben werden kann. Abbildung 6.5 zeigt die Fläche, in welcher der Strahl Richtung Erde liegt, für zwei Zeitpunkte oder Orte des Satelliten (\Rightarrow zwei Flächen: Hier, zu Beginn und am Ende der Okkultation). Das Höhenprofil, welches während einer solchen Okkultation aufgenommen wird, wandert mit Änderung der Höhe zu anderen Längen- und Breitengraden. An der Venus verliert der Satellit bei richtiger Ausrichtung nie den Kontakt zur Bodenstation, solange der Verlust der

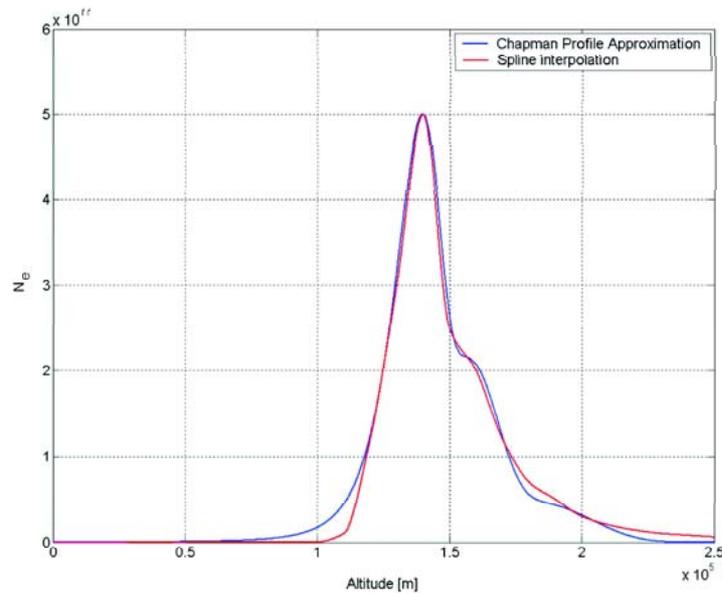


Abbildung 6.4: Anzahl freier Elektronen in der Venusionosphäre aufgetragen über der Höhe über Grund

Strahlaufweitung und Absorption den Signal Rausch Abstand nicht überschreitet. Abbildung 6.5 und 6.6 zeigen die Geometrie, die zur Berechnung des Strahlenweges Satellit Bodenstation zu berücksichtigen ist.

Abbildung 6.5 zeigt an einer Beispielkonstellation von Erde, Venus und Satellit die Ebene, in der der Strahl, welcher Satellit und Bodenstation verbindet, gesucht wird. In der Abbildung ist diese Ebene für zwei Zeitpunkte zu Beginn und am Ende der Okkultation eingezeichnet. Abbildung 6.6 zeigt alle Strahleintrittspunkte, in einer dem jeweiligen Orbitpunkt zugeordneten Ebene, nachdem diese in der Ebene so gedreht wurden, dass die aus der Atmosphäre austretenden Strahlen die Bodenstation erreichen. Aus diesen Strahlen ist nun derjenige auszuwählen, der die Satellitenposition trifft bzw. zur Satellitenposition den geringsten Abstand hat. Die Spur der Eintrittspunkte dieser ausgewählten Strahlenwege für eine Okkultation zeigen die Abbildungen 6.7 und 6.8. Zu Beginn und am Ende der Okkultation treffen die Strahlen, die die Venusatmosphäre als Tangenten streifen, die Erde (Bodenstation). Dieser Verlauf entspricht einer Geraden.

Der Programmablauf zur Berechnung der Verbindung Satellit-Bodenstation lautet:

- Berechnung der Ebene mit den Punkten Venus, Erde und Satellit.
- Drehung aller Strahlen in dieser Ebene, so dass der austretende Strahl in Erdrichtung zeigt.
- Berechnung der Geraden, die jeder Strahl beim Eintritt in die Atmosphäre besitzt.
- Berechnung des Abstandes jeder Geraden zur aktuellen Satellitenposition.
- Der Strahl mit dem geringsten Abstand zum Satelliten vervollständigt den Weg zur Darstellung der momentanen Verbindung Satellit-Bodenstation.

Die in den folgenden 3D-Abbildungen gezeigten Geometrien für eine Okkultation an der Venus stammen aus einer Orbitberechnung des RSS-Simulators und wurden für einen von der ESA

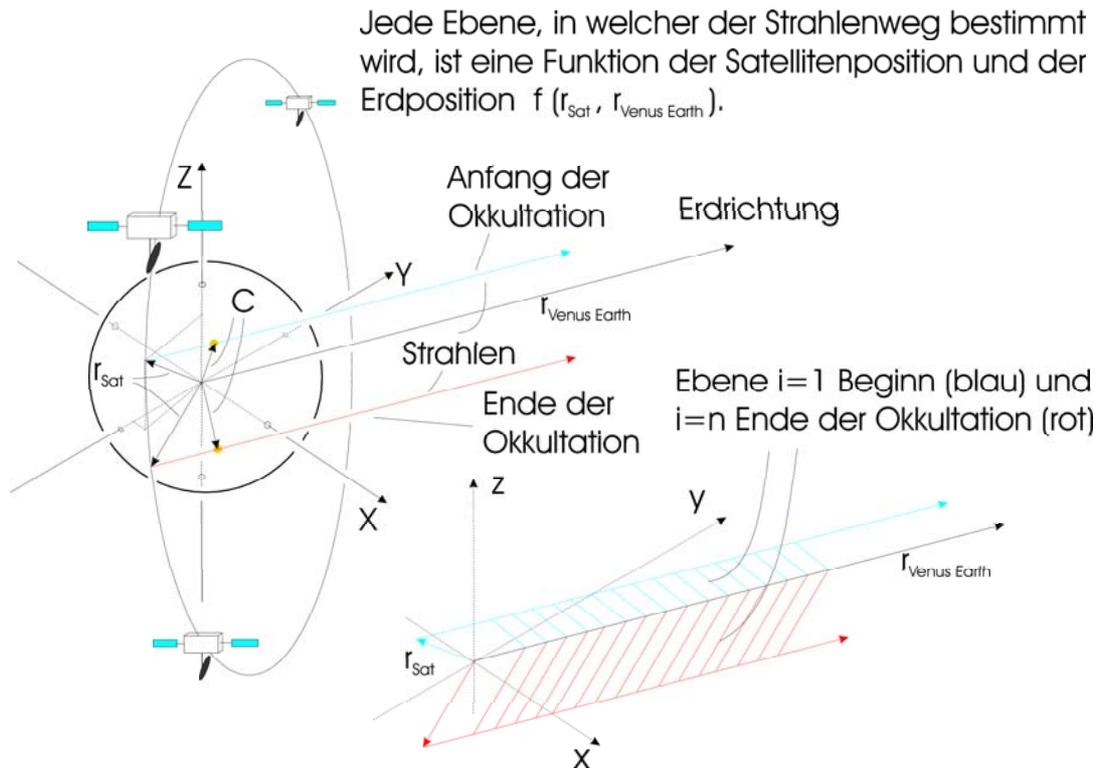


Abbildung 6.5: Geometrie für die Okkultationsrechnung 1

geplanten möglichen 24 h Orbit durchgeführt. Mit diesen Startbedingungen wurde eine Okkultationsperiode bestimmt, aus welcher hier Abbildungen zum Orbit 100 (Okkultationsbeginn in diesem Orbit ist am 27.7.2006 um 12.15), zum Orbit 105 mit dem Okkultations Startzeitpunkt am 1.8.2006 um 12.25 und zum Orbit 129 mit dem Okkultations Startzeitpunkt am 28.8.2006 um 13.58 gezeigt.

Auf der Satellitenbahn in Abbildung 6.6 sind mehrere farbige Punkte an verschiedenen Stellen eingezeichnet. Jeder dieser Punkte besitzt eine gleichfarbige Spur auf der Atmosphärenoberfläche. Diese Spur entspricht den Eintrittspunkten aller Strahlen in die Atmosphäre nach der Drehung der Strahlen in der jeweiligen Ebene Satellit, Venusmittelpunkt, Bodenstation, so dass der austretende Strahl in Erdrichtung zeigt. Aus diesem Strahlensatz wird der Strahl gewählt, der den Satelliten (den Punkt) trifft bzw. den geringsten Abstand zum Satelliten hat.

Die Abbildungen 6.7 und 6.8 zeigen die Satellitenbahn und die Eintrittspunkte der Strahlen, die die Erde mit der zugehörigen Satellitenposition verbinden. Auf der Oberfläche der Atmosphäre entsteht so eine Spur der Eintrittspunkte der Strahlen wobei jeder Eintrittspunkt einer Satellitenposition zugeordnet ist. Fliegt man mit dem Satelliten entlang der Trajektorie und schaut zu jedem Zeitpunkt in Richtung des zugehörigen Eintrittspunktes der Strahlen die die Bodenstation erreichen, entspricht diese Blickrichtung der einzustellenden Antennenrichtung damit in der Bodenstation die maximale Leistung empfangen wird. Soll diese Bedingung erfüllt werden, so ist die Ausrichtung der Satellitenantenne während der Okkultation auf diese von der normalen Erdrichtung abweichende Blickrichtung kontinuierlich einzustellen.

Mit der bekannten Satellitenbahn und den zugehörigen Wegänderungen der Strahlen lassen sich folgenden Werte berechnen.

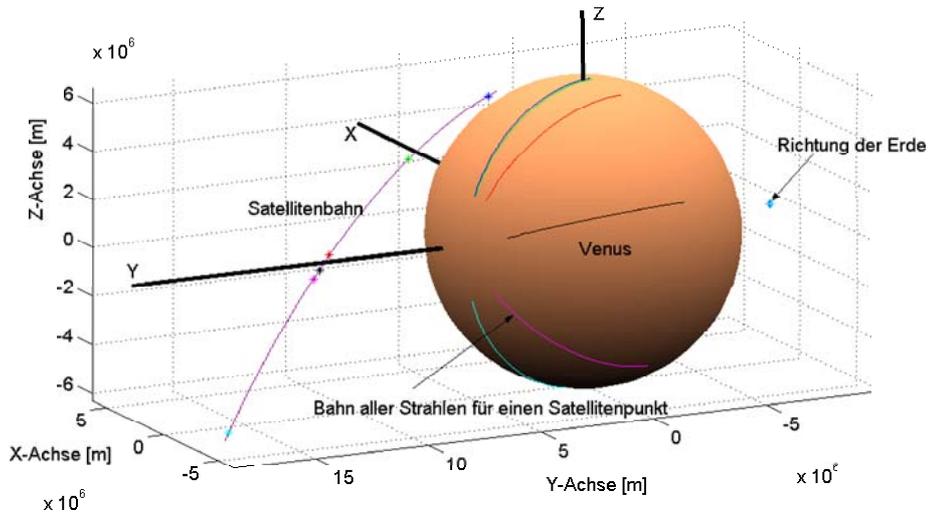


Abbildung 6.6: Geometrie für die Okkultationsrechnung 2. Die auf der Venusatmosphäre projizierten Linien stellen dabei die Strahleintrittspunkte des gesamten gedrehten Strahlensatzes dar (d. h. alle Strahlen treffen am anderen Ende die Bodenstation). Die Farben kennzeichnen den zu den Strahleintrittspunkten zugehörigen Orbitpunkt, der die Ebene Satellit Bodenstation und Venusmittelpunkt aufspannt. Aus dem gesamten Strahlensatz in der jeweiligen Ebene wird nun derjenige ausgesucht, der die Bodenstation und die Satellitenposition verbindet.

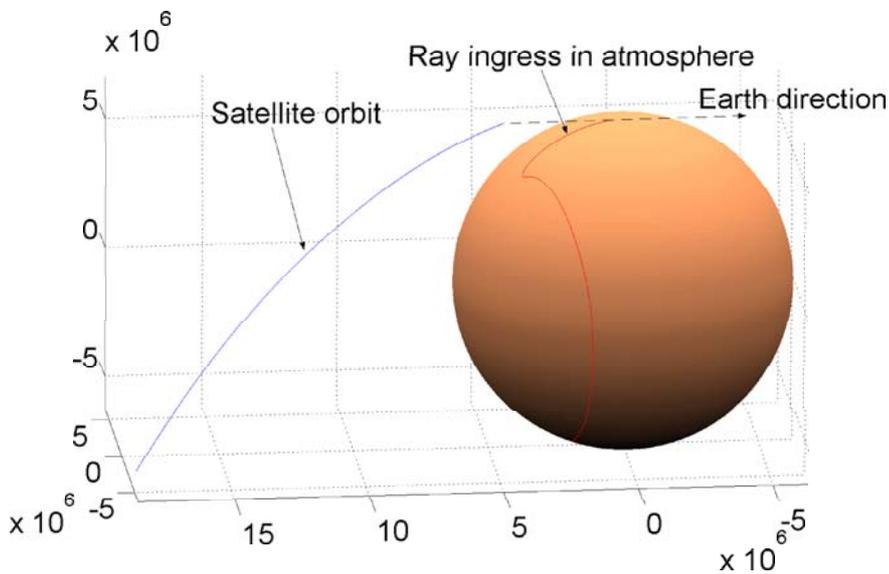


Abbildung 6.7: Ansicht a: Satellitenorbit und Ort des Strahleintritts in die Atmosphäre, welcher in Erdrichtung die Atmosphäre verlässt. Die auf der Atmosphärenoberfläche dargestellte Kurve entsteht aus den Koordinaten der Strahleintrittspunkte, die für jeden Orbitpunkt berechnet wurden. (Dargestellt sind die Wertepaare Orbitposition und zugehörige Strahleintrittskoordinate des Strahls, der die Satellitenposition und die Bodenstation verbindet.)

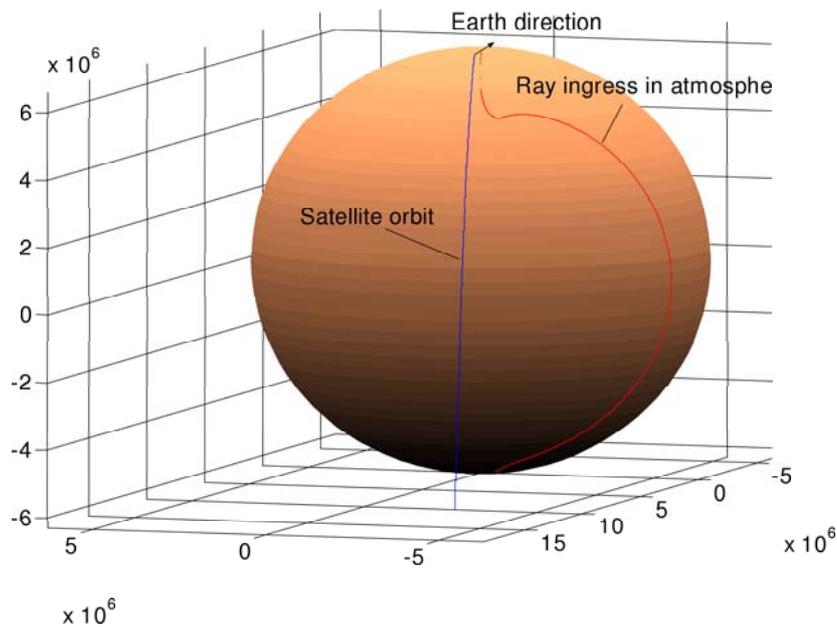
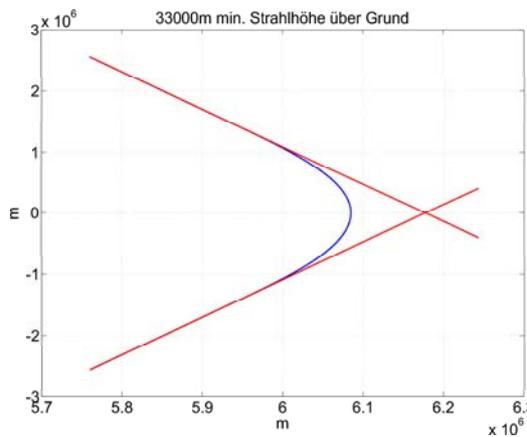


Abbildung 6.8: Ansicht b: Satellitenorbit und Ort des Strahleintritts in die Atmosphäre, welcher in Erdrichtung die Atmosphäre verlässt

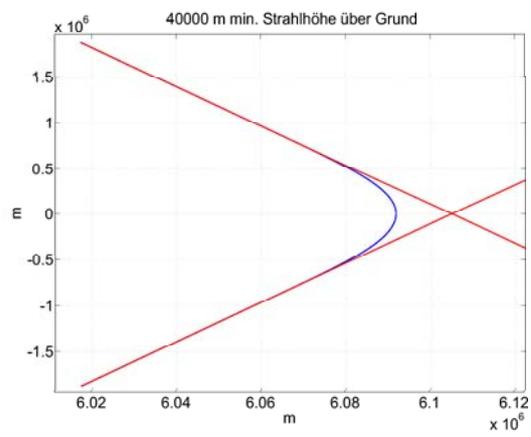
- der Doppleranteil, welcher durch die Atmosphäre entsteht,
- die Ausrichtungsänderung der Satellitenantenne gegenüber der unbeeinflussten Übertragungsstrecke,
- die Änderung des Ausrichtwinkels über der Zeit,
- die Integrationszeit pro Höhenintervall,
- die minimale Höhe und der Ort der minimalen Höhe des Strahls über der Zeit und
- die Dämpfung der Welle über der Zeit und über dem Ort der jeweiligen Höhe, berechnen.

Der Anteil der Dopplerfrequenzverschiebung, welcher aus der Strahlkrümmung und dem Brechungsindex der Atmosphäre entsteht, wird im Abschnitt 6.2 gezeigt.

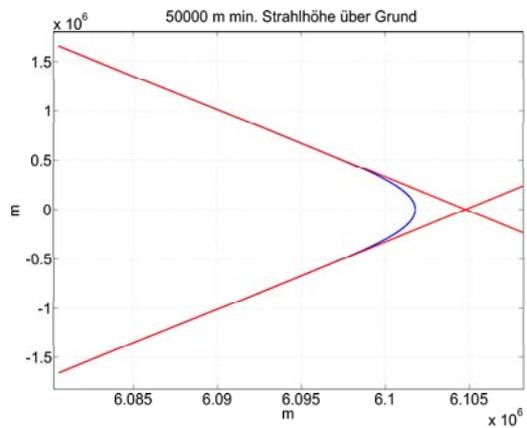
Die Abbildungen 6.9, 6.10 und 6.11 zeigen den berechneten Strahlverlauf (blau) in der Atmosphäre der Venus und die Eintritts- und Austrittsgerade des Strahls bzw. die Tangenten (rot) für bestimmte minimale Abstände des Strahls von der Oberfläche (der Radius der Venus beträgt $6.0518 \cdot 10^6$ m und der Brechungsindex der Atmosphäre wurde bis in eine Höhe von 250 km über Grund modelliert). Die Tangenten und der Strahlverlauf sind anschaulich auch in Abbildung 5.15 für einen Strahlverlauf in der Ionosphäre eingezeichnet. Bei der Interpretation der Bilder ist die unterschiedliche Skala der x- und y-Achse zu beachten (die Längeneinheiten sind für beide Achsen gleich mit der Einheit [m]). Die Geraden am Eintritts- und Austrittspunkt entsprechen den Tangenten am gekrümmten Strahlverlauf, die vor der Abelinversionsrechnung zur Berechnung des Brechungsindex gesucht werden. Im weiteren bezeichne ich die minimale Höhe eines Strahls über Grund als minimale Strahlhöhe. Eine Betrachtung der Abweichung des gekrümmten Strahls von den Tangenten zeigt, dass die Tangenten den Strahlenverlauf bis zu einer minimalen Strahlhöhe von 90 km sehr gut wiedergeben. Unterhalb einer minimalen Strahlhöhe von 70 km wird die Abweichung der Tangenten vom berechneten Strahlenweg immer größer weshalb die Inversionsrechnung entlang der Tangenten zu großen Fehlern führt.



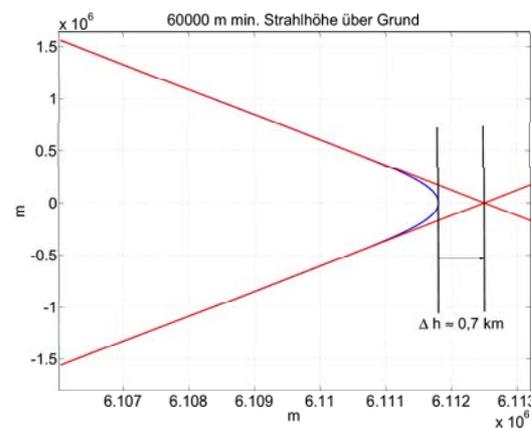
(a) Minimale Höhe des Strahls über Grund 33 km



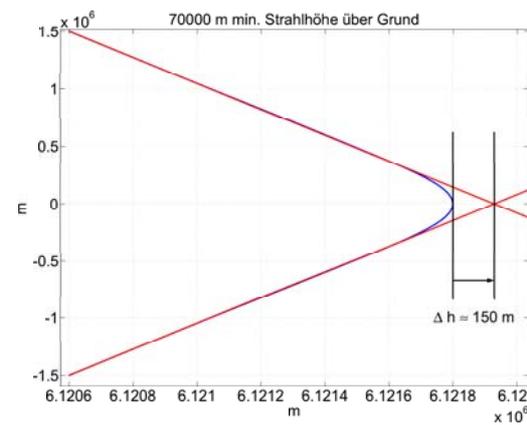
(b) Minimale Höhe des Strahls über Grund 40 km



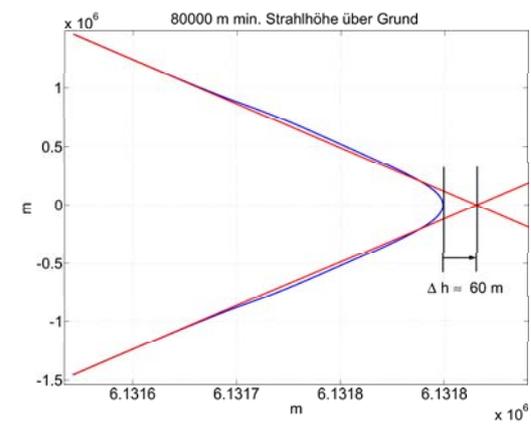
(c) Minimale Höhe des Strahls über Grund 50 km



(d) Minimale Höhe des Strahls über Grund 60 km



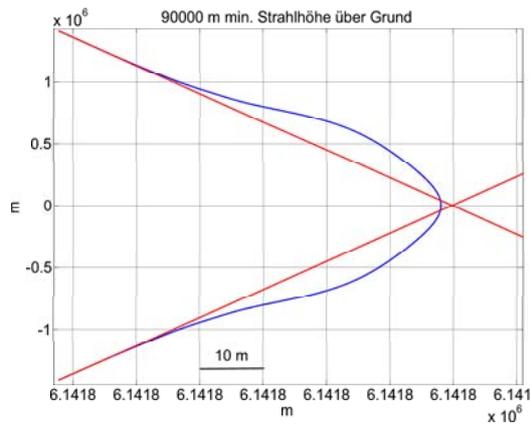
(e) Minimale Höhe des Strahls über Grund 70 km



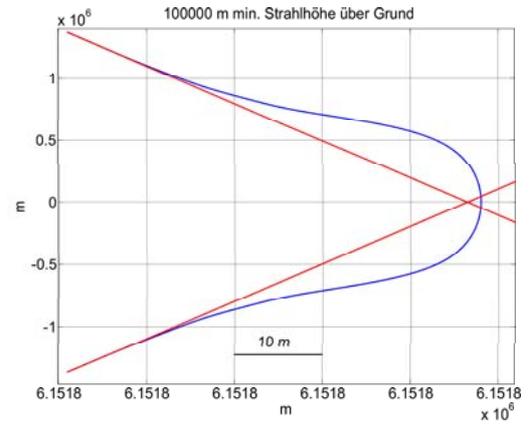
(f) Minimale Höhe des Strahls über Grund 80 km

Abbildung 6.9: Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 33 - 80 km über Grund)

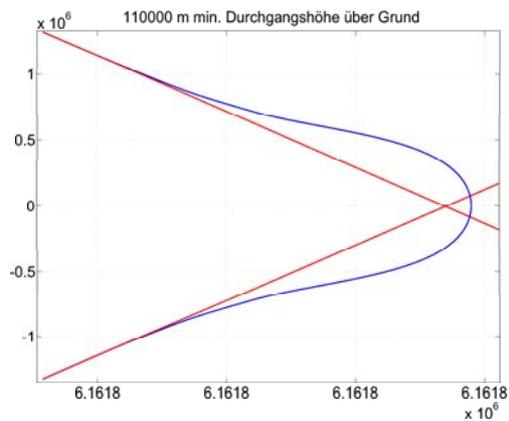
Eine Lösung dieses Problems wird in Kapitel 6.2.1.1 diskutiert. Der Einfluss der Ionosphäre durch eine Strahlkrümmung, die von der Oberfläche weggebrochen wird, ist ab Bild 6.10 a gut



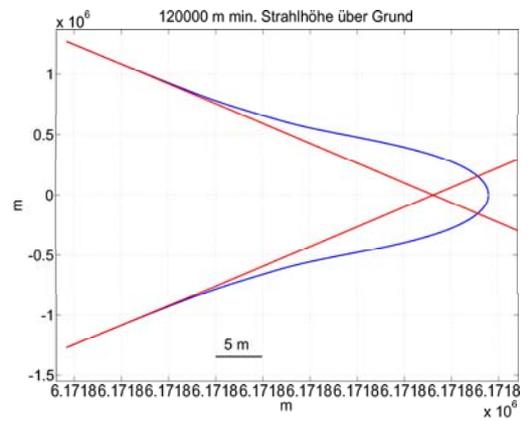
(a) Minimale Höhe des Strahls über Grund 90 km



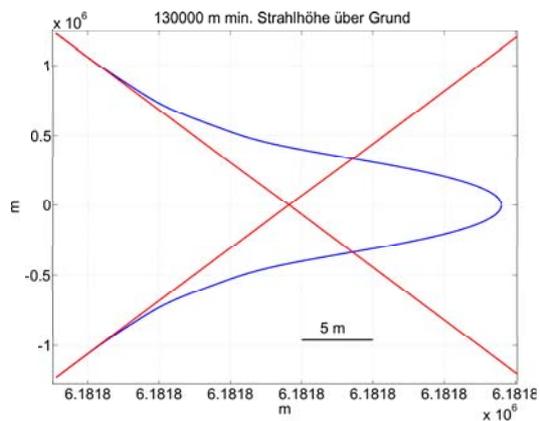
(b) Minimale Höhe des Strahls über Grund 100 km



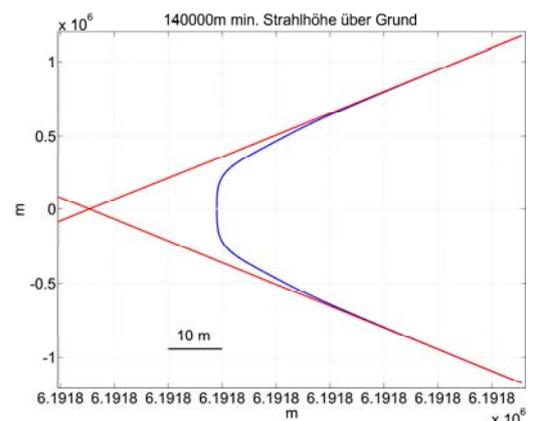
(c) Minimale Höhe des Strahls über Grund 110 km



(d) Minimale Höhe des Strahls über Grund 120 km



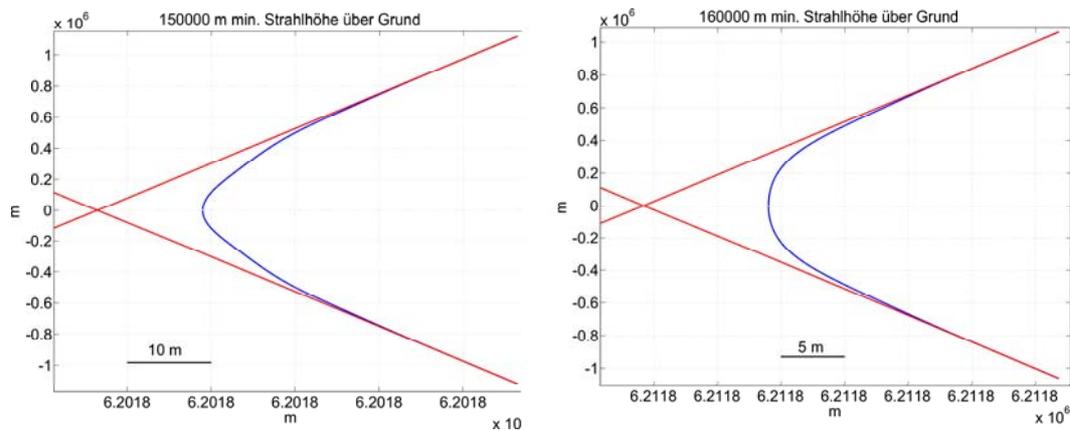
(e) Minimale Höhe des Strahls über Grund 130 km



(f) Minimale Höhe des Strahls über Grund 140 km

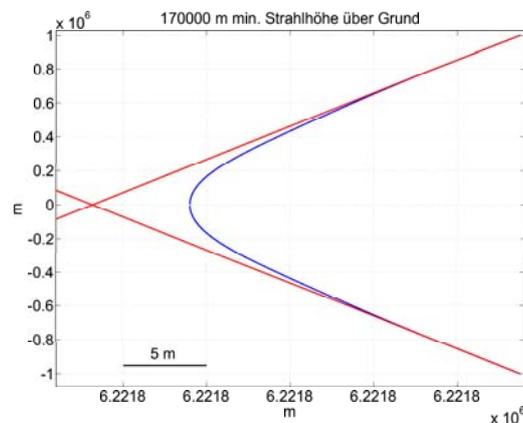
Abbildung 6.10: Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 90 - 140 km über Grund)

zu erkennen.



(a) Minimale Höhe des Strahls über Grund 150 km

(b) Minimale Höhe des Strahls über Grund 160 km



(c) Minimale Höhe des Strahls über Grund 170 km

Abbildung 6.11: Strahlenwege in der Venus Atmosphäre für ausgewählte Höhen (r_0) (Höhenbereich 150 - 170 km über Grund)

6.1.4 Dämpfung der Welle

Die Änderung des Signal/Rausch-Abstandes aufgrund der Venusatmosphäre entsteht durch:

- Strahlaufweitung (Defocusing Loss)
- Dämpfung der Welle durch Gase oder Moleküle
- Erhöhung der Systemrauschktemperatur im Satellitenempfänger

6.1.4.1 Dämpfung durch Strahlaufweitung (“Defocusing“)

Die Strahlaufweitung wurde schon in Kapitel 5.5 beschrieben. Die Abbildung 6.12 zeigt noch einmal die Abschwächung des Signals während der Okkultation durch die Strahlaufweitung. Ein Ausschnitt aus dieser Abbildung zeigt die Amplitudenbeeinflussung der Ionosphäre (6.13). Diese ist sehr gering und liegt unterhalb des messbaren Bereichs. Bei Mehrwegeausbreitung kann abschnittsweise eine wesentlich stärkere Dämpfung auftreten.

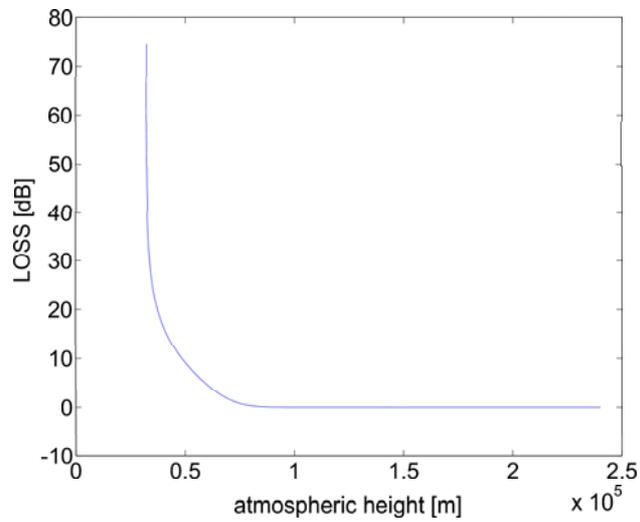


Abbildung 6.12: Leistungsverluste im Signal beim Durchlaufen der Atmosphäre durch Strahlaufweitung

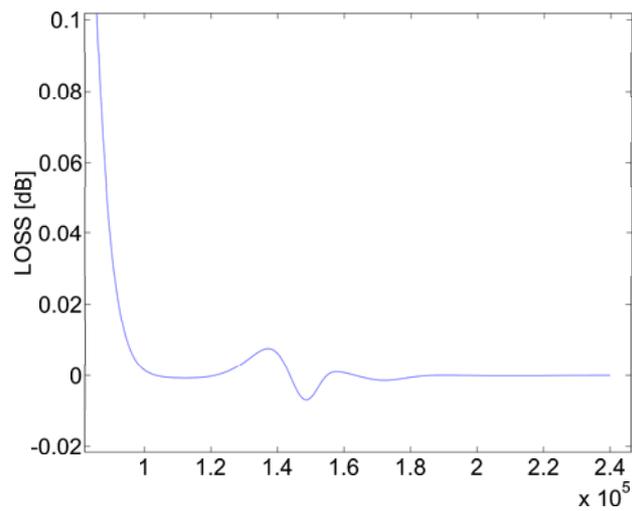


Abbildung 6.13: Leistungsverluste durch Strahlaufweitung in der Ionosphäre (Ausschnitt aus obiger Abbildung)

6.1.4.2 Dämpfung durch Absorption

Der größte Anteil am Leistungsverlust durch Absorption entsteht in der Venus Atmosphäre durch H_2SO_4 . Im Weiteren wird nur dieser Anteil betrachtet und die Absorption durch weitere Moleküle vernachlässigt. Nach [Ste85] berechnet sich die Absorption im S- und X-Band [dB/km] mit der Höhe h in Meter (siehe auch [Jen92], [KS98]):

- S-Band:

$$ab_{S_S} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{ppm_{H_2SO_4} \cdot p^{0,5}}{T^3} \quad (6.4)$$

- X-Band:

$$ab_{S_X} = 4,52 \cdot 10^{10} \cdot \frac{ppm_{H_2SO_4} \cdot p^{0,85}}{T^3} \quad (6.5)$$

Für den benötigten Temperaturverlauf [K], das Druckprofil [bar] und das Mischungsverhältnis werden die folgenden Näherungen verwendet:

Temperatur:

$$T = 196,2 + 540,7084 \cdot e^{-6,39686 \cdot 10^{-16} h^3 - 9,1334 \cdot 10^{-11} h^2 - 1,55004 \cdot 10^{-5} h} + 40 e^{\frac{h-90000}{10000}} - e^{\frac{h-90000}{10000}} + 1 \quad (6.6)$$

Druck:

$$p = 89,9957 \cdot e^{-4,8517 \cdot 10^{-15} h^3 - 3,17017 \cdot 10^{-10} h^2 - 6,22696 \cdot 10^{-5} h} \quad (6.7)$$

Mischungsverhältnis H_2SO_4 :

$$ppm_{H_2SO_4} = 10^{-6} \cdot 1,17587 \cdot 10^{-35} e^{1,63556 \cdot 10^{-13} h^3 - 5,9885 \cdot 10^{-8} h^2 - 0,004221 \cdot h} \quad (6.8)$$

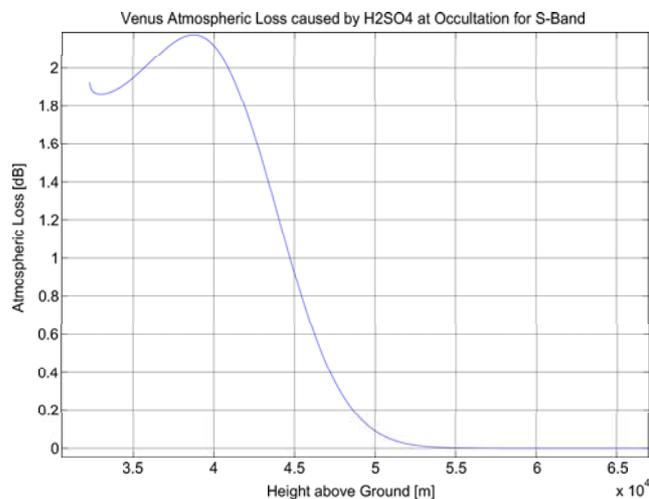


Abbildung 6.14: Verluste beim Durchleuchten der Venus Atmosphäre im S-Band durch H_2SO_4

Die Absorption der Strahlen im S- und X-Band in Abhängigkeit von der Höhe über Grund zeigen die Abbildungen 6.14 und 6.15. Die Berechnungen ergeben einen Verlust von bis zu 15 dB im X-Band. Schaut die Satellitenantenne mit dem gesamten 3dB Raumwinkel der Hauptstrahlrichtung in dieses Gebiet hoher Verluste, erhöht dies zusätzlich die Empfängerrauschtemperatur im Satelliten wie durch einen ohmschen Widerstand oder eine Leitung mit der gleichen Dämpfung, die vor den LNA geschaltet wird. Dies ist ein Grund, weshalb die Radio Science Okkultationsmessungen an der Venus im Ein Weg Verfahren durchgeführt werden sollten (Das im Satelliten

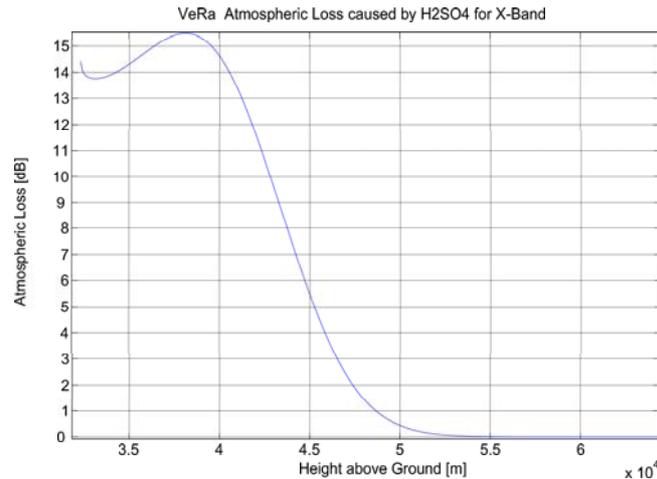
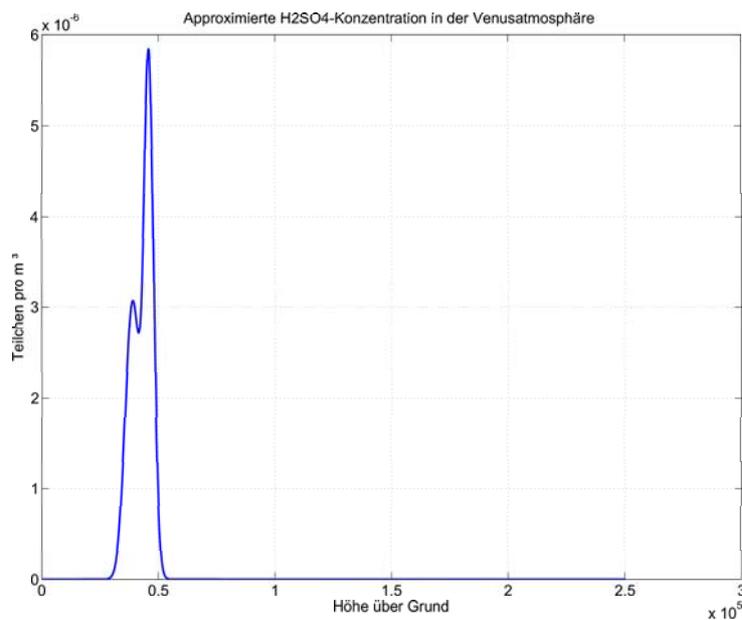
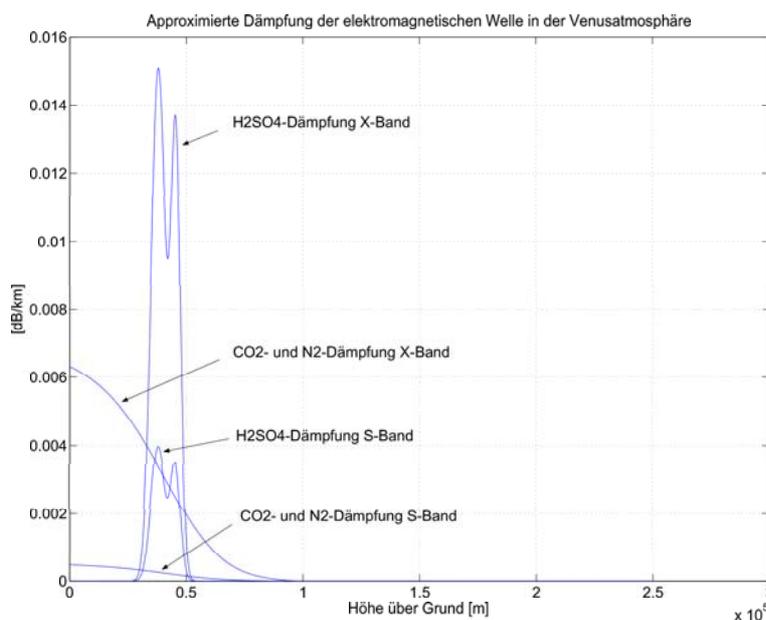


Abbildung 6.15: Verluste beim Durchleuchten der Venus Atmosphäre im X-Band durch H_2SO_4

empfangene Signal hat keinen Einfluss auf das vom Satelliten gesendete Signal). Mit einer Temperatur in dieser Höhe der Venus von $T_0 \approx 400 \text{ K}$ steigt die Rauschtemperatur der Antenne auf (siehe z.B. [Häu02b])

$$T_{\text{Dämpfung X-Band}} = T_0 \left(1 - \frac{1}{L}\right) = T_0 \left(1 - \frac{1}{10^{\frac{\alpha}{10}}}\right) = T_0 \left(1 - 10^{-\frac{\alpha}{10}}\right) = 387 \text{ K} \quad (6.9)$$

Hieraus ergibt sich eine Erhöhung der Systemrauschktemperatur im Satellitenempfänger um bis zu ca. 5 dB. Addiert man die Wirkungen der drei Effekte (Absorption, Erhöhung der Systemrauschktemperatur und Strahlaufweitung) auf das Signal-Rausch-Verhältnis für die unbeeinflusste Übertragungsstrecke, so folgt eine Verringerung im S/N Abstand während der Okkultation um ca. $15 \text{ dB}_{\text{Strahlaufweitung}} + \text{ca. } 15 \text{ dB}_{\text{Dämpfung}} + \text{ca. } 5 \text{ dB}_{\text{Systemrauschktemperatur Erhoehung}} \approx 35 \text{ dB}$ im Satellitenempfänger (uplink). In der Bodenstation entstehen nur Verschlechterungen im S/N Abstand durch die Dämpfung und die Strahlaufweitung (downlink). Andere Untersuchungen zeigen eine modifizierte Beziehung zwischen Teilchendichte, Frequenz und Absorption [KS98] der H_2SO_4 Moleküle. Mit der genaueren Berechnung nach [KS98] ergibt sich für die Venusatmosphäre eine wesentlich geringere Teilchendichte der H_2SO_4 -Moleküle als die hier verwendete Konzentration. Aber mit der Berechnung der Daten wird in beiden Fällen das gleiche gemessene Absorptionsprofil angenähert. D h., der hier berechnete Absorptionsverlauf als Funktion der Höhe erfährt nur geringe Änderungen, wenn die neueren genaueren Zusammenhänge zwischen Absorption und Teilchendichte nach Kolodner ([KS98]) verwendet werden. Die folgenden Abbildungen zeigen die approximierte H_2SO_4 -Konzentration und Dämpfung in der Venusatmosphäre als Funktion der Höhe (nach den Berechnungen von Kolodner ([KS98])), die im RTP-Programm enthalten sind.

Abbildung 6.16: Modellierter H_2SO_4 -Konzentration in der VenusatmosphäreAbbildung 6.17: Dämpfung der Mikrowelle in der Venusatmosphäre aufgrund der H_2SO_4 und CO_2 , N_2 -Konzentrationen

6.1.5 Auswirkungen auf die Lageregelung

Abbildung 6.18 zeigt die Winkelabweichung der 3D-Berechnung für den in Abbildung 6.7 dargestellten Okkultationsfall, die gegenüber der geometrischen Richtung Satellit-Bodenstation für die Satellitenantenne eingestellt werden muss, um die Verbindung zur Bodenstation zu halten. Die Ableitung dieser Kurve nach der Zeit ergibt die Bewegung, die das Lageregelungssystem des

Satelliten zur Ausrichtung der Antenne während der Okkultation durchzuführen hat. Abbildung 6.20 und Abbildung 6.21 zeigen den Vorhaltewinkel und die Änderung des Vorhaltewinkels über der Zeit, sowie den Orbitausschnitt, den der Satellit während der Okkultation durchfliegt für den Fall des Okkultationsaus- und eintritts (Egress u. Ingress). Der Orbit für den Ingress-Fall zeigt Abbildung 5.23. Dieses Profil ändert sich für jeden Orbit während der Okkultationspassage und muss der jeweiligen Geometrie angepasst werden bzw. für jede Okkultationsmessung neu berechnet werden. In der Beispielrechnung wurde ein 24 h Orbit mit einer Apozentrumshöhe von 250 km eingestellt.

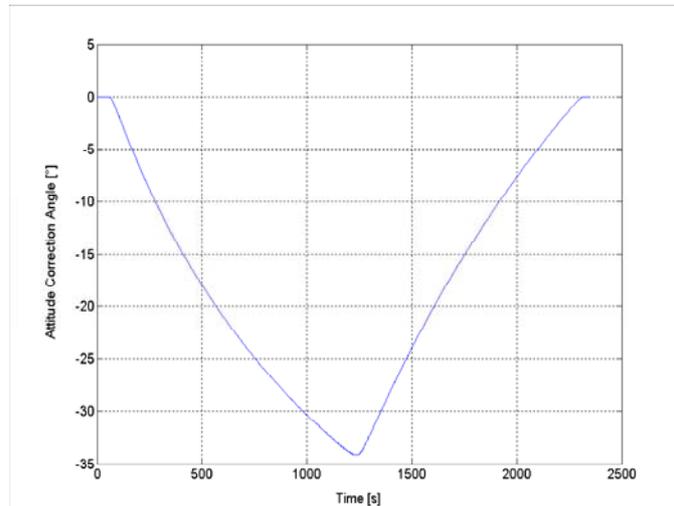


Abbildung 6.18: Winkelabweichung (2τ) der optimalen Strahlrichtung der Antenne von der geometrischen Richtung Satellit-Bodenstation (3D)

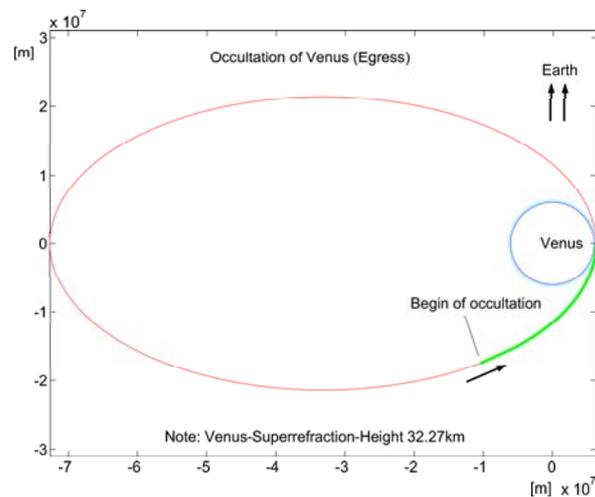


Abbildung 6.19: Darstellung des Okkultationsbereichs für den Atmosphärenaustritt (Egress) in dem für Venus Express festgelegten 12 h Orbit mit einer Perizentrumshöhe von 250 km

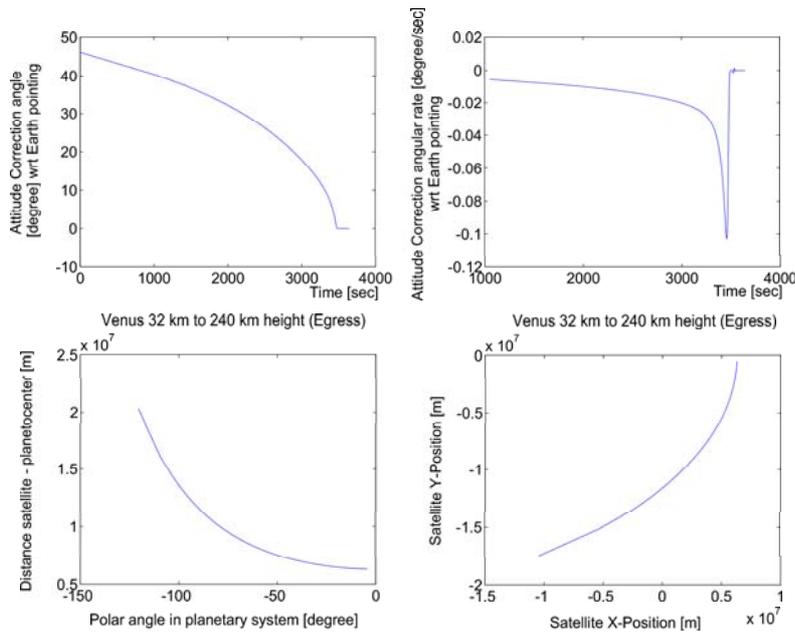


Abbildung 6.20: Vorhaltewinkel der Satellitenantenne (HGA), Vorhaltewinkeländerung und der zugehörige Orbitabschnitt in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten (2D Okkultationsaustritt)

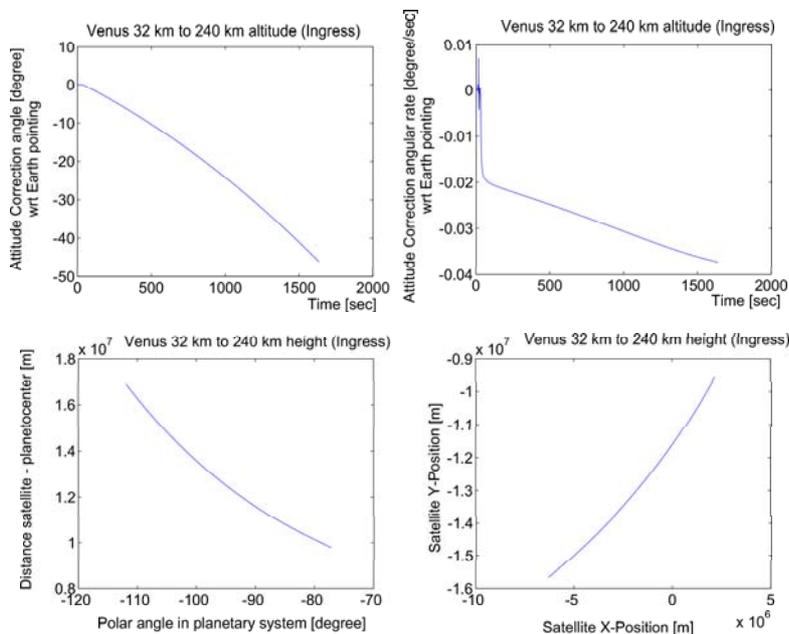


Abbildung 6.21: Vorhaltewinkel der Satellitenantenne (HGA), Vorhaltewinkeländerung und der zugehörige Orbitabschnitt in Polarkoordinaten und in kartesischen Koordinaten (2D Okkultationseintritt (Ingress))

6.1.6 Dopplerfrequenzverschiebungen (2D-Modell)

Die durch eine Planetenokkultation verursachte Dopplerfrequenzverschiebung besteht aus dem Vakuumanteil und einen durch das durchleuchtete Medium verursachten Anteil.

$$\underbrace{\Delta f}_{\text{gemessen}} = \underbrace{\Delta f_0}_{\text{Vakuum}} + \underbrace{\Delta F}_{\text{Medium}} \quad (6.10)$$

$\Delta f_{\text{gemessen}}$ entsteht aus der Wegänderung des Integrals $\int n ds$ aus Gleichung 5.89. Der durch das Medium verursachte Doppler entsteht aufgrund der folgenden Anteile:

- Dem Doppleranteil durch die Änderung der Brechzahl auf dem gekrümmten Weg vom Strahl 2 gegenüber Strahl 1.
- Dem Doppleranteil aufgrund der Krümmungsänderung des Strahls 2 gegenüber Strahl 1.
- Dem Dopplerfrequenzunterschied verursacht durch die Bahngeschwindigkeit in direkter gerader Richtung zur Bodenstation (in Richtung von $R_0(t)$ in Abb. 6.22) gegenüber der Bahngeschwindigkeit in Strahlrichtung des gekrümmten Strahls.

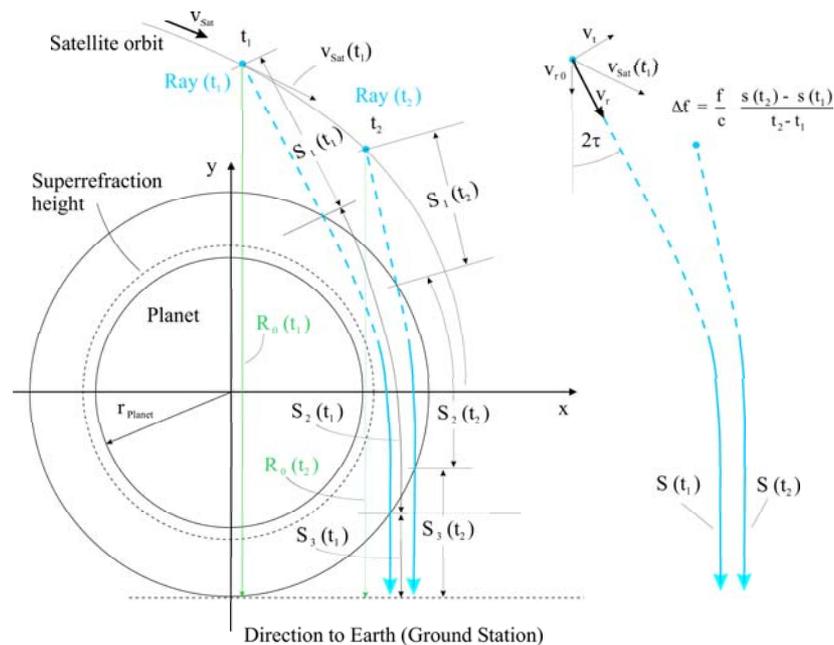


Abbildung 6.22: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Atmosphäre/Ionosphäre aufgetragen über der Höhe h

Aus den Wegelementen (s_1 , s_2 u. s_3 siehe Abbildung 6.22), werden im RTP-Programm die in Abbildung 6.23 dargestellten Dopplerfrequenzen bestimmt. Für den gesamten Doppler gilt

$$\Delta f \approx \frac{f}{c} \frac{s(t_2) - s(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{f}{c} \frac{s_1(t_2) + s_2(t_2) + s_3(t_2) - s_1(t_1) - s_2(t_1) - s_3(t_1)}{t_2 - t_1} \quad (6.11)$$

Die Abbildungen 6.25 - 6.33 zeigen die Frequenzverschiebungen für das 2D-Modell im Ingress-Fall und die Abbildungen A.1 - A.9 für den Egress-Fall.

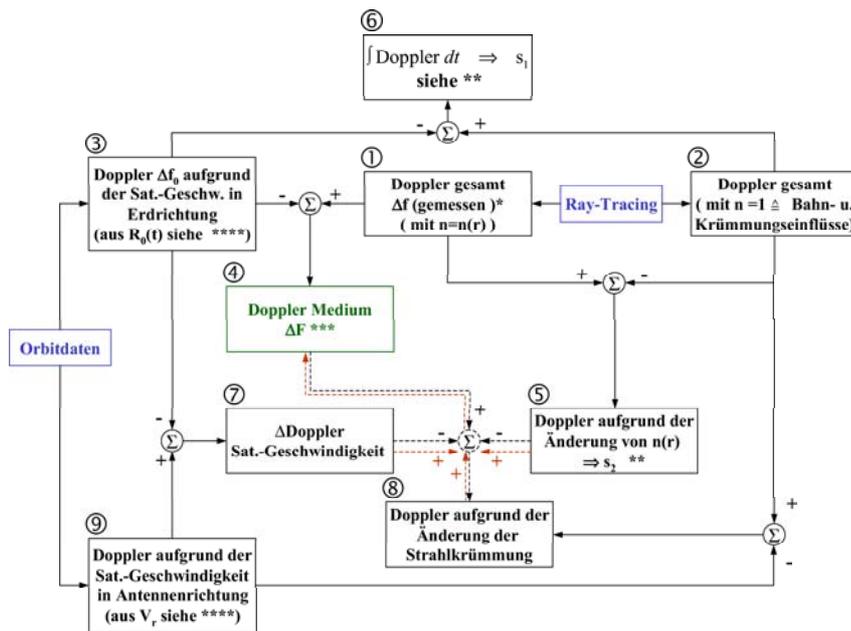


Abbildung 6.23: Darstellung des Rechenweges zur Bestimmung der zu berücksichtigten Dopplereffrequenzanteile während einer Planetenokkultation

* siehe Gleichung 6.10

** siehe Gleichung 5.95

*** siehe Gleichung 6.10

**** siehe Abbildung 6.22 und Gleichung 6.10

Die durchgezogenen Linien entsprechen den Berechnungswegen im RTP-Programm und die gestrichelten Linien stellen alternative Berechnungswege dar, die zur Überprüfung der durchgezogenen Linien herangezogen werden können.

Mit der Nummerierung der Dopplereffrequenzanteile aus Abbildung 6.23 kann die Dopplereffrequenzverschiebung aufgrund des Mediums $\Delta f_{gemessen}$ aus zwei Berechnungen entsprechend der gezeigten Wege bestimmt werden (siehe Gl. 6.10).

$$\Delta f_{Medium} = \textcircled{4} = \textcircled{1} - \textcircled{3} \quad \text{Weg 1} \quad (6.12)$$

$$= \textcircled{7} + \textcircled{8} + \textcircled{5} \quad \text{Weg 2 (}\hat{=} \text{den roten Linien)} \quad (6.13)$$

$$= \textcircled{9} - \textcircled{3} + \textcircled{2} - \textcircled{9} + \textcircled{1} - \textcircled{2}$$

$$= \textcircled{1} - \textcircled{3}$$

- ① Die Berechnung der gesamten Dopplereffrequenz (Satellitenorbit, gekrümmter Strahl und Brechungsindex) folgt aus der Weglänge des Strahls zum Zeitpunkt t_2 minus Weglänge des Strahls zum Zeitpunkt t_1 durch Δt . Die Strecke setzt sich aus den Abschnitten $s_1 - s_3$ zusammen (siehe Abbildung 6.22). Hierbei wird jedes Wegelement der Strecke s_2 mit dem entsprechenden Brechungsindex der jeweiligen Höhe des Wegelementes gewichtet. Die Abbildungen 6.25 (Ingress) und A.1 (Egress) zeigen den entsprechenden Dopplereffrequenzversatz. Dieser Dopplereffekt Δf (6.10) wird im Empfänger gemessen.
- ② Die Berechnung der Dopplereffrequenz, welche aufgrund der rein geometrischen Streckenänderung im Zeitintervall $t_2 - t_1$ entsteht, entspricht der Berechnung des gesamten Dopp-

lers ① mit dem Unterschied, dass die Streckenelemente von s_2 mit dem konstanten Brechungsindex $n=1$ gewichtet werden. Die Abbildungen 6.26 und A.2 zeigen den entsprechenden Dopplerfrequenzversatz für den Ingress- und Egress-Fall (siehe auch Gleichung (5.94) $\frac{\Delta}{\Delta t} \int_{\text{entlang des Strahlenweges}} ds$).

- ③ Die Frequenzverschiebung Δf_0 (6.10), welche aufgrund der Abstandsänderung pro Zeiteinheit zwischen Satellit und Bodenstation entsteht wenn keine Atmosphäre den Strahlenweg beeinflusst (radialer Doppleranteil aufgrund der Projektion der Satellitengeschwindigkeit in Richtung Erde bzw. Änderung von $R_0(t)$ pro Zeitintervall (siehe Abb. 6.22). Die Abbildungen 6.27 und A.3 zeigen den entsprechenden Dopplerfrequenzversatz für den Ingress- und Egress-Fall.
- ④ Punkt vier beschreibt den gesamten durch das durchleuchtete Medium verursachten zusätzlichen Dopplereffekt Δf (siehe auch Gleichung 6.10) gegenüber der geraden unbeeinflussten Verbindung Satellit Bodenstation. Der Dopplereffekt folgt aus der Differenz zwischen dem gesamten Dopplereffekt ① und dem Doppleranteil aufgrund der Satellitengeschwindigkeit in Richtung Erde ③. Die Abbildungen 6.28 und A.4 zeigen den entsprechenden Dopplerfrequenzversatz für den Ingress- und Egress-Fall.
- ⑤ Die Abbildungen 6.29 und A.5 zeigen den Dopplereffekt, welcher nur aufgrund der Gewichtung der Streckenelemente in der Atmosphäre entsteht. Dieser Dopplereffekt berechnet sich aus der Differenz des gesamten Dopplereffektes ① (mit Gewichtung der Streckenelemente durch den Brechungsindex $n = n(r)$ im Streckenbereich s_2) und dem gleichen Dopplereffekt mit der Gewichtung $n = 1$ ②. Dies entspricht der optischen Weglängenänderung zwischen zwei Strahlen aufgrund der Brechungsindexänderung von einem Strahl zum Nächsten. Die zeitliche Integration liefert den Phasenwert bzw. die Strecke s_2 der Gleichung 5.95 zur Berechnung der höhenabhängigen Brechzahl mit Hilfe der Abelintegration. Eine zweite Möglichkeit zur Berechnung dieses Dopplereffektes kann schrittweise wie folgt durchgeführt werden:
 - a) Bestimmung der Länge der längsten geometrischen Strecke ($n=1=\text{const.}$) s_{2_1} (die Strecke in der minimalen Höhe).
 - b) Alle folgenden geometrischen gekrümmten Strecken s_{2_n} werden durch Addition eines Wegelements s_i auf die Länge der längsten geometrischen Strecke gebracht.
 - c) Zu den gewichteten optischen Längen s_2 ($n=n(r)$) werden ebenfalls die Wegelemente s_i addiert.
 - d) Berechnung der Dopplerfrequenz aus der Differenz $\Delta(s_{2_{opt}} + s_i) / \Delta t - \Delta(s_2 + s_i) / \Delta t$ (siehe auch Abbildung 6.24).

Abbildung 6.24 zeigt für drei Zeitpunkte eine konstante geometrische Entfernung l_{geo} zwischen Sender (Satellit) und Empfänger (Bodenstation). Die optische Entfernung d.h. die Entfernung welche aus der Phasengeschwindigkeit berechnet wird zeigt die rote durchgezogene Linie. Berücksichtigt man noch die Strahlkrümmung, welche in diesem Beispiel nicht auftritt, da die Ausbreitung der Strahlen senkrecht auf die Ebenen konstanter Brechzahlen trifft, verlängert sich der Weg aufgrund der Krümmung der Strahlen von der schwarzen bis zur blauen Linie bzw. von der roten bis zur rot gestrichelten Linie. Der Dopplereffekt aufgrund der Strahlkrümmung und dem Brechungsindex errechnet sich aus der Änderung der grünen Streckenänderung pro Zeitintervall.

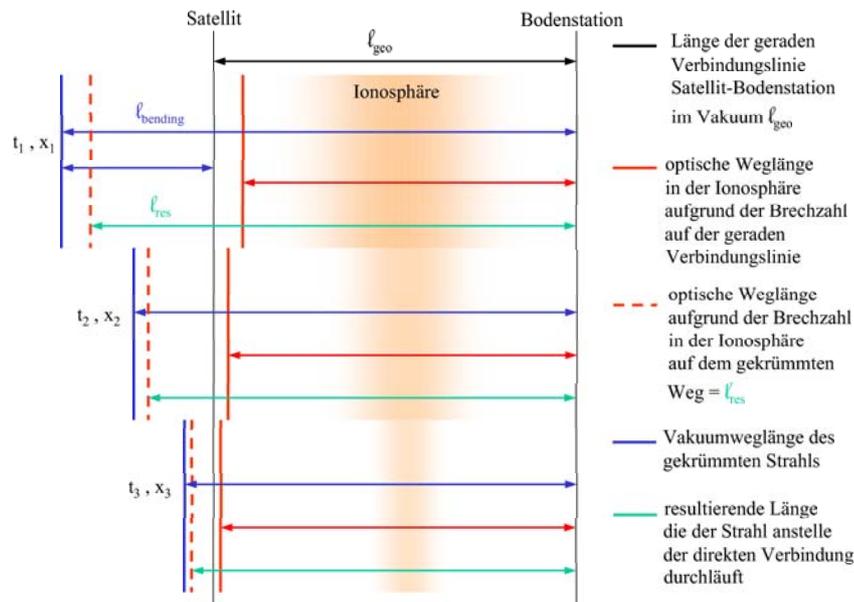


Abbildung 6.24: Abstrahierte Skizze zur Entstehung der Doppleranteile auf dem sich zeitlich ändernden gekrümmten Strahlenweg

- ⑥ Aus der zeitlichen Integration der Differenz des Dopplereffektes von ② und ③ folgt die Strecke s_1 der Gleichung 5.94. s_1 beschreibt die Streckendifferenz zwischen der geraden unbeeinflussten Verbindung und dem gebogenen nicht mit dem Brechungsindex gewichteten Strahl. Die Abbildungen 6.30 und A.6 zeigen den entsprechenden Dopplerfrequenzversatz für den Ingress- und Egress-Fall.
- ⑦ Dieser Dopplereffekt entsteht aus der Differenz des Satellitengeschwindigkeitanteils in geometrischer Erdrichtung ③ und der Geschwindigkeitskomponente des Satelliten in Strahlrichtung ⑨ (Richtung des gekrümmten Strahls). Die Abbildungen 6.31 und A.7 zeigen den entsprechenden Dopplerfrequenzversatz für den Ingress- und Egress-Fall.
- ⑧ Die Abbildungen 6.32 und A.8 zeigen den Dopplerfrequenzversatz aufgrund der Längenänderung des gekrümmten Weges des Strahls mit der Zeit (Brechungsindex auf dem gebogenen Weg $n(r)=1$). Dieser Doppleranteil berechnet sich aus dem gesamten Doppler mit $n=1$ ② minus dem Dopplerfrequenzversatz aufgrund der Satellitenbewegung in Antennenhauptstrahlrichtung ⑨.
- ⑨ Die Abbildungen 6.33 und A.9 zeigen den Dopplerfrequenzversatz aufgrund der Satellitenbewegung in Antennenhauptstrahlrichtung bzw. Strahlrichtung der Mikrowellenverbindung. Dieser Anteil berechnet sich aus der Projektion der Geschwindigkeit des Satelliten auf die Antennenhauptstrahlrichtung (V_r in Abbildung 6.22) bzw. die Strahlrichtung der Verbindung Satellit-Bodenstation.

6.1.7 Ergebnisse der 2D-Dopplerfrequenz Berechnung (Ingress-Eintritt in die Okkultation)

Case A“ bezeichnet in den Abbildungen den Okkultationseintritt (Ingress-Fall). Die Abbildungen für den Egress-Fall (Case B) in der 2D-Berechnung werden im Anhang A.1 gezeigt. Ergebnisse der 3D-Berechnungen zeigt das Anhangskapitel A.2.

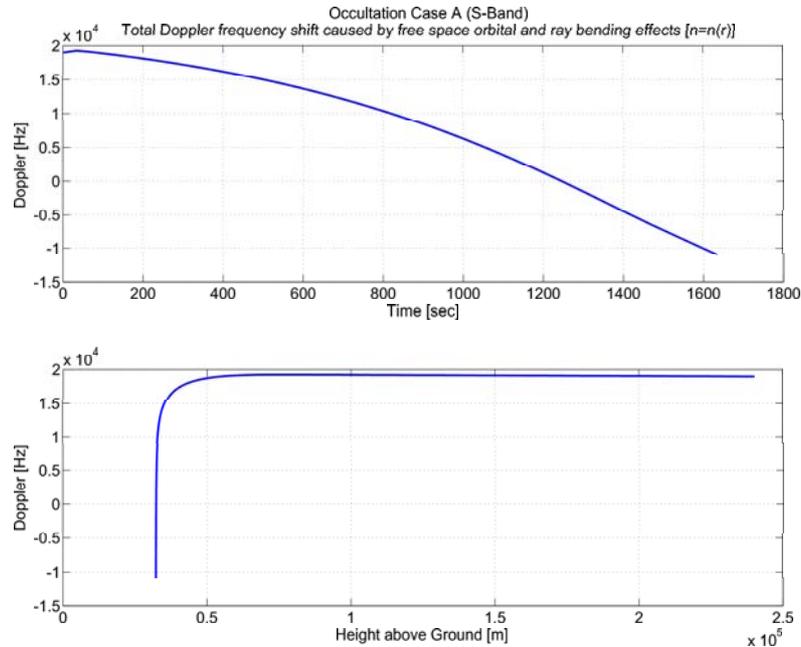


Abbildung 6.25: Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung ① im S-Band (aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse und der Brechzahl) (Ingress-Eintritt in die Okkultation)

Die Abbildungen 6.25 und 6.26 zeigen den Dopplereffekt entlang des gekrümmtem Signalwegs. Ein Vergleich mit den gleichen Dopplerwerten im Egress-Fall zeigt große Unterschiede, die im wesentlichen durch den folgenden Effekte entstehen. Im Ingress-Fall sind die Abstandsänderungen aufgrund der Satellitenbewegung und der Krümmung gegenläufig und im Egress-Fall addieren sich diese Effekte d. h. die Abstände zur Bodenstation nehmen aufgrund der Satellitenbewegung und aufgrund der Strahlkrümmungsänderung ab wodurch beide Wegänderungen einen positiven Doppler ergeben.

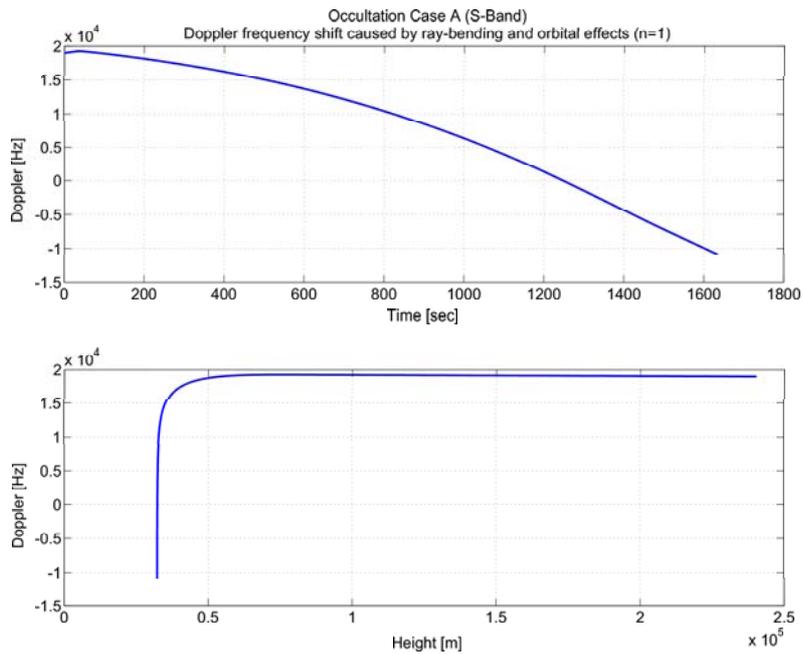


Abbildung 6.26: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse aber ohne Brechzahl ② im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)

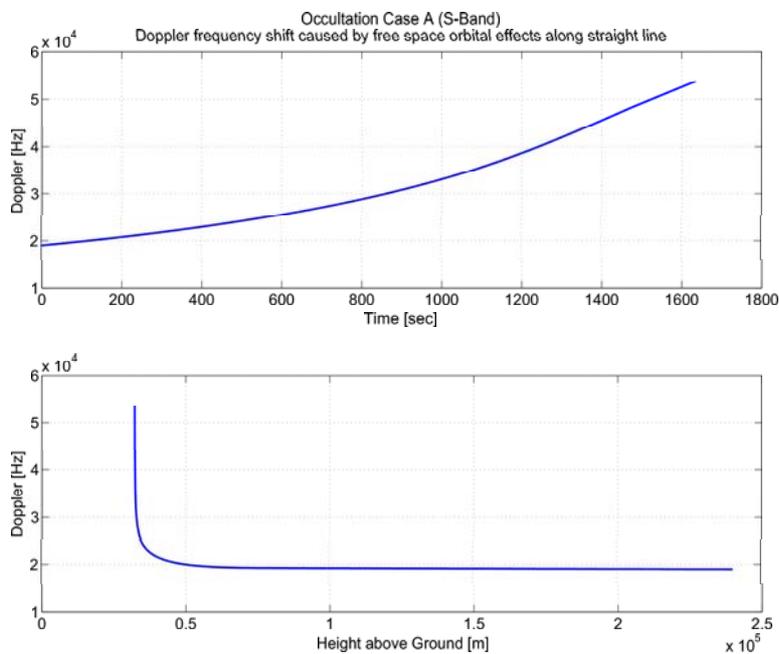


Abbildung 6.27: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation ③ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation).

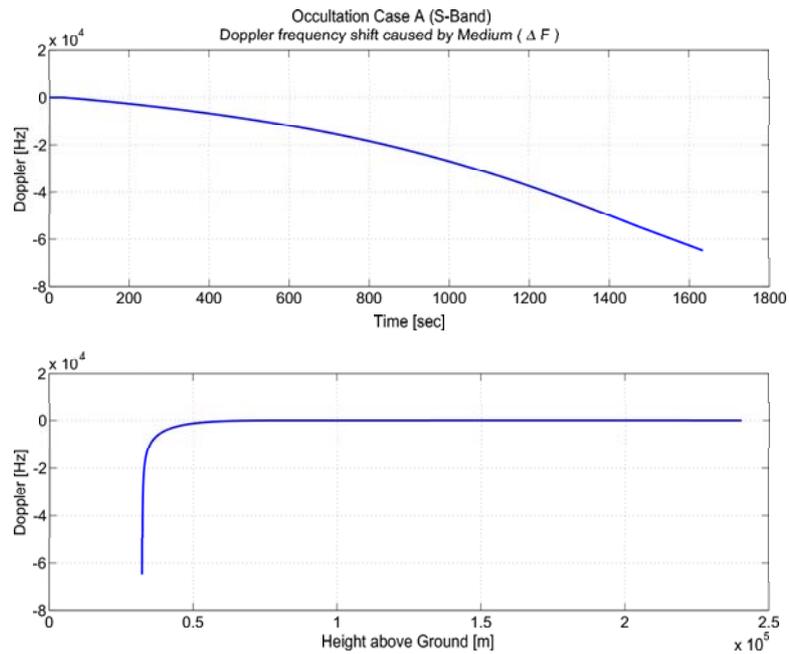


Abbildung 6.28: Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Doppereffekt ④ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation)

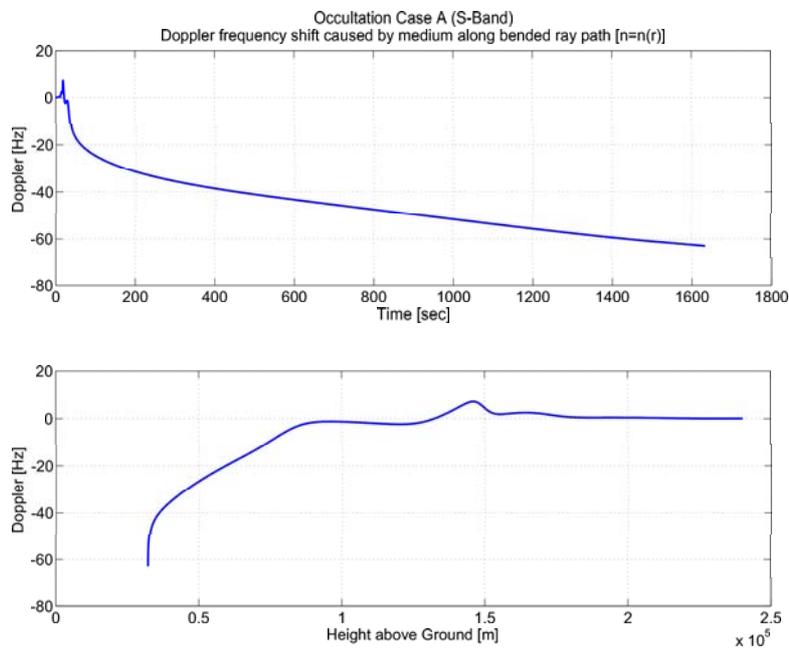


Abbildung 6.29: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem gekrümmten Strahlenweg ⑤ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation). Aus diesem Frequenzversatz (mit den zugehörigen Höhen) berechnet man mit der Abelinversion die höhenabhängige Brechzahl

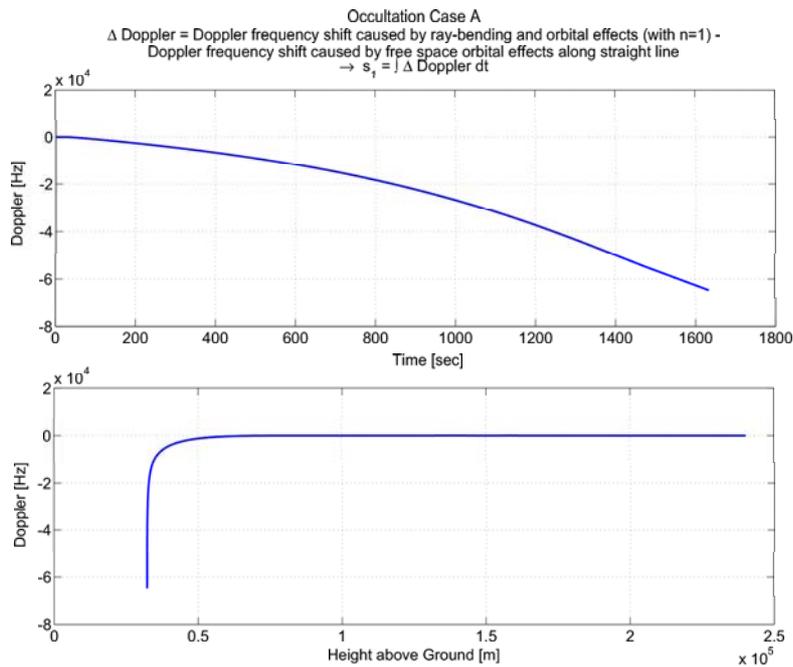


Abbildung 6.30: Differenz der Freiraumdopplerfrequenz ($n=1$) zwischen geradem und gebogenem Strahl ⑥ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation).

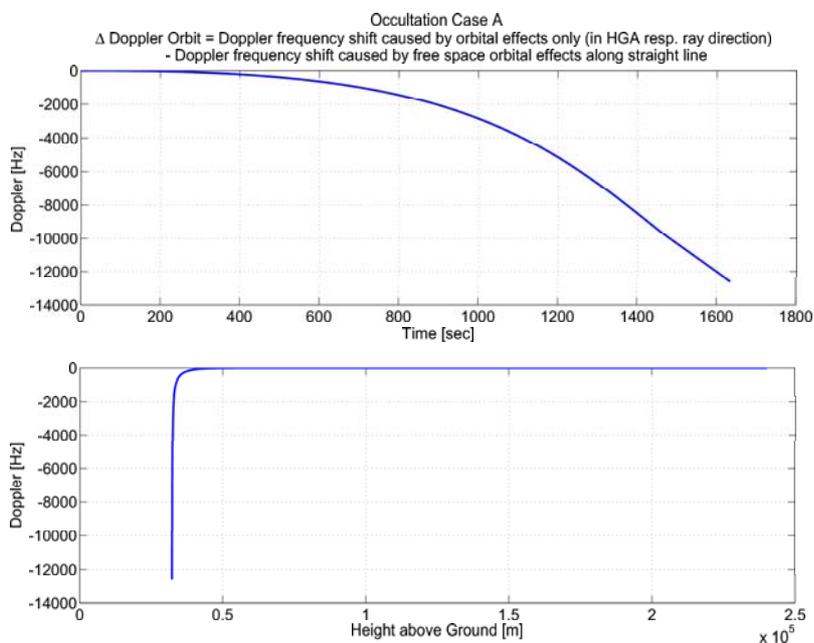


Abbildung 6.31: Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwindigkeit in 1. gerader geometrischer Erdrichtung und 2. in Strahlrichtung ⑦ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation).

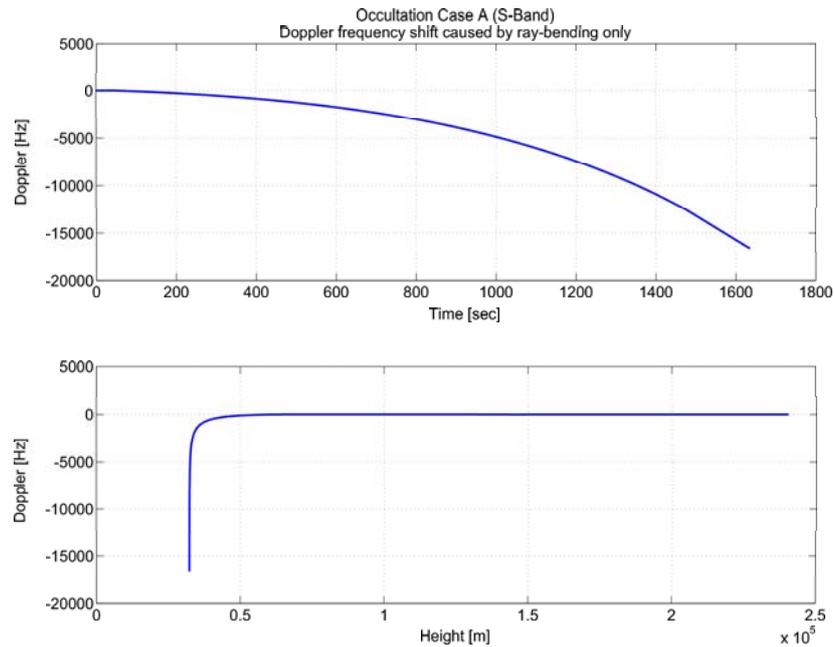


Abbildung 6.32: Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls ⑧ im S-Band (Ingress-Eintritt in die Okkultation).

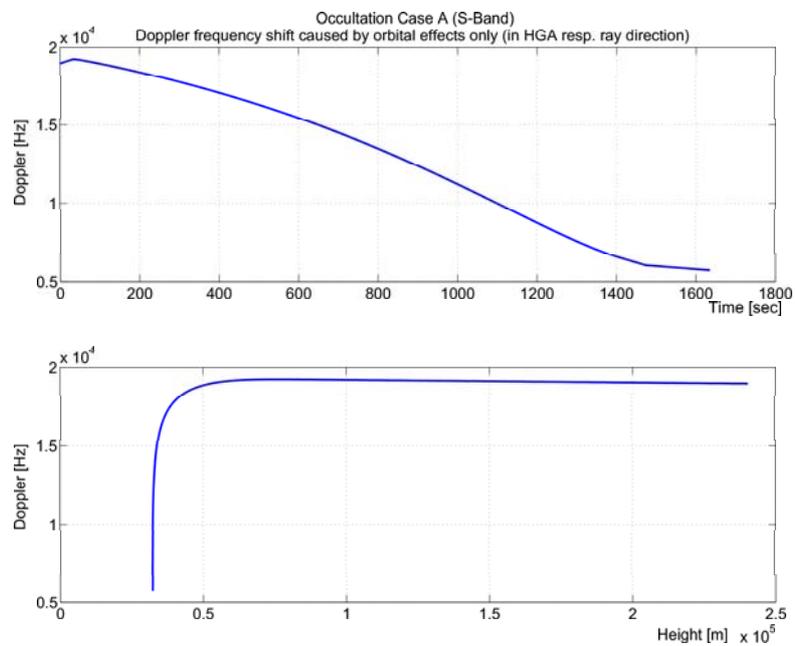


Abbildung 6.33: Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung ⑨ (Ingress-Eintritt in die Okkultation).

6.2 Modell zur Berechnung der Brechzahländerung aus Dopplermessungen

Die Berechnung der Brechzahl aus Dopplermessungen entspricht den Programmschritten in Abbildung 6.34.

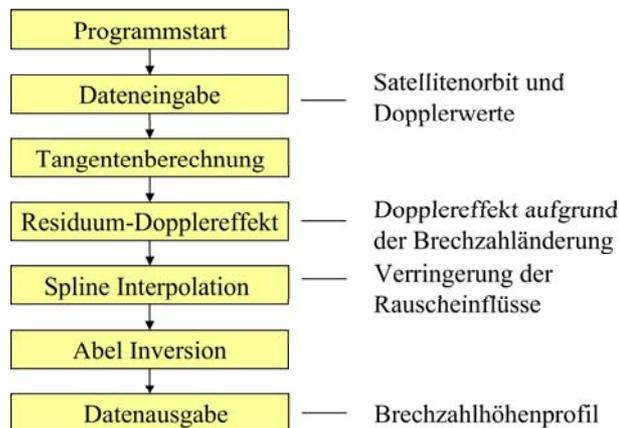


Abbildung 6.34: Blockschaltbild zur Berechnung der Brechzahl aus Dopplermessungen

Die Abelinversionsrechnung erfolgt mit Residuum-Dopplermessungen, die nur die Frequenzverschiebung aufgrund des Mediums (s. Gl. 6.10) beinhaltet.

$$\underbrace{\Delta F}_{\text{Medium}} = \underbrace{\Delta f}_{\text{gemessen}} - \underbrace{\Delta f_0}_{\text{Vakuum}} \quad (6.14)$$

Die Korrektur der gesamten Dopplerverschiebung Δf um den radialen Doppleranteil Δf_0 ergibt die Residuum Doppler-Frequenz ΔF . Nach der Integration der korrigierten Dopplerfrequenz-Messwerte über die Zeit, können die so gebildeten Phasenwerte in den Programmteil zur Berechnung der Abelinversion eingespeist werden. Aus der in Kapitel 5.4.4 beschriebenen Näherungsrechnung zur Bestimmung des Strahlenweges anhand der Tangenten und der bekannten Satellitenposition zu den jeweiligen Dopplerwerten ergibt sich der Residuum Phasenweganteil s_2 , der nur durch den Brechungsindex in der Atmosphäre verursacht wird.

Aus der Iterationsrechnung für s_2 erhält man auch den Winkel 2ψ der Strahlablenkung bzw. den Winkel ψ , um welchen der Strahl gedreht werden muss, damit der ausgehende Strahl (der aus der Atmosphäre austretende Strahl bei einer Satellit-Bodenstation-Verbindung) in Erdrichtung zeigt (siehe Gl. 5.97).

Zur Berechnung der Atmosphärendaten aus dem Doppler wurden vier Abel Inversionsverfahren miteinander verglichen ([Jen92]).

- **ANDERSSEN [And76]:**

Anderssen geht davon aus, dass die gemessenen Daten durch die Subtraktion eines weitgehend glatten Trends transformiert werden können. In diesem Verfahren werden die Daten in einem ersten Schritt durch einen Kleinstfehlerquadrat-Trend angenähert und der zweite Schritt ermittelt mit Hilfe der Spektrableitung der Daten einen Korrekturwert zur Trendfunktion.

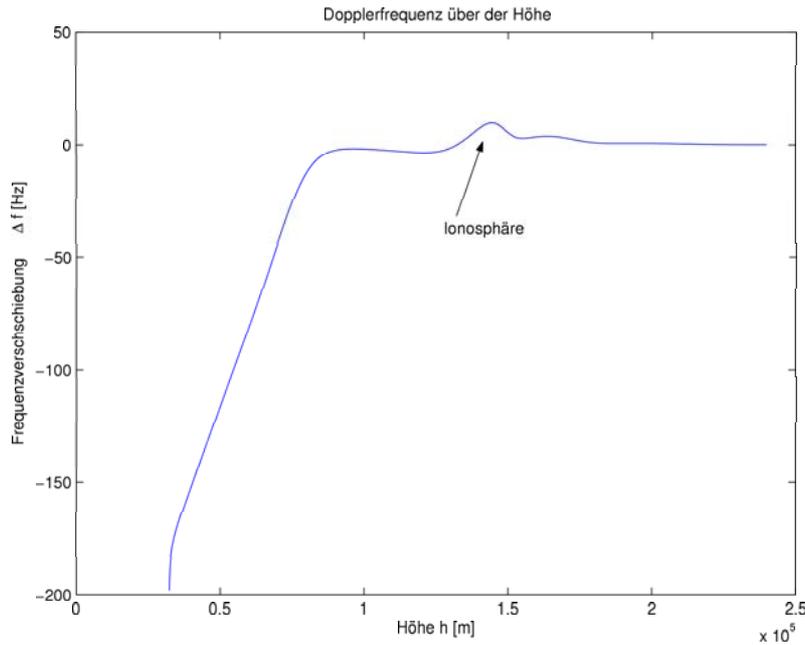


Abbildung 6.35: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Atmosphäre/Ionosphäre aufgetragen über der Höhe h

- **HANSEN und LAW [HL85]:**

Hansen und Law haben ein Verfahren entwickelt, dass mit einem Zustandsraum-Modell arbeitet. Da bei der Ableitung gemessener Daten sehr große Verstärkungen kleiner Schwankungen auftreten, besteht die Möglichkeit, die Daten in diesem Verfahren mit einem Kalmanfilter zu glätten.

- **MINERBO und LEVY [ML69]:**

Minerbo und Levy haben ein Verfahren entwickelt, bei dem die inverse Abeltransformation über die Kleinstfehlerquadrat Anpassung von orthogonalen Polynomen, die dann einfach analytisch integrierbar und differenzierbar sind, berechnet wird.

- **Ausgleich durch interpolierende Splines [Spä73]:**

In [Spä73] wird ein Algorithmus beschrieben, der einen Ausgleich von Messwerten durch Splines ermöglicht. Dabei werden die Stützpunkte der Spline-Funktion nicht gleich den Messwerten gesetzt, sondern abhängig von einem Parameter bestimmt. Der Parameter kann Werte zwischen Null und unendlich annehmen und bestimmt wie genau jeder Messwert durch den Spline angenähert wird. Die Brechzahl kann dann z. B. mit der Gleichung 5.118 bestimmt werden.

Die besten Ergebnisse für unsere Anforderungen erzielte die Spektraldifferenziation nach Anderssen und die Berechnung mit Hilfe der interpolierenden Splines, siehe Kapitel (6.2.1). Die Berechnung der Brechzahl durch den Ausgleich der Dopplerwerte mit interpolierenden Splines und anschließender Inversionsrechnung erfordert eine Umformung des Integrals 5.106 dergestalt, dass die Singularität im Startpunkt des Integrals behoben wird.

Als Referenz der Ergebnisse aus der Abel-Inversion diente der Verlauf der Brechzahl, der für die Berechnung des Dopplereffekts im RTP-Programm verwendet wurde. In der Berechnung sind sowohl die Effekte der Ionosphäre als auch die Effekte der Neutralgas-Atmosphäre enthalten. Die Validierung der zwei Module erfolgt durch den Vergleich der höhenabhängigen

Brechzahl, die aus der Abel-Inversion bestimmt wurde, mit dem höhenabhängigen Verlauf der Brechzahl, welcher für das "ray tracing" Modul verwendet wurde. Wenn die Programme RTP und IATP fehlerfrei rechnen, erzeugt die Abel Inversion den gleichen Brechzahlverlauf wie den, welcher vom RTP-Programm verwendet wurde. Abbildung 6.35 zeigt die Dopplerfrequenzverschiebung aus einer 2d-Berechnung (Satellitenorbit, Venus- und Erdmittelpunkt liegen in einer Ebene).

6.2.1 Ergebnisse der Abel-Inversion

Die verwendeten Abel-Inversionsverfahren sind im Kapitel 5.4.4 aufgeführt. Im Folgenden werden die Ergebnisse der Abel-Inversionsverfahren im Höhenbereich der Ionosphäre gezeigt.

Die folgenden Abbildungen zeigen die Höhenprofile der berechneten Brechzahlen aus der Abel Inversion im Vergleich zum Ausgangsprofil des RTP-Programmes.

- Abbildung 6.36 zeigt den Brechzahlverlauf berechnet nach dem Verfahren von Anderssen. Der Verlauf zeigt eine gute Übereinstimmung im Bereich der Ionosphäre mit dem Verlauf der Referenzbrechzahl. Leichte Abweichungen entstehen im Bereich zwischen 80 und 100 km. Die maximale Brechzahl bei 140 km stimmt sehr gut mit dem vorgegebenen Verlauf überein.
- Abbildung 6.37 zeigt den Brechzahlverlauf berechnet nach dem Verfahren von Hansen und Law mit Kalmanfilter. Der Filter besitzt allerdings keinen sichtbaren Einfluss bei unverrauschten Eingangsdaten. Der Verlauf der berechneten Brechzahl liefert für unverrauschte Daten die gleichen Ergebnisse wie die Methode nach Anderssen.
- Die Methode, die Daten mit interpolierenden Splines zu approximieren, und den geglätteten Verlauf mit der Abel Inversion zu berechnen ergab eine etwas schlechtere Übereinstimmung zwischen der berechneten Kurve und den Referenzdaten. (Der Verlauf ist abhängig von dem eingestellten Spline Parameter)
- Das Verfahren von Minerbo und Levy ergab keine akzeptablen Ergebnisse, da die Annäherung des exponentiellen Verlaufs im Bereich der Ionosphäre mit Polynomen nur begrenzt möglich ist.

Ein wesentlicher Unterschied zwischen einem Kalman-Filter und den interpolierenden Splines besteht darin, dass der Kalman-Filter nur Werte aus der Vergangenheit zur Abschätzung des aktuellen Wertes einsetzt während die Spline Interpolation Werte aus der Zukunft und der Vergangenheit zur Bestimmung des aktuellen Wertes heranzieht. Da hier die aufgezeichneten Daten zur Verfügung stehen, wurde zur Rauschunterdrückung das Verfahren mit den interpolierenden Splines verwendet.

Bei unverrauschten Messwerten liefern viele Verfahren gute Ergebnisse für die inverse Abeltransformation. Man könnte diese Daten auch ohne ein besonderes Verfahren direkt numerisch differenzieren und integrieren. Entwickelt wurden diese Verfahren aber, um auch aus verrauschten Daten gute, physikalisch begründete Ergebnisse zu erhalten. Bei verrauschten Daten zeigen sich zudem die wesentlichen Unterschiede der Verfahren und ihre Vor- und Nachteile.

Die verrauschten Dopplerwerte erzeugen aufgrund der Differenzierung in der Näherungsberechnung der Strecken s_2 für die Eingabewerte zur Berechnung der Brechzahl mit der Abel Inversion (siehe 5.97) ein verstärktes Rauschen in den s_2 -Werten. Daher wurden diese vor der Abel Inversions-Berechnung mit einer Spline-Funktion die einen frei wählbaren Parameter bereitstellt

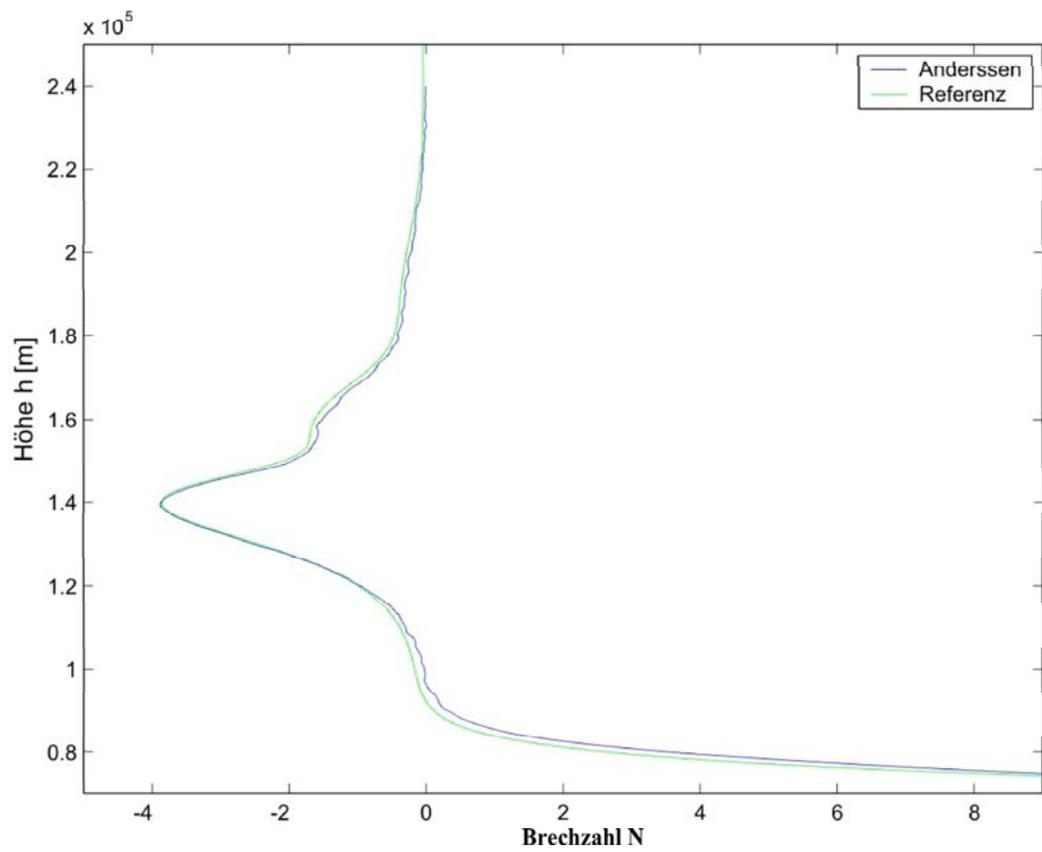


Abbildung 6.36: Mit der Spektraldifferenziation nach Anderssen berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe

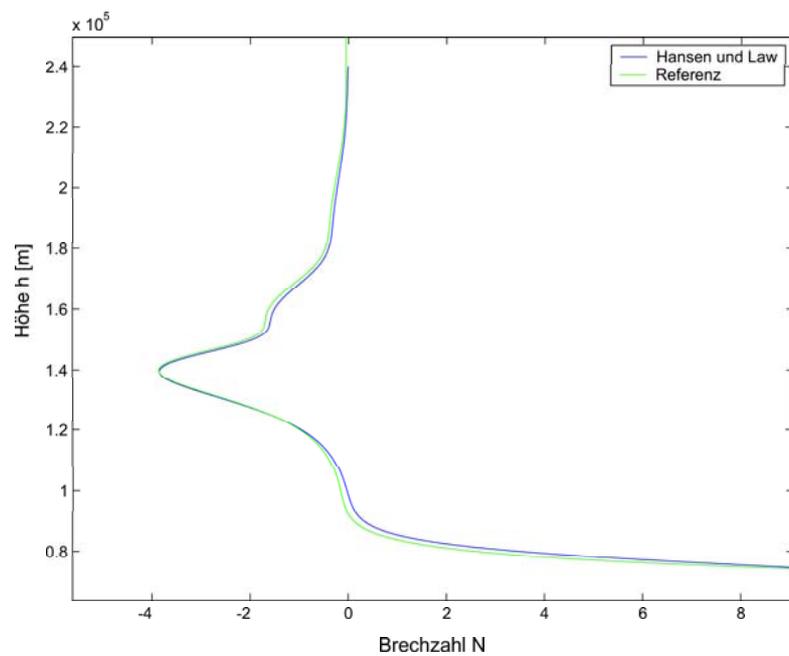


Abbildung 6.37: Nach Hansen und Law berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe

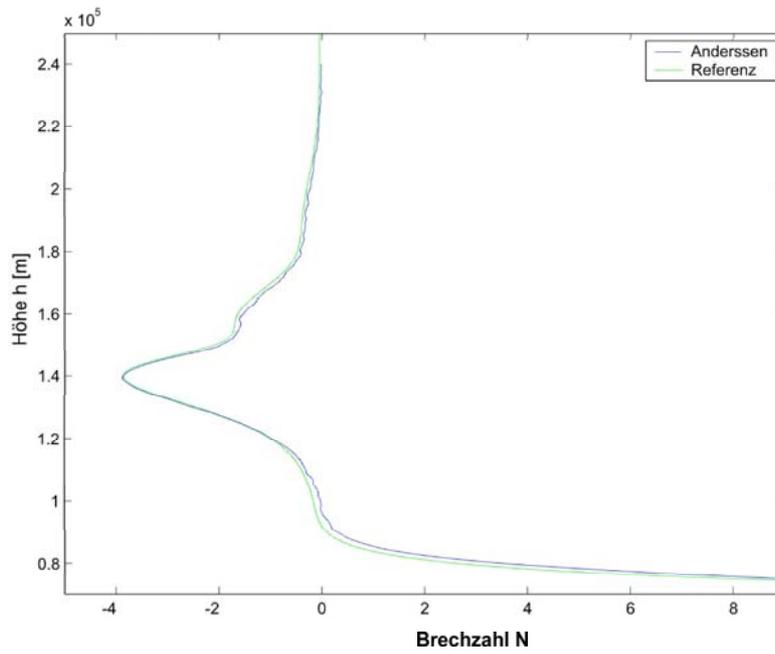


Abbildung 6.38: Mit interpolierenden Splines berechneter Brechzahlverlauf über der Höhe

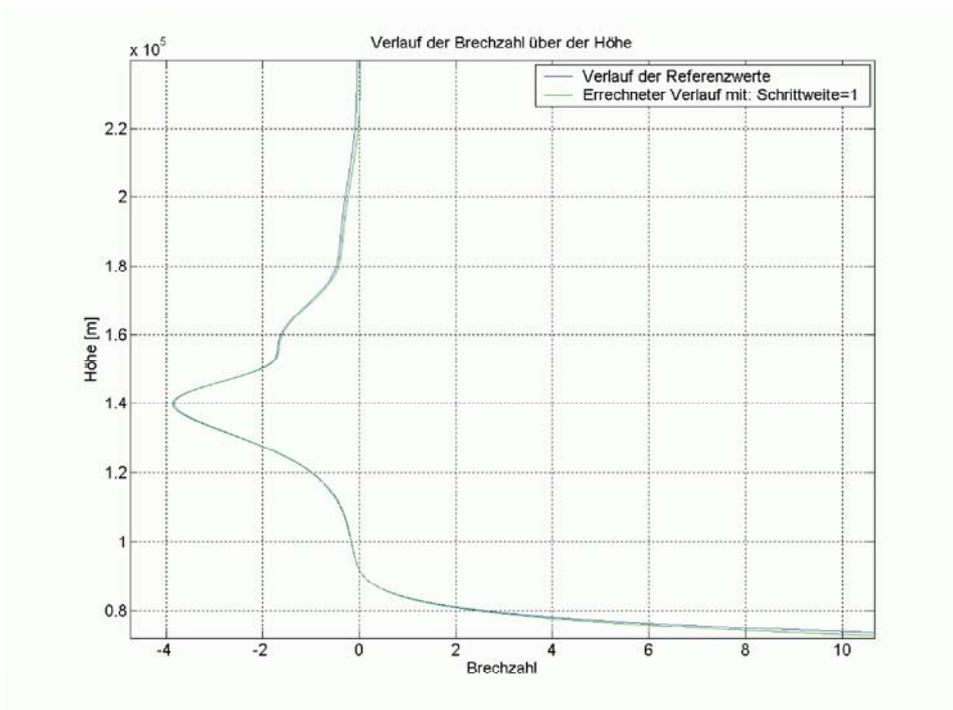


Abbildung 6.39: Mit den Gl. 5.141 und 5.125 bestimmter Brechzahlverlauf über der Höhe

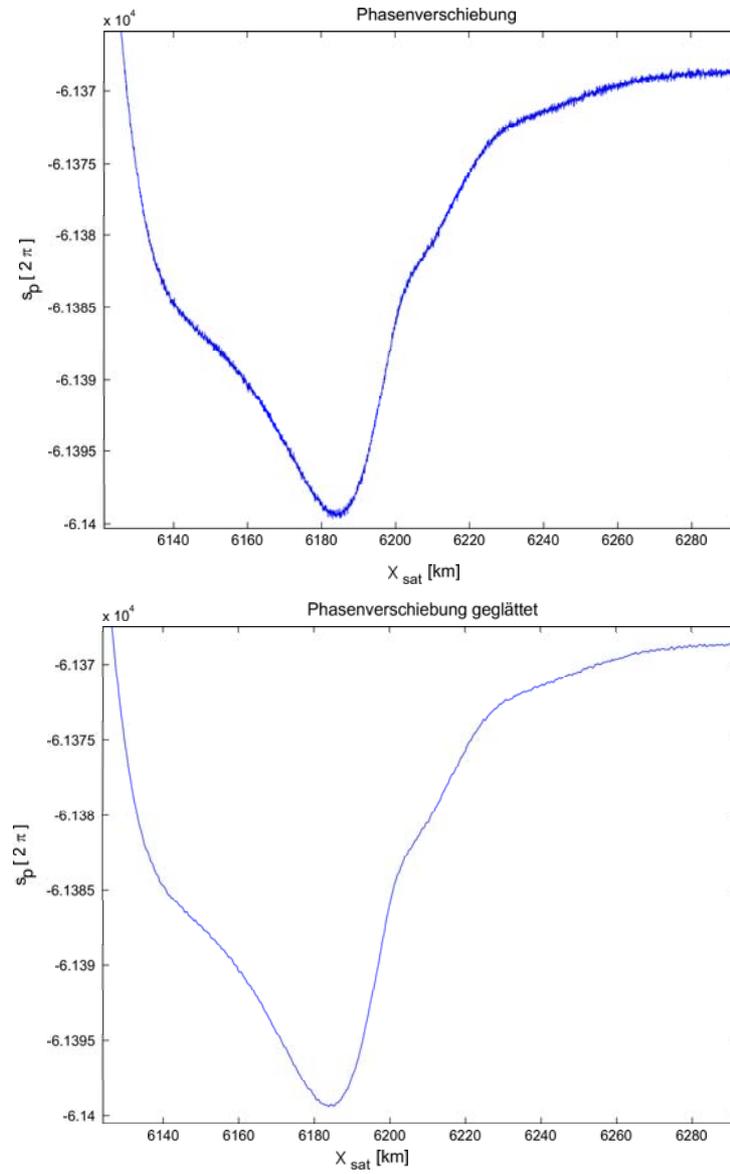


Abbildung 6.40: Oberes Bild: Die verrauschten Strecken s_2 in rad
Unteres Bild: Die mit der Spline Funktion geglätteten Strecken s_2

geglättet (nach [Spä73]). Für den Parameter können Werte von Null bis unendlich eingesetzt werden. Wobei der Wert Null die Werte durch eine Bestgerade annähert und der Wert unendlich bedeutet, dass jeder Wert direkt auf der Spline Funktion liegt. Die verrauschten und die geglätteten s_2 -Werte sind in der Abbildung 6.40 dargestellt. Aus den geglätteten Werten für s_2 ergeben sich aus den Abel Inversionsverfahren die folgenden Brechzahlverläufe über der Höhe. Die Ergebnisse mit verrauschten Daten zeigen, dass die Verfahren von Anderssen und Hansen und Law in Kombination mit der Spline Interpolation zur Bestimmung des Brechzahlverlaufs sehr gut geeignet sind. Sehr gute Ergebnisse zeigt auch die Kombination Spline Interpolation und die Berechnung der Brechzahl nach Gl. 5.141 und 5.125. Die Ergebnisse dieser voneinander unabhängigen Verfahren können miteinander verglichen und Fehler oder Abweichungen die nur in einer Berechnung entstehen überprüft werden.

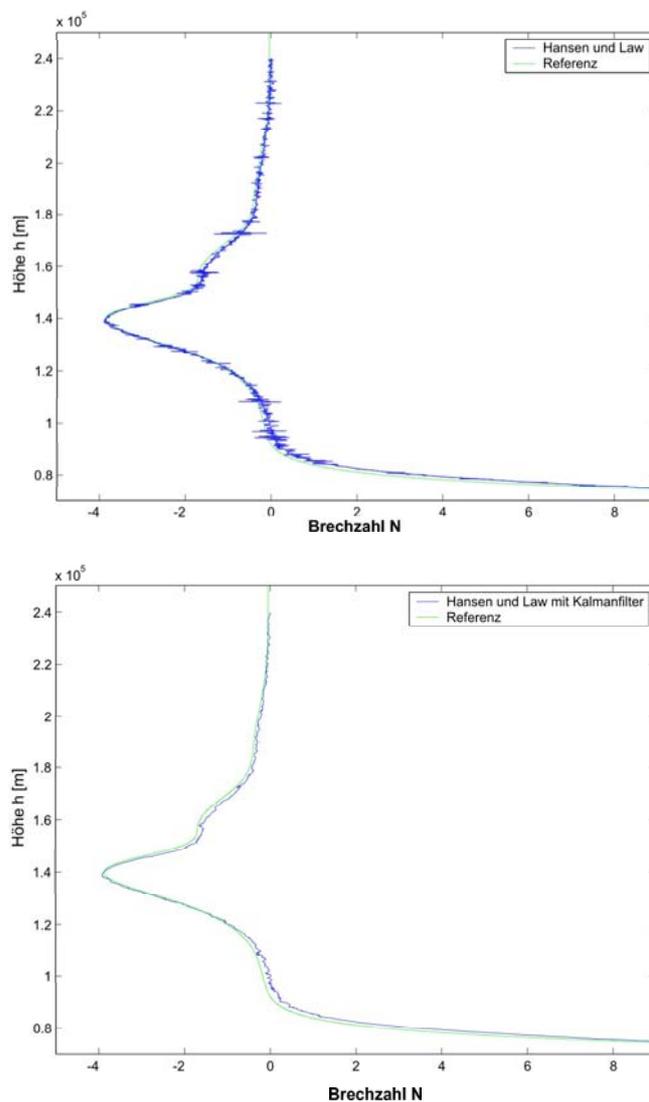


Abbildung 6.41: Oberes Bild: Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Hansen und Law
Unteres Bild: Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Hansen und Law mit Kalman Filter

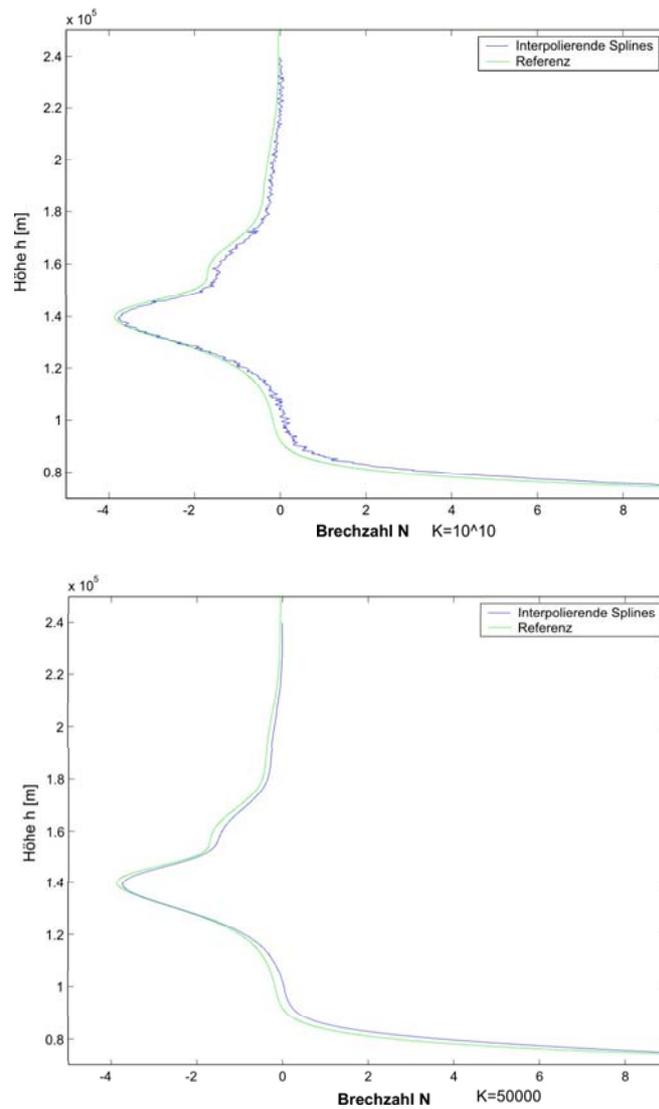


Abbildung 6.42: Oberes Bild: Brechzahl berechnet aus verrauschten Daten mit interpolierenden Splines, Parameter $K = 1 \cdot 10^{10}$
Unteres Bild: Brechzahl berechnet aus verrauschten Daten mit interpolierenden Splines, Parameter $K = 50000$

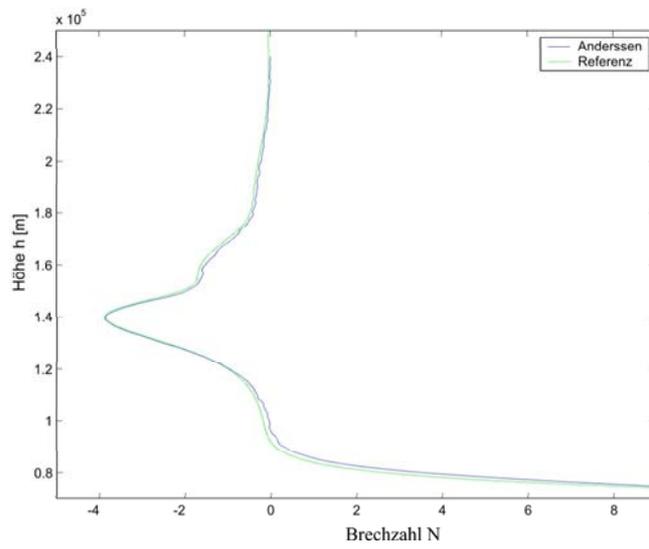


Abbildung 6.43: Berechnung der Brechzahl aus verrauschten Daten mit dem Verfahren von Anderssen

6.2.1.1 Modell zur Berechnung der Brechzahl mit der Abelinversion in Kombination mit dem RTP-Programm

In der Atmosphäre der Venus werden die Mikrowellen um bis zu $\approx 20^\circ$ aus der ursprünglichen Strahlrichtung durch den höhenabhängigen Brechzahlverlauf abgelenkt. Die Berechnung des Strahlenweges durch Annäherung mit den Tangenten nach dem Verfahren "Berechnung des Brechungsindex aus dem Strahlabstand r_0 und dem s_2 - Wert" aus dem Kapitel 5.4.4 ist nur für kleine Strahlablenkungswinkel sinnvoll und führt in der Venusatmosphäre auf keine brauchbaren Ergebnisse. Genauere Ergebnisse erhält man bei großen Strahlablenkungswinkeln, wenn der Strahlenweg durch das "ray tracing" anstelle von der Tangentenberechnung verwendet wird. Solch ein Verfahren wird in [FKE71] beschrieben. Im folgenden wird ein Verfahren gezeigt, dass die Berechnung der höhenabhängigen Brechzahl mit dem "ray tracing" ermöglicht. Abbildung 6.44 zeigt eine mögliche Programmstruktur zur Berechnung des Brechungsindex im Bereich großer Strahlkrümmungswinkel.

Die Verknüpfung der Abel Inversion mit dem RTP-Programm zur Bestimmung der Brechzahl führt zu einer schrittweisen Berechnung der Brechzahl bzw. des Brechungsindex von der äußersten Atmosphärenschicht nach innen. Zur Berechnung der Brechzahl in nur einem Höhenintervall benötigt man den Dopplereffekt, der durch die Brechzahl in diesem Höhenintervall entsteht. In dem hier gezeigten Verfahren enthält die Differenz zwischen dem gemessenen und berechneten Dopplerwert diesen Residuum-Doppleranteil, da der berechnete Strahlenweg bis zur unbekannt Höhe mit dem Ray Tracing berechnet und nur auf dem untersten Wegelement mit dem Brechungsindex $n=1$ gewichtet wird. Für die Abel-Inversion folgt aus diesem Programmablauf, dass der Brechungsindex scheinbar immer in der äußeren Sphäre einer für jeden Höhengröße kleineren Kugel berechnet wird.

Der Programmablauf wird im Folgenden an einem Beispiel gezeigt. Es sei die Brechzahl in der n -ten Schicht mit der zugehörigen Höhe h_n zu bestimmen und alle vorherigen Schichten h_1 bis h_{n-1} bekannt. Die erste Näherung an den Strahlverlauf lautet: Der Übergang des Strahls von der n -ten zur $n-1$ -ten Schicht wird durch eine Gerade angenähert (6.45). Der Übergang zu den äußeren Schichten kann mittels ray-tracing berechnet werden. Der so berechnete Strahlverlauf wird so gedreht, dass die Bodenstation von der aus der Atmosphäre ausgehenden Geraden getroffen wird. Aus der eintreffenden Seite wird der Strahl bis zum Schnittpunkt mit dem Orbit zurückverfolgt. Nun wird der zu diesem Punkt zugehörige gemessene Dopplerwert über der Zeit aufintegriert und damit der Abstand des Satelliten ermittelt (im weiteren werden nur die Abstandswerte betrachtet). Der Längenunterschied aus dem berechneten Weg und dem gemessenen Weg ergibt den Effekt aufgrund der Brechzahl in der unbekannt n -ten Schicht (da diese im berechneten Pfad mit $n=1$ gewichtet wurde). Die Abelinversionsrechnung ermittelt aus diesem Wegunterschied den Brechungsindex in der Höhe h_n .

Mit diesem ersten Näherungswert der Brechzahl für die Höhe h_n kann nun im zweiten Schritt der gesamte Strahlenweg mit dem ray-tracing Verfahren berechnet werden. Hieraus erhält man einen Strahlverlauf mit einem leicht geänderten Weg und trifft die Satellitenbahn in einem anderen Punkt. War die Krümmung des Strahls in der vorherigen Berechnung zu klein (wie bei der ersten Näherung, da dort eine Gerade durch die Grenzschicht der Sphären h_{n-1} und h_n angenommen wurde) ergibt dies ein Residuum für den Abstand aufgrund der Brechzahl s_2 , der zu groß ist. Hieraus folgt eine Brechzahl, die für diese Höhe zu groß ist, und daraus folgt in der nächsten ray-tracing Berechnung eine zu starke Krümmung des Strahls, wodurch das daraus folgende Residuum für s_2 wieder kleiner wird. Wiederholt man diesen Algorithmus mehrmals, nähert sich der Messwert und der gefundene Strahlenweg immer mehr an.

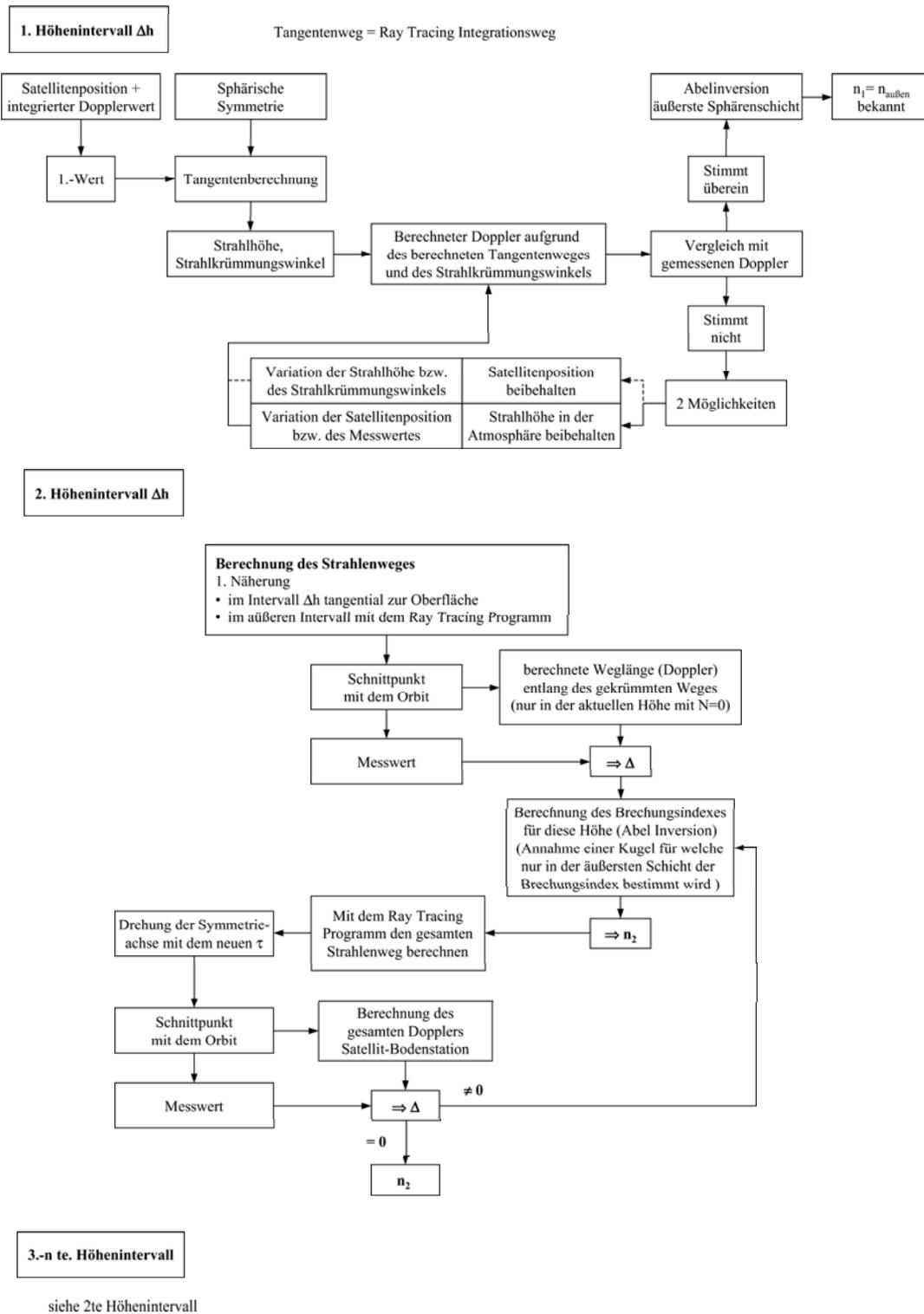


Abbildung 6.44: Programmablauf zur Berechnung der Brechzahl in Atmosphären mit großem Strahlkrümmungswinkel

Für alle weiteren Höhen in denen der Brechungsindex bestimmt werden soll, ist der gleiche Programmablauf, wie gerade beschrieben, zu wiederholen.

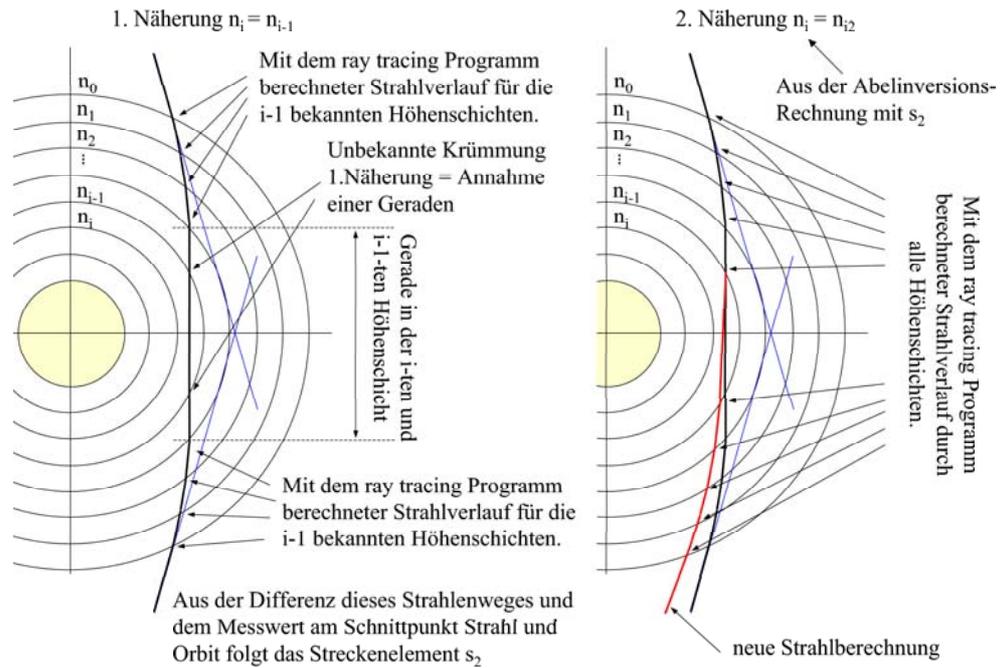


Abbildung 6.45: Darstellung des Programmablaufes zur Berechnung der Brechzahl unter Anwendung des RTP-Programmes

Die Berechnung der Brechzahl für die unbekannte Höhe h_i vereinfacht sich auf die Form $s_i = n_i \Delta s \Rightarrow s_i - \Delta s = s_{2i} = N_i^* \Delta s$

$$N_i^* = \frac{s_i - \Delta s}{\Delta s} = \frac{s_{2i}}{\Delta s} \quad (6.15)$$

6.2.2 Die Bestimmung weiterer physikalischer Eigenschaften aus der Brechzahl N in der Venusatmosphäre

Die Berechnung der Temperatur T, des Drucks p und der Dichte ρ aus der Brechzahl N für die Venusatmosphäre folgt aus der Annahme, dass der Großteil der Neutralgasatmosphäre der Venus aus nichtpolarisiertem Gas besteht. Mit der angenäherten chemischen Zusammensetzung der Venusatmosphäre von 96,5 % CO₂ und 3,5 % N₂ gilt für die Massendichte in [kg/m^3] (siehe [JSH⁺94])

$$\rho(r) = 3,98210^{-3} N(r) \quad (6.16)$$

Unter der Annahme, dass sich die Atmosphäre im hydrostatischen Gleichgewicht (siehe Gl. 5.23) befindet und mit der Zustandsgleichung des idealen Gases (siehe Gl. 5.17) folgen der Druck p und die Temperatur T. Dabei muss eine Randbedingung für $T_0(r_0)$ bzw. für $p_0(r_0)$ festgelegt werden. Die Variable r_0 bezeichnet die Höhe der Atmosphäre.

$$p(r) = \rho(r_0)RT_0 + \int_r^{r_0} \rho(y)g(y)dy \quad (6.17)$$

$$T(r) = \frac{p(r)}{\rho(r)R} = \frac{\rho(r)}{\rho(r_0)} \frac{T_0}{R} + \frac{\int_r^{r_0} \rho(z) g(z) dz}{\rho(r)R} \quad (6.18)$$

Mit den Werten: $R = \frac{R^*}{M} \left[\frac{J \cdot kg}{K} \right]$ ist die individuelle Gaskonstante, g ist die Schwerebeschleunigung in $\frac{m}{s^2}$ (auf der Venus), $\rho =$ die Dichte $\left[\frac{kg}{m^3} \right]$, $T =$ Temperatur in $[K]$ und $p =$ der Druck in Pascal.

6.3 Modell zur Berechnung der Laufzeiteinflüsse der Erdatmosphäre

Die Berechnung der höhenabhängigen Brechzahl der Neutralgasatmosphäre der Erde wurde schon in Kapitel 5.2.1 beschrieben. Die Simulation zur Berechnung der Laufzeitverzögerung durch die Neutralgasatmosphäre der Erde ist in einem weiteren Programm möglich. Die folgenden Modelle werden verwendet:

- Zenit-Trockenanteil
 - Hopfield ([Sch01a])
 - Saastamoinen ([Saa72b])
- Mapping-Funktionen für den Trockenanteil
 - Black ([Bla78], [See93] p. 52)
 - Herring ([Her92])
 - Chao ([Cha72])
- Zenit-Feuchteanteil
 1. Hopfield ([Sch01a])
 2. Mendes ([ML98])
 3. Ifadis ([Ifa86])
- Mapping-Funktionen für den Feuchteanteil
 - Herring ([Her92])
 - Chao ([Ifa86])

Eine Zusammenstellung der Modelle findet man in [Sch01a] und [Foe99].

Die Ionosphäreneinflüsse berechnet ein Modell nach Klobuchar für die L_1 -Frequenz. Der Einfluss kann in erster Näherung mit dem Faktor $\left(\frac{f_{L_1}}{f_S \text{ oder } X} \right)^2$ auf die verwendeten S- oder X-Band Frequenzen übertragen werden.

Teil III

Test-Messungen an HF-Satellitenkomponenten im Vorfeld der ESA-Missionen

7 Der Signalweg

Die Signale vom und zum Satelliten durchlaufen in der Bodenstation und im Satelliten eine Vielzahl von elektronischen Baugruppen und Leitungen. Die Laufzeit und die Laufzeitschwankungen in diesen Komponenten spielen keine große Rolle, solange man nur an der reinen Telemetriedatenübertragung interessiert ist. Zum Zwecke der Navigation und der Radio Science Experimente werden jedoch die Laufzeiten in der Bodenstation vom Antenneneingang bis zur Auswertung auf wenige Nanosekunden genau in Kalibriermessungen bestimmt. Dies entspricht einer absoluten Positionsgenauigkeit von ca. 1 m. Zum Vergleich: Der Einfluß der Mars Neutralgasatmosphäre auf die optische Weglänge der Mikrowelle liegt im Bereich von 2 m. Diese Änderung der Weglänge durch die Atmosphäre wird in einem relativ kurzen Zeitraum im Mikrowellensignal abgebildet und ist daher relativ unabhängig von einem konstanten Positionsfehler.

7.1 Signalbeeinflussung durch elektronische Komponenten

7.1.1 Beschreibung der Bodenstation(IFMS)

Die Bodenstation der ESA in New Norcia (Australien) ist mit zwei Integrated Frequency and Modem System's (IFMS) und zusätzlich mit einer Radio Science IFMS zur Auswertung spezieller Radio Science Messkonfigurationen ausgerüstet. Die IFMS Einheiten beinhalten alle Send- und Empfangseinheiten, die für die Navigation und Kommunikation mit Satelliten benötigt werden. Eine Einschränkung der Radio Science IFMS ist, dass diese Einheit nur zum Empfang in Radio Science Messungen eingesetzt wird. Daher konnte auf die Sendemodule verzichtet werden. Zusätzlich ist aber eine Messung im Open-Loop-Mode zur Aufnahme von Fourier-Spektren möglich (z. B. für das bistatische Radar Experiment).

Zur Bestimmung der Position des Satelliten ist in jeder IFMS eine Ranging Unit eingebaut. Diese Einheit übernimmt die Generierung und Auswertung der Ranging Signale sowie die Messung der Dopplerfrequenzverschiebung. Bisher existiert aber keine Möglichkeit die Ranging Töne im S- und X-Band gleichzeitig in einer Einheit auszuwerten. Hierfür wird eine zweite IFMS benötigt. Nun besteht beim "Zwei Frequenz Ranging" aufgrund der fehlenden Übergabe von Ranging Tönen von einer IFMS zur anderen keine Möglichkeit, in der zweiten IFMS den Referenzton der IFMS1 zur Messung der Distanz als Referenzwert zu nutzen. Im Folgenden wird eine Möglichkeit aufgezeigt, die trotzdem ein "Zwei Frequenz Ranging" ermöglicht. Die Abbildung 7.1 zeigt schematisch die Baugruppen, welche zur Positionsbestimmung des Satelliten benötigt werden.

Zur Bestimmung der Laufzeitunterschiede von Signalen zwischen den IFMS's (z.B. wenn in der IFMS1 ein Ranging Signal erzeugt und empfangen wurde, dieses aber auch gleichzeitig in

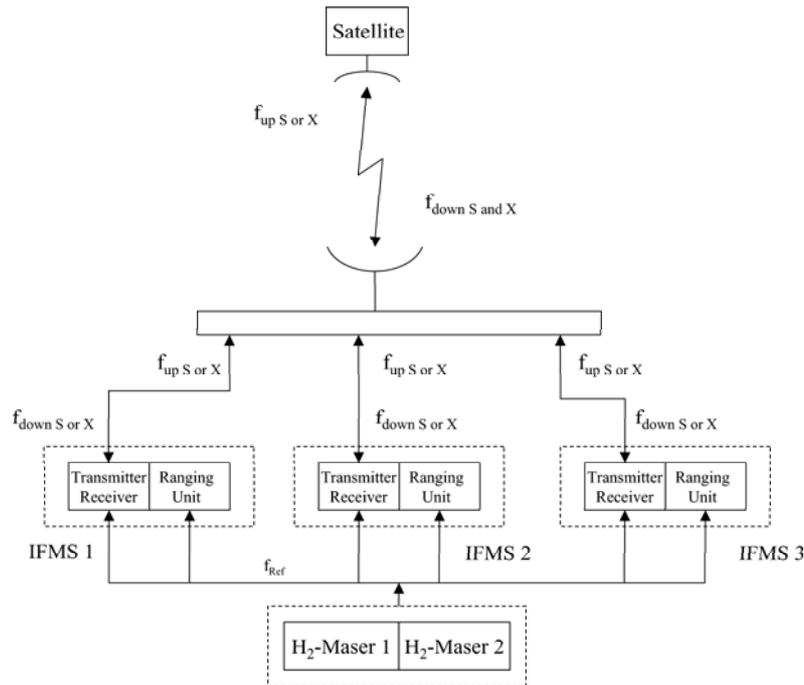


Abbildung 7.1: Konfiguration der Bodenstation in New Norcia

der IFMS 2 ausgewertet werden soll) kann das folgende Verfahren angewandt werden. Da der Ranging Ton, welcher in der IFMS1 erzeugt wurde, in der IFMS2 nicht als Referenz zur Verfügung steht, muss in der IFMS2 der gleiche Ranging Ton (gleiche Frequenz) erzeugt werden. Der Referenzton der IFMS1 und der Referenzton der IFMS2 besitzen aufgrund eines Unterschiedes im Startzeitpunkt einen Phasenoffset. Dieser Phasenunterschied ist konstant, da beide direkt aus der Referenzfrequenz vom Maser der Bodenstation gewonnen werden. Abbildung 7.2 zeigt eine Möglichkeit zur Kalibrierung des konstanten Versatzes vom Ranging Signal der Ranging Unit in der IFMS1 zum erzeugten Ranging Signal in der IFMS2. Die Wegunterschiede oder Laufzeitunterschiede entstehen auf dem gesamten Übertragungsweg nur durch die Zuführungen in die IFMS Einheiten und die Bauunterschiede in den Einheiten. Zur Auswertung des Ranging-Signals in der nicht sendenden IFMS müssen folgende Werte gemessen werden:

- Der Phasenversatz durch unterschiedliche Startzeiten des generierten Ranging Signals zwischen der Sende-IFMS1 und der nichtsendenden IFMS2.
- Der Laufzeitunterschied von der Bodenstationsempfangsantenne bis zur Auswertung des Ranging-Signals in den IFMS Einheiten.

Betrachten wir die obige Konfiguration weiter und beginnen die Kalibrierung mit den folgenden Einstellungen. IFMS1 sendet und empfängt im S-Band ein Ranging Signal und bestimmt die Laufzeit $\Delta t_{IFMS1S-Band}$. Dieser Wert kann als genau angenommen werden und somit für die IFMS2 als Referenzwert zur Korrektur der dort bestimmten Laufzeit herangezogen werden. In der IFMS2 wurde der Ton mit dem intern erzeugten Ton verglichen und liefert Δt_{IFMS2} .

Die Differenz

$$\Delta t_{IFMS1S-Band} - \Delta t_{IFMS2S-Band} = \Delta t_{IFMS1,2CalS-Band} \quad (7.1)$$

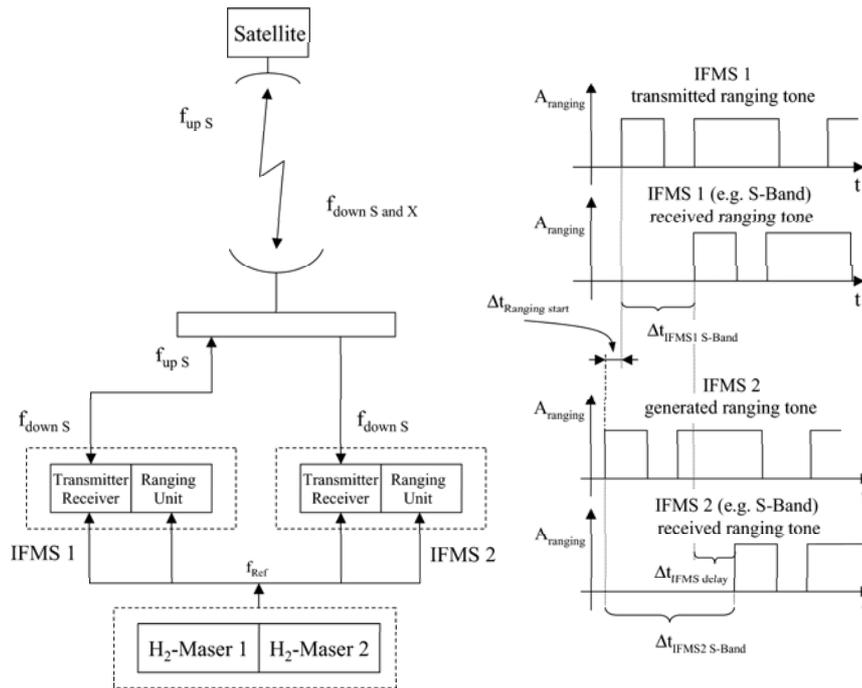


Abbildung 7.2: Bestimmung der Laufzeitunterschiede in den Ranging Einheiten von IFMS1 und IFMS2

entsteht durch 2 zeitlich konstante Anteile.

$$\Delta t_{IFMS1,2CalS-Band} = \Delta t_{Rangingstart} + \Delta t_{IFMSdelay} \quad (7.2)$$

$\Delta t_{IFMS1,2CalS-Band}$ kann nun als Kalibrierwert für die IFMS2 eingesetzt werden. Die Kohärenz ist durch die Maser der Bodenstation gegeben, d.h. der einmal ermittelte Frequenzversatz bleibt bestehen und wird nur durch unterschiedliche Temperatureffekte in den IFMSs geändert. Der Einsatz dieses Verfahrens scheitert im Moment an der Finanzierung der Softwareänderungen die für den automatischen Einsatz zur Steuerung des Ablaufs benötigt wird.

7.1.2 Beschreibung der Sende- Empfangseinheiten im Satelliten

Abbildung 7.3 zeigt den prinzipiellen Aufbau der Sende Empfangseinheit und der RFDU (Radio Frequency Distribution Unit) im Satelliten am Beispiel von Venus Express. Der Signalweg der Mikrowellen im S- u. X-Band von der HGA1 kann hier sehr gut verfolgt werden. Zur Auswertung der Ranging-Messungen muss der Signalweg im Satelliten in der eingestellten Konfiguration (Transponder 1 oder 2, TWTA1 oder 2) bekannt sein, da die Laufzeit im Transponder in der Größenordnung von $2 \mu s$ liegt ($1 \mu s \approx 300 m$ Abstandsunterschied). Für das Dual-Frequency-Ranging Verfahren sind die Laufzeiten der Signalwege im S- u. X-Band zu bestimmen. Aufgrund der begrenzten Testzeiten ist es kaum möglich alle Konfigurationen der RFDU in Testmessungen zu vermessen. Die Laufzeiten in den wahrscheinlichsten Missions-Satellitenkonfigurationen sollten zur Korrektur der Radio Science Experimentdaten in Testmes-

sungen bestimmt werden. Korrekturwerte für die möglichen anderen RFDU-Konfigurationen können aus diesen Werten und bekannten Kabellängenunterschieden berechnet werden.

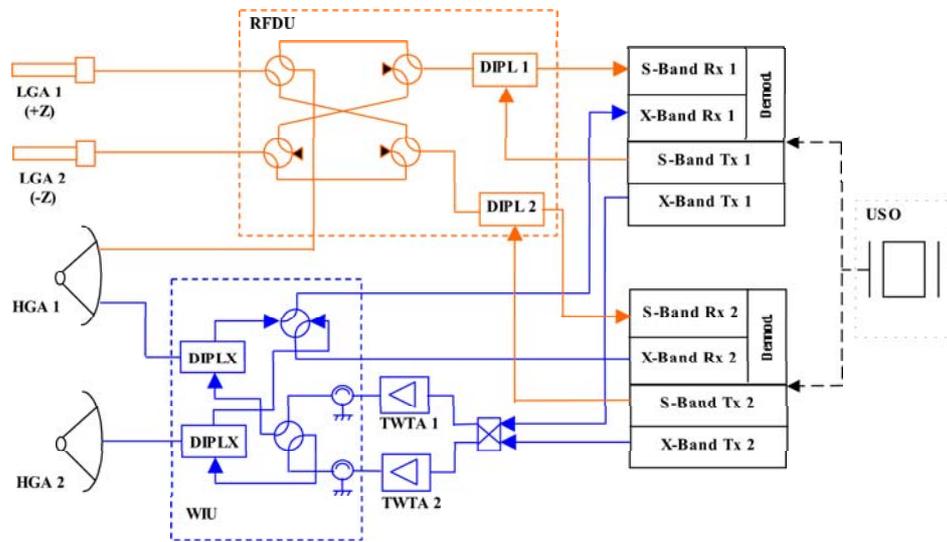


Abbildung 7.3: Die Venus Express Sende- und Empfangseinheit mit redundantem Transponder. Der ultrastabile Quarz-Oszillator (USO) des Instituts für Raumfahrttechnik dient beiden Transpondern als Referenzquelle.

Die folgenden Kapitel zeigen die Testaufbauten und die damit ermittelten Testergebnisse an S/C-Komponenten und am S/C-Transponder von Rosetta und Mars Express.

8 Test-Messungen an HF-Satellitenkomponenten der ESA Missionen Rosetta und Mars Express

8.1 Der Messplatz

Abbildung 8.1 zeigt die Messgeräteanordnung in drei transportablen Racks. Zur Aufnahme von Messwerten in unterschiedlichen Messkonfigurationen werden weitere kleine Komponenten (Koppler, Dämpfungsstücke, Verstärker, Mischer usw.) benötigt. Im Folgenden werden die Messgrößen und anschließend die dazugehörigen Messaufbauten vorgestellt.

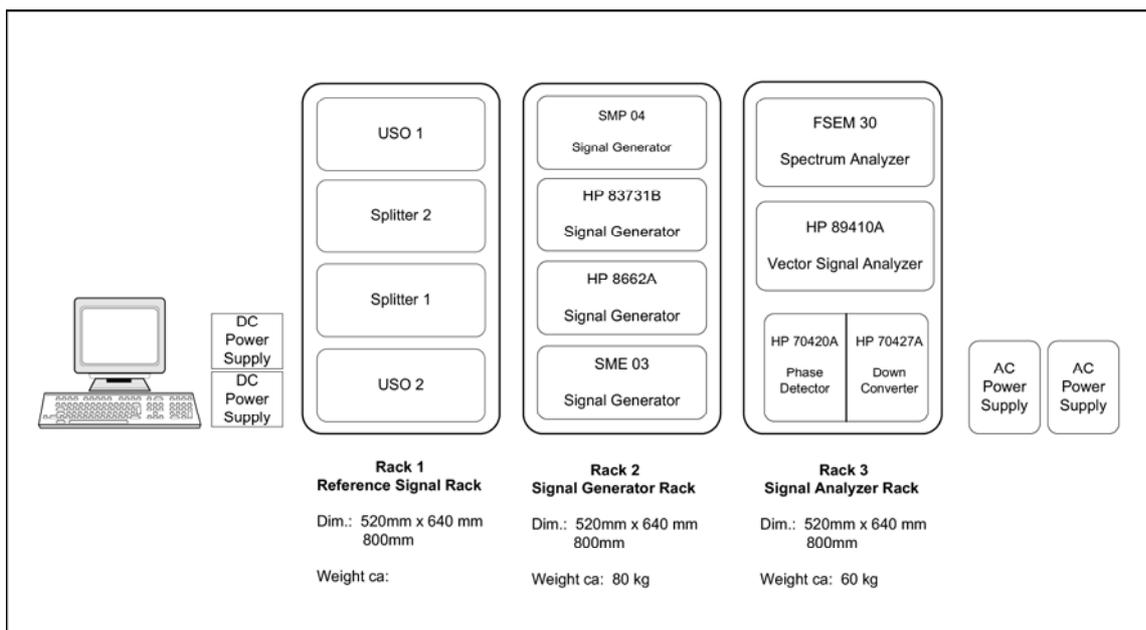


Abbildung 8.1: Gerätekonfiguration vom Messplatz

8.1.1 Messgrößen

Die mit dem Messplatz im Vorfeld der ESA-Missionen Rosetta und Mars Express gemessenen Größen sind unterteilt in Phasenmessungen und Frequenzmessungen. Die aus Phasenwerten bestimmten Größen lauten:

- Einseitenbandphasenrauschspektrum (Single Sideband Phase Noise Spectrum)
- Gruppenlaufzeit

- Spurious-Frequenzen

Die aus Frequenzwerten bestimmten Größen lauten:

- Frequenz
- Frequenzstabilität
- Allan Varianz

Gemessen wurde die Trägerfrequenz im S- und X-Band oder der aufmodulierte Ton.

8.1.1.1 Die Allan Varianz

Aufgrund verschiedener physikalischer Mechanismen ändert sich die Ausgangsfrequenz einer realen Signalquelle kontinuierlich.

- Extrem langsame, systematische Veränderungen, die vom Altern des Materials herrühren, werden oft als Langzeitstabilität bezeichnet und als $\frac{\text{Änderung der Frequenz}}{\text{Frequenz}}$ in 10^x pro Messzeitintervall angegeben.
- Nachweisbare periodische Änderungen entstehen durch ungewollte Frequenzmodulationen periodischer Signale, wie z.B. der Netzfrequenz.
- Rauschen aufgrund von einmaligen kurzzeitigen Umwelteinflüssen fällt unter die Kurzzeitstabilität ebenso wie
- zufällige Änderungen durch thermisches Rauschen oder Flimmerrauschen, das in elektronischen Komponenten entsteht.
- Zusätzlich wurde beobachtet, dass die Frequenz plötzlich einen neuen und permanenten Durchschnittswert annehmen kann.

Ein durch Rauschen gestörtes, quasi-sinusförmiges Signal eines Oszillators sieht wie folgt aus:

$$V(t) = [V_0 + \epsilon(t)] \sin[2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (8.1)$$

Fluktuationen um die Standardamplitude V_0 , werden in $\epsilon(t)$ zusammengefasst. Änderungen von Frequenz und Phase des Oszillatorsignals werden durch $\phi(t)$ dargestellt. Mit jeder Frequenzänderung tritt umgehend auch eine Phasenänderung auf. Beide Größen sind korreliert, weshalb die Darstellung in einer einzigen Änderungsgröße möglich ist. Ein Beispiel zur Darstellung der zuvor genannten Rauschquellen wäre (siehe z. B. [Rut78])

$$\Psi(t) = Dt^2 + \Delta\Phi \sin 2\pi f_m t + \phi(t) \quad (8.2)$$

Die Phasendrift wird als Polynom 2ter Ordnung modelliert. Der quadratische Term stellt eine lineare Frequenzdrift dar, periodische Phasenmodulationen werden als Sinusfunktion dargestellt und $\phi(t)$ steht für Phasenrauschen, welches zufällige Änderungen der Frequenz darstellt.

Amplitudenrauschen trägt nicht direkt zu Frequenzinstabilitäten bei, obwohl eine AM-PM Umwandlung in nichtlinearen Bauteilen stattfinden kann. Wenn nichtlineare Bauteile involviert sind, sollte dieser Beitrag getrennt untersucht werden. Ansonsten besitzen die meisten hochqualitativen Oszillatoren eine Amplitudenstabilisation. Begrenzerstufen werden in vielen Systemen als

ein Interface für Frequenzstandards benutzt, die große Anteile des Amplitudenrauschens entfernen. Unter Annahme von vernachlässigbarem Amplitudenrauschen vereinfacht sich der Ausdruck zu

$$V(t) = V_0 \sin [2\pi f_0 t + \phi(t)] \quad (8.3)$$

Die momentane Signalfrequenz ist definiert als Phasenänderung pro Zeit, geteilt durch 2π .

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d}{dt} [2\pi f_0 t + \phi(t)] = f_0 + \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = f_0 + \Delta f(t) \quad (8.4)$$

$\Delta f(t)$ stellt einen Zufallsprozess dar, der Frequenzrauschen modelliert. Für hochstabile Oszillatoren gilt im wesentlichen für alle Zeiten t

$$|\Delta f(t)| \ll f_0 \quad (8.5)$$

Ein hilfreicher Parameter ist die momentane, normalisierte Frequenzabweichung, die unter Annahme rauschfreier Frequenzvervielfacher in den Oszillatorschaltkreisen bei Multiplikation oder Division unverändert bleibt.

$$y(t) = \frac{\Delta f(t)}{f_0} \quad (8.6)$$

Dieser dimensionslose Parameter erleichtert den qualitativen Vergleich von Oszillatoren mit verschiedenen Basisfrequenzen. Weiterhin wird ein Parameter eingeführt, der Zeit- und Phasenschwankungen in Beziehung setzt:

$$x(t) = \frac{\phi(t)}{2\pi f_0} \quad (8.7)$$

Die beiden Parameter sind folgendermaßen verknüpft:

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt} \quad (8.8)$$

Die Allan-Varianz berechnet sich aus N Phasenmesswerten aufgenommen im Zeitintervall τ_0 nach ([IEE99])

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2\tau^2 (N - 2n)} \sum_{k=1}^{N-2n} (x_{k+2n}^2 - 2x_{k+n} + x_k^2) \quad (8.9)$$

mit $\tau = n\tau_0$. Die Allan Varianz berechnet sich aus den Frequenzwerten ($M=N-1$) nach

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2n^2 (M - 2n - 1)} \sum_{k=1}^{M-2n-1} \left\{ \sum_{i=k}^{k+n-1} (y_{i+n} - y_i) \right\}^2 \quad (8.10)$$

Die Addition, ausgedrückt durch die zweite Summe, entspricht der Differenz einer Mittelwertbildung über eine vielfache Zeit vom Messintervall τ_0 . Dies entspricht einer Frequenzmessung über ein längeres Zeitintervall τ mit dem Unterschied, dass n unabhängige Messungen mit dem Zeitintervall τ_0 durchgeführt wurden. Sind die Messungen mit einer Totzeit behaftet, entsteht ein Fehler, welcher mit einem Faktor näherungsweise korrigiert werden kann. Sind die Einzelmessungen mit weißem Rauschen behaftet, so entspricht die Totzeit einer verringerten Integrationszeit. Ein Beispiel: Die Frequenzschwankungen sind proportional zu $1/\text{Integrationszeit}$, d.h. wenn die Frequenz von einem Signal im ersten Test ohne Totzeit gemessen wird und beim zweiten Test mit 10 % Totzeit (d.h. nur mit einer Integrationszeit von 90% der ersten Messung) ergibt sich beim Vergleich der Allan Varianz aus den zwei Messreihen eine Abweichung von ca 10%. Eine Multiplikation der aus dem zweiten Test berechneten totzeitbehafteten Allan Varianz mit dem Faktor 0,9 ergibt in etwa das Ergebnis der Allan Varianz ohne Totzeit.

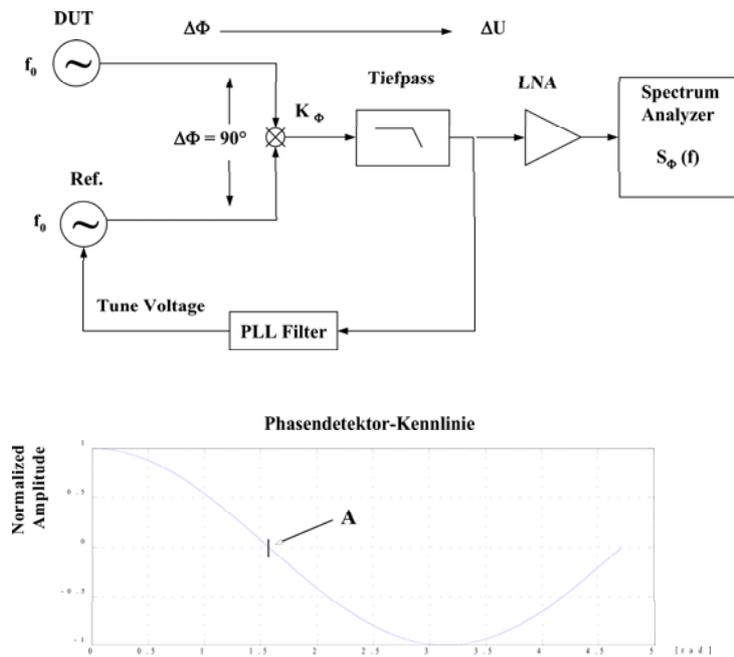


Abbildung 8.2: Das SSB Phase-Noise Messprinzip

8.1.1.2 Das Phasenrauschen

Abbildung 8.2 zeigt die Prinzipskizze zur Messung des Einseitenband-Phasenrauschens $\mathcal{L}(f)$.

Die Phasenfehlermethode: Die Multiplikation der Signale aus dem DUT und der Referenz im Mixer ergibt ein Signal mit 2 Frequenzanteilen. Aus den beiden Signalen

$$u_1(t) = \widehat{u}_1 \sin[\omega t + \phi_1(t)] = \frac{\widehat{u}_1}{2i} \left(e^{i[\omega t + \phi_1(t)]} - e^{-i[\omega t + \phi_1(t)]} \right) \quad (8.11)$$

$$u_2(t) = \widehat{u}_2 \sin[\omega t + \phi_2(t)] = \frac{\widehat{u}_2}{2i} \left(e^{i[\omega t + \phi_2(t)]} - e^{-i[\omega t + \phi_2(t)]} \right) \quad (8.12)$$

folgt nach der Multiplikation im Mischer

$$u_3(t) = k\widehat{u}_1\widehat{u}_2 [\cos(\phi_2 - \phi_1) - \cos(\phi_2 + \phi_1)] \quad (8.13)$$

Für Signalanteile die im Frequenzbereich außerhalb vom PLL-Filter liegen ergibt sich am Spectrum Analyzer

$$u_3(t) = k_\phi \cos(\phi_2 - \phi_1) \quad (8.14)$$

Erzeugt die PLL-Schleife zwischen den beiden Signalen am Mischereingang einen konstanten Phasenversatz von 90° , kann die \cos -Funktion durch eine \sin -Funktion ersetzt werden und diese für kleine Phasenschwankungen durch ihr Argument.

$$u_3(t) \cong k_\phi (\phi_2 - \phi_1) \quad (8.15)$$

Da jetzt u_3 proportional zu $\Delta\phi(t)$ und da die Rauschleistung N proportional u^2

$$N = k'_\phi \Delta\phi^2 \quad (8.16)$$

kann das Einseitenband-Phasenrauschdichtespektrum $\mathcal{L}(f)$ bei bekannter Trägerleistung in dBc/Hz angezeigt werden.

Da die lineare Beziehung zwischen der Messgröße und dem Ausgangssignal des Phasendetektors nur in einem begrenzten Bereich besteht, werden Gleichspannungen, die durch langsames auseinanderdriften der Oszillatorfrequenzen entstehen über eine Rückkopplung in den spannungsabhängigen Referenzoszillator gespeist. Dadurch wird gewährleistet, dass die Phasendifferenz der beiden zu vergleichenden Signale im linearen Messbereich der Kennlinie des Phasendetektors bleiben.

8.1.1.3 Die Gruppenlaufzeit

Die Geschwindigkeit, mit welcher sich eine elektromagnetische Welle im Vakuum ausbreitet, ist frequenzunabhängig, d.h. alle Frequenzen benötigen die gleiche Zeit für eine konstante Strecke. Befindet sich Materie auf dem Übertragungsweg, kann diese frequenzabhängig sein, wodurch die Proportionalität nicht mehr erhalten bleibt. Diese Frequenzabhängigkeit kann durch die Gruppenlaufzeit bestimmt werden. Die Gruppengeschwindigkeit einer Welle $a = \hat{a}e^{i(\omega t - \beta z)} = \hat{a}e^{i(\omega t - kz)}$ ist definiert als

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \quad (8.17)$$

bzw., wenn die Gruppenlaufzeit bestimmt wird, gilt

$$\tau_g = \frac{s}{v_g} = \frac{sdk}{d\omega} = \frac{d\phi}{d\omega}. \quad (8.18)$$

Mit der Näherung

$$\tau_g = \frac{\Delta\phi}{\Delta\omega} \quad (8.19)$$

kann die Gruppenlaufzeit durch die Messung der Phasenwerte für einzelne Frequenzen approximiert werden.

Der prinzipielle Aufbau zur Bestimmung der Gruppenlaufzeit aus Phasenmessungen ist in Abbildung 8.3 gezeigt.

Im Aufbau A erzeugt der Signalgenerator HP8662 einen Ton mit der Frequenz f_0 (siehe Punkt 0) und der HP83731 eine Trägerfrequenz f_1 (①). Aus diesen beiden Sinussignalen entstehen durch Multiplikation in einem linearen Mischer zwei neue Signale, welche mit den Frequenzen $f_0 + f_1$ und $f_0 - f_1$ schwingen. Ein Signal durchläuft nun das Device under Test (DUT) bei $f_0 + f_1$ und das zweite Signal bei $f_0 - f_1$ (②). Am Ausgang vom DUT erfolgt eine weitere Multiplikation mit einem linearen Mischer und der Trägerfrequenz. Hier wird das Signal mit der Tonfrequenz $-f_0$ aus $f_0 - f_1$ und das Signal mit der Tonfrequenz f_0 aus $f_0 + f_1$ erzeugt. Da aber keine negativen Frequenzen auftreten, werden die beiden Signale überlagert. Dieser Ton mit der Frequenz f_0 speist den Eingang 1 am Vector Signal Analyzer. Der Phasenunterschied zum Tonsignal am Eingang 2 kann im Kreuzkorrelationsspektrum direkt ausgelesen werden. Der untere Teil aus Abbildung 8.3 (Prinzip B) multipliziert nicht die beiden Signale, wie in Aufbau A gezeigt, sondern addiert die beiden Signale in einem Koppler oder Combiner. Dieses

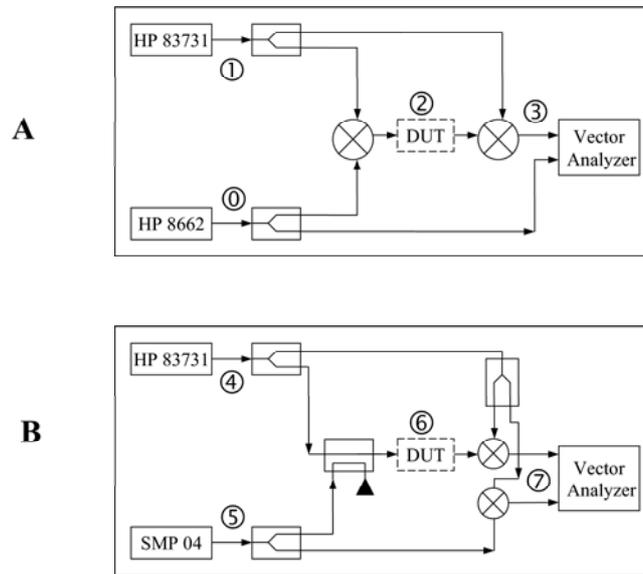


Abbildung 8.3: Prinzipieller Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit

Signal, zusammengesetzt aus einer Welle mit der Frequenz f_1 und einer Welle mit der Frequenz f_1 plus oder minus f_0 , durchläuft nun das DUT und wird am Ausgang einem Mischer zugeführt. Die Multiplikation mit dem Trägersignal erzeugt die Tonfrequenz f_0 , die in den Vector Analyzer Eingang 1 geführt wird. Das Referenzsignal am Eingang 2 entsteht durch die Mischung von f_1 mit dem Signal $f_1 + f_0$, welches im SMP04 erzeugt wurde. Führt man diese Messung für mehrere Tonfrequenzen durch und berechnet aus den Phasenwerten die Gruppenlaufzeit, so erhält man das Gruppenlaufzeitverhalten der Schaltung für den Frequenzbereich Trägerfrequenz- $f_{0\max}$ bis Trägerfrequenz+ $f_{0\max}$.

Der wesentliche Unterschied in den beiden Messungen besteht darin, dass die Schaltung in Abbildung A zwei Tonfrequenzen durch das DUT sendet und diese vor der Auswertung wieder überlagert. Im Gegensatz dazu kann die Schaltung B das obere und untere Seitenband vom Träger getrennt vermessen und dadurch die Ursache für Verzerrungen besser auflösen. Bisher wurde in den Transpondermessungen nur die Methode A verwendet, da diese Signalform zur Positionsbestimmung der Satelliten verwendet wird und somit eine direkte Aussage über die Laufzeit eines Tones im Satellitentransponder in der Mission ergibt.

8.2 Messkonfigurationen

Mit dem Messplatz wurden zur Bestimmung des Einflusses der elektronischen Komponenten auf das Radio Science Experiment Einseitenband-Phasenrauschmessungen, Laufzeitmessungen und Allan Varianz Messungen an den Endverstärkern im X-Band (ca. 8,4 GHz) und am Transponder durchgeführt. Im Diagramm der Einseitenband-Phasenrauschmessung werden zusätzlich

Spurious-Frequenzen ermittelt und dargestellt. Im Folgenden werden die Messkonfigurationen für die jeweilige Messgröße mit einer kurzen Erläuterung vorgestellt.

8.2.1 Aufbau zur Messung der Allan Varianz

Zur Berechnung der Allan Varianz können Phasenwerte oder Frequenzwerte aufgenommen werden. Die Messung der Trägerfrequenz im S- oder X-Band gesendet von einem Transponder im Ein-Weg-Mode erfolgt durch Bereitstellen eines mindestens gleichwertigen Signals mit einem Frequenzversatz von z.B. 5MHz unterhalb der zu messenden Signalfrequenz. Am Ausgang eines Mischers, der mit diesen Signalen gespeist wird, entsteht ein 5MHz Signal, welches in einem Vektor Analyzer abgetastet und nach einer Fouriertransformation im Frequenzbereich abgebildet wird. Abbildung 8.4 zeigt im Teil a ein entsprechendes Blockschaltbild.

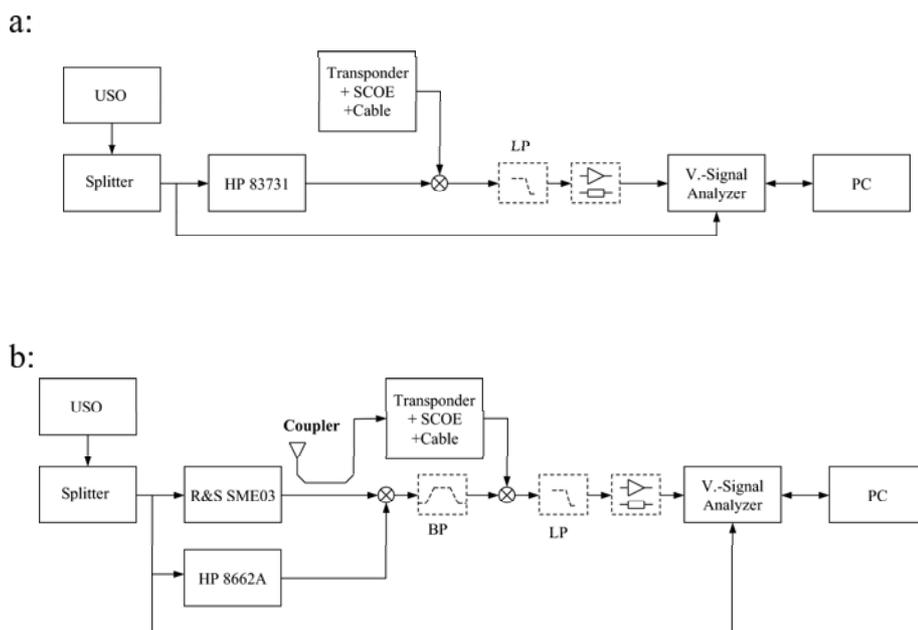


Abbildung 8.4: a) Aufbau zum Messen der Frequenz im Ein-Weg-Mode, b) Aufbau zum Messen der Frequenz im Zwei-Weg-Mode

Im Zwei-Wege-Mode oder besser ausgedrückt für den kohärenten Transponder zeigt der Teil b einen leicht modifizierten Messaufbau. Hier kann die Korrelation des Phasenrauschens zwischen Aufwärtsstrecke und Abwärtsstrecke zur Verringerung des Einflusses vom Messplatz im Signalrauschspektrum ausgenutzt werden. Der HP8662A erzeugt ein Signal mit einer Frequenz, die der Differenz zwischen uplink-Signal und downlink-Signal minus 5 MHz entspricht. Die durch die Mischung erzeugte Beat- Note (hier 5 MHz) kann im Vector Analyzer gemessen werden.

8.2.2 Aufbau zur Messung des Phasenrauschens

Allgemeine Beschreibung: Die Einseitenband-Phasenrauschmessung vergleicht 2 Signale gleicher Frequenz und nimmt die zeitlichen Schwankungen der Phasenlagen dieser Signale zueinander auf. Diese zeitlichen Phasenschwankungen werden abgetastet und unter Anwendung einer FFT in ein Frequenzspektrum umgewandelt. Das Phasenrauschen wird als Leistungswert pro Hertz Bandbreite $\mathcal{L}(f)$ über den Frequenzabstand von der Trägerfrequenz im Diagramm dargestellt. Die Konfiguration des Satellitentransponders für das Radio Science Experiment beinhaltet Einweg- und Zweiweg-Messungen, weshalb Messaufbauten für beide Transponder-Konfigurationen benötigt werden. Die Sendeleistung im X-Band erzeugt eine Wanderfeldröhre (TWTA) die nicht in den Transponder integriert werden kann. Der Aufbau zur Messung des SSB-Phasenrauschspektrums der TWTA wird weiter unten erklärt. Die "System Level" Testmessungen am Transponder im X-Band beinhalten das SSB-Phasenrauschen der TWTA und des Transponders.

Transponder: In der Konfiguration für die Einweg-Messungen erzeugt der Satellit aus seiner bordeigenen Frequenzreferenz das downlink-Signal, welches in der Bodenstation vermessen wird. In dieser Konfiguration bestimmt der Referenzoszillator im Satelliten die maximal erreichbare Genauigkeit der Trägerfrequenzschwankungen und Phasenschwankungen. Ein typischer Aufbau zur Messung der Phasenschwankungen als Vergleichsmessung zwischen 2 unterschiedlichen Referenzoszillatoren (wie im Einweg-Mode) zeigt Abbildung 8.2.

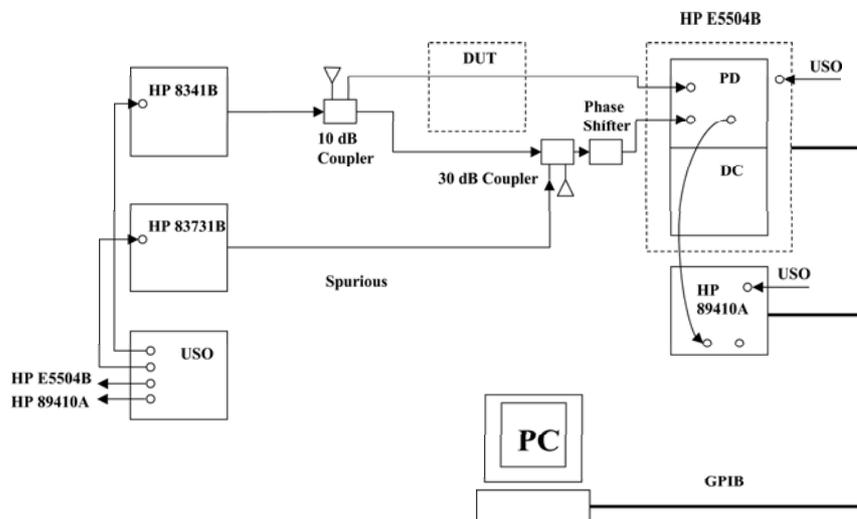


Abbildung 8.5: Aufbau zum Messen vom TWTA-SSB Phasenrauschen

TWTA (X-Band Endverstärker): Das Phasenrauschen von Verstärkerschaltungen kann mit einer höheren Genauigkeit gemessen werden. Hier bestimmt keine Referenzfrequenz die untere

messbare Grenze des Phasenrauschspektrums, sondern, aufgrund der Korrelation des Quellenrauschens in den beiden Eingängen des Phasendetektors, nur der Rausch-Pegel vom Phasendetektor. Da für diese Art der Messung keine Regelspannung (Tune Voltage) erzeugt wird und auch keine PLL-Schaltung zum Abgleich der Frequenzen benötigt wird, muss der 90° Phasenversatz zum Erreichen des Arbeitspunktes mit einem Phasenschieber oder durch Einfügen kleiner (passender) Kabelelemente in einen Pfad hergestellt werden. Einen entsprechenden Aufbau zum Messen von Rauschspektrern zeigt Abbildung 8.5.

Es folgt eine kurze Erklärung zu den Aufbauten der TWTA SSB-Phasen Rauschmessung und für die Transpondermessungen im Ein- u. Zwei-Wege-Verfahren. Zur Messung des Phasenrauschens der TWTA wird keine PLL-Schaltung zum Einstellen des Arbeitspunktes benötigt, und der Aufbau wurde wie in Abbildung 8.5 vorgenommen. Die Aufgabe der Signaltrennung in 2 Pfade erfolgt durch Koppler. Diese bieten sich an, weil der Pfad, welcher zur TWTA führt einen sehr niedrigen Pegel benötigt und der Pfad zum Referenzeingang am Phasendetektor im Bereich von 7-10 dBm liegen soll. Die Ausgangsleistung der TWTA wird wiederum durch einen Koppler in zwei Pfade aufgeteilt. Der größte Anteil der Ausgangsleistung wird in einen Absorber geleitet und der geringere Anteil (wieder 7-10 dBm) in den zweiten Eingang des Phasendetektors geführt. Der Arbeitspunkt des Phasendetektors wird mit einem Phasenschieber, welcher in einem der beiden Pfade liegt, eingestellt. Die Kalibrierung der Schaltung erfolgt mit einer Beatnote (Signal mit bekannter Amplitude und bekanntem Frequenzabstand zur Messfrequenz), welche in den Referenzpfad eingekoppelt wird.

Der Rauschbeitrag der X-Band -Signalquelle bleibt aufgrund der geringen Laufzeitunterschiede in den 2 Pfaden korreliert und wird dadurch im Phasendetektor nicht gesehen. Der Rauschbeitrag der TWTA kann somit sehr genau bestimmt werden. Das Spurious-Signal wird nur während der Kalibrierung des Phasendetektors zeitbegrenzt zugeschaltet und ist im Spektrum der anschließenden Aufnahme nicht mehr vorhanden. In der Abbildung sind vor den Eingängen vom Phasendetektor noch Dämpfungstücke zur Pegelanpassung eingezeichnet.

Zur Aufnahme des Phasenrauschens vom Transponder im Einweg-Mode wird ein Aufbau entsprechend Abbildung 8.6 mit rückgeführter Tune Voltage für den Referenzoszillator benötigt. Die größte Rauschquelle, welche die Genauigkeit der Messung im Messaufbau begrenzt, ist das Referenzsignal und nicht wie im vorherigen Beispiel der Phasendetektor. Der Rauschpegel vom Meßsignal bestimmt den Verlauf des aufgenommenen Spektrums nur, wenn das Phasenrauschen des Referenzsignals im gesamten aufgenommenen Messbereich kleiner als das Phasenrauschen vom Transpondersignal ist. Steht kein entsprechendes Referenzsignal zur Verfügung, so können 2 baugleiche Transponder gegeneinander vermessen werden. Die aufgenommene Rauschleistungsichte im $L(f)$ Spektrum zeigt in dieser Konfiguration einen Verlauf der 3 dB höher liegt als die Rauschleistungsichte, welche ein Transponder erzeugt. (Diese Annahme ist nur unter der Bedingung richtig, wenn die Transponder in etwa die gleiche Rauschleistung erzeugen.)

Eine Methode zur Bestimmung der Rauschleistung jeder einzelnen Signalquelle wird durch die 3-Oszillator-Methode beschrieben. Um diese Methode anzuwenden, sind einige Grundvoraussetzungen zu erfüllen. Zum einen benötigt man drei Oszillatoren mit nahezu gleichen Eigenschaften und zum anderen müssen diese mit den gleiche Parametern gegeneinander vermessen werden; d.h. man nimmt jeweils einen Oszillator als DUT (Device Under Test) und den anderen Oszillator als Referenzquelle. Die beiden Signale werden nun im Phasendetektor miteinander gemischt. Das dabei entstandene IF-Signal (Intermediate Frequency Signal) ist nun proportional zur Summe der Phasendifferenzen der beiden Oszillator-Signale.

$$u_{IF} = \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 \quad (8.20)$$

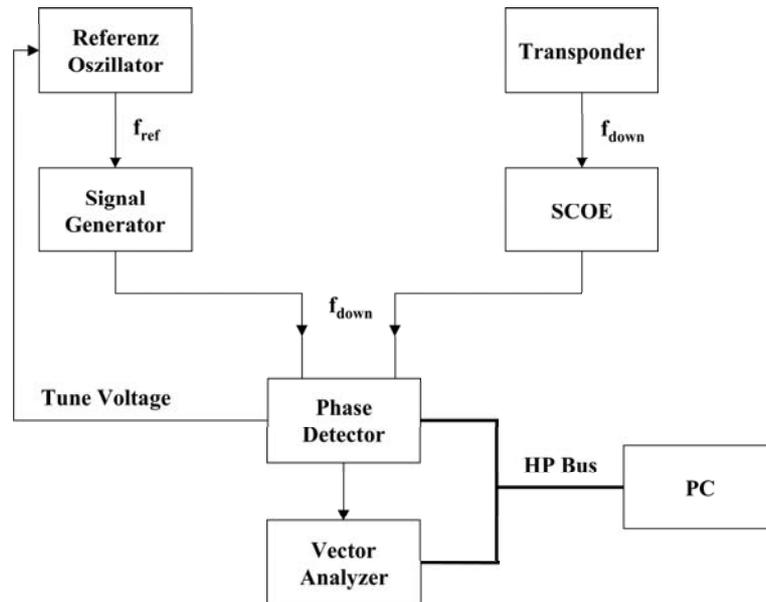


Abbildung 8.6: Transponder-Phasenrauschmesskonfiguration im Ein-Wege-Modus

und für die 3 Messungen

$$\begin{aligned}
 \text{Osz.1 vs. Osz. 2} \quad A &= \Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 \\
 \text{Osz.1 vs. Osz. 3} \quad B &= \Delta\phi_1 + \Delta\phi_3 \\
 \text{Osz.2 vs. Osz. 3} \quad C &= \Delta\phi_2 + \Delta\phi_3
 \end{aligned} \tag{8.21}$$

Sind diese Spektren im Computer gespeichert, ist es möglich die Phasendifferenz eines einzelnen Oszillators zu bestimmen. Man berechnet diese wie folgt :

$$\begin{aligned}
 \Delta\phi_1 &= \frac{1}{2} (A + B - C) = \frac{1}{2} (\Delta\phi_1 + \Delta\phi_2 + \Delta\phi_1 + \Delta\phi_3 - \Delta\phi_2 - \Delta\phi_3) \\
 \Delta\phi_2 &= \frac{1}{2} (A - B + C) \\
 \Delta\phi_3 &= \frac{1}{2} (-A + B + C)
 \end{aligned} \tag{8.22}$$

Diese Werte rechnet der Computer aus und stellt die Spektren der Oszillatoren dar. Die Abbildung 8.7 zeigt das Phasenrauschen von 3 USO-Signalen die nach dieser Methode aufgenommen wurden.

Im Phasenrauschmessplatz sind zwei USOs mit dem im Bild 8.7 dargestellten Einseitenband-Phasenrauschspektrum integriert. Alle Messungen mit geschlossener PLL, in welcher ein USO mit der PLL Rückkopplungsspannung gezogen wird, beinhalten das Phasenrauschen vom USO umgesetzt auf die entsprechende Frequenz mit einem Rauschpegelanstieg ΔF nach der Formel

$$\Delta F [dB] = 20 \log \frac{f_2}{f_1} \tag{8.23}$$

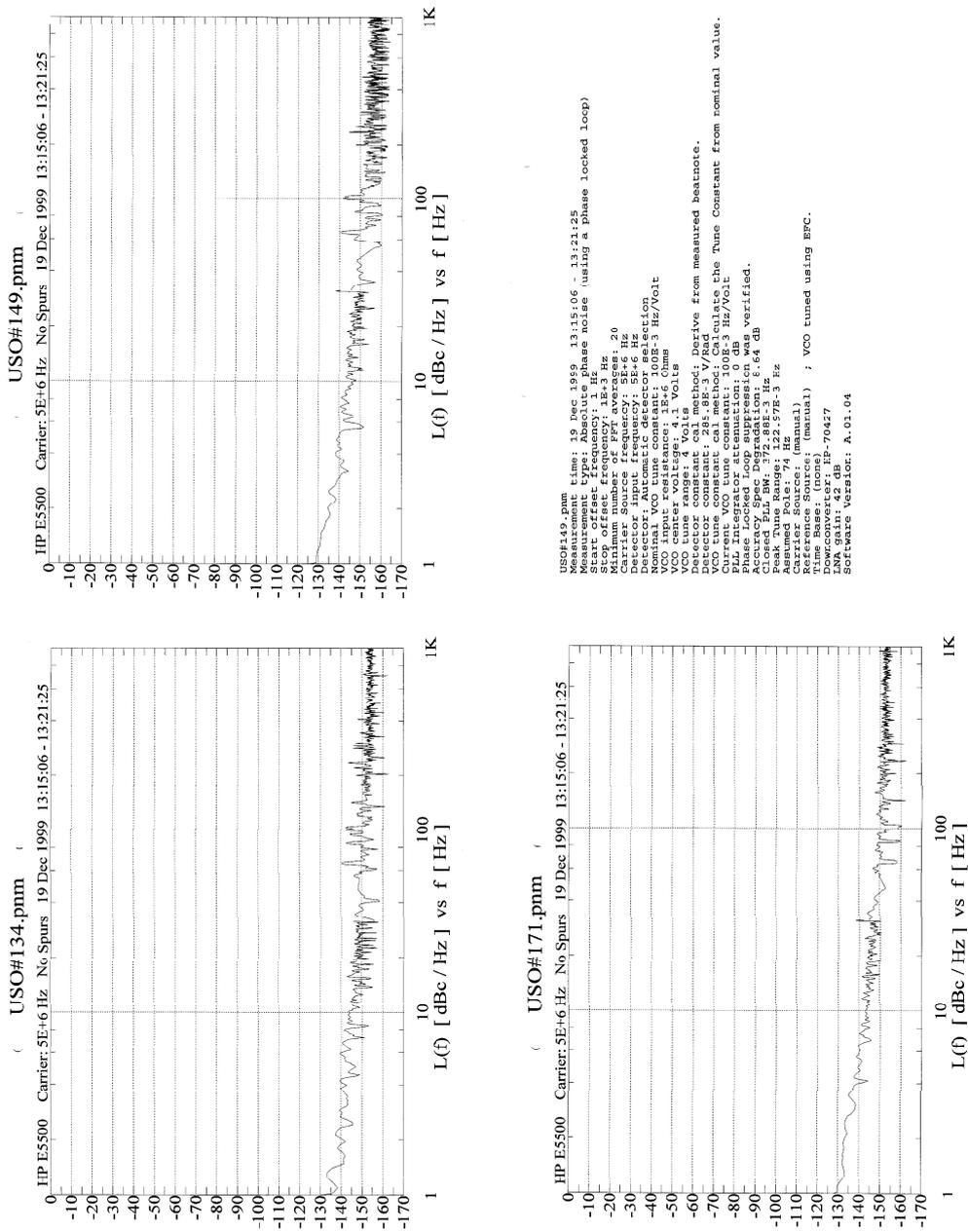


Abbildung 8.7: Das berechnete Phasenrauschspektrum für drei ultra stabile Oszillatoren mit Hilfe der 3 Oszillator Methode

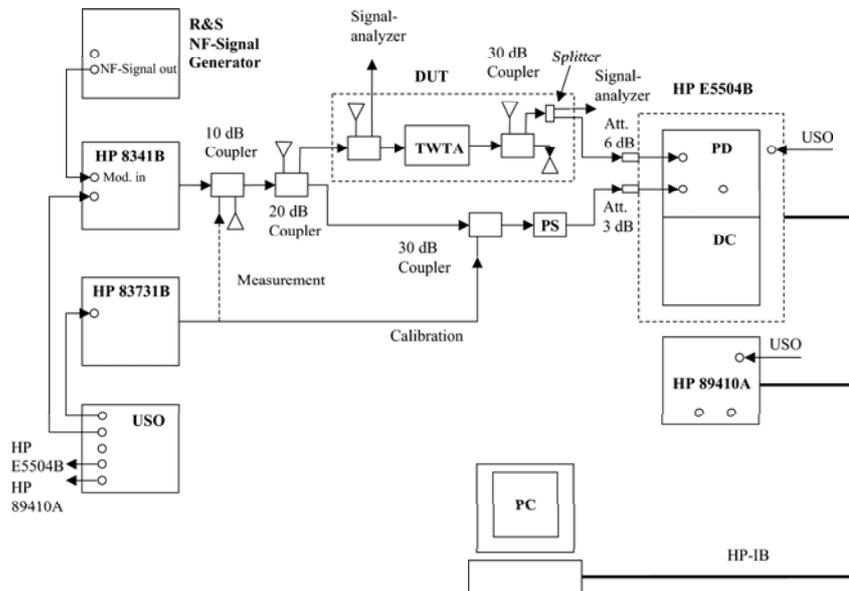


Abbildung 8.8: Modifizierter Phasenrauschmessaufbau zur Messung von Intermodulationen und AM-PM-Conversion an der Wanderfeldröhre (TWTA)

Dies bedeutet für ein S-Band Signal bei 2 GHz, generiert aus dem USO Referenzsignal eine Anhebung des Phasenrauschens um 52 dB (X-Band bei 8 GHz 64 dB). Hierzu addiert sich das Phasenrauschen der elektronischen Komponenten die zur Generierung des S-Band Signals benötigt werden. Dies bedeutet, dass das berechnete Phasenrauschen mit Gleichung 8.23 eine untere Grenze für die Rauschleistung des S-Band Signals darstellt. Für größere Frequenzabstände vom Trägersignal wird der gesendete Rauschpegel durch das Schleifenfilter (PLL-Filter) bestimmt und folgt nicht mehr der Gleichung 8.23.

Mit dem Messaufbau aus Abbildung 8.8 konnten auch weitere Parameter zur Charakterisierung der Wanderfeldröhre dem Spektrum der Phasenrauschmessung entnommen werden.

- Wird die Trägerwelle amplitudenmoduliert, so entstehen aufgrund von Nichtlinearitäten in der Wanderfeldröhre Phasenschwankungen im Abstand der Tonfrequenz vom Träger. Dieser Übertrag von Amplitudenschwankungen auf die Phase wird AM-PM-Conversion genannt.
- Wird der Träger mit einem Signal phasenmoduliert und dem erzeugten Spektrum anschließend ein Unterträger in einem größeren Frequenzabstand als die Bandbreite, in welchem die Modulation zu sehen ist, zugeführt, so entsteht durch Intermodulation in der Wanderfeldröhre auch am Unterträger das gleiche Modulationsspektrum wie am Träger. Zur Messung dieses Einflusses wird zum modulierten Signal mit einem Koppler oder Combiner über die gestrichelte Linie eine entsprechende Welle addiert.

Will man den Beitrag des Transponders auf das Phasenrauschen messen, erfordert dies eine extrem rauscharme Signalquelle. Mit Gleichung 8.23 ergibt sich aus dem USO ein SSB-

Phasenrauschen in einem Abstand von 1 Hz vom Träger zu $\approx (-130 + 63) \frac{\text{dBc}}{\text{Hz}} = 67 \frac{\text{dBc}}{\text{Hz}}$. Der Einfluss des Transponders ist daher nur erkennbar, wenn der Signal-Rausch Abstand vom Transponder entsprechend oder schlechter ist.

Ist der Transponder nicht kohärent, wird der Rauschbeitrag im Sendesignal in der Nähe des Trägers nur durch die Referenzfrequenz im Satelliten bestimmt. Außerhalb der Sender PLL-Bandbreite bestimmt das Rauschspektrum vom VCO und Transceiver die Rauschleistung des Sendesignals. Abbildung 8.9 zeigt einen Aufbau zum Messen der Phasenrauschleistung eines kohärenten Transponders mit Frequenzumsetzung.

- ① Der USO1 stellt für alle Geräte ein hochstabiles rauscharmes Referenzsignal f_{ref} zur Verfügung.
- ② Der Signalgenerator SMP04 liefert die uplink Trägerfrequenz ($x \cdot f_{ref} = f_{up}$) im S- oder X-Band. Dieses Signal wird über Koppler der SCOE und Kabel zum Transponderempfänger mit entsprechend niedriger Eingangsleistung geführt.
- ③ Das frequenzverschobene kohärente downlink-Signal ($\frac{n}{m} \cdot f_{up} = f_{down}$) erreicht ebenfalls über ein Kabel und die SCOE den Phasendetektor.
- ④ Der Vergleich der Phasen zwischen Referenzsignal und downlink-Signal liefert eine zeitveränderliche Spannung proportional zum Phasenrauschen.
- ⑤ Das abgetastete Phasenrauschen wird im Vector-Signalanalyzer in ein Frequenzspektrum umgewandelt.
- ⑥ Das SSB-Phasenrauschspektrum wird im PC dargestellt und abgespeichert.
- ⑦ Der Signalgenerator HP8662 erzeugt ein Signal mit der Frequenz entsprechend der Frequenzdifferenz zwischen up- und downlink-Signal.
- ⑧ Im Mischprozess mit dem uplink-Signal entsteht ein Signal mit der gleichen Frequenz wie im downlink-Signal, welches über einen Filter in den Phasendetektor als Referenzsignal gespeist wird. Durch diesen Mischprozeß kann ein Teil der Rauschleistung die durch die Referenzfrequenz und die Signalgeneratoren entsteht in den Referenzkanal vom Phasendetektor übertragen werden. Hierdurch entsteht eine Korrelation zwischen Referenzsignal und Meßsignal im Phasendetektor und der Anteil vom des Rauschens vom Messplatz im aufgenommenen Spektrum verringert sich.
- ⑨ Driften zwischen dem Referenzsignal und dem Messsignal wird über eine PLL-Schaltung korrigiert. Die Korrekturspannung (Tune Voltage) zieht die Referenzfrequenz bei Abweichungen zum Messsignal und stellt so den Arbeitspunkt vom Phasendetektor wieder her.

Der Rauschbeitrag vom Aufbau der Schaltung entsteht zum einen durch die Erzeugung eines Signals mit der Frequenzdifferenz zwischen Sende- und Empfangseinheit vom Transponder (in der Abbildung 8.9 das Signal vom HP8662 aus einem zweiten ziehbaren Referenzoszillator USO2) und durch die Erhöhung des Rauschbeitrags vom uplink Signal zum downlink-Signal nach der Formel 8.23. Die Frequenzdifferenz beträgt im S-Band ca. 200 MHz, dies ergibt einen Grundrauschbeitrag vom USO1 von ca. -100 dBc/Hz für 1 Hz Frequenzabstand vom Träger und ebenso vom USO2. Der Gesamtrauschbeitrag beträgt ca. -95 dBc/Hz bei 1 Hz im S-Band für den Zwei-Wege-Mode. Im X-Band beträgt der Frequenzversatz ca 1,3 GHz. Die gleiche Berechnung wie fürs X-Band führt hier auf einen Signal-Rauschabstand von ca. 78 dBc/Hz bei 1 Hz Trägerfrequenzabstand. Die genauen Frequenzverhältnisse am Transponder zwischen den S- u. X-Band Frequenzen lauten:

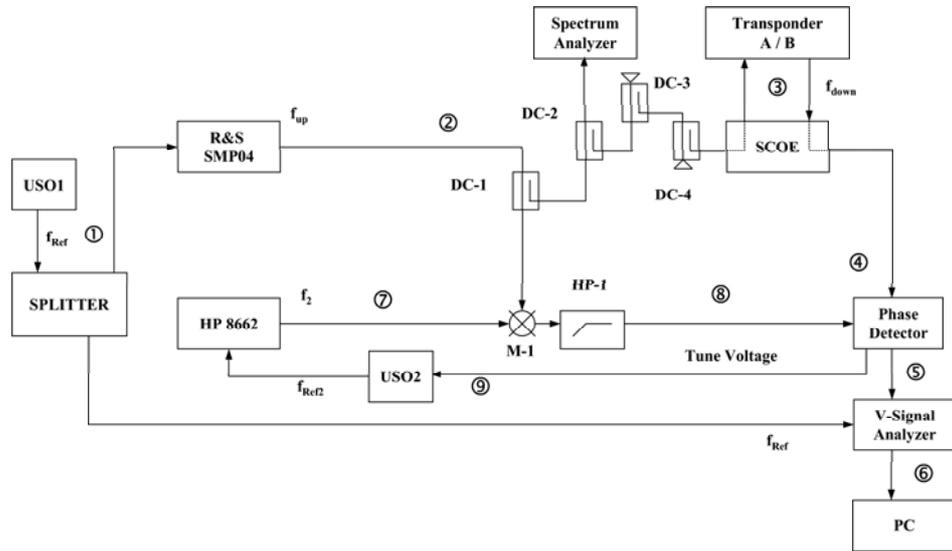


Abbildung 8.9: Aufbau zur Messung des Phasenrauschens vom Transponder

- S-Band: $\frac{f_{in}}{f_{out}} = \frac{221}{240}$
- X-Band: $\frac{f_{in}}{f_{out}} = \frac{749}{880}$
- S/X-Band: $\frac{f_{in}}{f_{out}} = \frac{221}{880}$
- X/S-Band: $\frac{f_{in}}{f_{out}} = \frac{749}{240}$

Aus den obigen Betrachtungen folgt, dass der Messplatzaufbau nach Möglichkeit sein Referenzsignal für den Phasendetektor aus dem uplink-Signal generiert (ebenso wie der kohärente Transponder ein downlink-Signal aus dem uplink-Signal erzeugt). Durch diesen Aufbau wird der Rauschanteil zwischen Messsignal und Referenzsignal am Phasendetektor korreliert und somit der Rauschbeitrag vom Messaufbau am Messsignal gering gehalten.

Für die Messung X_{up} und S_{down} beträgt der Rauschbeitrag der Referenzquelle im uplink-Signal ca. -67 dBc/Hz in 1Hz Abstand vom Trägersignal. Im Downlink sinkt der Beitrag der Referenz auf ca. 76 dBc/Hz für 1 Hz Abstand vom Trägersignal. Soll der Rauschbeitrag vom uplink-Signal in der Phasenrauschmessung keinen Einfluss haben, muss der Beitrag der Signalquelle, welcher im downlink-Signal enthalten ist, im Referenzkanal vom Phasendetektor nachgebildet werden. Abbildung 8.10 zeigt einen Frequenzplan für diese spezielle Messung zur Generierung eines stark korrelierten Referenzsignals für den Phasendetektor.

Der Schaltungsaufbau kann reduziert werden, indem auch Harmonische der Eingangsfrequenz zur Erzeugung der benötigten Frequenz berücksichtigt werden. Abbildung 8.11 zeigt eine Schal-

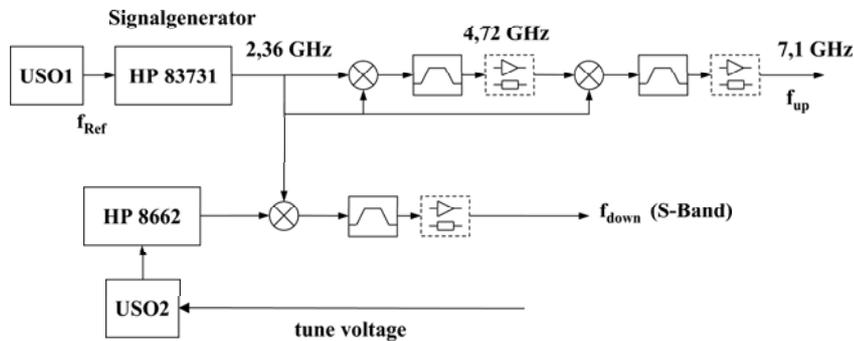


Abbildung 8.10: Frequenzplan zur Messung des Phasenrauschens in der Transponderkonfiguration X-Band Signal im uplink und S-Band Signal im downlink

tion, welche den großen Frequenzabstand zwischen der X-Band uplink und downlink Frequenz berücksichtigt.

Ein Beispiel zur Verdeutlichung der Verbesserung des Rauschpegels durch Korrelation zeigt Abbildung 8.12. Die zwei oberen SSB-Phasenrauschmessungen zeigen das Spektrum einer Trägerfrequenz von 1,2 GHz, welches durch die Signalgeneratoren SME03 und HP83731 bei gleicher Referenzfrequenz entsteht. Im unteren Bild wurden die Signalgeneratoren gegeneinander vermessen, wobei beide an die Referenz vom HP83731 angeschlossen waren. Dieses Spektrum zeigt eine Addition der Rauschleistung der zuvor gemessenen Spektren bis ca. 10 Hz an den Träger heran (in diesem Frequenzbereich sind die Signale unkorreliert). Im Bereich unterhalb von 10 Hz wurde das Rauschen im Signal stark von der Referenzfrequenz geprägt und kann auf -50 dBc /Hz gehalten werden. Dieser Restbeitrag im Spektrum entsteht durch die unterschiedlichen Signallaufzeiten und Komponenten in den Signalgeneratoren und ist daher auch nicht korreliert.

8.2.3 Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit

Der Messaufbau zur Bestimmung der Gruppenlaufzeit vom Ranging-Kanal des Transponders beinhaltet viele Einzelkomponenten und Leitungen. Zur Bestimmung der Transponderlaufzeit sind die Signallaufzeiten in den Komponenten und Leitungen separat zu bestimmen und von der Laufzeit des gesamten Aufbaus mit Transponder abzuziehen. Einen Aufbau zur Messung dieser Komponenten zeigt Abbildung 8.13.

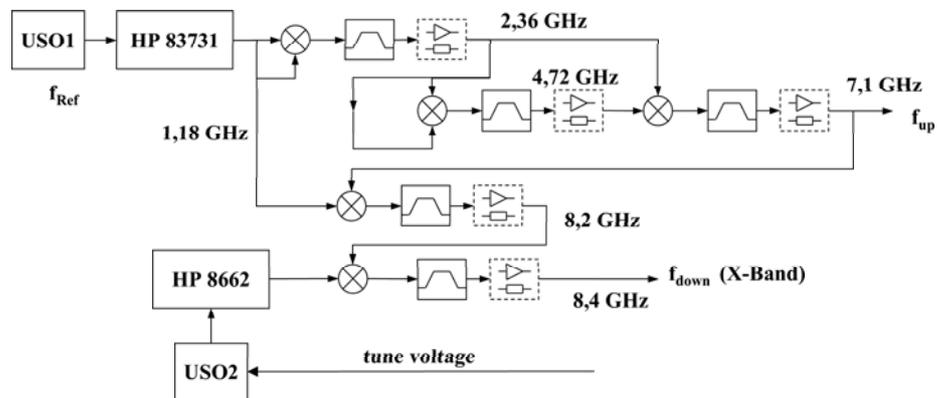
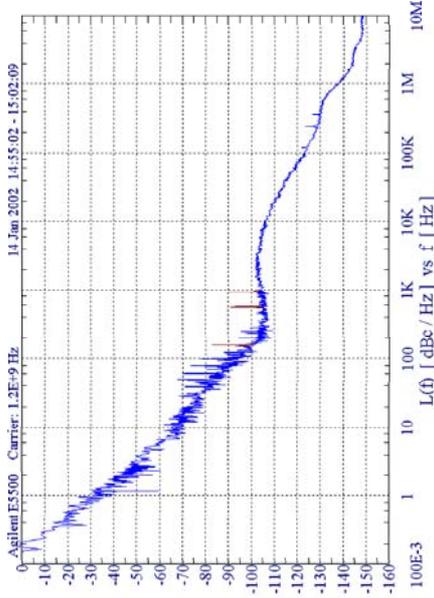


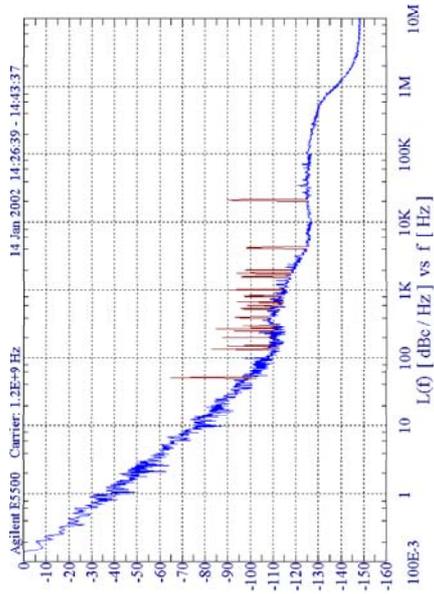
Abbildung 8.11: Schaltung zur Verbesserung der Korrelation vom Messplatzrauschanteil am Phasendetektor zwischen Messsignal und Referenzsignal für die Phasenrauschmessung im X-Band

- ① Der Signalgenerator HP8662 erzeugt die Tonfrequenz.
- ② Der Signalgenerator HP83731 liefert die Trägerfrequenz im S- oder X-Band.
- ③ Der Mischerausgang liefert zwei Signale (mit den Frequenzen Trägerfrequenz + Tonfrequenz und Trägerfrequenz - Tonfrequenz) an das DUT.
- ④ Am Ausgang des Testobjektes wird die Tonfrequenz durch eine weitere Mischstufe zurückgewonnen.
- ⑤ Das durch das DUT verzögerte Signal wird in den Eingang 1 des Vector Analyzers HP89410 geleitet.
- ⑥ Am Port 2 des Vector Analyzers wird der Ton direkt eingespeist.
- ⑦ Die Differenz der Phasenlagen wird an den PC weitergereicht und für die spätere Auswertung abgespeichert.
- ⑧ Falls benötigt, kann der Messaufbau durch Addition der gestrichelt gezeichneten Komponenten erweitert werden. Im Koppler entsteht eine Addition der Trägerfrequenz mit den zwei Tonfrequenzen. Durch das Messobjekt fließen nun drei Signale mit den Frequenzen $f_c - f_{Tone}$, f_c und $f_c + f_{Tone}$.

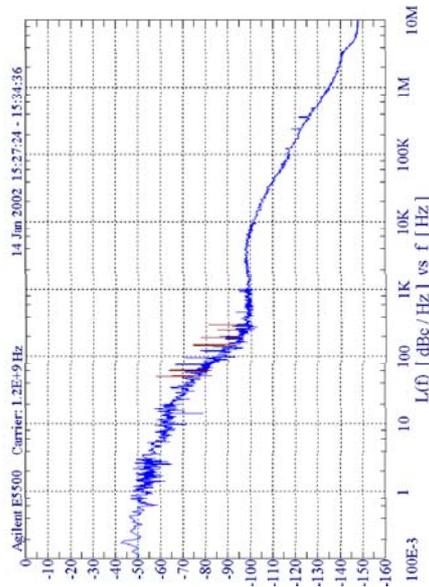
Die Berechnung der Standardabweichung für die aufgenommenen Messwerte einer Tonfrequenz liefert eine Aussage über die Genauigkeit der Messung (der Jitter ist wesentlich kleiner als 1 ns). Zur Aufnahme der Laufzeitverzögerung über einen Frequenzbereich wird die



SSB-Phasenrauschen bei 1,2 GHz vom HP83731 mit interner Referenz (gegen HP8662)



SSB-Phasenrauschen bei 1,2 GHz vom R&S SME03 mit HP83731 Referenz (gegen HP8662)



SSB-Phasenrauschen bei 1,2 GHz HP83731 vs. R&S SME03 mit gleicher Referenz (interne Referenz vom HP83731)

Abbildung 8.12: SSB-Phasenrauschspektrum vom Signalgenerator R&S SME03 und vom HP83731 unkorreliert und korreliert

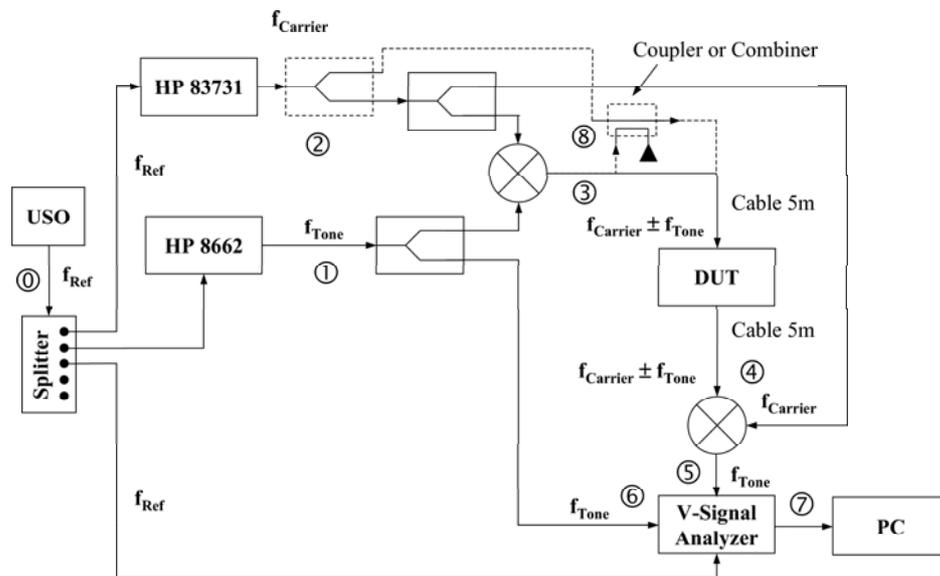


Abbildung 8.13: Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit von einzelnen Komponenten

Messung für eine begrenzte Anzahl von Tonfrequenzen in bestimmten Frequenzabständen wiederholt. Die so aufgenommenen und berechneten Verzögerungen beinhalten den Laufzeitunterschied vom Messaufbau auf den beiden Signalwegen und die Laufzeit vom DUT. Durch eine Kalibrierung ohne DUT kann der Laufzeiteffekt vom Equipment bestimmt werden und von der Messung mit DUT abgezogen werden. Der gestrichelte Aufbau sollte verwendet werden, wenn eine Wechselwirkung zwischen Träger und Seitenbänder zu erwarten ist. In diesem alternativen Aufbau wird das Mischprodukt vom Carrier und der Tonfrequenz über einen Combiner oder über einen Koppler zum Trägerfrequenzsignal addiert und in das DUT eingespeist. Eine weitere Alternative zur Signalerzeugung besteht darin, einen Modulator einzusetzen.

Der Aufbau zum Messen der Laufzeit von Rangingtonen im Transponder erfordert aufgrund der Frequenzumsetzung zwischen uplink und downlink eine weitere Änderung des Aufbaus. Da der genaue Frequenzversatz nicht in der Messeinrichtung eingestellt werden kann, ist es nötig die downlink-Trägerfrequenz zu messen und nachzubilden. Abbildung 8.14 und Abbildung 8.15 zeigen den modifizierten Aufbau.

Es folgt eine kurze Auflistung der Signale an den nummerierten Punkten in der Abbildung 8.14

- ① Der Vector Analyzer HP89410 erzeugt die Tonfrequenz und speist diese nach einer Signalaufteilung direkt in den Referenzeingang (Port1). Der zweite Signalanteil wird in den Phasenmodulator des Signalgenerators SMP04 geführt.
- ② Der Signalgenerator SMP04 liefert das modulierte Uplinksignal im S- oder X-Band, welches über Koppler auf die benötigte niedrige Leistung am Transpondereingang reduziert

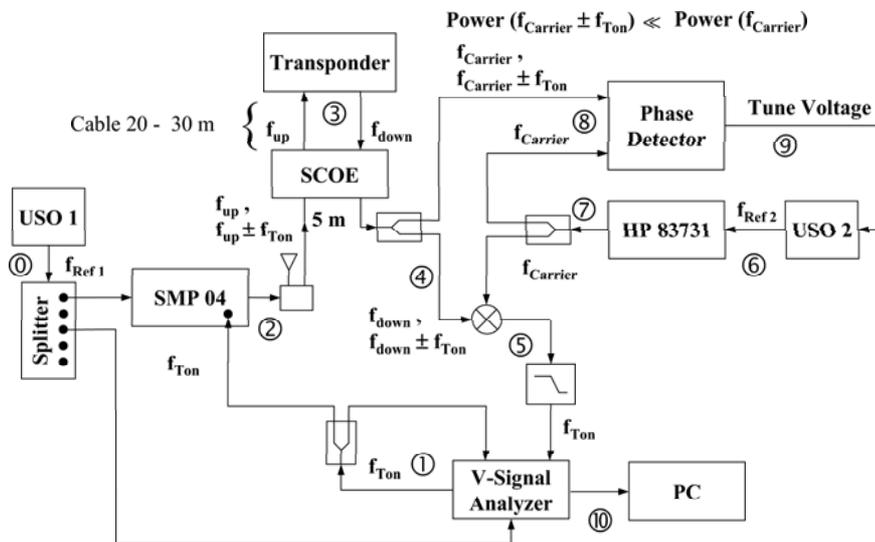


Abbildung 8.14: Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit des Transponders bei niedrigen Tonleistungen

wird.

- ③ Am Transponder wird die Trägerphase gegen das interne Referenzsignal vermessen. Unter Berücksichtigung des Transponderumsetzungsverhältnisses wird aus der Phasendifferenz zwischen empfangenem Signal und internem Signal die Phase des downlink-Signals in einer PLL-Schaltung erzeugt. Das downlink-Trägersignal ist kohärent zum uplink-Signal. Die vom uplink-Signal demodulierten Tonfrequenzen werden nun wieder auf den Träger im Downlink moduliert und das gesendete downlink-Signal erreicht über ein 20 m Kabel und der anschließenden SCOE den Messplatz.
- ④ Die Leistung des Downlinksignals wird aufgeteilt und ein Anteil zum Mischer geführt, während der zweite Anteil in den Phasendetektor gespeist wird.
- ⑤ Das Tonsignal am Ausgang des Mixers erreicht über einen Tiefpass den Port 2 des Vector Analyzers (VA). Der VA misst die Amplitude und Phase der Tonfrequenzen vom Port 2 und Port 1 und berechnet in einem Cross Spectrum die Differenz der Phasenlagen. Aus der Messung weiterer verschiedener Tonfrequenzen berechnet man die Gruppenlaufzeit der Wegunterschiede vom Referenzpfad und vom Signalpfad.
- ⑥ Der USO 2 erzeugt das Referenzsignal für den HP83731
- ⑦ Der Signalgenerator HP83731 erzeugt die gleiche Frequenz wie der Transponder im Downlink. Das Mischprodukt vom Transpondersignal mit dem Signalgeneratorsignal ergibt folglich Signale mit den Frequenzen $f_{down} + f_{Tone} + f_{down} = 2 f_{down} + f_{Tone}$ und $f_{down} - f_{Tone} - f_{down} = \pm f_{Tone}$ am Ausgang der Mischstufe.

- ⑧ Phasenunterschiede zwischen der Trägerfrequenz vom Transponder-Downlinksignal und dem Signal vom HP83731 werden am Phasendetektor gemessen und über eine
- ⑨ Tune Voltage abgeglichen.
- ⑩ Im PC werden die gemessenen Phasen abgespeichert.

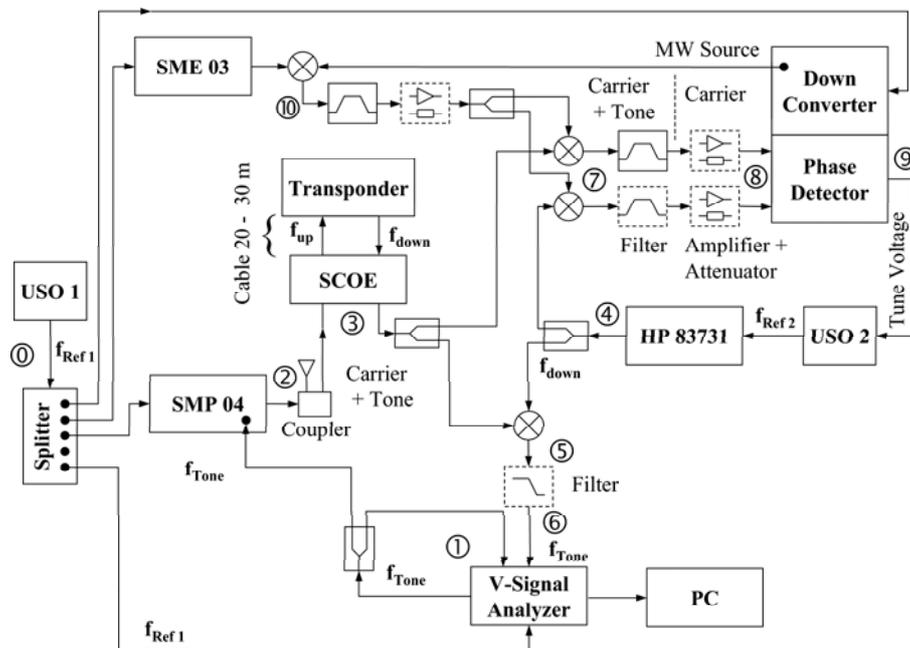


Abbildung 8.15: Aufbau zur Messung der Gruppenlaufzeit des Transponders bei hohen Tonleistungen

Liegen die im Signal enthaltenen Tonleistungen im Bereich der Trägerleistung, müssen die Tonfrequenzen im downlink-Signal vom Transponder vor dem Phasendetektor herausgefiltert werden. Den erweiterten Aufbau zeigt Abbildung 8.15.

- ⑩ Für X-Band Messungen wird ein weiteres X-Band Signal benötigt. Dieses entsteht durch den Mischprozess eines Signals vom Mikrowellen Generator im Down Converter mit einem Signal vom SME03 oder direkt mit einem weiteren X-Band Signalgenerator. Aus dem Mischprozess wird die Frequenz, welche nicht benötigt wird, mit einem Filter entfernt. Mit dem verbleibenden Signal werden nun die beiden Downlink X-Band Signale (der Transponder downlink und das Signal vom HP83731) in einen Frequenzbereich verschoben, in welchem schmalbandige Filter die Tonfrequenz vom Transponder downlink-Signal abschneiden.

Zur Bestimmung der Gruppenlaufzeit der Töne im Transponder muss der Delay im Uplinkpfad und im Downlinkpfad vom Messaufbau bestimmt werden sowie die Laufzeit der Geräte und des Modulators für die Uplink- und Downlinkfrequenz. Die gesamte erforderliche Messzeit für die Transponder und die Kalibriermessungen erhöht sich daher erheblich, da hierfür eine Vielzahl von Messungen durchzuführen sind. Eine Kalibriermessung vom gesamten Aufbau kann auch mit einer Mischstufe und Filter (diese Komponenten ersetzen den Transponder) aufgebaut

werden. Die Frequenzdifferenz zwischen uplink-Frequenz und downlink-Frequenz muss dabei als Umsetzfrequenz in einem weiteren Signalgenerator erzeugt werden. Zusätzlich benötigt man noch einen Verstärker um die Dämpfungen auf der downlink-Strecke zu kompensieren. Die Laufzeiten der zusätzlichen Einzelkomponenten sind ebenfalls zu messen und vom Kalibrierwert abzuziehen.

Die folgenden Parameter können die Laufzeit im Transponder beeinflussen:

- thermische Schwankungen
- Trägerfrequenzänderungen
- Alterung
- Strahlung (kann auch zur Alterung der Komponenten gerechnet werden)

Daher sollte für eine genaue Laufzeitbestimmung eine Kalibriermöglichkeit zur Bestimmung der Laufzeit im Satelliten vorgesehen sein.

8.3 Messung von signalbeeinflussenden Komponenten im Übertragungsweg

Die in diesem Abschnitt vorgestellten Messergebnisse sind Teil des Radio Science Experimentes und wurden an Standorten der ESA oder der jeweiligen Industrie aufgenommen. Hier ist nur ein kleiner Teil der Messungen zusammengefasst. Die jeweiligen kompletten Messergebnisse sind in den Testreport Dokumenten aufgeführt.

8.3.1 Messung der Einseitenbandstabilität an der Rosetta und Mars Express Wanderfeldröhre (TWTA)

Für die Missionen Rosetta und Mars Express wurden die Eigenschaften der Wanderfeldröhren genauer untersucht. Die Abbildungen 8.16 und 8.17 zeigen die Messgenauigkeit vom Messplatz für den Frequenzbereich, in welchem die Wanderfeldröhre betrieben wird. Das Phasenrauschen vom Messplatz liegt im gesamten Messbereich weit unterhalb vom Phasenrauschen der Wanderfeldröhren und kann somit für die folgenden Betrachtungen vernachlässigt werden.

Die Abbildung 8.18 zeigt das Phasenrauschen der Rosetta Wanderfeldröhre. Ein Vergleich mit der entsprechenden Mars Express Messung (Abb. 8.19) ergibt:

- Das Phasenrauschen der Mars Express TWTA liegt im gesamten Messbereich unterhalb vom Phasenrauschen der Rosetta TWTA. Im Bereich von 100 Hz neben dem Träger bis 0,1 Hz neben dem Träger erhöht sich die Rauschleistung der Rosetta TWTA von -100 dBc/Hz auf -50 dBc/Hz und das Phasenrauschen der Mars Express TWTA von -120 dBc auf -75 dBc/Hz. Der Einfluss des Phasenrauschens der TWTA auf die Trägerfrequenz, welche während der Satellitenmission aus der Maserfrequenz generiert wird (8.28 und 8.23) und mit ca. -35 dBc/Hz bei 0,01 Hz bzw. -52 dBc/Hz bei 0,1 Hz ein Phasenrauschen besitzt, das im Vergleich zur Mars Express TWTA 20 dB größer ist, kann vernachlässigt werden. Das Phasenrauschen der Rosetta TWTA zeigt einen Phasenrauschbeitrag, welcher in der gleichen Größenordnung liegt wie der Beitrag der Maser. Hier wird das Signal durch die Wanderfeldröhre entsprechend beeinflusst und die Signalqualität verringert.

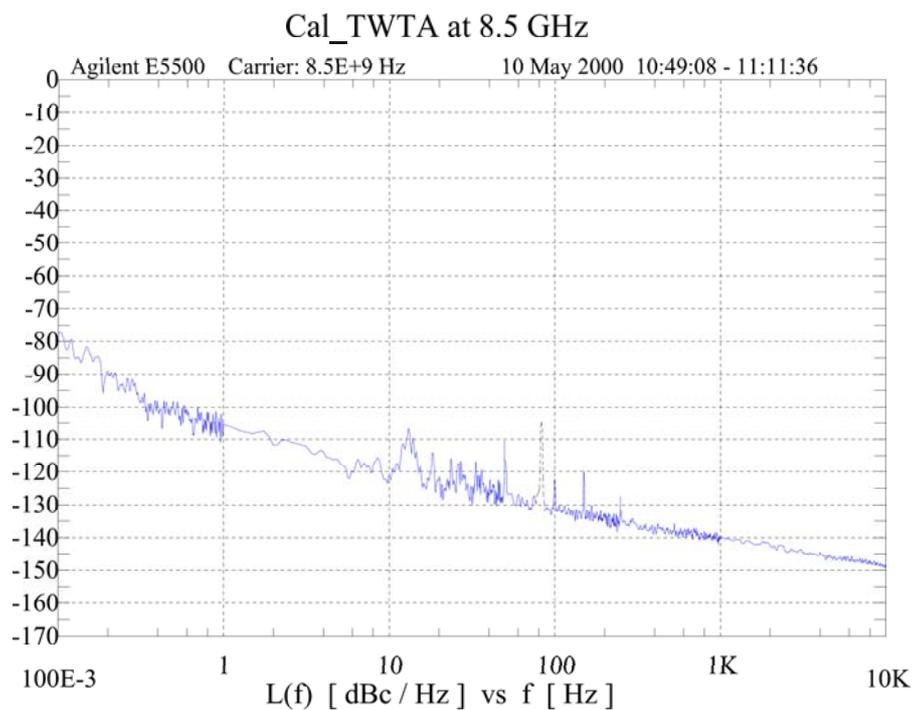


Abbildung 8.16: SSB-Phasenrauschen vom Messplatz im X-Band (naher Frequenzbereich)

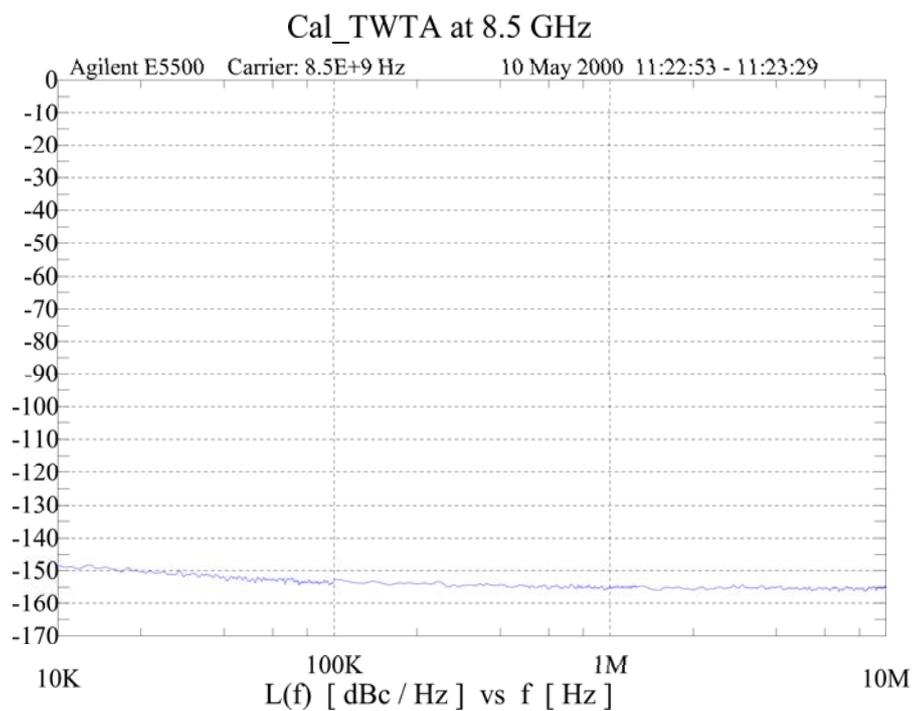


Abbildung 8.17: SSB-Phasenrauschen vom Messplatz im X-Band (hoher Frequenzbereich)

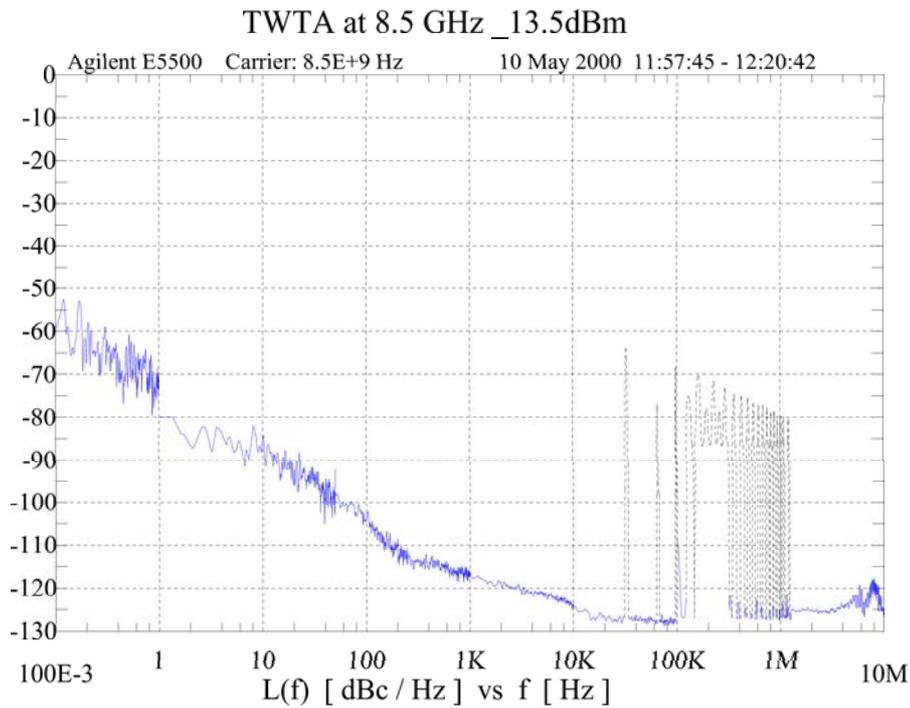


Abbildung 8.18: SSB-Phasenrauschen der Rosetta TWTA in Sättigung

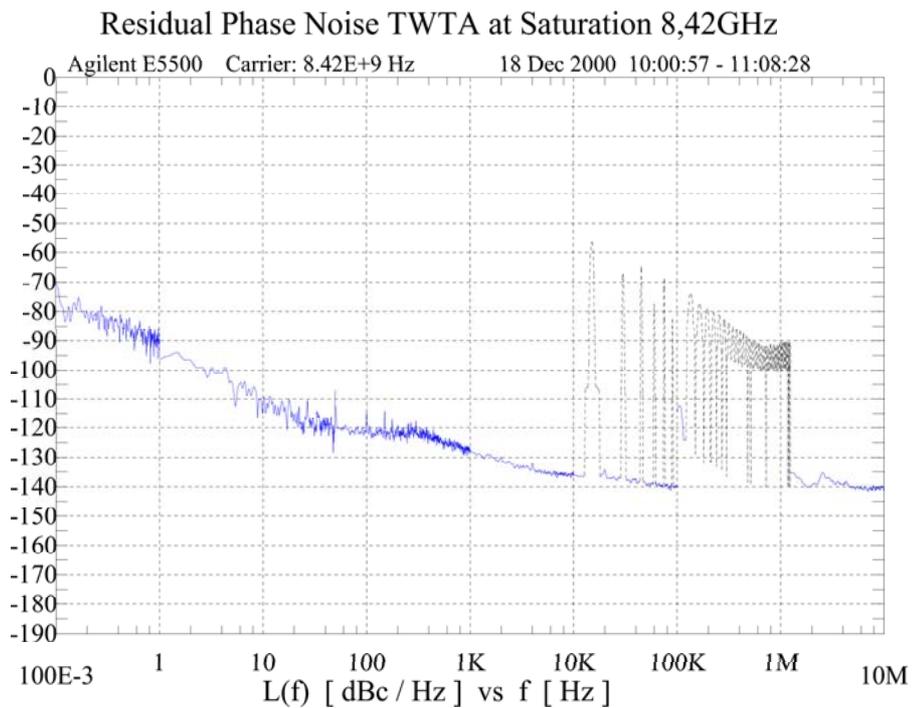


Abbildung 8.19: SSB-Phasenrauschen der Mars Express TWTA in Sättigung

- Die erste spurious Frequenz der Rosetta TWTA liegt wesentlich weiter vom Träger entfernt und ist um ca. 5 dB niedriger als die erste spurious Frequenz der Mars Express TWTA. Die gemessenen Rosetta Spurious Frequenzen liegen alle innerhalb der durch die ESA spezifizierten Grenze von -60 dBc/Hz. Nur die erste gemessene spurious Frequenz der Mars Express TWTA liegt außerhalb der Spezifikation. Auf die Radio Science Messungen haben die spurious Frequenzen keinen Einfluss, da sie erst weit entfernt vom Trägersignal auftreten (eine Ausnahme bildet das bistatische Radar Experiment).

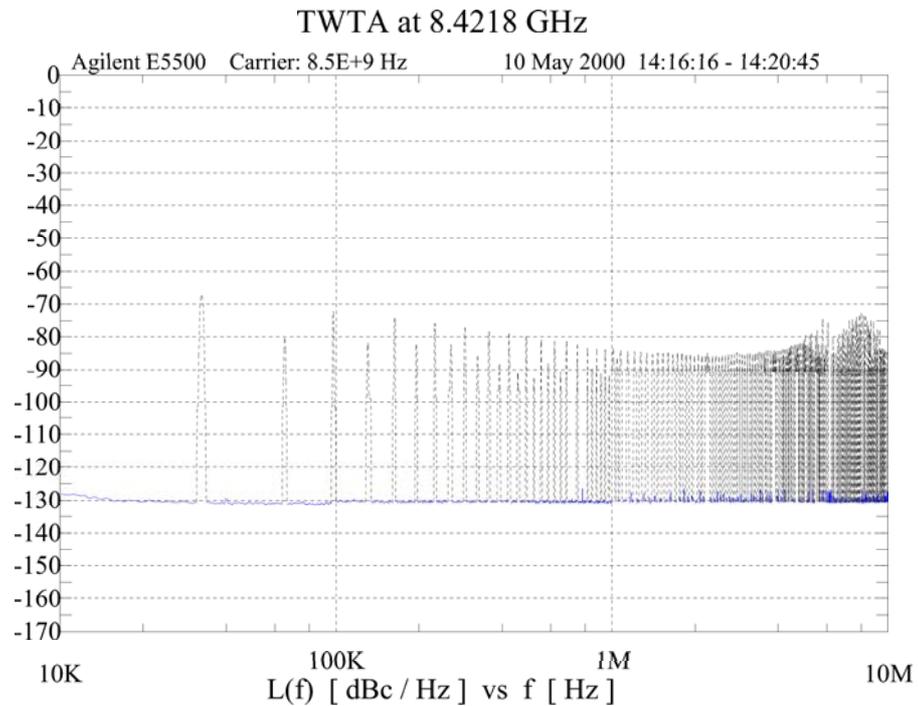


Abbildung 8.20: Spurious Frequenzen im SSB-Phasenrauschspektrum erzeugt durch die Rosetta TWTA

Abbildung 8.20 zeigt den Frequenzbereich, in dem Rosetta spurious Frequenzen auftreten mit einer hohen Anzahl von aufgenommenen Frequenzpunkten.

Die AM-PM-Conversion und Intermodulationen, die aufgrund von Nichtlinearitäten in der Wanderfeldröhre entstehen, sind im Phasenrauschspektrum ebenfalls sehr gut messbar, werden hier aber nicht weiter aufgeführt.

8.3.2 Messung der Einseitenbandstabilität am Rosetta und Mars Express Transponder

• Einweg-Messungen

Die Radio Science Messungen im Ein-Wege-Verfahren können nur Ergebnisse aus Schwankungen der Trägerfrequenz ermitteln, die dem Messobjekt zugeordnet werden, wenn die Frequenzschwankungen, verursacht durch das Messobjekt, größer sind, als die Schwankungen die durch die Referenzfrequenz umgerechnet auf die Trägerfrequenz entstehen. Die Abbildungen 8.21 - 8.23 zeigen die großen Unterschiede zwischen den Missionen Rosetta und Mars Express. Der Rauschbeitrag der Referenzfrequenz ist im Phasenrauschspektrum in allen Abbildungen gut zu erkennen. Eine Betrachtung der Rauschbeiträge im Bereich von 0,1 Hz bis 1 Hz neben der Trägerfrequenz in Abbildung 8.21 mit dem entsprechenden Verlauf der Messplatz Referenzen (zwei USOs) aus Abbildung 8.27 und der entsprechenden Umrechnung von 10 MHz auf 8,42 GHz ergibt einen nahezu gleichen Rauschpegel über der Frequenz. Aus diesem Vergleich folgt, dass der im Satelliten Rosetta integrierte USO die gleiche Genauigkeit besitzt wie die Messplatzreferenzoszillatoren.

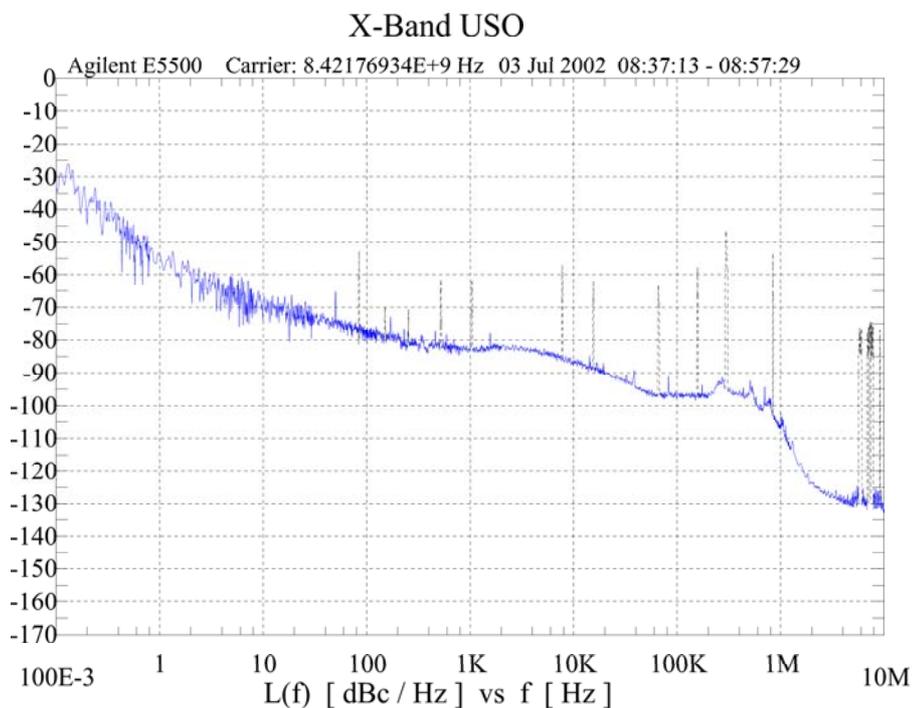


Abbildung 8.21: Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Rosetta Satelliten im X-Band mit USO

Ein Vergleich der USO-Rauschbeiträge zum Trägersignal mit den Rauschbeiträgen der Standardreferenz (dem TCXO) zeigt wesentlich höhere Rauschbeiträge nahe am Trägersignal. Dies bedeutet eine wesentlich schlechtere Stabilität der Trägerfrequenz. Mit dem Rosetta TCXO können nur Schwankungen im Hz-Bereich aufgelöst werden. Der eingebaute Referenzoszillator im Mars Express Transponder zeigt Schwankungen, die im X-Band den Träger im Bereich bis zu 10 Hz wandern lassen. Für feine Auflösungen oder genaue Messungen kann dieses Signal keine Messwerte liefern.

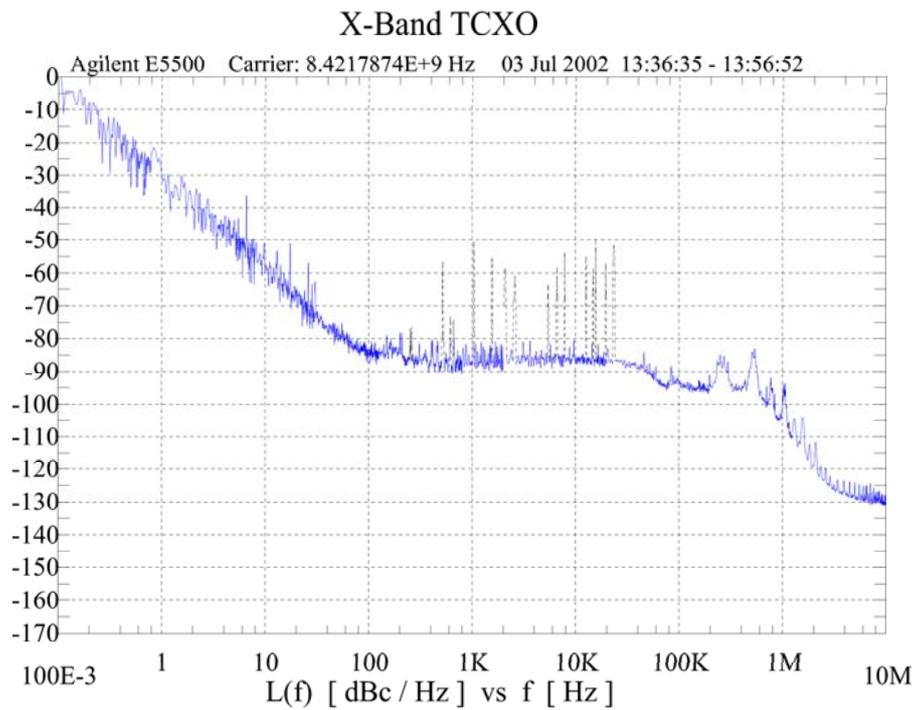


Abbildung 8.22: Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Rosetta Satelliten im X-Band mit TCXO

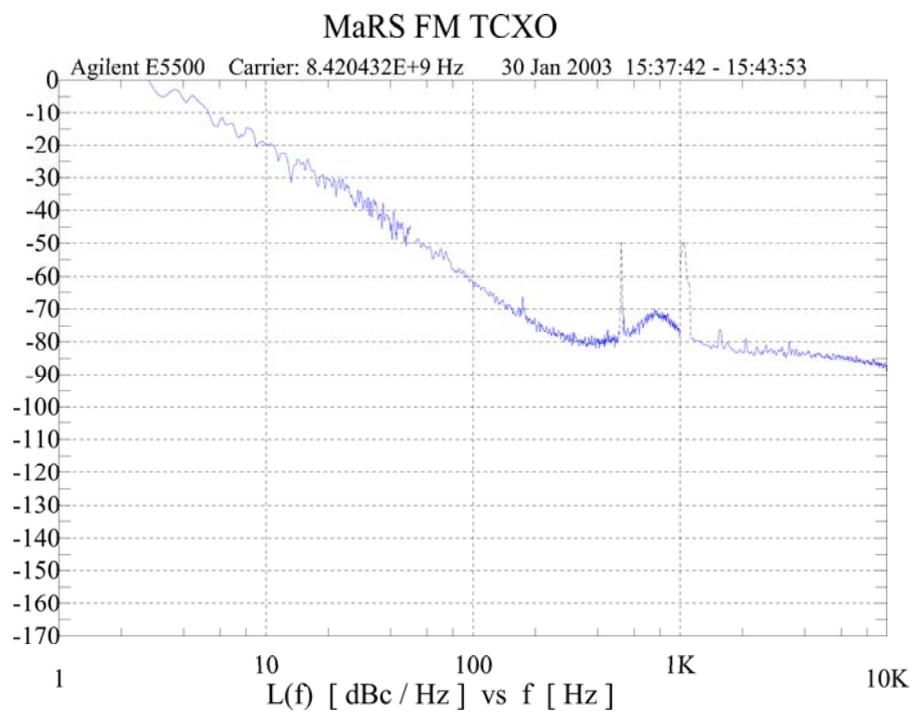


Abbildung 8.23: Das Phasenrauschen vom Trägersignal des Mars Express Satelliten im X-Band mit USO

- **Zweiweg-Messungen (mit kohärentem Transponder)**

Die Abbildungen 8.24 - 8.26 zeigen das Phasenrauschen von Transpondermessungen im kohärenten Mode. Unter der Annahme, dass auf der Aufwärts- und Abwärtsstrecke mit der gleichen Trägerfrequenz Signale gesendet werden und der Phasendetektor den Unterschied der Phasenschwankungen dieser Signale aufnimmt, fällt das Phasenrauschen der Signalquelle aus der Messung heraus (das Phasenrauschen vom uplink-Signal ist mit dem downlink-Signal korreliert).

Der Rosetta und Mars Express Transponder ändert die Trägerfrequenz im kohärenten Mode um einen konstanten Faktor. Der daraus resultierende Frequenzversatz entspricht einem unkorrelierten Anteil im downlink-Signal gegenüber dem uplink-Signal und erhöht das Phasenrauschen vom Messaufbau entsprechend dem Phasenrauschen eines Signals, welches aus der gleichen Referenz wie das uplink-Signal ein Signal mit der Frequenz der Frequenzdifferenz erzeugt. In den hier aufgenommenen Phasenrauschspektren ist der Einfluss der Referenzfrequenz im Spektrum nicht zu erkennen, dass dieses Rauschen weit unterhalb vom Rauschteppich liegt. Das Phasenrauschen wird nur durch das Transponder downlink-Signal bestimmt.

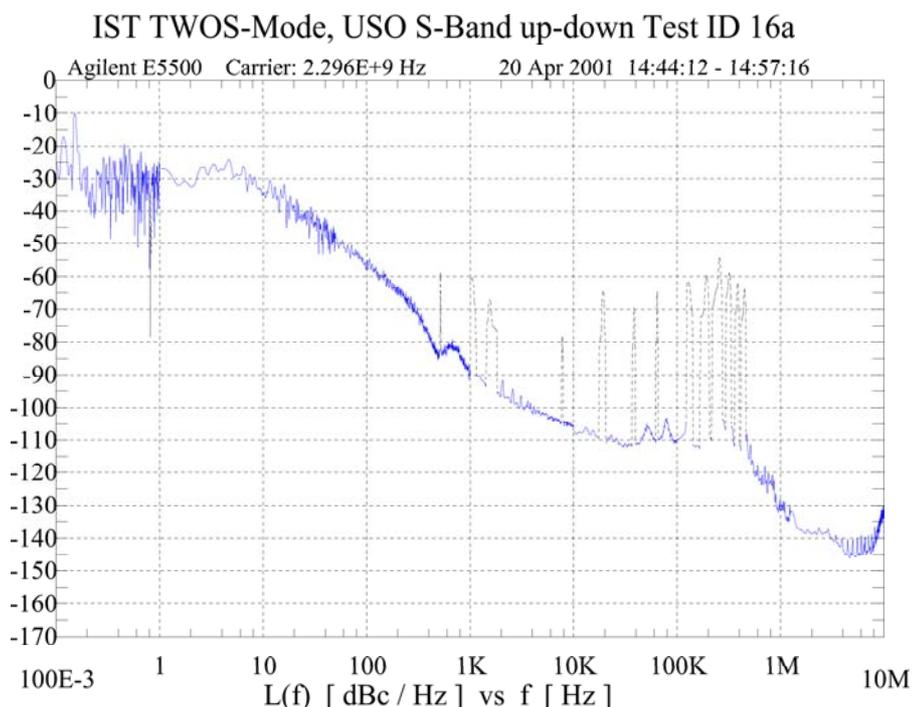


Abbildung 8.24: Das Phasenrauschspektrum im *Narrow Band Mode* (schmalbandige Empfängerbandbreite ca. 40 Hz) vom Rosetta Transponder (aufgenommen im *Integrated System Test (IST)*)

Die Abbildung 8.24 zeigt nur unterhalb von 10 Hz ein konstantes Phasenrauschen pro Hz Bandbreite mit einem Signal-Rausch Abstand von ca 28 dBc/Hz. Diese sehr schmalbandige Empfängerkonfiguration wird *Narrow Band Mode* genannt und ist für den Empfang sehr schwacher Signale geeignet. Durch die geringe Bandbreite in der Empfänger PLL erhält man auch bei relativ niedrigen Trägerfrequenzleistungen ein gutes S/N-Verhältnis.

Die Abbildungen 8.25 und 8.26 zeigen eine ausgeprägte Schulter bei ca. 250 Hz. Diese Bandbreite entspricht der einseitigen Empfängerbandbreite im *Wide Band Mode* (Breitbandkonfiguration). Der anschließende Abfall der Rauschleistung pro Hz entsteht durch das PLL-Schleifenfilter.

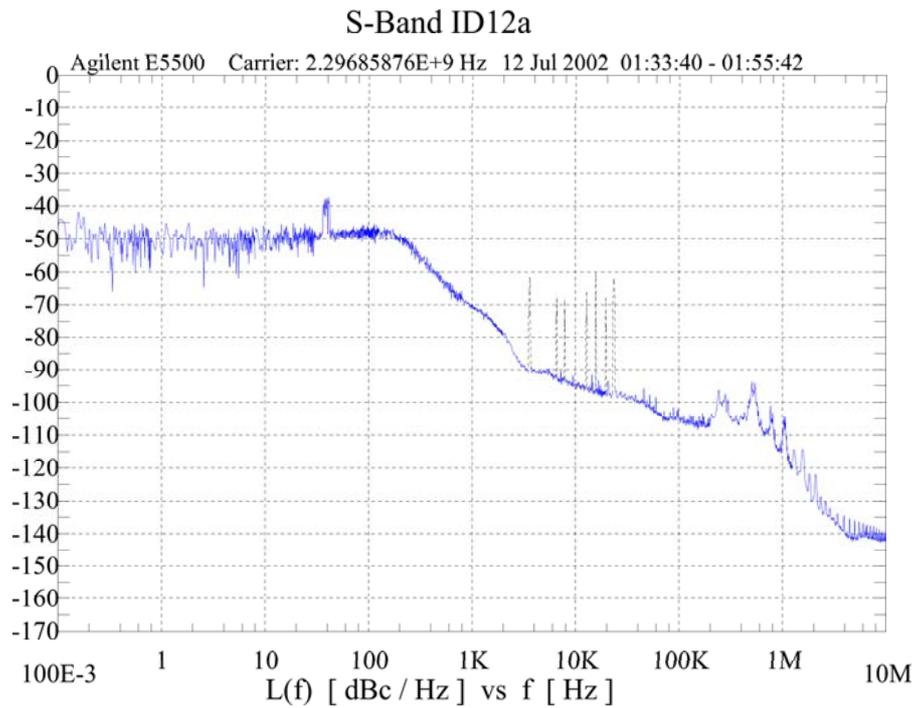


Abbildung 8.25: Das Phasenrauschspektrum vom Rosetta FM-Transponder im S-Band

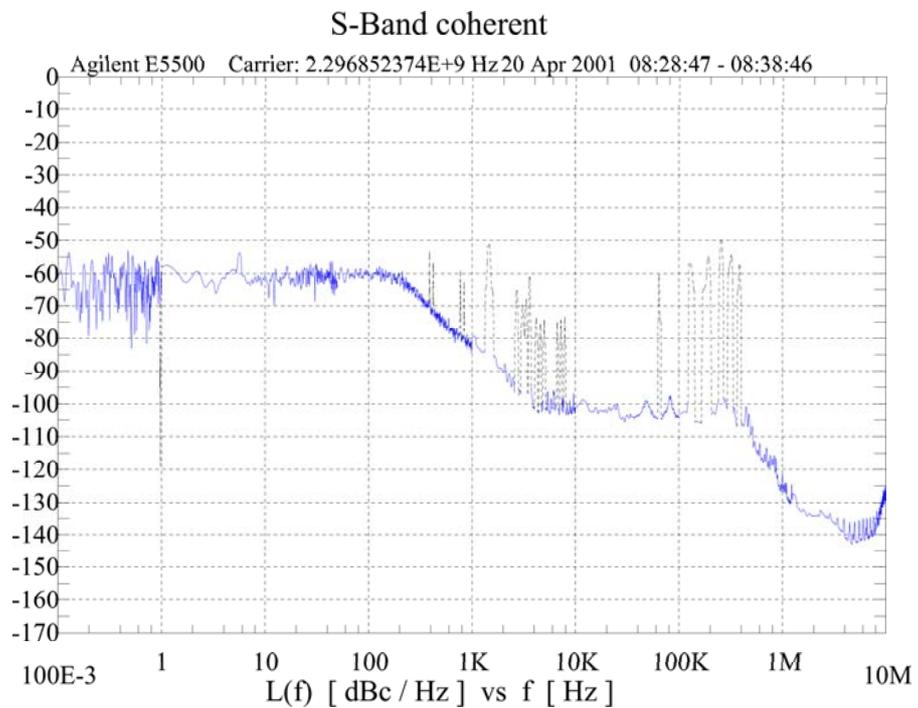


Abbildung 8.26: Das Phasenrauschspektrum vom Rosetta Transponder im S-Band im Wide Band Mode (breitbandige Empfänger PLL ca. 500 Hz)

Ein Vergleich dieser Rauschleistung in der PLL-Bandbreite bei bekannter Eingangsleistung ergibt ein S/N_0 , welches mit der Link-Bilanz für den Carrier ebenso ermittelt wird. Mit der Messung kann die Link-Bilanz Rechnung überprüft werden. Der Unterschied der Rauschleistung pro Hz in der PLL-Bandbreite beim Vergleich der Abbildungen 8.25 und 8.26 von 10 dB entsteht durch unterschiedliche Signalleistungen am Empfänger und nicht durch eine geringere Rauschtemperatur des Empfängers.

8.3.3 Messung der Einseitenbandstabilität am Wasserstoff Maser der ESA-Bodenstation in New Norcia

Die Bodenstation der ESA in New Norcia generiert ihre Signale aus Wasserstoffmasern. Diese besitzen eine enorme Genauigkeit mit einer Allan Varianz von 10^{-15} bis 10^{-16} in einer Integrationszeit von 10 - 1000 s. Die Abbildungen 8.27 und 8.28 zeigen das Phasenrauschen der Messungen USO gegen USO für eine Frequenz von 10 MHz und Maser gegen Maser für eine Frequenz von 5 MHz im Frequenzbereich von 10 mHz bis 10 kHz neben der Trägerfrequenz.

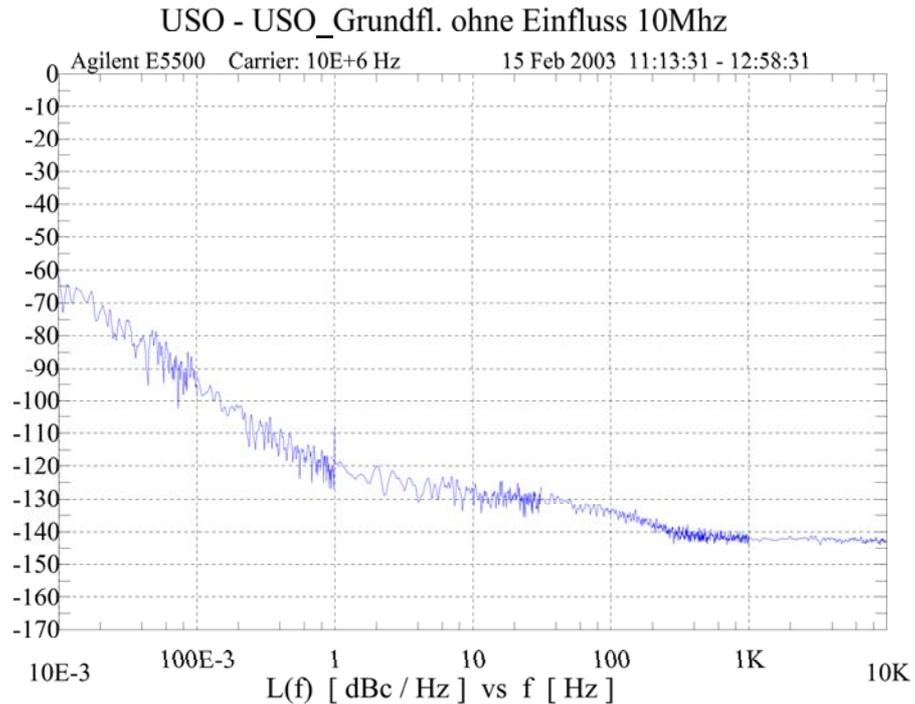


Abbildung 8.27: SSB-Phasenrauschen der Referenzfrequenzen vom Messplatz

Die H_2 -Maser wurden zur Verbesserung des Kurzzeitverhaltens mit einem USO gekoppelt. Der Übergabepunkt ist im Phasenrauschspektrum der Maser gut zu erkennen und liegt bei einer Bandbreite unterhalb von 1 Hz. Der Frequenzbereich unterhalb von ein paar 100 mHz zeigt das wesentlich bessere Rauschverhalten der Maser (bei 100 mHz von 35 dB) oder die wesentlich bessere Langzeitstabilität.

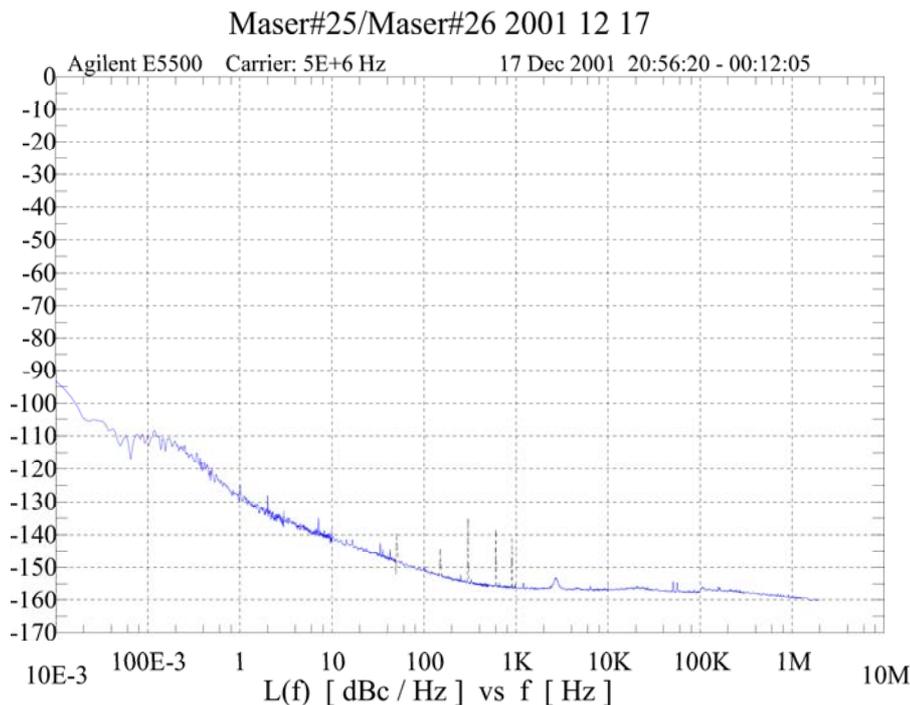


Abbildung 8.28: SSB-Phasenrauschen der Maser in der Bodenstation von New Norcia

8.3.4 Allan Deviation Messung am Transponder

Die Abbildung 8.29 zeigt die Allan Deviation vom Rosetta Transponder im Ein-Weg-Mode. Extrapoliert man den Verlauf der Allan Deviation bis auf 1 s Integrationszeit, ergibt sich eine ADEV von ca. $2,5 \cdot 10^{-12}$. Dieser Wert ist um eine 10 er Potenz schlechter als die ADEV vom USO bei 5 MHz. Da die ADEV aber eine frequenzunabhängige Größe ist und somit die Stabilität eines Signals aus dieser Referenz die gleiche Stabilität bei 5 MHz und auch bei 8 GHz zeigen sollte, entsteht ein zusätzlicher Rauschbeitrag im Transponder oder dem Messaufbau.

Der charakteristische Verlauf einer kohärenten Messung wird in Abbildung 8.30 gezeigt. Alle Langzeitstörungen wie Driften der Frequenz aufgrund von z.B. Temperaturschwankungen sind sowohl im Messsignal als auch im Referenzsignal vorhanden und daher in der Allan Deviation nicht oder kaum vorhanden. Das Phasenrauschen entspricht einem weißen Rauschen, und der Mittelwert läuft für große Integrationszeiten gegen Null. Die y-Werte in der Berechnung der Allan Deviation entstehen aus der Differenz der Phasenwerte nach der Zeit ($\frac{\Delta\phi}{\Delta t}$). Da die Differenz der Phasen bei weißem Rauschen unabhängig von der Zeit ist, bleibt $\Delta\phi$ konstant und nur der Wert Δt ändert sich. Der Graph der ADEV ist proportional zum Kehrwert der Integrationszeit und erzeugt einen geraden Verlauf, wobei die ADEV mit steigender Integrationszeit besser wird.

Die ADEV Messung im X-Band mit dem FM-Modell (siehe Abb. 8.31) zeigt eine Verbesserung in der Stabilität und nähert sich der Güte der Referenz (USO) an.

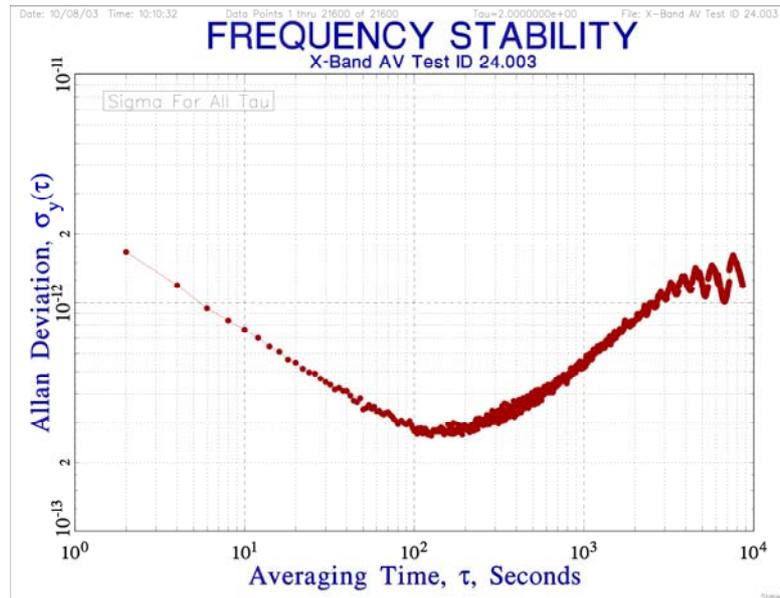


Abbildung 8.29: Allan Deviation vom Rosetta Transponder mit USO als Frequenzreferenz im nicht-kohärenten Mode

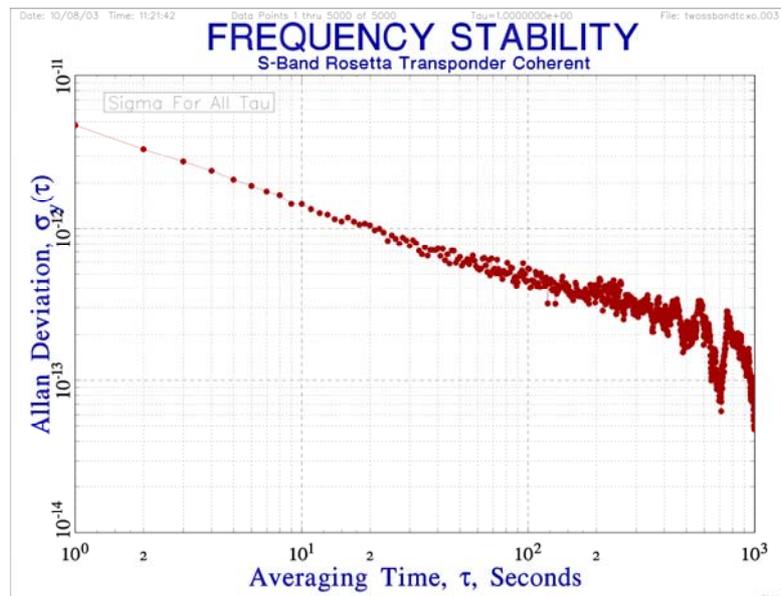


Abbildung 8.30: Allan Deviation vom Rosetta EQM-Transponder im kohärenten Mode (S-Band)

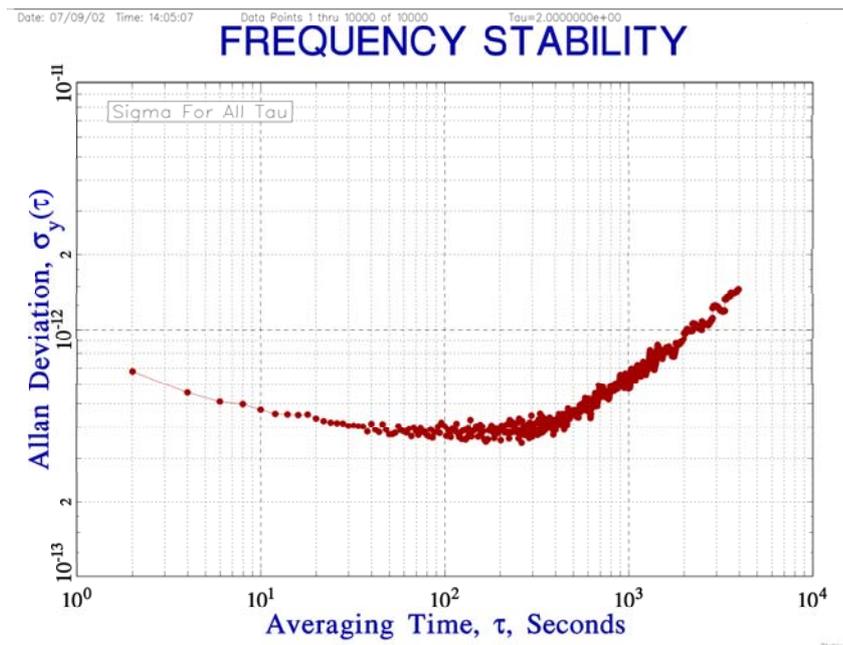


Abbildung 8.31: Allan Deviation vom Rosetta FM-Transponder im nicht-kohärenten Mode (X-Band)

8.3.5 Gruppenlaufzeitmessung am Transponder

Die Gruppenlaufzeitmessungen am Transponder sind sehr kompliziert, da im Messaufbau ein Frequenzversatz erzeugt werden muss, der den gleichen Versatz wie im Transponder für den Messaufbau erzeugt. Zusätzlich muss der Sendeteil, also die Laufzeit im Modulator + uplink, bei einer anderen Frequenz gemessen werden als die Laufzeit im Empfangsbereich. Die Kalibriermessungen zur genauen Aufnahme der Gruppenlaufzeit vom Messplatz und Messaufbau ist sehr zeitaufwendig. Abbildung 8.32 zeigt die Gruppenlaufzeit vom Messplatz im S-Band für eine Frequenz. Die Varianz der Phasenwerte für die jeweilige Tonfrequenz, welche zur Berechnung der Gruppenlaufzeit aufgenommen wurden, zeigt Abbildung 8.33.

Abbildung 8.32 zeigt die Gruppenlaufzeit vom Rosetta FM-Transponder 2. Die großen Schwankungen für hohe Tonfrequenzen entstehen durch ein stark verrauschtes Tonsignal. In der Messung wurde nicht berücksichtigt, dass der Modulator für hohe Tonfrequenzen eine immer schwächer werdende Tonleistung ausgibt, d.h. den Modulationsindex ändert. Daher kann nur der Laufzeit im ersten Drittel vom Graphen eine entsprechende Genauigkeit zugeordnet werden. In diesem Tonfrequenzbereich schwankt das Signal um ± 50 ns und ist damit immer noch nicht innerhalb der ESA-Spezifikation von maximalen Schwankungen von ± 30 ns.

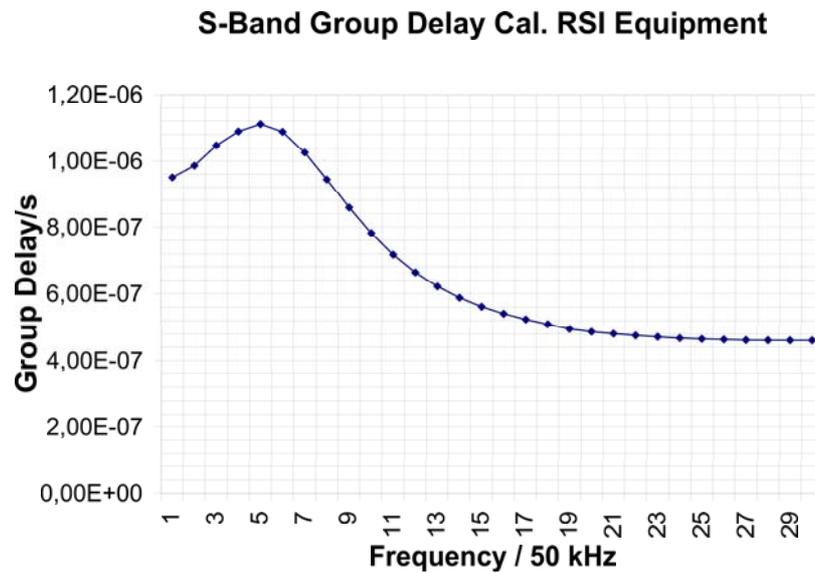


Abbildung 8.32: Gruppenlaufzeit vom Messplatz im S-Band

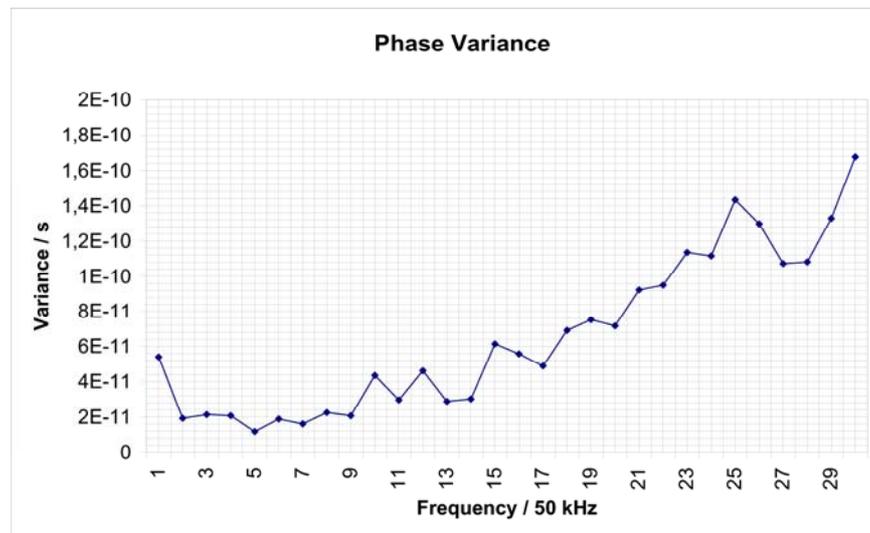


Abbildung 8.33: Varianz der 100 im Sekundentakt gemessenen Phasenmesswerte einer Tonfrequenz aufgetragen über der Tonfrequenz

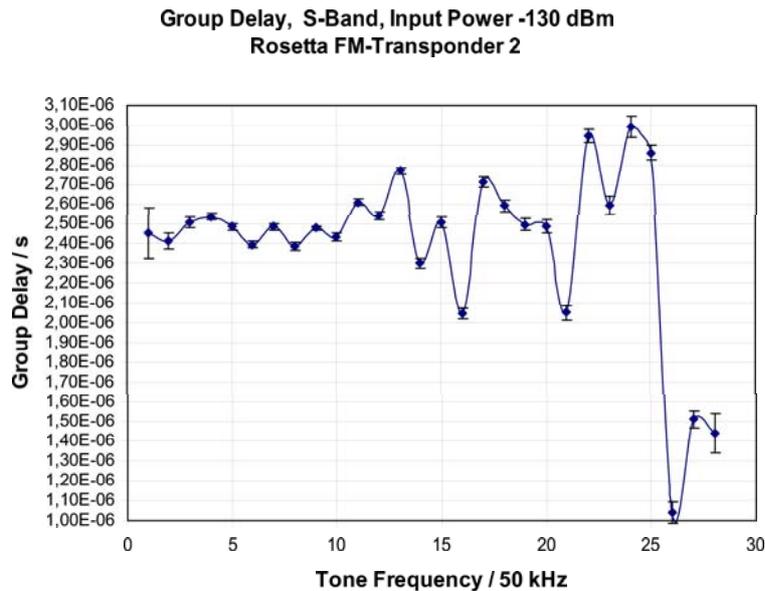


Abbildung 8.34: Gruppenlaufzeit vom Rosetta FM-Transponder

8.3.6 Phasenrauschmessungen von korrelierten Rauschsignalen

Der Einfluss der Korrelation von Phasenschwankungen in den zu vergleichenden Signalen zeigt Kapitel 8.2.2 und Abbildung 8.12. Aufgrund der Korrelation im S-Band und X-Band kann auch bei der Mission Mars Express im Ein-Weg-Verfahren der Plasmaanteil auf dem Übertragungsweg ermittelt werden. Zeichnet man die Differenz der Phasen zwischen dem S-Band (mit dem Faktor 840/240 multipliziert) und dem X-Band Trägersignal auf, fallen alle korrelierten Signal-schwankungen aus dem aufgezeichneten Verlauf heraus und das Residuum enthält nur noch die frequenzabhängigen Beeinflussungen des Signals (siehe Abb. 8.12). Die durch das Neutralgas hervorgerufenen Wegänderungen sind frequenzunabhängig, somit im S-Band genauso vorhanden wie im X-Band werden aber von der Schwankung der Referenzfrequenz überlagert. Die Separierung des Effektes vom Neutralgas auf die Phase und Frequenz ist im Ein-Weg-Verfahren nur mit einer Referenz möglich, die geringere Änderungen im Signal hervorruft als die zu messende frequenzunabhängige Messgröße.

9 Fehlerbetrachtung

Die folgenden Gleichungen stellen den Zusammenhang zur Berechnung des Positionsfehlers σ_R und des Geschwindigkeitsfehlers σ_v aus dem Signal Rausch Abstand einer Link Bilanz oder aus einem gemessenen mittleren Phasenfehler σ_ϕ her. Aus

$$\sigma_\phi^2 = \frac{B_L N_0}{P_C} \quad \text{mit} \quad \left(\frac{\Delta\phi}{2\pi}\right)^2 = \left(\frac{\Delta r}{\lambda}\right)^2 \quad (9.1)$$

folgt für

$$\begin{aligned} \Delta r^2 &= \left(\frac{\Delta\phi \lambda}{2\pi}\right)^2 \quad \text{bzw. für einen Phasenwert} \\ \sigma_r^2 &= \left(\frac{\sigma_\phi \lambda}{2\pi}\right)^2 \\ \sigma_r^2 &= \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \frac{B_L N_0}{P_C} \end{aligned} \quad (9.2)$$

$$\left(\frac{\Delta(\Delta r)}{\Delta t}\right)^2 = \sigma_v^2 = \underbrace{\frac{1}{2^2}}_{2\text{Wege}} \left(\frac{\sqrt{2}c}{2\pi f \Delta t}\right)^2 \frac{B_L N_0}{P_C} \quad (9.3)$$

$$= \frac{1}{2^2} \left(\frac{\sqrt{2}c}{2\pi f \Delta t}\right)^2 \sigma_\phi^2 \quad (9.4)$$

Es bedeuten: P_C = Trägerleistung, B_L = Bandbreite die zur Messung der Leistung P_C eingestellt wird (Loop Bandwidth), N_0 = Rauschleistungsichte in der betrachteten Bandbreite (Noise Power Density)

Bei bekanntem Signal Rausch-Verhältnis kann in Abhängigkeit von der Integrationszeit ein Geschwindigkeitsfehler bzw. ein Dopplerfrequenzfehler berechnet werden. Für die Positionsmessung eines Satelliten werden die Phasen von auf den Träger aufmodulierten Tönen gemessen. Die Tonfrequenz kann mit unterschiedlichen Bandbreiten detektiert werden, weshalb die Bandbreite in Gleichung 9.2 auch durch eine Korrelationszeit T ersetzt wird. D.h. die Trägerfrequenz schwankt mit Periodendauern, die größer als T sind, da nur Signale mit Frequenzdifferenzen $< 1/T$ zum Trägersignal den Bandpass durchlaufen und mit dem Signal gemessen werden und folglich mit im Messergebnis enthalten sind oder mit dem Messergebnis korreliert sind.

$$\sigma_r^2 = \left(\frac{\lambda}{2\pi}\right)^2 \frac{N_0}{P_C T} \quad (9.5)$$

Mit: T = Integrationszeit, λ = Wellenlänge der Tonfrequenz und P_C = Tonträgerleistung.

Der Quantisierungsfehler der Phase vom Ranging Ton in der IFMS kann mit der folgenden Näherung abgeschätzt werden. Ist die Abtastrate sehr viel höher als die Änderung des Signals,

so lassen sich die Fehler durch eine Sägezahnform annähern. Unter dieser Annahme folgt für den Effektivwert des Fehlers

$$\phi_{eff} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \left(\phi_q \frac{t}{T}\right)^2 dt} \quad (9.6)$$

mit dem Ergebnis

$$\phi_{eff} = \frac{\phi_q}{\sqrt{12}} = \sigma_\phi \quad (9.7)$$

(Aus der Wahrscheinlichkeitsrechnung ergibt sich der gleiche Wert)

Der Zusammenhang zwischen Ortsfehler aufgrund der Digitalisierung (LSB) und Phasenfehler ergibt [Seg98]

$$\sigma_\phi^2 = \left(\frac{360 S_q}{\lambda \sqrt{12}}\right)^2 \quad (9.8)$$

Hieraus folgt für den Geschwindigkeitsfehler mit der Gleichung 9.3

$$\sigma_v^2 = \left(\frac{S_q}{\Delta t \sqrt{24}}\right)^2 \quad (9.9)$$

Aus der Allan Varianz

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{i=1}^{N-1} \left(\frac{f_{i+1} - f_i}{f_0}\right)^2 \quad (9.10)$$

und der einfachen Dopplerbeziehung

$$\left(\frac{v}{c}\right)^2 = \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2 \quad \text{oder} \quad \left(\frac{\sigma_v}{c}\right)^2 = \left(\frac{\sigma_f}{f}\right)^2 \quad (9.11)$$

folgt mit

$$\sigma_f = f_0 \sigma_y \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (9.12)$$

für σ_v

$$\text{Ein Weg} \quad \sigma_v = \frac{c}{\sqrt{2}} \sigma_y \quad (9.13)$$

$$\text{Zwei Wege} \quad \sigma_v = \frac{c}{2\sqrt{2}} \sigma_y \quad (9.14)$$

Aus dem Phasenrauschspektrum berechnet sich die Phasenabweichung σ_ϕ durch Integration über einen definierten Frequenzbereich.

$$\sigma_\phi^2 = \int_{-f_1}^{f_1} S_\phi(f) df = \int_0^{f_1} \mathcal{L}(f) df = \frac{\sigma_v^2}{\frac{1}{2^2} \left(\frac{\sqrt{2}c}{2\pi f \Delta t}\right)^2} \quad (9.15)$$

Tabelle 9.1 vergleicht die in den drei Messungen 8.24 - 8.26 ermittelten Empfängerrauschpegel mit dem in der Link Bilanz aus der Systemrauschtemperatur berechneten Rauschpegel. Ein Vergleich des Rauschpegels vom EM-Transponder mit dem FM-Transponder zeigt keinen Unterschied in der gemessenen Rauschleistungsdichte von ca. -173,5 dBm/Hz. Der Rauschleistungsdichte-Messwert für die schmale Empfängerbandbreite des Trägers weicht um ca. 1,5-2 dB von

	Transponder	gemessen	gemessen	Aus der Messung	Transponder Messwert	AGC- P_c/N_0	Link bilanz	Link bilanz	In der Loop	In 1 Hz Bandbreite
Test Nr.	Loop Bandbreite Hz	P_c/N_0 [dBHz]	P_c/N_{Loop} [dB]	Loop error [°]	AGC [dBm]	N_0 [dBm/Hz]	T_{sys} [K]	N_0 [dBm/Hz]	σ_v [m/s]	σ_v [m/s]
12a (FM)	400	47,66	-21,66	4,73	-126	-173,66	190	-175,8	$6,06 \cdot 10^{-4}$	$3,03 \cdot 10^{-5}$
12c (EM)	400	60,42	-34,42	1,09	-113	-173,42	190	-175,8	$1,40 \cdot 10^{-4}$	$6,98 \cdot 10^{-6}$
16a (EM)	40	30,38	-14,38	10,94	-145	-175,38	190	-175,8	$1,40 \cdot 10^{-3}$	$2,22 \cdot 10^{-4}$

Tabelle 9.1: Vergleich der in einer Phasenrauschmessung ermittelten Rauschleistungsdichte im Satellitenempfänger von Rosetta mit der aus der Systemrauschtemperatur in der Link Bilanz verwendeten Rauschleistungsdichte

diesem Wert ab. Aus der Link Bilanz Rechnung für die Rosetta Mission ergibt sich im S-Band, mit der Bodenstation in New Norcia und einer Entfernung von 3 AU ein Signal Rauschabstand von 29 dBHz. Die Fehlerberechnung und Messung in Tabelle 9.1 für den Test 16a kann auf diese Orbitphase übertragen werden.

Die Werte ergeben sich aus der Phasenrauschmessung durch Integration der gemessenen Einseitenbandphasenrauschleistung über die Bandbreite des PLL-Schleifenfilters im Empfänger. In den ersten beiden Zeilen (Test Nr. 12a u. 12c) wurde über die Rauschleistungsdichte im Bereich von 0,1 Hz bis 200 Hz integriert und in der dritten Zeile von 0,1 Hz - 20 Hz (Test Nr. 16a) (der Integrationswert steht in Spalte 4). Teilt man die Rauschleistung durch die Bandbreite folgt hieraus die Rauschleistungsdichte in dBc/Hz (Spalte 3). Mit dem AGC-Wert im Satellitenempfänger folgt hieraus der Rauschpegel im Satellitenempfänger (Spalte 7).

Der bessere $AGC - P_c/N_0$ Wert in der letzten Zeile entsteht aus dem Abfall des Phasenrauschens im Bereich von 10-20 Hz im SSB-Spektrum. Dies bedeutet das die Empfängerbandbreite nicht ganz 40 Hz beträgt. Betrachtet man die beiden Messungen mit annähernd gleicher Rauschleistungsdichte so ergibt sich hieraus eine Systemrauschtemperatur von ca. 270 °K im Gegensatz zur Signalausstrahlungstemperatur von 190 °K in der Link Bilanz.

Die maximal erreichbare Genauigkeit ist bestimmt durch den Signal/Rausch-Abstand des Trägersignals im Empfänger. Die Link Bilanz für die Rosetta Mission ergibt im Bereich von 3 AU einen Signal/Rausch-Abstand von knapp 30 dBc/Hz für die Bodenstation in Perth. Dies entspricht einem Phasenfehler von 1,8° (Bandbreite = 1 Hz). Der Signal/Rauschabstand von ca. 35 dBc pro Hz Bandbreite ergibt einen Phasenfehler von 1°. Hieraus folgt, dass zur Einhaltung der Genauigkeitsanforderungen von Radio Science die Frequenz mit einer geringeren Bandbreite als 1 Hz Auflösung zu bestimmen ist.

9.1 Erhöhung der Systemrauschtemperatur im Satellitenempfänger durch die Atmosphäre

Zwei Effekte beeinflussen die Signalqualität während der Okkultationsmessung. Beim Durchleuchten dämpft die Atmosphäre das Mikrowellensignal, da die Moleküle und Atome mit der elektromagnetischen Strahlung wechselwirken. Hieraus folgt eine höhenabhängige Absorption. Zusätzlich strahlt die Atmosphäre im Frequenzbereich der Trägerfrequenz, wodurch die empfangene Rauschleistung der Antenne ansteigt.

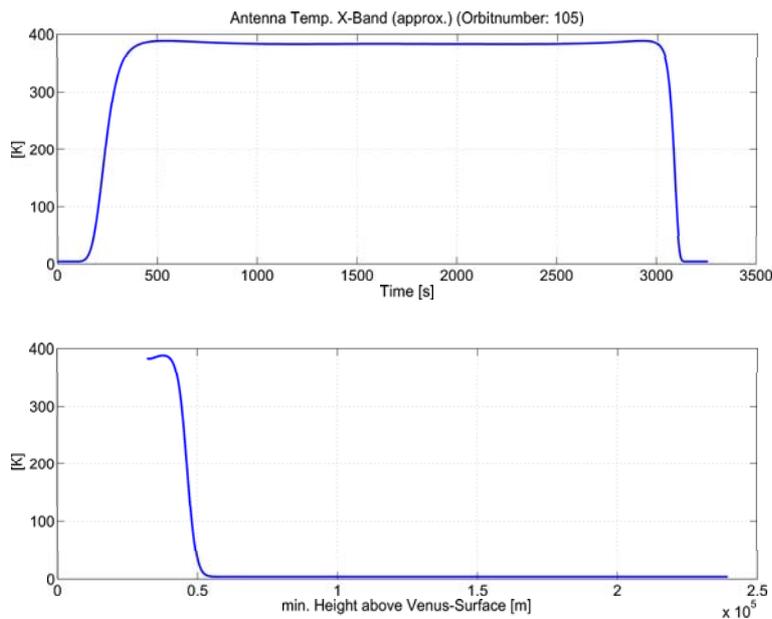


Abbildung 9.1: Erhöhung der Antennenrauschtemperatur durch die Venusatmosphäre (Orbit 105, X-Band)

Betrachten wir die spezielle Konfiguration von Satellit, Atmosphäre und Bodenstation, so erscheint das zu beobachtende Objekt punktförmig im Sichtfeld der 3 dB Keulbreite der Bodenstationsantenne. Hieraus folgt, dass die Systemrauschtemperatur der Bodenstationsantenne nicht beeinflusst wird. Die Satellitenantenne befindet sich, abhängig vom Orbit und der Satellitenposition, während der Okkultationsmessung teilweise sehr nah am Planeten bzw. an der Atmosphäre. Dadurch steigt die Antennenrauschtemperatur vom Satelliten deutlich gegenüber der schwarzen Hintergrundstrahlung (4K) an. Die Rauschleistung im Satellitenempfänger ist somit eine Funktion der Satellitenposition bzw. von der Strahlrichtung der Satellitenantenne und kann bei einer Atmosphärenokkultation nicht mehr als Konstante angesehen werden (siehe auch 6.1.4.2).

$$N = kB(T_A + T_V(t)) \quad (9.16)$$

Die Abbildungen 9.1 und 9.2 zeigen den gemittelten Anstieg der Antennenrauschtemperatur beim Satelliten während der Okkultationsphase im S-Band und X-Band. Der Temperaturwert wurde nicht durch Integration der empfangenen Temperaturwerte über den Raumwinkel der Hauptkeule der Antenne ermittelt, sondern nur aus der atmosphärischen Dämpfung des gekrümmten Strahls in Erdrichtung.

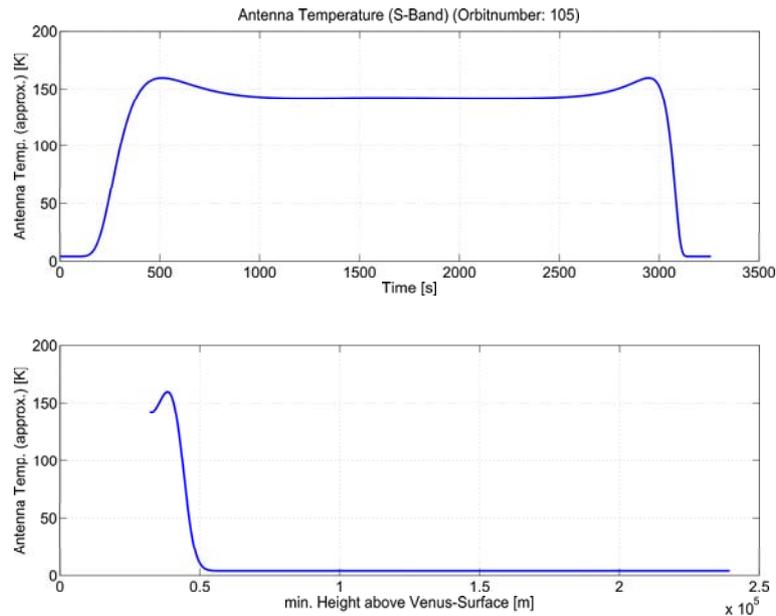


Abbildung 9.2: Erhöhung der Antennenrauschtemperatur durch die Venusatmosphäre (Orbit 105, X-Band)

9.2 Betrachtung der Rauschbeiträge auf der Übertragungsstrecke

Eine gute Aussage über die maximal erreichbare Genauigkeit der Radio Science Messungen kann aus dem Signal-Rauschabstand der Link Bilanz berechnet werden. Da die Link Bilanz eine reine Pegelbetrachtung ist, und für jede Signalquelle das gleiche Ergebnis liefert, müssen zusätzliche Effekte der Signalquelle und Frequenzreferenz sowie Laufzeiten in den elektronischen Komponenten in die Analyse einer Radio Science Messung eingebunden werden. Im folgenden werden die einzelnen Punkte aufgeführt:

- Die Link Bilanz faßt die Einflüsse aller Komponenten im Übertragungsweg auf die Signalamplitude zusammen und berechnet den zu erwartenden Signal Rausch Abstand. Dieses Signal Rausch Verhältnis entspricht einer Phasen- u. Frequenzstabilität des Signals am Empfänger.

Die Beispielrechnung in Abbildung 9.3 ergibt für eine Empfängerbandbreite von 15 Hz (11,76 dBHz) einen Signal Rausch Abstand von 42 dB. In dieser Bandbreite ergibt sich ein Geschwindigkeitsfehler von $\sigma_v \approx 38 \cdot 10^{-6} \frac{m}{s}$ für eine Integrationszeit von 1 s (siehe Gl. 9.3). Beim Einschalten des Ranging Signals verschlechtert sich das Signal Rausch Verhältnis des Trägers, da die verfügbare Signalleistung aufgeteilt wird.

- Die Bestimmung der Satellitenposition und Geschwindigkeit erfordert Kalibrierwerte von Komponenten, die die Laufzeit im Übertragungsweg beeinflussen, aber nicht zur Entfernung zwischen Bodenstation und Satellitenantenne gehören. Gemessene Signallaufzeiten im Transponder und in der Bodenstation enthalten weitere Fehler. So beträgt die absolute Laufzeit der Signale im Ranging Kanal eines digitalen Transponders ein paar μs . Die Gruppenlaufzeit im Transponder kann wie folgt bestimmt werden:

Transmitter Frequency Downlink	Hz		8.400.000.000
Transmitter Power	dBm		43,979
On-Board Loss	dB		-1,000
Satellite Antenna Gain Downlink	dBi		38,251
Satellite Pointing Loss	dB		0,000
EIRP coherent Mode	dBm		81,230
Path Loss Downlink	dB		-274,426
Ionospheric Loss	dB		0,000
Atmospheric Loss	dB		-0,200
Rain Attenuation	dB		0,000
Groundstation Pointing Loss	dB		-0,100
Groundstation Antenna Gain Downlink	dBi		67,003
Diversity Combiner Loss	dB		-0,300
Antenna Circuit Loss	dB		0,000
Total Received Power	dBm		-126,792
Noise Power Density	dBm/Hz		-180,676
Available S/No	dBHz		53,884

Abbildung 9.3: Auszug aus der Link Bilanz für die Mission Bepi Colombo

- Durch Messung der Gruppenlaufzeit des Signalweges im Satelliten (RFDU, Kabel u. Hohlleiter, Transponder und Antenne) am Boden.
- Durch eine Messeinrichtung im Satelliten (genaue Kalibrierwerte während der gesamten Mission)
- Durch Vergleich der Orbitdaten des Satelliten nach einer langen Integrationszeit mit der Position des Massenschwerpunktes des Himmelskörpers.

Die Kalibrierwerte der Laufzeiten in der Bodenstation können auf ca. 1-5 ns genau angegeben werden.

- Frequenzschwankungen der Referenzfrequenz in der Bodenstation während der Signallaufzeit ($\frac{\Delta f}{f} \approx 10^{-15} \Rightarrow$ sehr geringer Beitrag).
- Zusätzliche Fehler, die aufgrund der speziellen Konfigurationen während der Radio Science Messung entstehen (z.B. Signalabschwächung durch Absorption u. Strahlaufweitung, Laufzeiten in der Erdatmosphäre/Ionosphäre).

Im weiteren werden die Fehler, die in den Komponenten der ESA-Deep Space Bodenstation in New Norcia entstehen abgeschätzt (siehe auch [HRH03]).

Dopplerfehler in der Bodenstation:

- Eine Abschätzung der Laufzeitschwankungen in der Signalverarbeitung der Bodenstation ergibt einen rms Fehler von 1 ns ($\hat{=} 30$ cm). Dies entspricht einem rms-Frequenzfehler von 1 mHz für einen Ranging Ton von 1MHz in einer Integrationszeit von 1 s. Für größere Integrationszeiten als eine Sekunde verringert sich der Fehler um den Faktor $\frac{1}{T}$. Ein Fehler von 1 mHz entspricht im S-Band einem Geschwindigkeitsfehler von $\sigma_v = 6,5 \cdot 10^{-5}$ m/s und im X-Band von $\sigma_v = 1,7 \cdot 10^{-5}$ m/s.
- Der NCO-Phasenfehler beträgt bei einer Auflösung von 12 Bit $1/2048$ einer Periode ($\hat{=} 3$ mrad). Für einen gleichverteilten Phasenfehler entspricht dieser Wert einer Varianz von 0,87 mrad rms. Daraus ergibt sich ein Geschwindigkeitsfehler im S-Band von $1,27 \cdot 10^{-5}$ m/s und im X-Band von $3,48 \cdot 10^{-6}$ m/s.

- Die Temperaturschwankungen in den Komponenten (Vorverstärker, Kabel, Mischer usw.) der Bodenstation verursachen einen weiteren Spitzen-Fehler von ca. 1 ns (30 cm) in einem 12 h Intervall. Dies ergibt einen Geschwindigkeitsfehler im S- und X-Band mit der Varianz von $0,3/\sqrt{12}$ von $1,41 \cdot 10^{-6}$ m/s.

“Range“-Fehler in der Bodenstation:

- Aufgrund der Synchronisationsungenauigkeiten von 1 ns in der zeitlichen Abstimmung der Messwertaufnahme entsteht ein Range-Fehler von 30 cm.
- Die Range Messungen sind mit einem weiteren Fehler behaftet, der durch unterschiedliche Laufzeiten zwischen uplink- und downlink-Pfad entsteht. Entspricht dieser Laufzeitunterschied ≈ 1 ns, so errechnet sich daraus ein σ_r von 8,7 cm.

Der gesamte Doppler-Fehler beinhaltet die Schwankungen der Signalreferenz, die Schwankungen der Signalverarbeitung im Satelliten und die Schwankungen der Signalverarbeitung in der Bodenstation. Die Schwankungen im Transponder+Signalreferenz pro Sekunde können aus der Allan Varianz des gesendeten-Signals bestimmt werden. Die Schwankungen der Frequenz aufgrund des Signal-Rausch-Abstandes im Bodenstationsempfänger können mit der Link-Bilanz erfasst werden und die weiteren Fehler der Bodenstation wurden oben abgeschätzt. Aus diesen voneinander unabhängigen Anteilen kann somit eine Gesamtgenauigkeit des Systems für die Radio Science Experimente berechnet werden (siehe Gleichung 9.17).

$$\sigma_v^2 = \sigma_{v1}^2 + \sigma_{v2}^2 + \sigma_{v3}^2 + \dots \quad (9.17)$$

Für eine Allan Deviation im Ein-Weg-Verfahren von $1 \cdot 10^{-12}$ in 1 s Integrationszeit ergibt sich ein $\sigma_{vA Dev}$ von $2,12 \cdot 10^{-4}$ m/s. Die Bodenstationsgenauigkeit wird im S-Band durch einen Fehler von σ_{vBS} von $6,62 \cdot 10^{-5}$ m/s ($1,74 \cdot 10^{-5}$ im X-Band) begrenzt und aus dem Signal Rausch Abstand von 29 dB (Link Bilanz) in der Bodenstation im S-Band und 48 dB im X-Band entsteht ein Geschwindigkeitsfehler $\sigma_{vS/N}$ von $7,36 \cdot 10^{-4}$ m/s im S-Band und von $\sigma_{vS/N}$ von $2,66 \cdot 10^{-5}$ m/s im X-Band.

Hieraus ergibt sich ein Gesamtfehler $\sigma_{vgesamt}$ von $7,68 \cdot 10^{-4}$ m/s im S-Band und (mit der Annahme das die Allan Deviation auch im X-Band $1 \cdot 10^{-12}$ beträgt) von $2,14 \cdot 10^{-5}$ m/s im X-Band. Die Anforderungen an das Experiment mit einem Geschwindigkeitsfehler von 1 mm/s werden somit erfüllt. Der größte Fehler im Ein-Weg-Verfahren entsteht durch die Referenzfrequenzquelle. Radio Science Messungen im Zwei-Weg-Verfahren (mit kohärenten Transponder und dem Bodenstations Maser als Signalreferenz) können für große Integrationszeiten noch genauere Ergebnisse liefern.

10 Zusammenfassung

Für die Planung der Okkultationsmessungen an der Venus entstand das RTP-Programm, welches aus dem Referenz-Atmosphärenprofil der Mission Magellan ein sphärisches Schichtmodell erstellt und den Strahlenweg von Mikrowellen durch diese Schichten berechnet. Aus diesen Strahlenwegen mit dem zugehörigen Bahndaten des Satelliten berechnet ein Programmteil die in der Mission zu erwartenden Dopplereffektverschiebungen aufgrund der Atmosphäreffekte und aufgrund der Orbitalgeschwindigkeit.

Die Abweichung des berechneten Strahlverlaufes in der Atmosphäre/Ionosphäre, der einem Orbitpunkt oder einem Okkultationszeitpunkt zugeordnet ist, gegenüber der geraden Verbindungslinie kann durch den Vorhaltewinkel ausgedrückt werden. Dieser Winkel ändert sich kontinuierlich während der gesamten Okkultationszeit. Aus der Berechnung dieses Winkels für eine ganze Okkultation entsteht ein Profil, welches die Ausrichtungsänderung der HGA gegenüber dem nicht beeinflussten Fall zeigt. Da die Richtungsänderungen auch vom Orbit abhängig sind, d.h. von der Satellitengeschwindigkeit und -Position können auch für die spätere Auswertung von Dopplermesswerten Integrationszeiten berechnet werden, die der Satellit benötigt um ein bestimmtes Höhenintervall der Atmosphäre zu durchleuchten.

Eine weitere Beeinflussung der Okkultationsmessung an der Venus entsteht durch Leistungsverluste in der Signalamplitude durch Strahlaufweitung und in bestimmten Höhenbereichen durch Absorption. Diese Amplitudeneffekte werden im RTP-Programm mit entsprechenden Berechnungen berücksichtigt und können ebenfalls als Funktion der Zeit oder als Funktion über der minimalen Höhe des betrachteten Strahls ausgegeben werden.

Das IATP-Programm berechnet aus den simulierten Dopplereffektverschiebungen während einer Okkultation mit den zugehörigen Orbitdaten den Brechungsindex über der Höhe. Hierzu wird in einem Iterationsverfahren der Strahlenverlauf durch Tangenten angenähert. Aus den Tangenten folgt die minimale Strahlhöhe über Grund und der Krümmungswinkel der Strahlen. Die Berechnung der Brechzahlprofile in der Neutralgasatmosphäre der Venus für Bereiche mit großen Strahlkrümmungen erfordert, dass die Tangentenberechnung mit dem ray tracing kombiniert wird. Das dafür entwickelte Verfahren wird im Detail aufgezeigt. Die Bestimmung des Brechungsindex vereinfacht sich durch das RTP-Programm zu einem linearen Ausdruck, der direkt berechnet werden kann.

Zur Auswertung der Dopplereffektverschiebungen und für die Genauigkeitsbestimmung der Messwerte, die während der Radio Science Experimente aufgenommen werden, ist es notwendig, die Übertragungseigenschaften der signalbeeinflussenden Komponenten im Satelliten und in der Bodenstation zu bestimmen.

Die Messung oder Berechnung aus Messwerten der signalcharakterisierenden Größen Allan Varianz, Phasenrauschen, Frequenz, Spurious und Gruppenlaufzeit eines Mikrowellensignals erfordert spezielle Aufbauten. Die hier entwickelten und vorgestellten Messaufbauten wurden zur Messung der Beeinflussung der Mikrowelle durch Komponenten oder Systeme auf dem Übertragungsweg im Satelliten im S-Band und im X-Band eingesetzt. Zusätzliche Messungen beschreiben die Signalqualität der Referenzfrequenz im Satelliten und in der Bodenstation.

Die Testmessungen für die Rosetta Mission zeigen sowohl im Ein-Weg-Verfahren wie auch im Zwei-Wege-Verfahren gute Signal/Rauschabstände in den Phasenrauschspektren. Als Referenz zum gemessenen Signal-Rausch-Abstand im Bereich der Empfängerbandbreite kann im Zwei-Wege-Verfahren der berechnete Signal Rausch Abstand im uplink der Link Bilanz dienen. Hier konnte eine gute Übereinstimmung der Werte zwischen Messung und Berechnung festgestellt werden. Die Gruppenlaufzeitmessungen an den Transpondern bereiten aufgrund des kohärenten Frequenzversatzes die größten Probleme. Das dargestellte Messergebnis zeigt große Laufzeit-schwankungen von ± 50 ns im ersten Drittel des Frequenzbereichs vom Ranging-Kanal (die angestrebte Genauigkeit der Messung liegt im nano-Sekunden Bereich). Die Ursache der noch größeren Laufzeitschwankungen bei höheren Frequenzen liegt zum Teil an der geringen Modulationsleistung, die im Ton bei höheren Ranging-Tonfrequenzen enthalten war, wodurch ein stärkerer Rauscheinfluss bei der Messung der Phasenlage des Tones, die Messergebnisse beeinflusst.

Die gezeigte Phasenrauschmessung im Ein-Weg-Mode vom Mars Express Transponder zeigt die großen Schwankungen des TCXO. Aufgrund dieser schlechten Frequenz- und Phasenstabilität können genaue Messungen im Rahmen des Radio Science Experimentes in diesem Mode keine oder nur geringe Aussagen liefern. Eine Ausnahme bildet die Ionosphärenokkultation. Durch Korrelation der S- und X- Band Signale entsteht ein Signal, das nur die unterschiedlichen Beeinflussungen auf dem Übertragungsweg zeigt (im wesentlichen das Rauschen der S- und X-Band Empfänger) und somit auch gute Ergebnisse bei der Auswertung der Frequenz oder der Phase liefert, wodurch der Brechzahlverlauf über der Höhe am Mars für den Bereich der Ionosphäre ermittelt wird.

Die Messungen zur Bestimmung von Signaleigenschaften der Trägerfrequenz ergaben, dass die Empfänger der Transponder im kohärenten Mode keine oder nur eine sehr geringe Verschlechterung der Frequenzstabilität in schmalbandigen Frequenzmessungen hervorrufen. Die beschriebenen Messaufbauten liefern einen wesentlich kleineren Phasenrauschbeitrag als z. B. die Signalquellen und können als Fehlergröße vernachlässigt werden. Eine Ausnahme bildet die Gruppenlaufzeitmessung. In dieser Messung müssen die Laufzeiten durch die Komponenten im Messaufbau sehr genau bestimmt und als Korrekturwert in die Ergebnisse eingebunden werden.

Anhand der Messergebnisse von der Wanderfeldröhre und den Transpondern konnte gezeigt werden, dass die Anforderungen von Radio Science in der Rosetta Mission erfüllt wurden. Nur die Laufzeitmessungen der Töne im Ranging Kanal sind weiter zu untersuchen, da hier große Schwankungen der Laufzeit über der Bandbreite des Kanals auftraten, die noch nicht lokalisiert werden konnten.

Die Test-Messungen für die Radio Science Experimente in der Mars Express Mission zeigten im Ein Weg-Verfahren, dass aufgrund der gemessenen Frequenzschwankungen des Referenzoszillators im Satelliten keine Ein Weg Messung zur Bestimmung frequenzunabhängiger Größen möglich sind. Die Messungen am Transponder zeigten auch, dass Zwei Weg Messungen mit kohärentem Transponder nicht vom Satelliten-Referenzoszillator beeinflusst werden und die Anforderungen von Radio Science in dieser Konfiguration erfüllt werden. Die Berechnung der Laufzeiten aus den gemessenen Phasen der Ranging Töne im Transponder ergab Schwankungen in der gleichen Größenordnung wie beim Rosetta Transponder über der Bandbreite des Ranging Kanals. Eine genauere Bestimmung der Laufzeit im Transponder kann in der Mission erfolgen.

11 Literaturverzeichnis

- [And76] ANDERSSSEN, R.S.: Stable Procedures for the Inversion of Abel's Equation. In: *J. Inst. Maths Applics* 17 (1976)
- [AT02] AHMAD, Bilal ; TYLER, G. L. *Buchentwurf*. 2002
- [AW59] ALPHER, R. A. ; WHITE, D. R.: -. In: *The Physics of Fluids* 2 (1959), Nr. 153
- [BBC94] BEVIS, M. ; BUSINGER, St. ; CHRISWELL, St.: GPS Meteorology: Mapping Zenith Wet Delays onto Precipitable Water. In: *Journal of Applied Meteorology* 33 (1994), März, S. 379–386
- [BBV97] BARRIOT, J. P. ; BALMINO, G. ; VALÉS, N.: Building reliable local models of the Venus gravity field from the Cycles 5 and 6 of the Magellan LOS gravity data. In: *Geophysical Research Letters* 24 No. 4 (1997), Nr. 477-480
- [Ber90] BERRY, M.: *Kosmologie und Gravitation*. 1. Auflage. B. G. Teubner Stuttgart, 1990
- [Bit86] BITTENCOURT, J. A.: *Fundamentals of Plasma Physics*. Pergamon Press, 1986
- [Bla78] BLACK, H. D.: An Easily Implemented Algorithm for the Tropospheric Range Correction. In: *Journal of Geophysical Research* 83 No.B4 (1978), Nr. 1825-1823
- [Blo96] BLOMENHOFER, Helmut: *Untersuchungen zu hochpräzisen kinematischen DGPS-Echtzeitverfahren mit besonderer Berücksichtigung atmosphärischer Fehlereinflüsse*, Univ. d. Bundeswehr München, Diss., 1996
- [Bra86] BRACEWELL, Ronald N.: *The Fourier Transforms and its Applications*. 2. Mc Graw Hill Book Company, 1986
- [Bud85] BUDDEN, K. G.: *The propagation of radio waves*. Cambridge University Press, 1985
- [BW75] BORN, Max ; WOLF, Emil: *Principles of Optics*. 5. Pergamon Press, 1975
- [Cha72] CHAO, C. C. *A Model for Tropospheric Calibration from Daily Surface and Radiosonde Balloon Measurements*. 1972
- [DHS⁺85] DAVIS, J. L. ; HERRING, T. A. ; SHAPIRO, I. I. ; ROGERS, A. E. E. ; ELGERED, G.: Geodesy by Radio Interferometry: Effects of Atmospheric Modelling Errors on Estimates of Baseline Length. In: *Radio Science* 20 (1985), November, S. 1593–1607. – No. 6
- [EDHS91] ELGERED, G. ; DAVIS, J. L. ; HERRING, T. A. ; SHAPIRO, I. I.: Geodesy by Radio Interferometry: Water Vapor Radiometry for Estimation of Wet Delay. In: *Journal of Geophysical Research* 96 (1991), April, S. 6541–6555. – No. B4
- [ESA03] ESA. *ESOC Ionosphere Monitoring Facility (IONMON)*. 2003
<http://nng.esoc.esa.de/gps/ionmon.html>
- [Esh73] ESHLEMAN, R.: The Radio Occultation Method for the Study of Planetary Atmospheres. In: *Planetary and Space Sci.* 21 (1973), S. 1521–1531

- [Esh96] ESHLEMAN, R.: Analytic Models of Planetary Atmospheres: Occultation Transform Pairs. In: *ICARUS* 123 (1996), Nr. Article No. 141, 56-62
- [FE65] FJELDBO, G. ; ESHLEMAN, V. R.: The bistatic radar-occultation method for the study of planetary atmospheres. In: *J. Geophys. Res.* 70 (1965), Nr. 3217-3225
- [FE69] FJELDBO, G. ; ESHLEMAN, V. R.: xxx. In: *Radio Sci.* 4 (1969), Nr. 879
- [Feh96] FEHMERS, G.: *Tomography of the Ionosphere*, TU Eindhoven, Diss., 1996
- [FGM⁺69] FISCHBACH, B. ; G., Modrell ; MORRISON, A. ; POMALAZA, J. ; UNGAR, S. G.: Sensing the Earth's atmosphere with occultation satellites. In: *Proc. of the IEEE* 4 (1969), Nr. 458-467
- [Fje64] FJELDBO, Gunnar: *Bistatic Radar Methods for Studying Planetary Ionospheres and Surfaces*. Scientific Report No. 2, NsG-377, SU-SEL-64-025. Stanford Electronics Laboratories, Stanford University California, 1964
- [FKE71] FJELDBO, G. ; KLIÖRE, A. J. ; ESHLEMAN, V. R.: The neutral atmosphere of Venus as studied with the Mariner V radio occultation experiments. In: *The Astronomical J.* 76-2 (1971), Nr. 123-140
- [Foe99] FOELSCHÉ, Ulrich: *Tropospheric water vapor imaging by combination of ground-based and spaceborne GNSS sounding data*, Karl-Franzens-Universität Graz, Diss., 1999
- [Gil65] GILL, T. P.: *The Doppler effect*. Logos Pr. London, 1965
- [Goe96] GOENNER, H.: *Einführung in die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie*. Spektrum Akademischer Verlag, 1996
- [Gor01] GORBUNOV, M. E.: *Radioholographic methods for processing radio occultation data in multipath regions*, 2001. – Danish Meteorological Institute, Scientific Report 01-02
- [Hak99] HAKIM, Rémi: *An Introduction to Relativistic Gravitation*. 1. Cambridge University Press, 1999
- [HEH⁺03] HÄUSLER, Bernd ; EIDEL, W. ; HAGL, D. ; REMUS, S. ; SELLE, J. ; PÄTZOLD, M.: *Venus Express Radio Science Experiment VeRa Reference Systems, Technical and Analytical Techniques Used for the Prediction of Atmospheric Measurements at Planet Venus*, 2003. – VEX-VERA-UBW-TN-3040
- [Hei85] HEINLEIN, W.: *Grundlagen der faseroptischen Übertragungstechnik*. 1. B.G. Teubner Stuttgart, 1985
- [Hei02] HEISE, Stefan: *Rekonstruktion dreidimensionaler Elektronendichteverteilungen basierend auf CHAMP-GPS-Messungen*, Frei Universität Berlin, Diss., 2002
- [Her92] HERRING, T. A. *Modeling Atmospheric Delays in the Analysis of Space Geodetic Data*, in: *De Munck, J. C and SPOELSTRA, T. A. TH (eds.), Refraction of Transatmospheric Signals in Geodesy, Proceedings of the Symposium*. 1992
- [HJ98] HAJJ, G. A. ; J., Romans L.: Ionospheric density profiles obtained with the Global Positioning System. In: *Radio Sci.* 33(1) (1998), Nr. 175-190
- [HL85] HANSEN, Eric W. ; LAW, Phai-Lan: Recursive methods for computing the Abel transform and its inverse. In: *J. Opt. Soc. Am. A* 2 (1985), Nr. 4

- [Hop69a] HOPFIELD, H. S.: Improvements in the tropospheric correction for range measurement. In: *Phil. Trans. Roy. Soc.* (1969), S. 341–352
- [Hop69b] HOPFIELD, H. S.: Two-Quartic Tropospheric Refractivity Profile for Correcting Satellite Data. In: *Journal of Geoph. Res.* 74 (1969), S. 4487–4499
- [Hop71] HOPFIELD, H.: Tropospheric effect on electromagnetically measured range: Prediction from surface weather data. In: *Radio Sc.* 6 (1971), S. 357–367
- [How74] HOWARD, H. T.: et.al. In: *Science* 183 (1974), Nr. 1297
- [HRH03] HÄUSLER, B. ; REMUS, S. ; HAGL, D. *Astrium WP NO. 13320: BepiColombo Radio Science Experiment; Radio Frequency Analyses; Data Link, Doppler and Ranging Performances; Ground Testing* . 2003
- [HRKR94] HAJJ, G. A. ; R., Ibanez-Meir ; KURSINSKI, E. R. ; ROMANS, L. J.: Imaging the Ionosphere with the Global Positioning System. In: *Int. J. Imaging Syst. Technol.* 5 (1994), Nr. 174-184
- [HTK98] HINSON, P. H. ; TWICKEN, J. D. ; KARAYEL, E. T.: Jupiter's ionosphere: New results from Voyager 2 radio occultation measurements. In: *Journal of Geophysical Research* 103 No.A5 (1998), Nr. 9505-9520
- [Häu02a] HÄUSLER, Bernd: *Radio Science Messungen im Sonnensystem mit einer Einführung in die Theorie der Gravitation*. Forschungsbericht LRT WE 9 FB 2. Universität der Bundeswehr, München, 2002
- [Häu02b] HÄUSLER, Bernd: *Raumfahrttechnik II*. Skriptblätter zur Vorlesung. Universität der Bundeswehr, München, 2002
- [Hup02] HUPACH, Dominik: *Berechnung des Leistungsverlustes von Signalen beim Durchleuchten der Atmosphäre von Planeten*, Universität der Bundeswehr München, Studienarbeit, 2002
- [IEE99] IEEE. *IEEE Standard Definitions of Physical Quantities for Fundamental Frequency and Time Metrology - Random Instabilities IEEE Std 1139-1999* . 1999
- [Ifa86] IFADIS, I. *The Atmospheric Delay of Radio Waves: Modeling the Elevation Dependence on a Global Scale*. 1986
- [Jen92] JENKINS, Jon M.: *Variation in the 13 cm Opacity below the Main Cloud Layer in the Atmosphere of Venus Inferred from Pioneer-Venus Radio Occultation Studies 1978-1987*, Georgia Institute of Technology, Diss., 1992
- [JSH⁺94] JENKINS, J. M. ; STEFFES, P. G. ; HINSON, D. P. ; TWICKEN, J. D. ; TYLER, G. L.: Radio occultation studies of the Venus atmosphere with the Magellan spacecraft. In: *Icarus* 110 (1994), Nr. 79-94
- [Ker71] KERTZ, Walter: *Einführung in die Geophysik II*. Bibliographisches Institut Hochschultaschenbücher Verlag, 1971
- [KFS⁺75] KLIORÉ, A. J. ; FJELDBO, G. ; SEIDEL, B. L. ; SWEETNAM, D. N. ; SESPLAUKIS, T. T. ; WOICESHYN, P. M. ; RASOOL, S. I.: The atmosphere of Io from Pioneer 10 radio occultation measurements. In: *Icarus* 24 (1975), Nr. 407-410
- [KL84] K., Hartmann G. ; LEITINGER, R.: Range Errors due to Ionospheric and Tropospheric Effects for Signal Frequencies above 100 MHz. In: *Bull. Géod.* 58 (1984), Nr. 109-136

- [Kra66] KRAUS, J. D.: *Radio Astronomy*. McGraw Hill Book Company, 1966
- [KS98] KOLODNER, Marc A. ; STEFFES, Paul G.: The Microwave Absorption and Abundance of Sulfuric Acid Vapor in the Venus Atmosphere Based on New Laboratory Measurements. In: *ICARUS* 132 (1998), Nr. 151-169
- [Lee96] LEE, S. W. *Magellan Venus Radio Occultation Atmospheric Profiles Data Set Archive*. 1996
http://atmos.nsmu.edu/PDS/data/mg_2401
- [Lei97] LEINEN, Stefan: *Hochpräzise Positionierung über große Entfernungen und in Echtzeit mit dem Global Positioning System*, Technische Hochschule Darmstadt, Diss., 1997
- [LGM⁺69] LUSIGNAN, B. ; G., Modrell ; MORRISON, A. ; POMALAZA, J. ; UNGAR, S. G.: Sensing the Earth's atmosphere with occultation satellites. In: *Proc. of the IEEE* 4 (1969), Nr. 458-467
- [Lie02] LIETSCH, Marcel: *Berchnung von planetaren Atmosphären-Höhenprofilen aus Mikrowellen-Dopplermessungen*, Universität der Bundeswehr München, Studienarbeit, 2002
- [Lin92] LINDAL, G. F.: The atmosphere of Neptun: An analysis of radio occultation data acquired with Voyager 2. In: *Astron. J.* 103 (1992), Nr. 967-9821736
- [LKLP84] LEITINGER, R. ; K., Hartmann G. ; LOHMAR, F. J. ; PUTZ, E.: Electron content measurements with geodetic Doppler receivers. In: *Radio Sci.* 19 (1984), Nr. 789-797
- [LLS⁺87] LINDAL, G. F. ; LYONS, J. R. ; SWEETNAM, D. N. ; ESHLEMAN, V. R. ; HINSON, D. P. ; TYLER, G. L.: The atmosphere of Uranus: Results of radio occultation measurements with Voyager 2. In: *J. Geophys. Res.* 92 (1987), Nr. 14987-15001
- [LLS⁺90] LINDAL, G. F. ; LYONS, J. R. ; SWEETNAM, D. N. ; ESHLEMAN, V. R. ; HINSON, D. P. ; TYLER, G. L.: The atmosphere of Neptun: Results of radio occultation measurements with the Voyager 2 spacecraft. In: *Geophys. Res. Letters* 17 (1990), Nr. 1733-1736
- [LSE85] LINDAL, G. F. ; SWEETNAM, D. N. ; ESHLEMAN, V. R.: The atmosphere of Saturn: An analysis of the Voyager radio occultation measurements. In: *Astron. J.* 90 (1985), Nr. 1136-1146
- [LWH⁺83] LINDAL, G. F. ; WOOD, G. E. ; HOTZ, H. B. ; SWEETNAM, D. N. ; ESHLEMAN, V. R. ; TYLER, G. L.: The atmosphere of Titan: An analysis of the Voyager 1 radio occultation measurements. In: *Icarus* 53 (1983), Nr. 348-363
- [ML69] MINERBO, G.N. ; LEVY, M.E.: Inversion of Abel's integral equation by means of othogonal polynomials. In: *SIAM J. Numer. Anal.* 6 (1969)
- [ML98] MENDES, V. B. ; LANGLEY, R. B. *Tropospheric Zenith Delay Prediction Accuracy for Airborne GPS High-Precision Positioning*. 1998
- [Owe67] OWENS, J. C.: Optical Refractive Index of Air: Dependence on Pressure, Temperature and Composition. In: *Applied Optics* 6 (1967), S. 51-58
- [Pie77] PIEFKE, Gerhard: *Feldtheorie III*. 1. Bibliographisches Institut, 1977
- [Pou96] POULARIKAS, Alexander: *The Transforms and Applications Handbook*. 1. CRC Press Inc., 1996

- [Rah88] RAHNEMOON, Morteza: *Ein neues Korrekturmodell für Mikrowellen-Entfernungsmessungen zu Satelliten*, Universität Stuttgart, Diss., 1988
- [Rut78] RUTMAN, J.: Characterization of Phase and Frequency Instabilities in Precision Frequency Sources: Fifteen Years of Progress. In: *Proceedings of the IEEE* 66 (1978), Nr. 9
- [Süß81] SÜSS, Helmut: *Plasma-Fernerkundung durch Inversion von Messungen des Elektroneninhalts bei den Helios Raumsonden*, Ruhr-universität Bochum, Diss., 1981
- [Saa72a] SAASTAMOINEN, J.: Introduction to Practical Computation of Astronomical Refraction. In: *Bull. Geod.* 105/106 (1971/1972), Nr. 279-298/383/397
- [Saa72b] SAASTAMOINEN, J.: Atmospheric Correction for the Troposphere and Stratosphere in Radio Ranging of Satellites. In: *in: Henriksen, The Use of Artificial Satellites for Geodesy, Geophys. Monogr. Ser.* 15 (1972), Nr. 247-251
- [Saa73] SAASTAMOINEN, J.: Contribution to the theory of atmospheric correction. In: *Bull. Geod.* 107 (1973), Nr. 13-34
- [Sch96] SCHNEIDER, M.: *Himmelsmechanik Bd. III, Gravitationstheorie*. 1. Spektrum Verlag, 1996
- [Sch99] SCHNEIDER, Manfred: *Himmelsmechanik, Band IV: Theorie der Satellitenbewegung, Bahnbestimmung*. Spektrum Akademischer Verlag, 1999
- [Sch00] SCHÖDELBAUER, Albert: *Geodätische Astronomie*. Walter de Gruyter, 2000
- [Sch01a] SCHÜLER, Torben: *On ground-based tropospheric delay estimation*, Universität der Bundeswehr München, Diss., 2001
- [Sch01b] SCHRÖDER, U. E.: *Gravitation*. 1. Auflage. Harri Deutsch, 2001
- [See93] SEEBER, Günter: *Satellitengeodäsie*. Walter de Gruyter, 1993
- [Seg98] SEGURA, Ramon: *Analysis of Rosetta RSI Ground Station Requirements, Technical Note: TN 1 Doppler Measurement accuracies*, 1998. – Issue 1 Rev. 0
- [Sha64] SHAPIRO, I. I.: Fourth Test of General Relativity. In: *Phys. Rev. Letters* 13 (1964), Nr. 789
- [Sim93] SIMPSON, Richard. A.: Spacecraft Studies of planetary Surfaces Using Bistatic Radar. In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing* 31 (1993), Nr. 465-482
- [Spä73] SPÄTH, Helmuth: *Algorithmen für elementare Ausgleichsmodelle*. 1. München Wien : R. Oldenburg Verlag, 1973
- [Ste85] STEFFES, Paul G.: Laboratory Measurements of the Microwave Opacity and Vapor Pressure of Sulfuric Acid Vapor under Simulated Conditions for the Middle Atmosphere of Venus. In: *Icarus* 64 (1985), Nr. 576-585
- [Ste98] STEINER, Andrea K.: *High Resolution Sounding of Key Climate Variables using the Radio Occultation Technique*, Karl-Franzens-Universität Graz, Diss., 1998
- [Su00] SU, Hua: *Precise Orbit Determination of Global Navigation Satellite System of Second Generation*, Univ. d. Bundeswehr München, Diss., 2000

- [Syn98] SYNDERGAARD, S.: Modeling the impact of the Earth's oblateness on the retrieval of temperature and pressure profiles from limb sounding. In: *Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics* 60 (1998), Nr. 171-180
- [Syn00] SYNDERGAARD, S.: On the ionosphere calibration in GPS radio occultation measurements. In: *Radio Science* 35 (2000), Nr. 865-883
- [Tha74] THAYER, G. D.: An Improved Equation for the Radio Refractive Index of Air. In: *Radio Science* 9 (1974), S. 803-807
- [Thi03] THIELSEN, Dennis: *Mikrowellen-Strahlberechnung an der Venusatmosphäre für das Radio-Science-Experiment der ESA-Mission Venus Express*, Universität der Bundeswehr München, Studienarbeit, 2003
- [TNA⁺89] TYLER, G. L. ; N., Sweetnam D. ; ANDERSON, J. D. ; BORUTZKI, S. E. ; CAMPBELL, J. K. ; ESHLEMAN, V. R. ; GRESH, D. L. ; GURROLA, E. M. ; HINSON, D. P. ; KURSINSKI, E. R. ; LEVY, G. S. ; LINDAL, G. F. ; LYONS, J. R. ; MAROUF, E. A. ; ROSEN, P. A. ; SIMPSON, R. A. ; WOOD, G. E.: Voyager radio science observations of Neptune and Triton. In: *Science* 246 (1989), Nr. 1466-1473
- [Tyl87] TYLER, G. L.: Radio Propagation Experiments in the Outer Solar System with Voyager. In: *Proceedings of the IEEE* 75 (1987), Nr. 10
- [Tyl01] TYLER, G. L. *Private Mitteilungen*. 2001
- [Wic02] WICKERT, J.: *Das CHAMP-Radiokultationsexperiment: Algorithmen, Prozessierungssystem und erste Ergebnisse*, TU Graz, Diss., 2002
- [WMF⁺96] WARE, R. ; M., Exner ; FENG, D. ; GORBUNOV, M. ; HARDY, K. ; HERMAN, B. ; KUO, Y. ; MEEHAN, W. ; MELBOURNE, C. ; ROCKEN, C. ; SCHREINER, W. ; SOKOLOVSKIY, S. ; SOLHEIM, F. ; ZOU, X. ; ANTHES, R. ; BUSINGER, S. ; TRENBERTH, K.: GPS sounding of the atmosphere from low earth orbit: Preliminary results. In: *Bull. Am. Meteorol. Soc.* 77 (1996), Nr. 19-40
- [Yak02] YAKOVLEV, Oleg I.: *Space Radio Science*. 1. Auflage. Taylor & Francis, 2002
- [YL72] YEH, K. L. ; LIU, C. H.: *Theory of Ionospheric Waves*. 1. Auflage. Academic Press new York and London, 1972

A Anhang A

A.1 Ergebnisse der 2D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation) (Okkultationsaustritt bzw. Egress-Fall)

Die hier gezeigten Abbildungen beziehen sich auf die Dopplerfrequenzverschiebungen die in Abschnitt 6.1.6 aufgeführt wurden. Die Nummer in der Bildunterschrift entspricht der Nummer die der Frequenzänderung in Abbildung 6.23 zugeordnet wurde. Die in der Bildüberschrift gewählte Bezeichnung "Case B" bezeichnet den Egress-Fall d. h. den Okkultationsaustritt. Alle 2D-Rechnungen und entsprechend auch die abgebildeten Ergebnisse beziehen sich auf die Venus bzw. auf die Venusatmosphäre/Ionosphäre.

Egress:

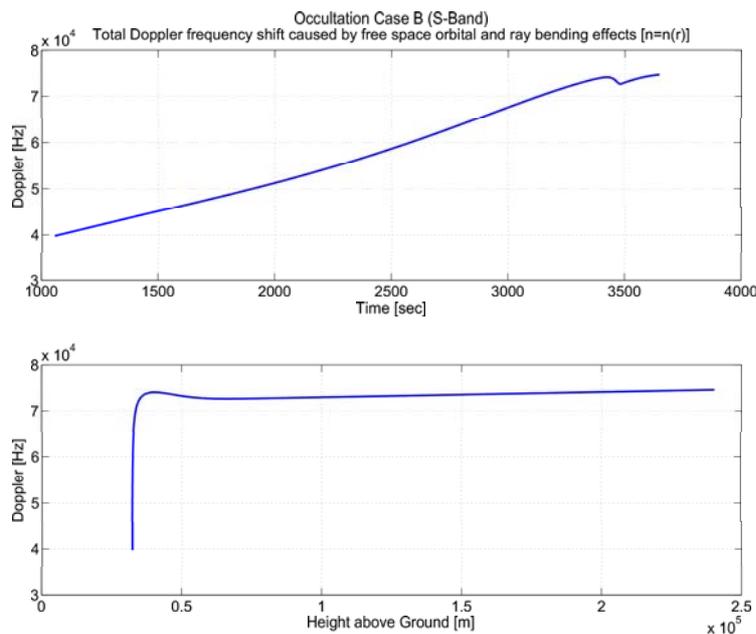


Abbildung A.1: Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung ① (aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse und der Brechzahl) (Egress)

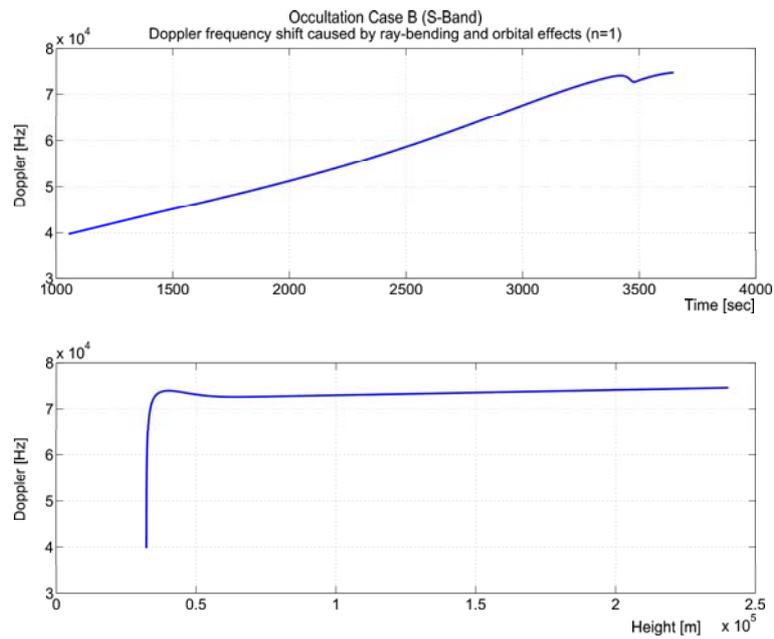


Abbildung A.2: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse aber ohne Brechzahl ② (Egress)

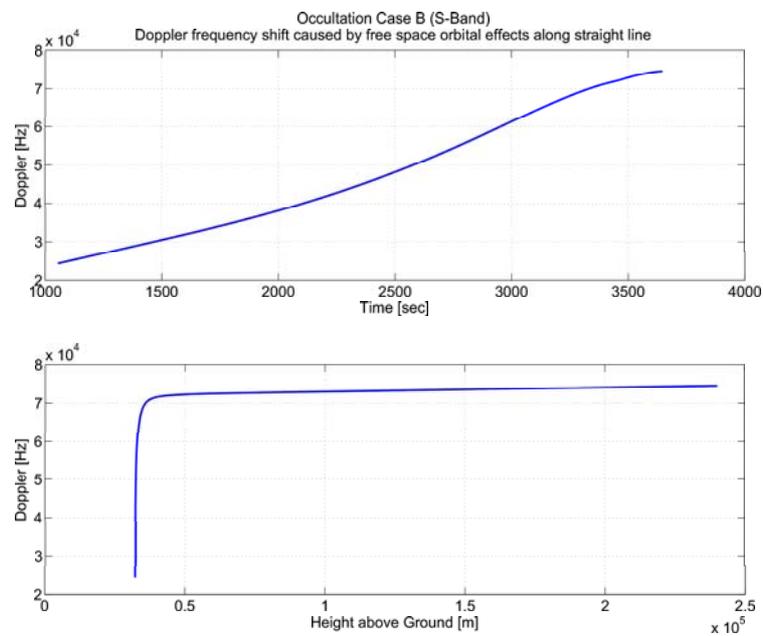


Abbildung A.3: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation ③ (Egress).

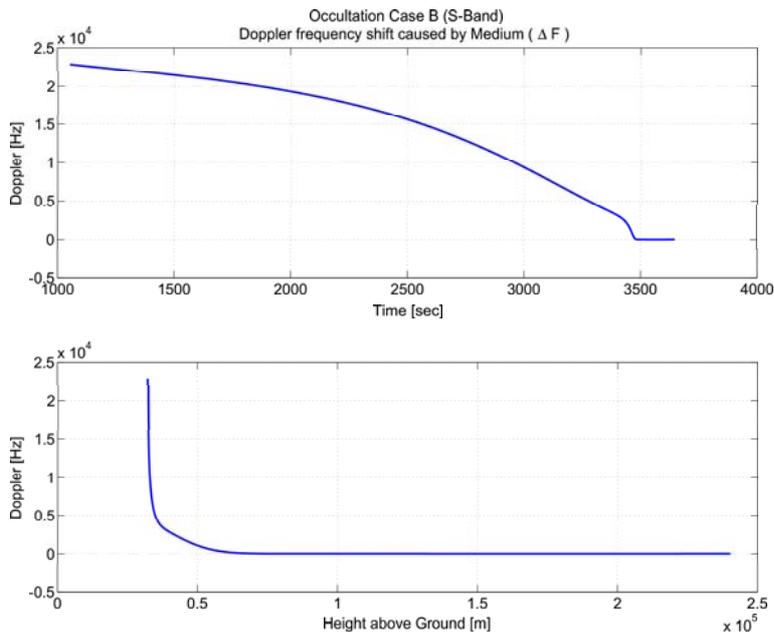


Abbildung A.4: Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Dopplereffekt ④ (Egress)

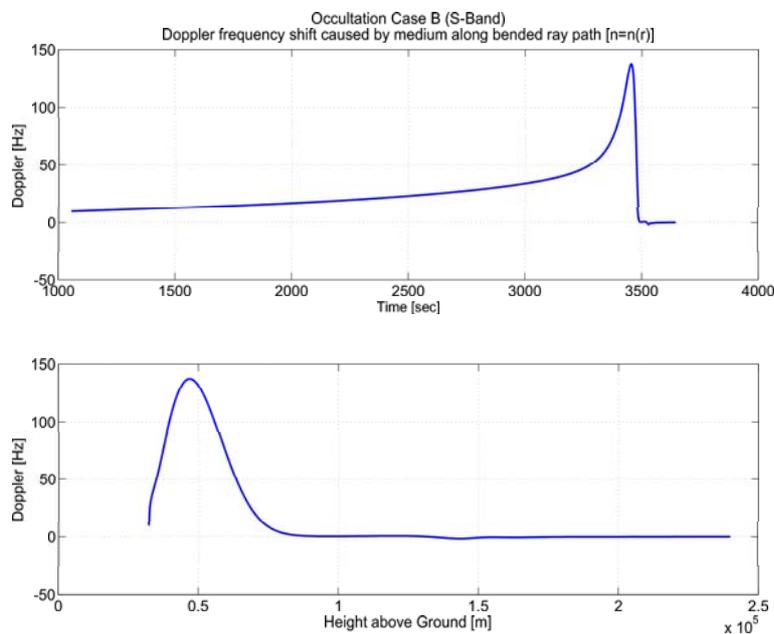


Abbildung A.5: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem gekrümmten Strahlenweg ⑤ (Egress). Aus diesem Frequenzversatz (mit den zugehörigen Höhen) berechnet man mit der Abelinversion die höhenabhängige Brechzahl

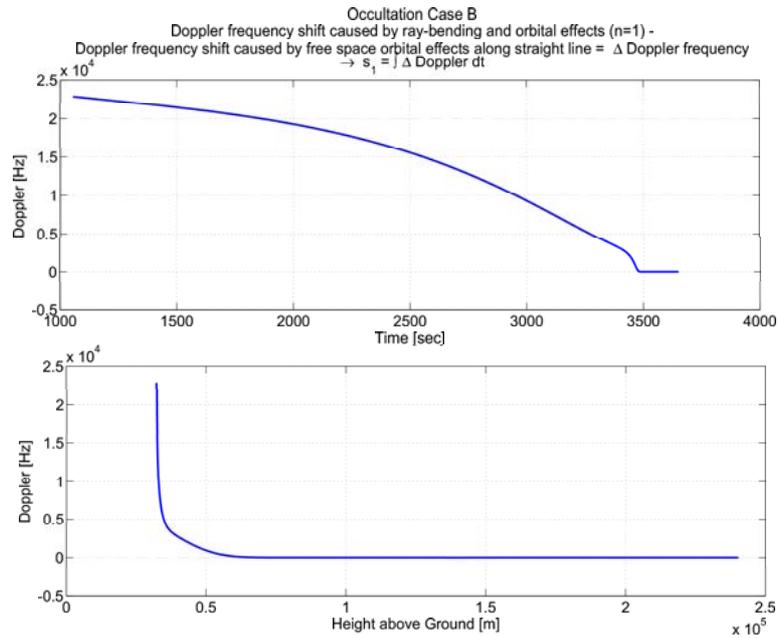


Abbildung A.6: *Differenz der Freiraumdopplerfrequenz ($n=1$) zwischen geradem und gebogenem Strahl* ⑥ (Egress).

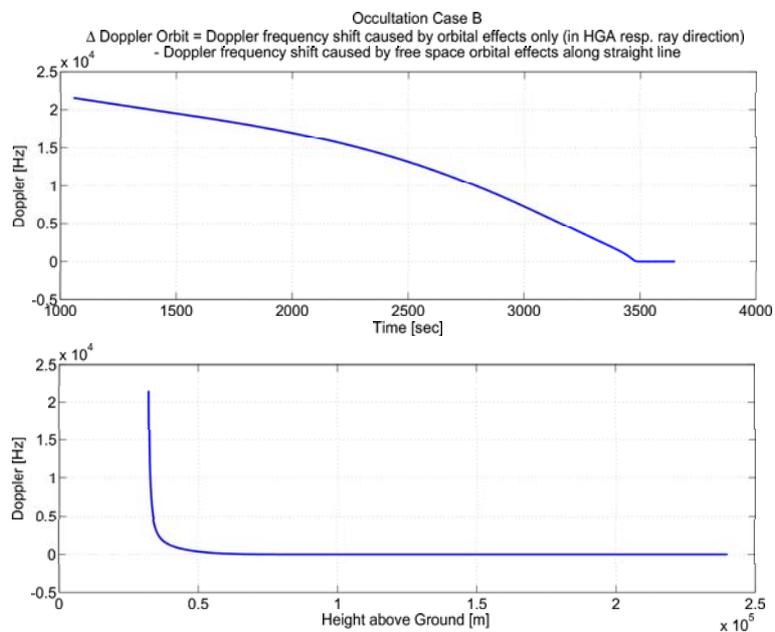


Abbildung A.7: *Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwindigkeit in 1. gerader geometrischer Erdrichtung und 2. in Strahlrichtung* ⑦ (Egress).

A.1 Ergebnisse der 2D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation) (Okkultationsaustritt bzw. Egress-Fall) A-5

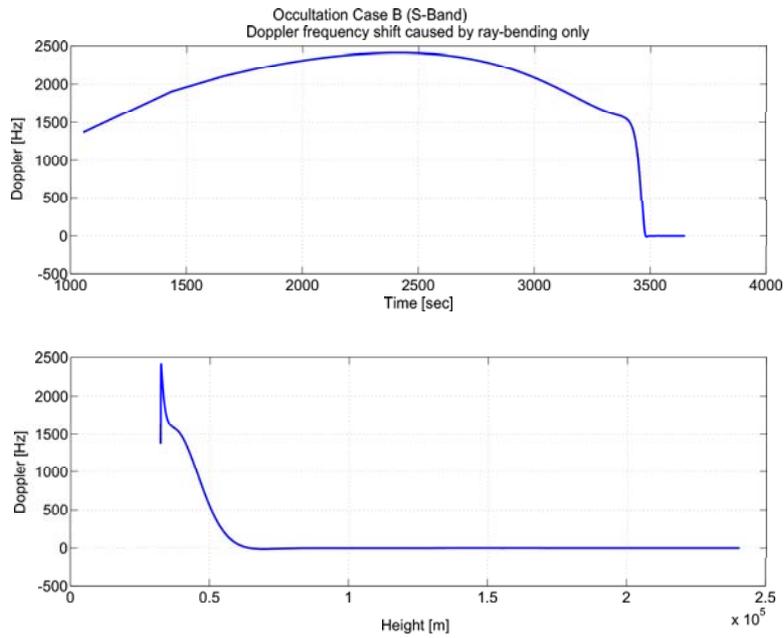


Abbildung A.8: Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls [®] (Egress).

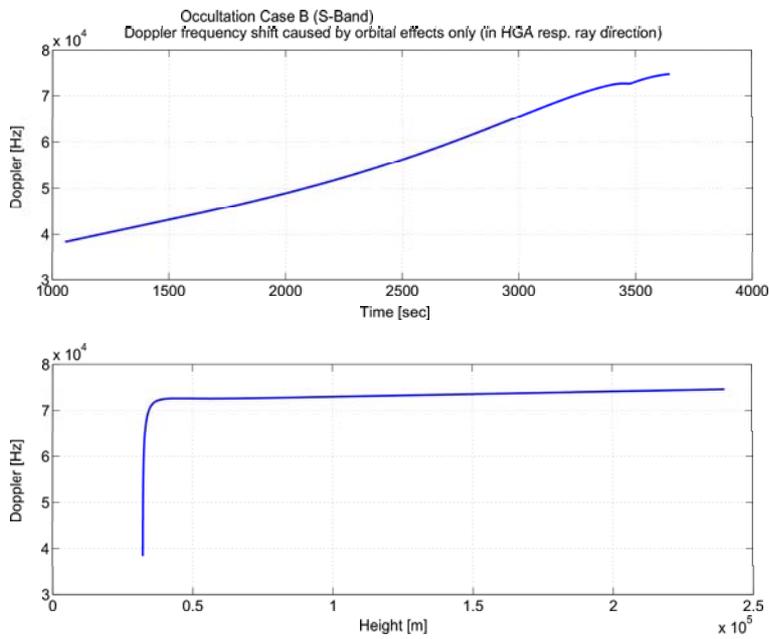


Abbildung A.9: Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung [®] (Egress).

A.2 Ergebnisse der 3D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation)

Die hier gezeigten Ergebnisse einer 3D-Berechnung für unterschiedliche Okkultationsgeometrien (Orbitnummern (im RSS wird jeder Orbit mit einer Orbitnummer gekennzeichnet)) in einem Okkultationszeitraum (entspricht dem Zeitintervall oder der Anzahl von Orbits in denen in jedem Orbit eine Okkultation auftritt) die Dopplerfrequenzanteile wie Kapitel 6.1.7 für den 2D-Fall. Ebenso wie im 2D-Fall beziehen sich auch alle 3D-Berechnungen und entsprechend auch die abgebildeten Ergebnisse auf die Venus bzw. auf die Venusatmosphäre/Ionosphäre.

Die Orbitberechnung stammt aus dem RSS-Simulator und entspricht einem möglichen Okkultationsszenario das aufgrund der Startorbitwahl um die Venus entsteht. Zum Zeitpunkt der Berechnung gab es drei mögliche unterschiedliche Venus Express Startorbits, von denen hier einer für die RSS Berechnung ausgewählt worden ist. Mit diesem Startorbit für den RSS wurden Okkultationen von Orbit 100 bis 129 als Okkultationszeitraum gekennzeichnet. Von diesen werden in den folgenden Kapiteln Berechnungen für den Orbit 105 und 129 gezeigt. Die Darstellung der Frequenzänderung während des Okkultationszeitraumes über der minimalen Strahlhöhe zeigt die in der 2D-Berechnung getrennten Fälle von Okkultationseintritt und -austritt in einer Kurve. Dadurch erhält man in jeder Darstellung für jede Höhe zwei Dopplerfrequenzverschiebungen, die zeitlich dem Eintritt und dem Austritt zuzuordnen sind.

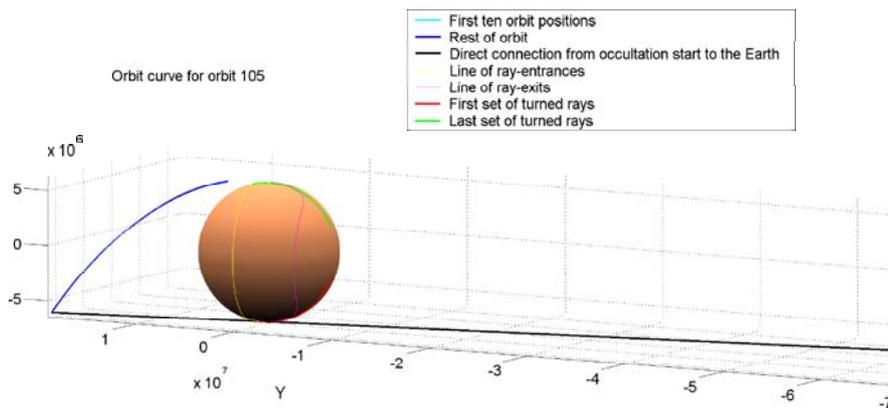


Abbildung A.10: Darstellung des Bahnausschnittes vom Orbit 105 für den Zeitraum der Okkultation

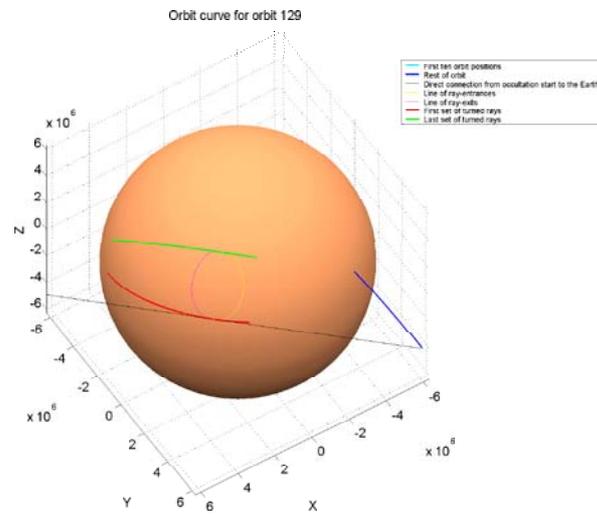


Abbildung A.11: Darstellung des Bahnausschnittes vom Orbit 129 für den Zeitraum der Okkultation

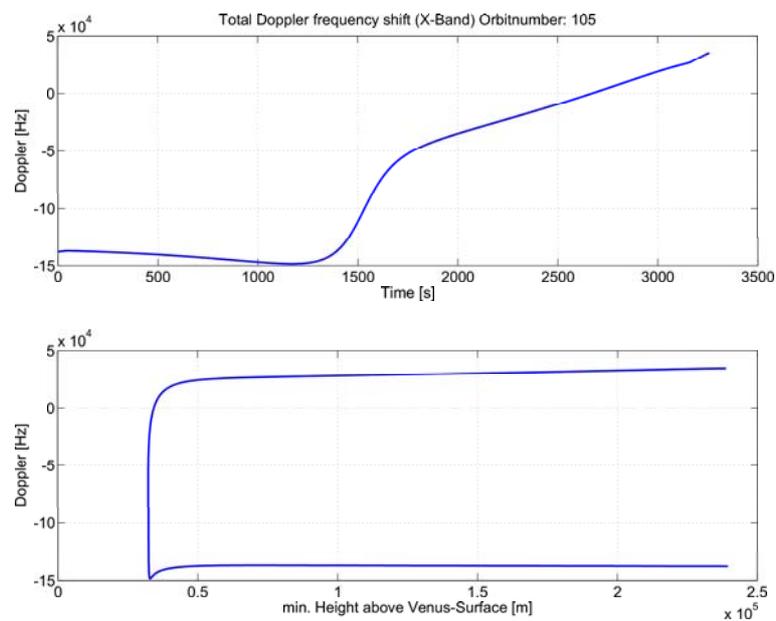


Abbildung A.12: Gesamte Dopplerfrequenzverschiebung während der Okkultationsphase (aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteneinflüsse und der Brechzahl)

A.2 Ergebnisse der 3D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation) A-9

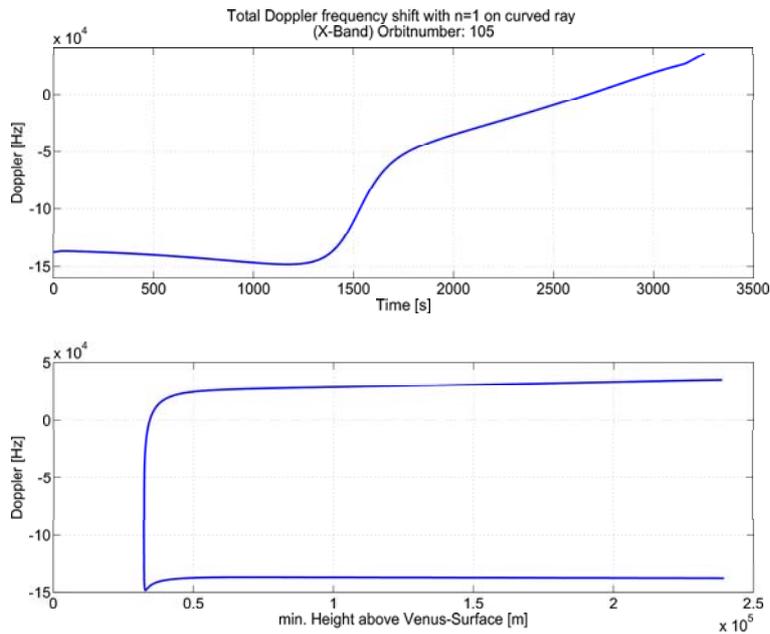


Abbildung A.13: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der Bahnkrümmung und der Orbiteinflüsse aber ohne Brechzahl ② ($n=1$, X-Band)

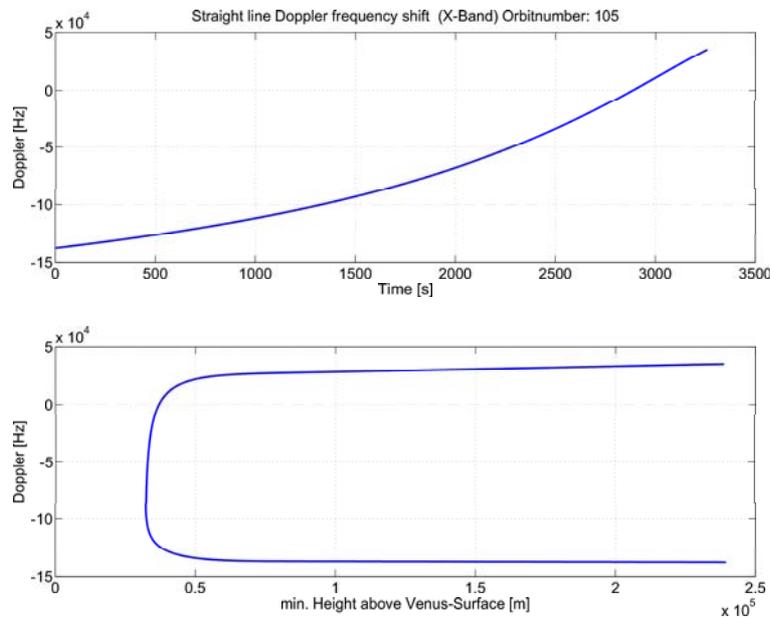


Abbildung A.14: Dopplerfrequenzverschiebung aufgrund der geometrischen Entfernungsänderung zwischen Satellit und Bodenstation ③ (X-Band, gerade Verbindungslinie)

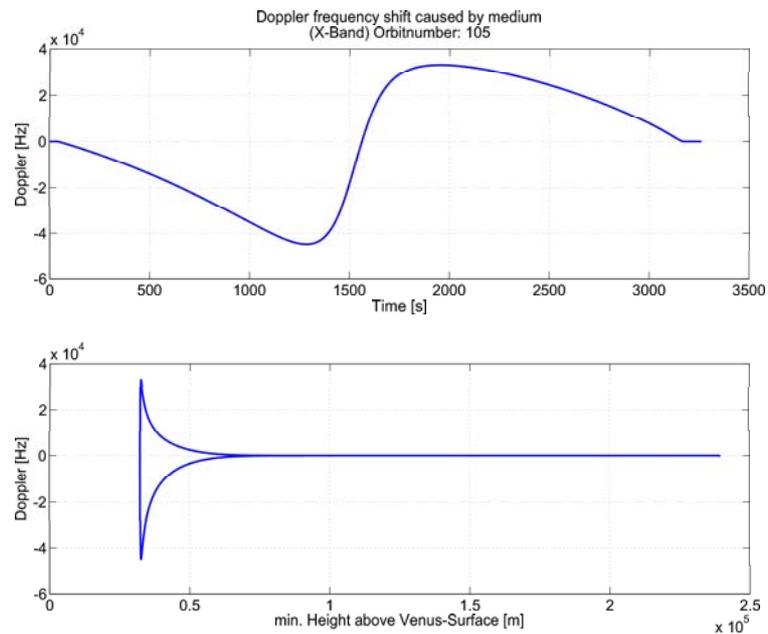


Abbildung A.15: Der gesamte durch das durchleuchtete Medium verursachte zusätzliche Dopp-
lereffekt \oplus (X-Band, Orbit 105)

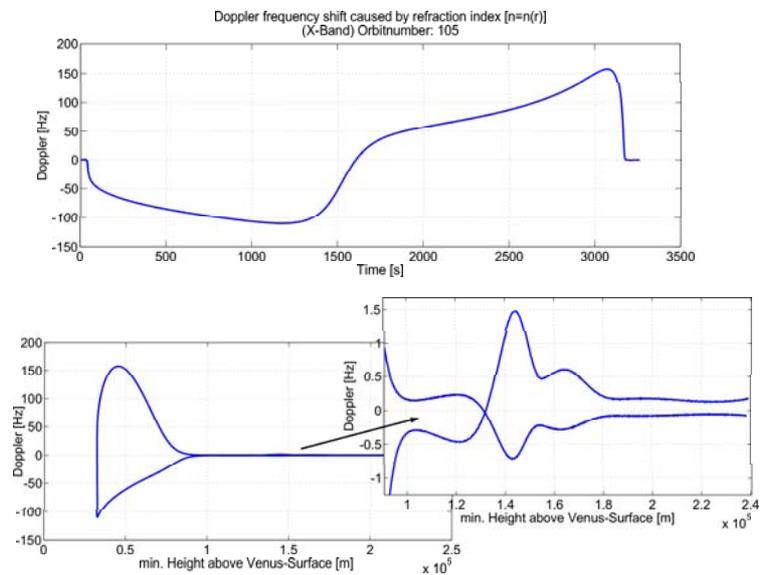


Abbildung A.16: Dopplerverschiebung aufgrund der Brechzahländerung auf dem ge-
krümmten Strahlenweg (X-Band, Orbit 105). Aus diesem Frequenzversatz (mit
den zugehörigen Höhen) folgt mit der Abelinversion die höhenabhängige
Brechzahl.

A.2 Ergebnisse der 3D-Dopplerfrequenz Berechnung während der Satellitenabschattung durch die Venus (Venusokkultation) A-11

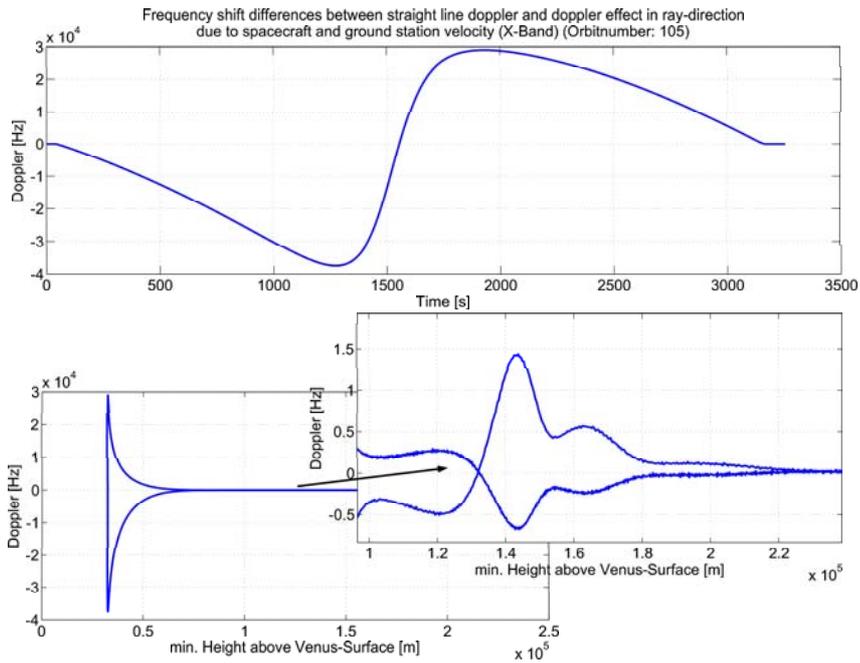


Abbildung A.17: Differenz der Dopplerfrequenzanteile aus der Projektion der Satellitengeschwindigkeit in gerader geometrischer Erdrichtung und in Strahlrichtung (X-Band, Orbit 105)

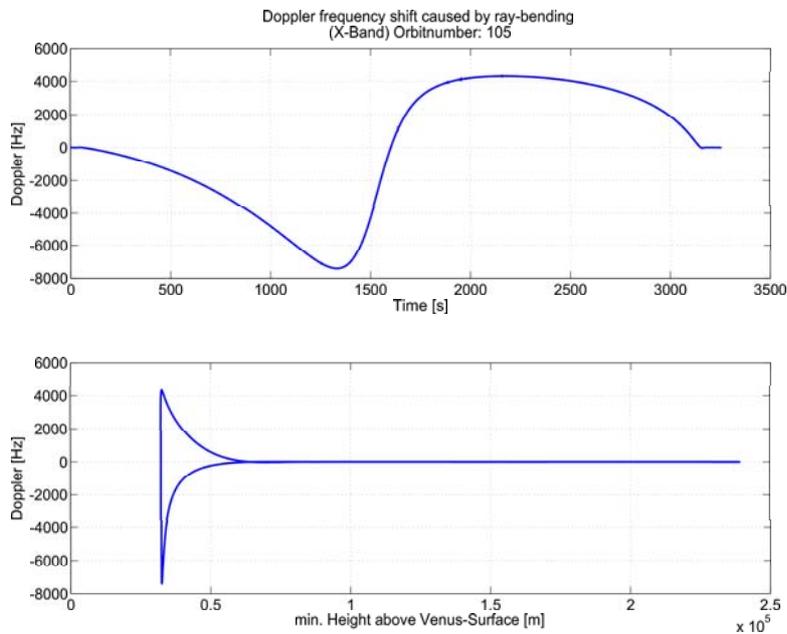


Abbildung A.18: Dopplerfrequenz aufgrund der Änderung der Krümmung des Strahls (X-Band, Orbit 105)

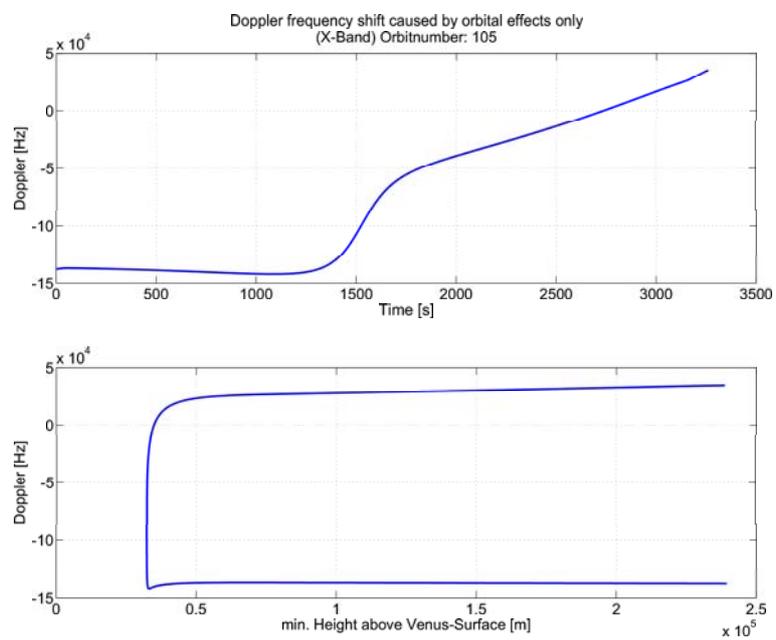


Abbildung A.19: Dopplerfrequenz aufgrund des projizierten Geschwindigkeitsanteils des Satelliten in Strahlrichtung \oplus (X-Band, Orbit 105)

A.3 Vergleich der S- und X-Band Signalabschwächung in der Venusatmosphäre

Die Abbildungen A.20 bis A.25 zeigen die zusätzlichen Dämpfungen des Signals beim Durchleuchten der Venusatmosphäre. Der Vergleich der Dämpfungen zwischen S- u. X-Band zeigt die frequenzabhängigen Unterschiede der H₂SO₄-Dämpfung und die frequenzabhängige Strahlaufweitung im Bereich der Ionosphäre. Als Vergleich der Dämpfung durch Strahlaufweitung im S-Band bei senkrechtem Eintritt der Sichtlinie zwischen Satellit und Bodenstation (Orbit 105) zeigt Abbildung A.26 die Verluste im Fall einer langsameren Änderung der Höhe der Sichtlinie über Grund (Orbit 129). Die Abbildungen zeigen den Einfluss der Absorption auf die Signalleistung im x- und S-Band (Abb. A.20u. Abb. A.23), den Einfluss aufgrund der Strahlaufweitung im X- u. S-Band (Abb. A.21u. Abb. A.24) sowie die Überlagerung dieser beiden Effekte zum Gesamtverlust der Signalleistung aufgrund der Atmosphäre während der Okkultation (Abb. A.22u. Abb. A.25). Die Differenz der Verluste zwischen dem Eintritts- und Austrittszeitraum wird in den Darstellungen der Dämpfung über der Strahlhöhe sichtbar. Dieser Unterschied der Signalabschwächung entsteht aufgrund des sich ändernden Abstandes des Satelliten von der Atmosphäre mit der Zeit. Gut sichtbar sind auch die Unterschiede zwischen der S- und X-Band Beeinflussung im Bereich der Ionosphäre und durch die H₂SO₄-Absorption.

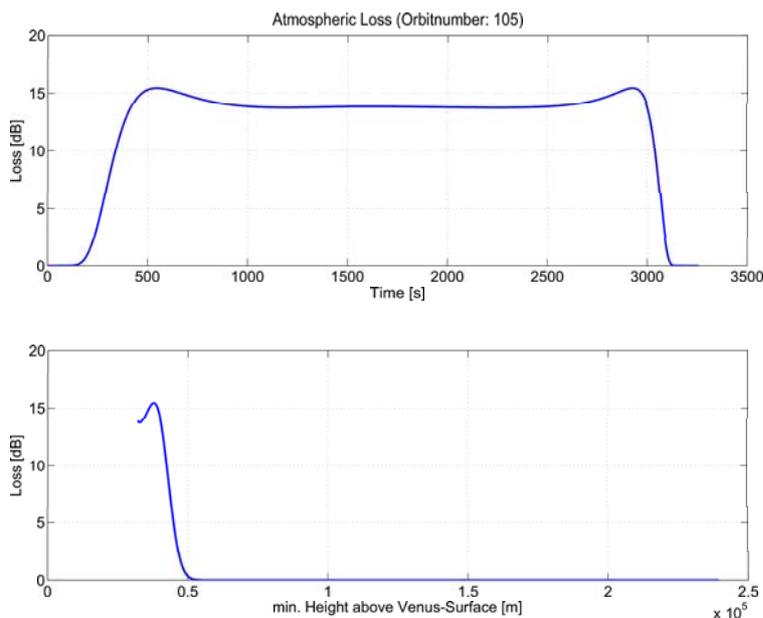


Abbildung A.20: Verluste aufgrund der H₂SO₄-Konzentration in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)

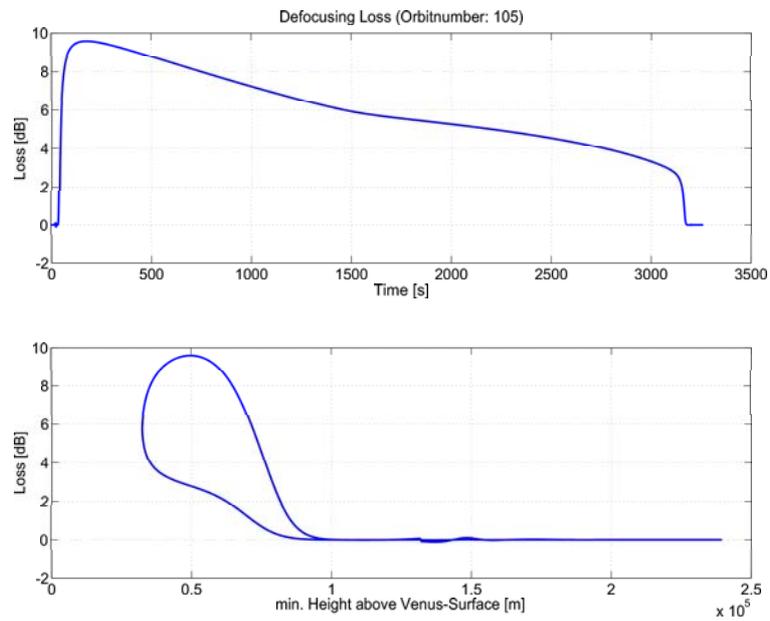


Abbildung A.21: Signalverluste aufgrund der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)

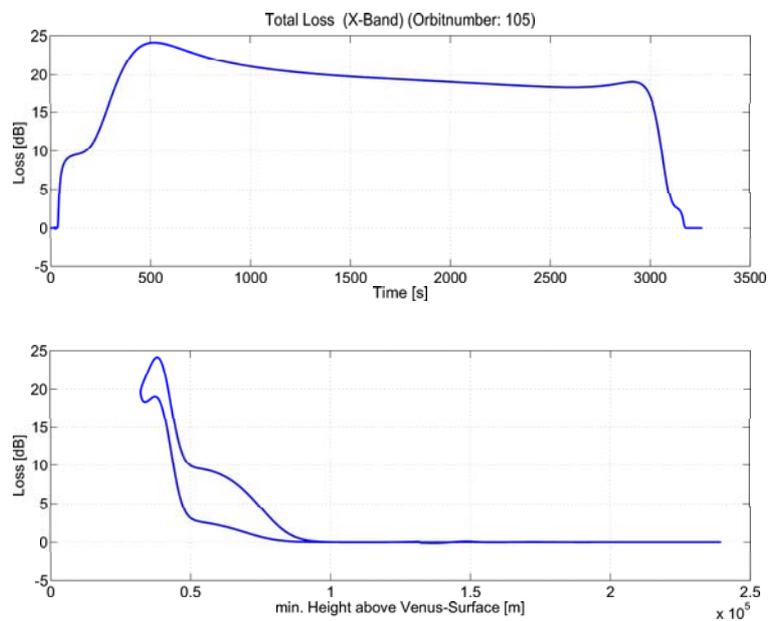


Abbildung A.22: Gesamter Signalverlust aufgrund der Absorption und der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (X-Band, Orbit 105)

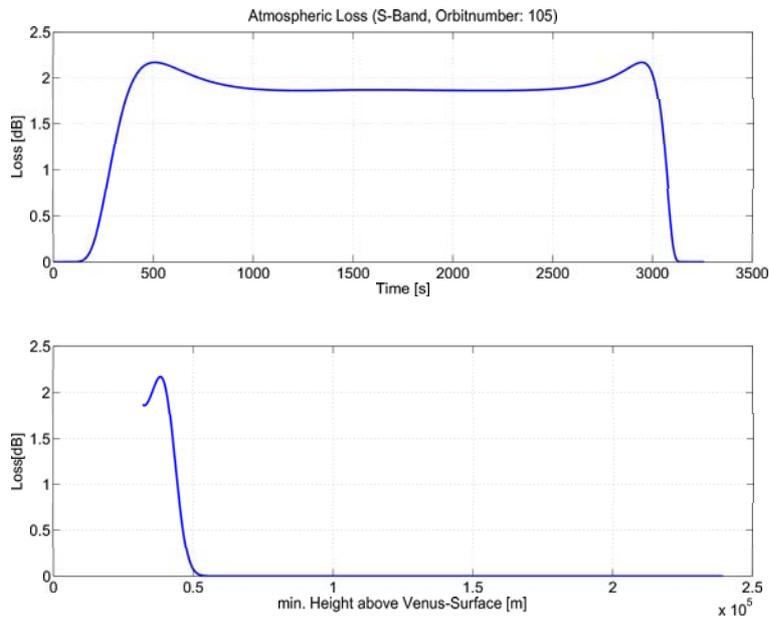


Abbildung A.23: Verluste aufgrund der H_2SO_4 -Konzentration in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)

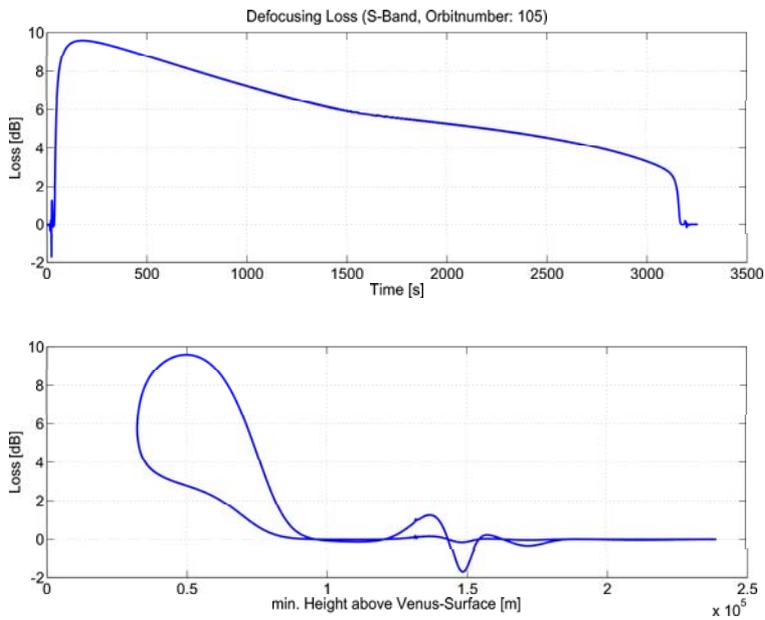


Abbildung A.24: Signalverluste aufgrund der Strahlauflösung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)

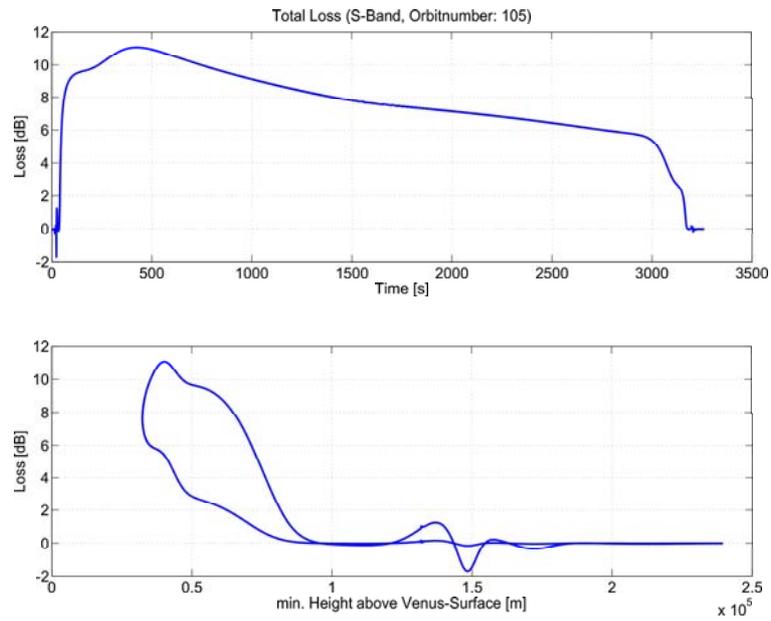


Abbildung A.25: Gesamter Signalverlust aufgrund der Absorption und der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 105)

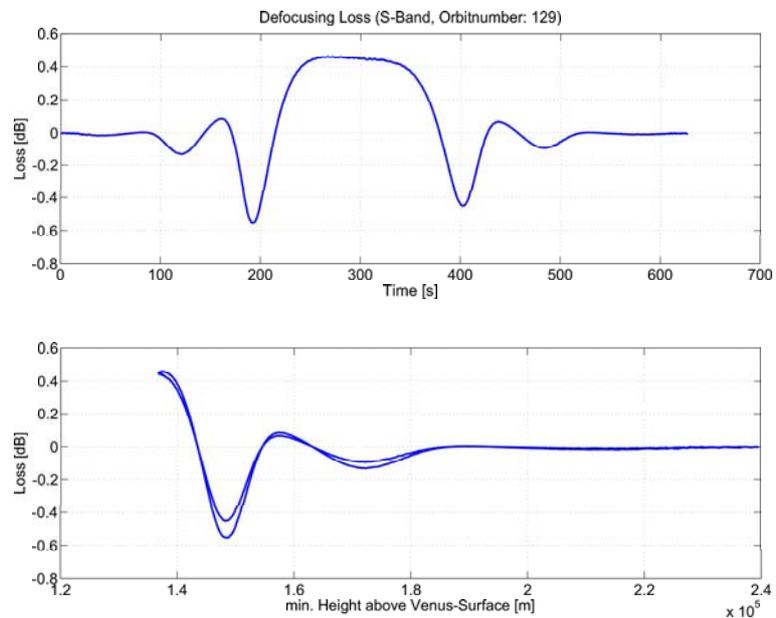


Abbildung A.26: Signalverluste aufgrund der Strahlaufweitung in der Venusatmosphäre (S-Band, Orbit 129)

A.4 Darstellung der Strahlrichtungsänderung

Als Beispiel für die Strahlabweichung 2τ von der direkten Verbindungslinie Satellit-Bodenstation aufgrund der Brechung in der Venusatmosphäre/Ionosphäre zeigt Abbildung A.27 diese als Funktion der Satellitenzeit ebenso wie die Änderung des Ausrichtwinkels. Die Änderung der Strahlrichtung entspricht dem zu durchlaufenden Drehprofil der Satellitenantenne während der Okkultation. Die

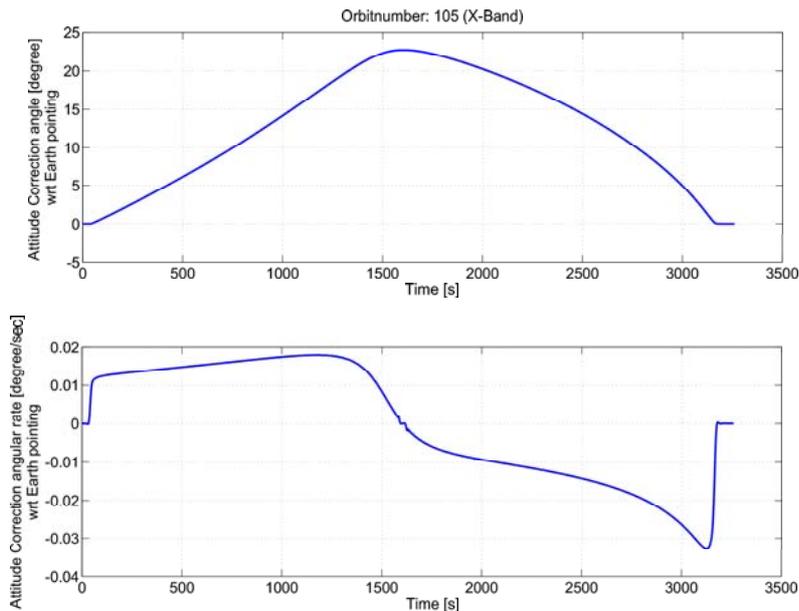


Abbildung A.27: Im oberen Bild wird die absolute Richtungsänderung des Strahls gegenüber der geraden Verbindungslinie gezeigt und im Unteren die Änderung dieses Winkels mit der Zeit (X-Band, Orbit 105)

B Anhang B

B.1 Beeinflussungen der Mikrowelle aufgrund der Relativitätstheorie

In interplanetaren Missionen wird das vom Satelliten gesendete und in der Bodenstation empfangene Signal durch die folgenden relativistischen Effekte beeinflusst:

- Frequenzänderungen entstehen sowohl in der Referenzfrequenz im Satelliten als auch in der Bodenstation aufgrund von Gravitationspotenzialänderungen (Gravitationsrotverschiebung). Die Referenzfrequenz in der Bodenstation befindet sich aufgrund der Erdbewegung und aufgrund der Mondbewegung in einem sich ständig ändernden Gravitationspotenzial und die Referenzfrequenz im Satelliten folgt der Planetenbahn um die Sonne und dem Satellitenorbit um den Planeten.
- Frequenzänderungen im empfangenen Signal entstehen aufgrund der sich ändernden Relativgeschwindigkeit zwischen Sender und Empfänger (relativistischer Dopplereffekt).
- Frequenzänderungen und Laufzeitänderungen entstehen aufgrund der sich ändernden Raumkrümmung, die das Signal auf dem Weg zwischen Sender und Empfänger durchläuft.

In den folgenden Kapiteln werden diese drei Punkte betrachtet.

B.1.1 Einfluss der speziellen Relativitätstheorie auf die Frequenz

Der relativistische Doppler Effekt beschreibt eine Frequenzerhöhung, wenn sich die Distanz zwischen Sender und Empfänger verkleinert (blueshift), und entsprechend im Fall, wenn sich die Distanz vergrößert, eine Verringerung der Frequenz (redshift). Siehe auch Abschnitt 5.1.1.

$$f_E = \frac{f_S}{\sqrt{1 - \frac{v}{c}}} (1 + v \cos \theta_S) \quad (\text{B.1})$$

Hierin bedeuten: θ_S = Winkel zwischen Flugrichtung und Ausbreitungsrichtung der Mikrowelle am Sender, v = Geschwindigkeit des Senders, f_E = Empfangsfrequenz, f_S = Sendefrequenz

B.1.2 Mikrowellenstrahlkrümmung im Gravitationsfeld

Die Beugung des Mikrowellenstrahls an schweren Massen erzeugt einen zusätzlichen Dopplerteil, wenn der Satellit hinter der Sonne in Okkultation geht. Die Wirkung der Raum-Zeit-Krümmung in der Nähe einer schweren Masse auf eine elektromagnetische Welle kann wie ein radial symmetrischer Brechungsindex beschrieben werden, wodurch eine Beugung zur Masse hin erfolgt. Durch die ständige Positionsänderung des Satelliten durchläuft der Strahl zwischen Sender und Empfänger in jedem Zeitintervall einen anderen Weg und mit jedem Wege ein anderes Potenzial mit einer daraus resultierenden anderen Krümmung. Aus diesem Zusammenhang folgt eine Dopplerfrequenzverschiebung. Abbildung B.1 zeigt die Strahlkrümmung der Mikrowellen im Gravitationsfeld.

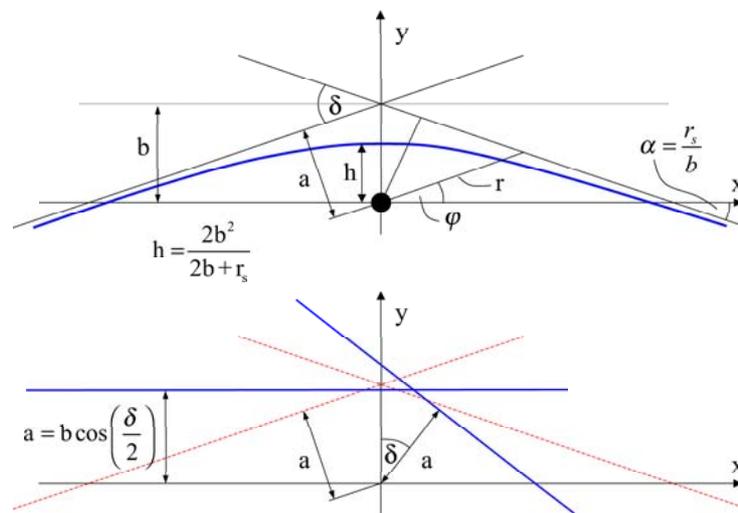


Abbildung B.1: Strahlkrümmung im Gravitationsfeld großer Massen

Unter der Annahme eines kugelsymmetrischen Potenzialverlaufs kann der Strahlenverlauf aus der folgenden Gleichung berechnet werden ([Sch01b]):

$$u = \frac{1}{r} = \frac{1}{b} \sin \varphi + \frac{1}{2} \frac{r_s}{2b^2} r (1 + \cos^2 \varphi) \quad (\text{B.2})$$

und in kartesischen Koordinaten

$$y = b - \frac{r_s}{2b} \frac{2x^2 + y^2}{\sqrt{x^2 + y^2}}. \quad (\text{B.3})$$

Mit $r_s = \frac{2GM}{c^2}$ (der Schwarzschildradius).

Aus der Betrachtung des Strahls für große x -Werte ergibt sich eine Geradengleichung.

$$y = b - \frac{r_s}{b} x \quad (\text{B.4})$$

Aus der Steigung der Geraden folgt der Winkel δ , um den der Strahl gebogen wird. Für kleine Winkel gilt $\tan \delta = \delta$

$$\delta = \frac{2r_s}{b} \quad (\text{B.5})$$

Für die Sonne ergibt sich

$$\delta = \frac{1,75''}{b/R_\odot} \quad (\text{B.6})$$

Zur Berechnung des Strahlenverlaufs kann der Einfluss des Gravitationsfeldes auf den Strahl durch einen ortsabhängigen Brechungsindex beschrieben werden [Häu02a]. Aus der Zeitänderung in Abhängigkeit vom Abstand vom Massenzentrum unter der Annahme eines kugelsymmetrischen schwachen Gravitationsfeldes

$$\frac{dt}{dr} = \frac{1}{c} \left\{ 1 + \frac{2GM}{c^2 r} + O\left(\left[\frac{GM}{c^2 r}\right]\right) \right\} \quad (\text{B.7})$$

folgt für den Brechungsindex

$$n(r) = \frac{c}{v_L(r)} \approx 1 + \frac{2GM}{c^2 r} \quad (\text{B.8})$$

Aufgrund dieses ortsabhängigen Brechungsindex ergibt sich eine Laufzeitänderung bzw. eine Korrektur des Ranging Signals. Die Laufzeitänderung aufgrund der Raum-Zeit-Verformung in der Nähe großer Massen wurde zwischen der Venus und der Erde gemessen. Abbildung B.2 zeigt den prinzipiellen Verlauf der Laufzeitänderung als Funktion des Strahlabstandes vom Massenschwerpunkt einer solchen Messung ([Ber90]).

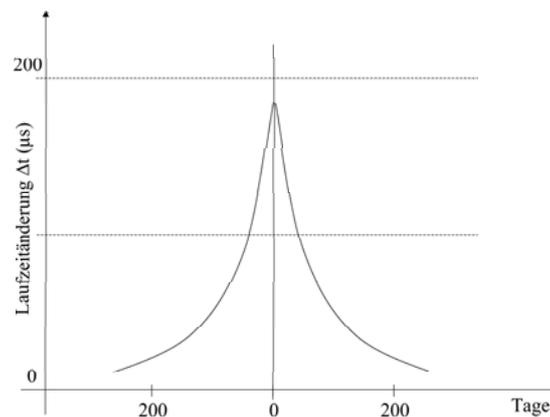


Abbildung B.2: Laufzeitänderung von elektromagnetischen Wellen in der Nähe großer Massen ([Ber90])

Aus dieser Wegänderung über der Zeit für die Venus-Erde Strecke folgt eine mittlere Dopplerfrequenzänderung im Bereich von 50 - 200 Tagen vor der Okkultation durch die Sonne von ca. 10 mHz/s im S-Band (2,2 GHz).

Aus der Schwarzschildmetrik folgt für die Ausbreitung eines Photons im Gravitationsfeld ([Ber90])

$$\frac{dr}{dt} = c \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \sqrt{1 - \frac{r_{min}^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r_{min}}\right)}} \quad (\text{B.9})$$

Die Integration liefert die Laufzeit des Photons.

$$t(r, r_{min}) = \frac{1}{c} \int_{r_{min}}^r \frac{dr}{\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) \sqrt{1 - \frac{r_{min}^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right)}{r^2 \left(1 - \frac{2GM}{c^2 r_{min}}\right)}}} \quad (\text{B.10})$$

Eine Reihenentwicklung bezüglich $GM/c^2 r$, wobei nur Größen erster Ordnung berücksichtigt werden, ergibt

$$t(r, r_{min}) \approx \frac{1}{c} \int_{r_{min}}^r \frac{r}{\sqrt{r^2 - r_{min}^2}} \left[1 + \frac{2GM}{c^2 r} + \frac{GM r_{min}}{c^2 r(r + r_{min})}\right] \cdot \quad (\text{B.11})$$

Aus dem Integral folgt

$$t(r, r_{min}) \approx \frac{1}{c} \left[\sqrt{r^2 - r_{min}^2} + \frac{2GM}{c^2} \ln \left(\frac{r + \sqrt{r^2 - r_{min}^2}}{r_{min}} \right) + \frac{GM}{c^2} \sqrt{\frac{r - r_{min}}{r + r_{min}}} \right] \quad (\text{B.12})$$

Die Laufzeitdifferenz eines Photons im Gravitationsfeld gegenüber der unbeeinflussten Laufzeit $t = \frac{s}{v} = \frac{2}{c} \left(\sqrt{r_{\oplus}^2 - r_{min}^2} + \sqrt{r_{Planet}^2 - r_{min}^2} \right)$ ergibt unter der Annahme $r_{min} \ll r_{\oplus}$

$$\Delta t \approx \frac{4GM_{\odot}}{c^3} \left[\ln \left(\frac{4r_{\oplus} r_{Planet}}{r_{min}^2} \right) + 1 \right] \quad (\text{B.13})$$

Für einen Lichtstrahl von der Venus zur Erde entsteht durch die Krümmung ein Beitrag von 10^{-4} s, wenn der Strahl direkt an der Oberfläche der Sonne vorbeiläuft. Dies entspricht einer Distanz von 30 km. Für große Strahlabstände von der Sonne kann die Zeitdifferenz und damit die Änderung des Ranging Wertes direkt mit der Gleichung B.12 berechnet werden (siehe auch [Sha64]).

B.1.3 Der Einfluss des statischen Gravitationspotenzials auf die Frequenz einer elektromagnetischen Welle (Gravitationsrotverschiebung)

Im Ein Weg Verfahren sendet der Satellit mit einer Frequenz die durch den USO generiert wird und die Bodenstation misst diese Frequenz durch einen Vergleich mit der in der Bodenstationsreferenz (Wasserstoff-Maser) generierten Frequenz. In einer Testmessung auf der Erde wurde die Frequenz des USO's und des Masers bestimmt. Zur Bestimmung der Sendefrequenz des Satelliten sind nun die Einflüsse aufgrund der Gravitations Potenzialänderung in der Bodenstation und im Satelliten zu berücksichtigen.

Der Einfluss des Gravitationspotenzials auf ein Signal mit der Frequenz f_s , welches im Abstand r_S von der Zentralmasse erzeugt und im Abstand r_E empfangen wird, folgt aus der Arbeit W die

das Photon verrichten muss, um die Gravitations Potenzialdifferenz ΔU zu überwinden. Aus der Potenzialdifferenz

$$\Delta U = \frac{GM}{r_S} - \frac{GM}{r_E} \quad (\text{B.14})$$

und $m = hf_S/c^2$ folgt für die Arbeit, die das Photon abgibt

$$\Delta W = m\Delta U = \frac{hf_S}{c^2} \left(\frac{GM}{r_S} - \frac{GM}{r_E} \right). \quad (\text{B.15})$$

Im Empfänger hat das Photon noch die Energie $E = hf$

$$E_E = E_S - \Delta W = hf_S - \frac{hf_S}{c^2} \left(\frac{GM}{r_S} - \frac{GM}{r_E} \right) = hf_E \quad (\text{B.16})$$

Die Frequenzänderung beträgt

$$\Delta f = f_S - f_E = \frac{GMf_S}{c^2} \left(\frac{1}{r_S} - \frac{1}{r_E} \right) \quad (\text{B.17})$$

Gleichung B.17 kann auch mit Hilfe der Raum-Zeit-Koordinaten von Sender und Empfänger ermittelt werden [Sch01b].

Tabelle B.1 zeigt die maximale Frequenzänderung aufgrund von Gravitationspotenzialunterschieden für spezielle Konfigurationen. Spalte 2 und Spalte 3 geben den maximalen und minimalen Sonnenabstand für die inneren 4 Planeten des Sonnensystems an (eine genaue Berechnung sollte mit dem Abstand und der Masse vom Barizentrum des Sonnensystems durchgeführt werden). Spalte 4 gibt die Masse, Spalte 5 den Durchmesser des Planeten und Spalte 6 die Sendefrequenz an. Δf_1 entspricht der Frequenzänderung eines X-Band Signals im Gravitationsfeld der Sonne, welches von der Erdbahn in die entsprechende Perizentrums- oder Apozentrumshöhe der jeweiligen Planetenbahn gebracht wird. Ein Satellit, welcher um diesen Planeten kreist, erfährt eine Frequenzschwankung mit der Periodendauer der Planetenbahn um die Sonne zwischen $\Delta f_{1 Apo}$ und $\Delta f_{1 Peri}$.

Die in Testmessungen auf der Erde bestimmte Grundfrequenz der Referenzfrequenz im Satelliten ändert sich beim verlassen des Erdgravitationspotenzials und beim Eintritt in das Gravitationsfeld des Zielplaneten. Δf_2 berechnet die Frequenzänderung für eine Signalquelle, welche entsteht, wenn diese von der Erdoberfläche ins Unendliche gebracht wird. Δf_3 beschreibt den Einfluss, den eine Quelle erfährt, welche aus dem Unendlichen in das Gravitationsfeld des Planeten fällt. Für die Berechnung wurde eine Perizentrumshöhe der Satellitenbahn von 200 km und eine Apozentrumshöhe von 600600 km eingesetzt (Apozentrumshöhe beim Merkur 10000 km). Die Überlagerung dieser Frequenzänderungen ergibt die endgültige Sendefrequenz.

In der Bodenstation-Referenzfrequenz entstehen Frequenzänderungen durch die Erdbewegung im Gravitationsfeld der Sonne und des Mondes. Diese müssen im Radio Science Experiment korrigiert werden. Der Einfluss vom Mond erzeugt ebenfalls geringe Frequenzänderungen aufgrund der folgenden Bewegungen:

- Abstandsänderung vom Mond im Bezug zur Bodenstation aufgrund der Drehung der Erde, \Rightarrow periodische Frequenzänderung mit der Periodendauer eines Tages,

Planet	Apoz. [10 ⁶ km]	Periz. [10 ⁶ km]	m [kg]	∅ [m]	f [Hz]	Δf ₁ [Hz]	Δf ₂ [Hz]	Δf ₃ [Hz]
Merkur	69,7	45,9	3,30E+23	4,88E+06	8,40E+09	-187,31 -95,15	5,84 5,84	-0,78 -0,17
Venus	109	107,4	4,87E+24	1,21E+07	8,40E+09	-32,76 -31,07	5,84 5,84	-4,85 -0,45
Erde	152	147	5,97E+24	1,27E+07	8,40E+09	-1,69 1,09		
Mars	249	206,7	6,42E+23	6,77E+06	8,40E+09	22,66 32,84	5,84 5,84	-1,11 -0,06
Δf [Hz]								
Mond	0,407	0,356	7,35E+22	3,48E+06	8,40E+09	-1,59E-04 -3,52E-05 -4,59E-05 -1,30E-03	Hz/Monat ⇒ $\frac{\Delta f}{f} \approx 2 \cdot 10^{-14}$ Hz/Tag ⇒ $\frac{\Delta f}{f} \approx$ $4,2 \cdot 10^{-15}$ (Mond steht im Apozen- trum) Hz/Tag ⇒ $\frac{\Delta f}{f} \approx$ $5,5 \cdot 10^{-15}$ (Mond steht im Perizen- trum) Hz (Maximale Änderung der Frequenz aufgrund der Mondmasse am Beispiel einer Positionsänderung von Erdoberfläche zum Mars)	
			Radius Erde [m]			6,37E+06		
			Sonnenmasse [kg]			1,99E+30		
			Sonnenradius [m]			6,96E+08		
			Gravitationskonstante [m ³ /kgs]			6,67E-11		
			Lichtgeschwindigkeit [m/s]			3,00E+08		
			Mittlerer Erdabstand [m]			1,50E+11		

Tabelle B.1: Frequenzänderung im Gravitationsfeld

- Abstandsänderung vom Mond zur Bodenstation aufgrund der Mondbewegung um die Erde oder durch Änderung des Abstandes der Bodenstation zum Barizentrum im Erde-Mond System (periodische Frequenzänderung mit der Periodendauer eines Monats)
- Lageänderung des Satellitenoszillators in Bezug zum Mond (wenn Satellitenbahnen um die Erde betrachtet werden bzw. solange der Einflussbereich des Gravitationspotentials des Mondes nicht verlassen wird)

In den Radio Science Messungen werden immer Frequenzunterschiede in einem relativ kleinen Zeitintervall betrachtet, darum können die hier berechneten Frequenzänderungen in großen Zeitintervallen nicht direkt den Einfluß auf die Experimente wiedergeben, sondern müssen für kürzere Zeitintervalle berechnet werden. In erster Näherung können die Werte linear approxi-

miert werden, wodurch eine Abschätzung für den Frequenzfehler aufgrund der Rotverschiebung möglich wird. Rechnet man die Frequenzschwankungen in der Tabelle in Frequenzdriften pro Stunde um, so ergibt sich für die Schwankungen am Mars eine mittlere Frequenzdrift von $\approx 0,6 \text{ mHz/h}$ und am Merkur von $\approx 20 \text{ mHz/h}$. Für die Radio Science Messungen am Mars im Ein Weg Verfahren steht kein USO zur Verfügung und die Schwankungen des TC-XO überlagern die Frequenzdrift aufgrund der Rotverschiebung, weshalb dieser Effekt am Mars vernachlässigt werden kann. Die Rechnung zeigt, dass nur am Merkur der Effekt nicht vernachlässigt werden kann. Im Ein Weg Verfahren sind die Frequenzschwankungen der Bodenstation aufgrund der Abstandsänderung zum Barizentrum des Erde-Mond Zweikörpersystems gegenüber den Frequenzänderungen des USO's um 3 Größenordnungen kleiner und daher ebenfalls vernachlässigbar (siehe auch Kapitel 8.3.4).

Im Zwei Wege Verfahren ohne Frequenzumsetzung im Transponder des Satelliten eliminieren sich die Einflüsse zwischen uplink und downlink Signal am Transponder und es entsteht nur in der Bodenstation ein Rotverschiebung aufgrund der Laufzeit zwischen Sende- und Empfangszeitpunkt. Die Änderung des Gravitationspotenzials im Zeitraum zwischen Sendezeitpunkt und Empfangszeitpunkt bewirkt eine Änderung der Frequenz in der Bodenstation für einen Beobachter mit einer unbeeinflussten Uhr. Da die Laufzeit kleiner als 1 h in den hier betrachteten Missionen ist, liegt der Fehler in der Bodenstation in der gleichen Größenordnung wie beim Ein Weg Verfahren und kann vernachlässigt werden.

Im Zwei Wege Verfahren mit Frequenzumsetzung erhält man die folgende Beziehung zwischen Sende- und Empfangsfrequenz in der Bodenstation:

$$\frac{f_{BS E}}{f_{BS S}} = k (z_{up} + 1) (z_{down} + 1) \quad (\text{B.18})$$

Mit k = Umsetzungsverhältnis im Transponder des Satelliten zwischen uplink und downlink Frequenz (siehe auch Kapitel 8.2.2) und

$$z_{up} = \frac{\Delta f_{Sat E}}{f_{BS S}} = \frac{\psi_{Sat} - \psi_{BS S}}{c^2} \quad (\text{B.19})$$

$$z_{down} = \frac{\Delta f_{Sat S}}{f_{BS E}} = \frac{\psi_{Sat} - \psi_{BS E}}{c^2} \quad (\text{B.20})$$

Δf beschreibt die Differenz zwischen gesendetem und empfangenem Signal. Die Indizes bedeuten: BS = Bodenstation, E = Empfänger, S = Sender, Sat = Satellit, up = uplink und down = downlink

Das Potential ψ ist definiert durch

$$\psi = -G \frac{M}{r} \quad (\text{B.21})$$

In die Masse M geht nicht nur die Sonnenmasse sondern auch die Planetenmasse sowie die Beschleunigungen aufgrund der Rotationsbewegung ein.

Hieraus folgt für die Frequenzänderung in der Bodenstation

$$\begin{aligned} \frac{\Delta f}{kf_{BS S}} &= \frac{kf_{BS S} (z_{up} + 1) (z_{down} + 1) - kf_{BS S}}{kf_{BS S}} \\ &= (z_{up} + 1) (z_{down} + 1) - 1 \\ &\cong z_{up} + z_{down} = \psi_{BS E} - \psi_{BS S} \end{aligned} \quad (\text{B.22})$$

Gleichung B.22 zeigt für die kohärente Zwei Weg Messung, dass nur eine Beeinflussung der Frequenz aufgrund der Potentialdifferenz in der Bodenstation die Signalfrequenz beeinflusst. Daraus folgt, dass auch im Zwei Weg Verfahren mit kohärenter Frequenzumsetzung die Frequenzänderungen aufgrund der Rotverschiebung vernachlässigt werden können.

C Anhang C

C.1 Der Brechungsindex in einem Gasgemisch

Die Bewegung des Elektrons in einem Molekül oder Atom durch ein äußeres Wechselfeld kann als gedämpfte erzwungene Schwingung beschrieben werden. Die Differentialgleichung für die durch das äußere Feld erzwungene Schwingung eines gedämpften Oszillators mit der Masse m , der Dämpfungskonstante g , der Ladung q und der Eigenfrequenz ω_0 lautet

$$m \ddot{y} + m\gamma \dot{y} + m\omega_0^2 y = qE_0 e^{i\omega t} \quad (\text{C.1})$$

mit dem exponentiellen Lösungsansatz $y = y_0 e^{i\omega t}$ folgt

$$y_0 = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (\text{C.2})$$

Es entsteht ein induziertes elektrisches Dipolmoment p_{ind} in y -Richtung entsprechend

$$p_{ind} = qy = \frac{qE_0}{m(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} e^{i\omega t} \quad (\text{C.3})$$

Es gilt für die dielektrische Verschiebung D bzw. die induzierte elektrische Polarisation P

$$D = \varepsilon_0 \varepsilon_r E = \varepsilon_0 E + P = \varepsilon_0 (1 + \chi) E \quad (\text{C.4})$$

Es kann in den betrachteten Gasen mit ausreichender Genauigkeit $\mu_r = 1$ gesetzt werden, und es ergibt sich die Beziehung

$$n = \sqrt{\varepsilon_r} = \sqrt{1 + \chi} \quad (\text{C.5})$$

Mit N Oszillatoren pro Einheitsvolumen ergibt sich für die induzierte elektrische Polarisation,

$$P = \chi \varepsilon_0 E = Np \quad (\text{C.6})$$

Für den Brechungsindex n ergibt sich

$$n^2 = \varepsilon_r = 1 + \frac{qN}{\varepsilon_0 m (\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (\text{C.7})$$

Setzen wir für die Ladung des Oszillators q die Elementarladung $-e$, müsste der Imaginärteil von n die Gesamtabsorption von Atomen mit einem Leuchtelektron beschreiben. Die im Zustand i befindlichen Elektronen N_i können jedoch durch die Absorption auf verschiedene Zustände k

(einschließlich nichtdiskreter Zustände im Kontinuum) übergehen. Deshalb entfällt auf jeden Übergang nur ein Anteil f_{ik} der Gesamtabsorption. Für diese sogenannten Oszillatorenstärken der Übergänge vom Zustand i in die Zustände k gilt

$$\sum_k f_{ik} = 1 \quad (\text{C.8})$$

Sind Z Elektronen in einem Molekül oder Atom aktiv, folgt

$$\sum_k f_{ik} = Z \quad (\text{C.9})$$

Hieraus ergibt sich für ε_r

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{qN}{\varepsilon_0 m} \sum_k \frac{1}{f_{ik}(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)} \quad (\text{C.10})$$

Mit $\alpha = \prod_k f_{ik}(\omega_0^2 - \omega^2 + i\gamma\omega)$ folgt

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{q}{\varepsilon_0 m} \frac{NZ}{\alpha} \quad (\text{C.11})$$

Nun besteht das Gasgemisch aus l Anteilen die voneinander unabhängig sind und damit teilt sich die Summe aus Gleichung C.10 in l Einzelsummen

$$\varepsilon_r = 1 + \frac{q}{\varepsilon_0 m} \sum_l \frac{N_l Z_l}{\alpha_l} \quad (\text{C.12})$$

oder

$$\varepsilon_r = 1 + \sum_l (\varepsilon_{rl} - 1) \quad (\text{C.13})$$

Der Brechungsindex lautet nun

$$n = \sqrt{1 + \sum_l (n_l^2 - 1)} \quad (\text{C.14})$$

Da die Summe $\ll 1$ ist folgt in guter Näherung

$$n \cong 1 + \frac{1}{2} \sum_l (n_l^2 - 1) \quad (\text{C.15})$$

und für die Brechzahl folgt

$$\begin{aligned} 10^{-6} N &\cong \frac{1}{2} \sum_l (1 + 2 \cdot 10^{-6} N_l + 10^{-12} N_l^2 - 1) \\ N &\cong \sum_l N_l \end{aligned} \quad (\text{C.16})$$

Für die Atmosphäre der Venus ergibt sich

$$N_{ges} = N_{Neuralgasatmosphaere} + N_{Ionosphaere} \quad (\text{C.17})$$

D Anhang D

D.1 Umformungen zur Berechnung des Strahlablenkungswinkels aus der Satellitengeschwindigkeit

Im folgenden wird der Rechenweg, der den Zusammenhang zwischen Gleichung 5.140 und Gleichung 5.141 bildet, gezeigt.

$$\Delta f = \frac{1}{\lambda} [V_1 \sin 2\tau + V_2 (1 - \cos 2\tau)] \quad (\text{D.1})$$

$$\begin{aligned} 0 &= -\frac{\lambda \Delta f}{V_1} + \sin 2\tau + \frac{V_2}{V_1} (1 - \cos 2\tau) \\ &= -\frac{\frac{\lambda \Delta f}{2V_1} (1+1)}{1 - \cos 2\tau} + \frac{\sin 2\tau}{1 - \cos 2\tau} + \frac{V_2}{V_1} \\ &\quad (1+1) = \underbrace{\left(1 - \cos 2\tau + \frac{(1 + \cos 2\tau)(1 - \cos 2\tau)}{1 - \cos 2\tau} \right)}_{1 - \cos 2\tau + \frac{\overbrace{\sin^2 2\tau}^{1 - \cos^2 2\tau}}{1 - \cos 2\tau}} \\ &= -\frac{\lambda \Delta f}{2V_1} \frac{1 - \cos 2\tau + \frac{\sin^2 2\tau}{1 - \cos 2\tau}}{1 - \cos 2\tau} + \frac{\sin 2\tau}{1 - \cos 2\tau} + \frac{V_2}{V_1} \\ &= -\frac{\lambda \Delta f}{2V_1} \left(1 + \frac{1}{\tan^2 \tau} \right) + \frac{1}{\tan \tau} + \frac{V_2}{V_1} \\ 1 - \frac{\lambda^2 \Delta f^2}{V_1^2} + \frac{2\lambda \Delta f V_2}{V_1^2} &= -\frac{\lambda \Delta f}{2V_1} \frac{1}{\tan^2 \tau} + \frac{1}{\tan \tau} \\ &= \frac{\lambda^2 \Delta f^2}{V_1^2} \frac{1}{\tan^2 \tau} - \frac{2\lambda \Delta f V_2}{V_1} \frac{1}{\tan \tau} + 1 \\ &= \left(\frac{\Delta f \lambda}{V_1} \frac{1}{\tan \tau} - 1 \right)^2 \end{aligned}$$

$$\tau = \arctan \left(\frac{\frac{\Delta f \lambda}{V_1}}{1 \pm \sqrt{1 + 2 \frac{\Delta f V_2 \lambda}{V_1^2} - \frac{\Delta f^2 \lambda^2}{V_1^2}}} \right) \quad (\text{D.2})$$

In [Yak02] erscheint vor dem 2-ten Term unter der Quadratwurzel ein positives Vorzeichen. Bei der Berechnung des Vorhaltewinkels, ist auf die Richtung der Sat.-Geschwindigkeiten zu achten.